

Equações polinomiais do primeiro grau em livros didáticos: organizações matemática e didática

First degree equation in textbooks: mathematical and didactical organizations

EDELWEIS JOSE TAVARES BARBOSA¹
ABIGAIL FREGNI LINS²

Resumo

Analisamos em nossa pesquisa a introdução do conceito de equação do primeiro grau em Livros Didáticos brasileiros do Ensino Fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Neste sentido, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard, norteia teoricamente. Aqui discutimos tal referencial, bem como apresentaremos o delineamento metodológico utilizado. Foram analisadas duas coleções de Livros Didáticos do 7º ano aprovados nas avaliações de 1999, 2002, 2005, 2008 e 2011. Os resultados indicam que as organizações existentes nas coleções nem sempre são feitas de forma a esclarecer as diferenças existentes entre os subtipos de tarefas trabalhadas, bem como as potencialidades das técnicas organizadas ou sistematizadas. As coleções não alteram as praxeologias matemáticas e sim as didáticas.

Palavras-chave: *Análise de Livro Didático de Matemática,; Equação do Primeiro Grau, TAD*

Abstract

We analyzed in our research the first degree equation introduction in Brazilian secondary school textbooks approved by the National Program of Text Books (PNLD). In this sense, the Anthropologic Didactical Theory (TAD), proposed by Yves Chevallard, frame worked the research. Here we discuss such theoretical framework as well as present the methodological approach used. Two Year 7 textbooks collections were analyzed as approved in the 1999, 2002, 2005, 2008 and 2011 evaluations. The results show that the existent organizations in the collections are not always done in a way of clarifying the existent differences between the subtypes of worked tasks as well as the potentialities of the organized or systematic technics. The collections do not change the mathematical praxeology but the didactical ones.

Keywords: *Mathematics Texbook Analyses, First Degree Equation, TAD*

Introdução

No ambiente escolar existe a ideia de que a Aritmética trata de números e a Álgebra de letras. Tenta-se também estabelecer limites entre conteúdos, de forma que a Aritmética é trabalhada desde a educação infantil ao Ensino Fundamental e os conteúdos tradicionais da Álgebra, tais como equações, cálculo com letras, expressões algébricas, são

¹ Mestre em Educação Matemática – MECM/UEPB- edelweisb@yahoo.com.br

² Doutora em Educação Matemática – MECM/UEPB- bibilins2000@yahoo.co.uk

trabalhados no 7º ano do Ensino Fundamental, além de considerar que os conteúdos aritméticos são conhecimentos prévios para a introdução da Álgebra. Segundo Oliveira (2002), é importante destacar que não há consenso sobre o significado da Álgebra entre os estudiosos e evidenciar o frequente conceito encontrado sobre Álgebra entendida como cálculo literal ou generalização da Aritmética.

Em nossa experiência em sala de aula um dos aspectos que caracteriza a introdução formal da Álgebra é o estudo das equações e, conseqüentemente, a utilização de letras para representar valores desconhecidos, quando são usualmente denominadas de incógnitas. Entretanto, no decorrer das séries subseqüentes, as letras têm outros atributos. Assim, analisamos as possíveis mudanças na introdução de equações do 1º grau em duas coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental, aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Tomamos como referencial a Teoria Antropológica do Didático de Yves Chevallard, a qual parece responder com eficácia nossa questão de pesquisa.

Sendo assim, apresentamos o artigo em duas seções. A primeira seção discute a fundamentação teórica, modelização a priori, seleção e caracterização das obras analisadas. A segunda discute os principais resultados e algumas considerações.

1. Livro didático

Os livros didáticos desempenham um papel essencial no sistema escolar, sendo assim, motivo de inúmeras pesquisas acadêmicas. No cotidiano da sala de aula, o livro didático tornou-se uma ferramenta indispensável no trabalho do professor, e na maioria das vezes, a única ferramenta pedagógica. É exatamente este que Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2008, p. 03) descrevem:

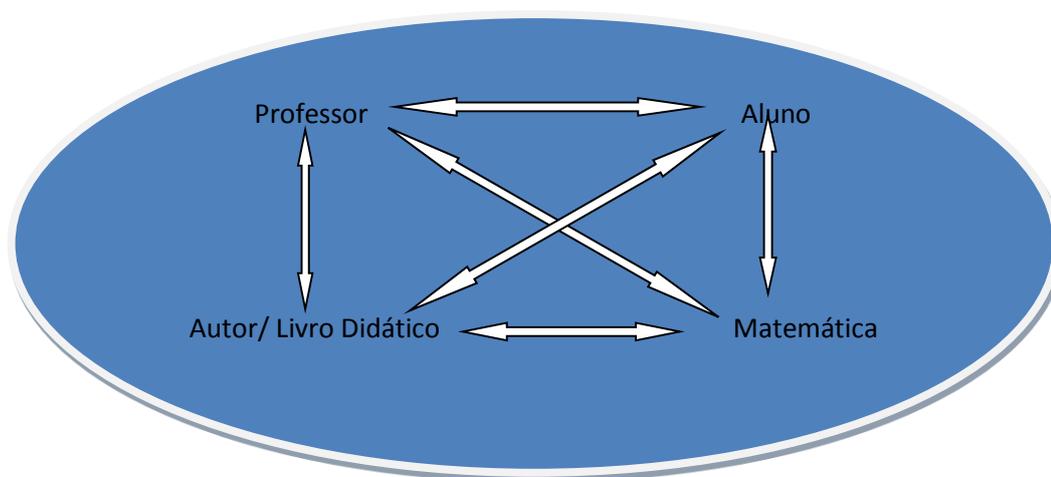
O livro didático se constitui em um importante recurso utilizado por professores na condução e/ou elaboração das abordagens de ensino, em parte pela ausência de outros materiais que orientem os professores sobre o quê e como ensinar, e em parte pela frequente dificuldade de acesso do aluno a outras fontes de estudo e pesquisa.

Para ser didático um livro “precisa ser estudado de forma sistemática, no ensino-aprendizagem de um determinado objeto de conhecimento, já consolidado como disciplina” (LAJOLO, 1996, p.04). Para Pais (2006), a escolha de conteúdos, objetivos, métodos e recursos implicam na convergência de alcances que agem nas disciplinas escolares. Tais elementos encontram-se gravados em teses, softwares, parâmetros

curriculares, programas e em outras publicações, como em livros didáticos. São anotações publicadas para defender a validade do saber a ser ensinado.

Para Carvalho e Lima (2010), o livro é portador de escolhas sobre o saber a ser estudado, os métodos adotados para que os alunos consigam aprendê-lo mais eficazmente e a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade. Ainda segundo esses pesquisadores, nesse diálogo existe uma *teia* de relação que envolve o autor/livro didático, o professor, o aluno e a Matemática. Essas ideias traduzem-se como:

QUADRO 1: O livro didático na sala de aula.



FONTE: Carvalho e Lima (2010)

O uso do livro didático na escola deve favorecer a aprendizagem do aluno, levando-o ao domínio e a reflexão dos conhecimentos escolares para que possa ampliar a compreensão da realidade, formulando hipóteses de solução para os problemas atuais. O livro deve ser subsídio para promover o exercício da cidadania, de forma que comentar sobre a história do Livro didático implica discorrer sobre a política do LD no Brasil. Na década de 30, “buscou-se desenvolver no Brasil uma política educacional consistente, progressiva, com pretensões democráticas e aspirando a um embasamento científico” (FREITAG et al, 1993, p. 36). Foi nessa época, pois, que se consagrou o termo *Livro Didático* entendido até os dias de hoje como sendo, basicamente, o livro adotado na escola, destinado ao ensino, cuja proposta deve obedecer aos programas curriculares escolares a exemplo do Programa Nacional do Livro Didático que descreveremos a seguir.

Em 1985, o Governo Federal cria o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) por meio do decreto 91.542 de 19 de agosto de 1985 com o objetivo de distribuir livros escolares a todos os alunos matriculados nas escolas públicas de Ensino Fundamental do país.

Esse Programa torna-se lei através do Decreto nº 7.084 de 27.01.2010 e as avaliações abarcaram os materiais distribuídos pelo governo federal, incluindo os materiais didáticos tais como os livros paradidáticos, dicionários, entre outros.

Essas avaliações vêm sendo realizadas desde o ano de 1996 para o Ensino Fundamental I e, para o Ensino Fundamental II, desde 1999, mediante parcerias com universidades federais, estaduais e privadas, participando profissionais liberais, professores das escolas básicas e particulares, sendo os parâmetros indicados pelas áreas educacionais relacionadas às disciplinas escolares.

A cada três anos são lançados editais em que as editoras apresentam suas obras a fim de pleitear a aquisição de seus exemplares pelo Ministério da Educação. Ao final de cada processo de avaliação são publicados os Guias dos Livros Didáticos, contendo os princípios norteadores da análise, bem como critérios de cada área e ainda as resenhas das obras aprovadas.

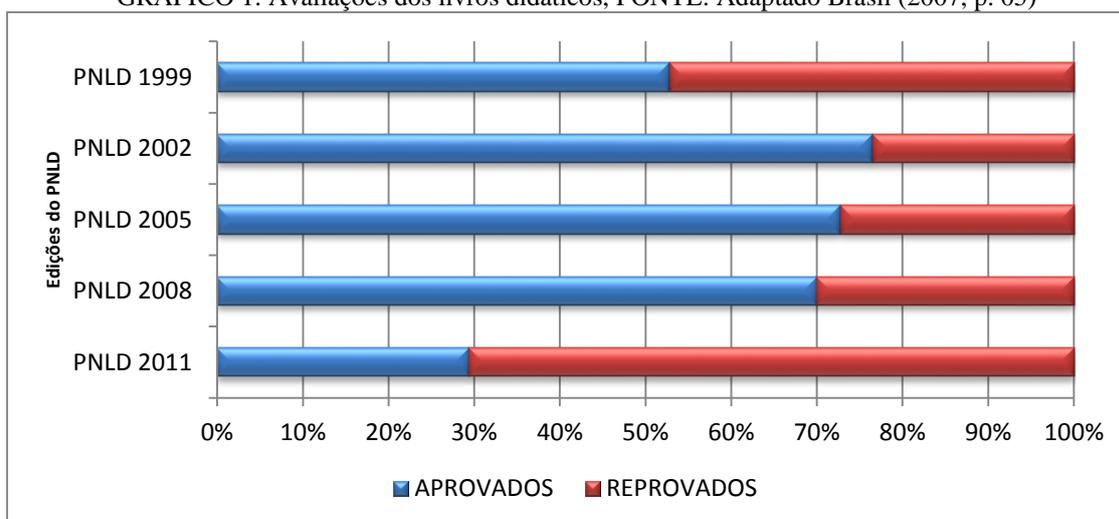
Na primeira avaliação do PNLD/99 foram aprovados 38 livros sob os seguintes critérios: *eliminatórios*, correção dos conteúdos e informações básicas, correção e pertinência metodológicas, formação para a cidadania e *classificatórios*, adequação dos conteúdos, atividades propostas, integração entre temas nos capítulos, valorização da experiência da vida do aluno, aspectos visuais e manual do professor.

Na segunda avaliação do PNLD/2002 foram aprovadas 13 coleções, tendo o guia um volume único para as disciplinas de Matemática, Língua Portuguesa, Ciências, Geografia e História. Na terceira avaliação PNLD/2005 ocorre separação do Guia, sendo confeccionados volumes individuais para cada disciplina. Foram aprovadas 23 coleções.

Na quarta avaliação PNLD/2008 manteve-se o Guia individual para cada disciplina. Foram aprovadas 16 coleções. Na quinta avaliação do PNLD/2011 manteve-se o Guia individual para cada disciplina. Foram aprovadas 10 coleções, sendo esta a avaliação com menor número de coleções aprovadas.

O Gráfico abaixo apresenta as quantidades de coleções inscritas, aprovadas e reprovadas ao longo das avaliações do PNLD:

GRÁFICO 1: Avaliações dos livros didáticos, FONTE: Adaptado Brasil (2007, p. 05)



Podemos observar que o quantitativo de livros altera-se a cada avaliação do PNLD, sendo maior o volume de aprovações no PNLD de 2002, com 92 livros aprovados, e o menor volume na avaliação de 2011, com 40 livros.

A relação do livro didático de Matemática e o Guia do Professor passam a ser estruturados diante de um exemplar específico para o professor, não contendo apenas a resolução dos exercícios, mas trazendo em seu plano de curso a estruturação para o planejamento das aulas do professor.

Para tanto, o livro de Matemática não deve conter erros em termos de definições e conceitos, não deve induzir a uma notação e uma simbologia diferente da já padronizada e não pode esquecer que a Matemática não é feita a partir de uma *receita* para resolver alguns problemas simples do cotidiano. Por isso, ele deve ter boa fundamentação didática e pedagógica (BRASIL, 1998).

De acordo com Batista, Rojo e Zuniga (2003), as orientações, constantes nesses documentos, indicam revisões importantes que veem se dando na legislação e nas práticas escolares e precisam ser refletidas na configuração dos livros didáticos, os quais devem reforçar o vínculo dos conteúdos com as práticas sociais atendendo às novas demandas escolares.

Enfim, o PNLD vem exercendo um papel fundamental como referência de qualidade do livro didático em sua aquisição e distribuição para as escolas públicas. A seguir discutimos algumas pesquisas relacionadas ao tema em tela.

2. Algumas pesquisas

As pesquisas descritas estão relacionadas diretamente com nosso trabalho. A primeira pesquisa, de Teles (2002), teve como propósito analisar a interferência da compreensão das propriedades de igualdade e do conceito de operações inversas na Aritmética, na apropriação da Álgebra e, mais especificamente, na resolução de equações polinomiais de 1º grau, no Ensino Fundamental e Médio. Além disso, Teles observou as possíveis influências nas escolhas subjacentes à maneira de abordagem desse tema em livros didáticos do PNLD. Os resultados dessa pesquisa mostraram que os erros cometidos por alunos na resolução de equações polinomiais do 1º grau são, parcialmente, herdados da Aritmética, uma vez que o domínio das operações inversas com números inteiros e racionais é instável nos alunos do Ensino Fundamental e Médio.

A segunda pesquisa analisada, de Cruz (2005), teve como objetivo investigar como a noção de variável é focada em livros didáticos nas séries finais do Ensino Fundamental. Para tanto, analisou quatro coleções de livros didáticos sob três aspectos: 1º) a relação entre os PCN e as coleções escolhidas para análise; 2º) as abordagens utilizadas para introduzir e desenvolver a Álgebra nos livros didáticos; e 3º) os diferentes usos das letras. As análises dos livros didáticos se deram sob a ótica da organização praxeológica, segundo o quadro teórico da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1998). A letra percebida como parâmetro, ou seja, representando um valor do qual dependem vários outros, é contemplada por apenas uma das coleções analisadas. Um fato relevante observado nas análises é que as diferentes formas de utilização das letras são trabalhadas separadamente, ou seja, ora os manuais utilizam a letra como generalizadora de modelos, ora como incógnita, em outro momento como variável. Ou seja, sem a preocupação de estabelecer qualquer relação entre as diferentes formas de utilização das letras.

A terceira pesquisa, de Brito Menezes (2006), analisou as inter-relações entre os fenômenos didáticos do Contrato Didático e da Transposição Didática (CHEVALLARD, 1990) na relação didática estabelecida entre professor e alunos do 7º ano, tendo como saber em foco a Álgebra, mais precisamente na introdução da Álgebra elementar. A autora observou que o professor tentava exaustivamente manter uma das cláusulas do contrato didático: que a equação fosse entendida como uma igualdade entre quantidades, que deve ser manipulada por meio da realização da mesma operação em ambos os membros, na resolução de um problema. No entanto, para os alunos, a resolução da equação deveria ser realizada mobilizando o procedimento de transpor para um membro da igualdade

(preferencialmente o primeiro) os números acompanhados das letras e para o outro membro os demais números, realizando todo um procedimento que envolveria as operações inversas e que conduziria à descoberta do valor desconhecido.

Situações como essas oportunizaram a produção de certos efeitos que a literatura trata como sendo de contrato. Dois destes efeitos parecem, para a autora, bastante evidentes: (1) o conflito em relação à proposta de tratamento do saber, ensejada pelo professor, e a expectativa dos alunos em relação a como tratá-lo; (2) o uso da balança como metáfora na consequente de equação, quando do tratamento de equações que envolviam quantidades negativas.

A quarta pesquisa, de Nogueira (2008), teve como objetivo caracterizar a introdução formal da Álgebra em livros didáticos brasileiros do Ensino Fundamental. Para tanto, foram analisadas três coleções do 7º ano do Ensino Fundamental aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2008) que adotam posturas diferentes em relação ao ensino, analisando como os autores introduzem a Álgebra. A autora dividiu sua pesquisa em duas etapas, sendo elas, as Organizações Matemática e Didática, e posteriormente confrontou os dados obtidos nas organizações mencionadas.

A primeira etapa refere-se à organização didática presente no capítulo destinado a Equações do 1º grau, em manuais do 7º ano do Ensino Fundamental, quando a Álgebra é apresentada formalmente no ensino brasileiro. Na segunda etapa, concernente à organização Matemática, o intuito foi detectar e estudar os momentos didáticos presentes na parte do livro didático que marca a introdução formal da Álgebra no Ensino Fundamental. Em meio aos resultados encontrados, destacam-se os tipos de tarefas principais que se referem às resoluções de equações. Mesmo que o enunciado não proponha a resolução da equação, elas aparecem com outros objetivos como encontrar expressões equivalentes ou verificar se certo valor torna verdadeiro ou não a sentença dada. Dentre as técnicas principais, a que faz a analogia com a balança em equilíbrio, e oportuniza o desenvolvimento do raciocínio algébrico, está presente nos três manuais analisados.

A quinta e última pesquisa analisada, de Araújo (2009), teve como objetivo caracterizar e comparar as transposições didáticas realizadas na França e no Brasil sobre o ensino de resolução de equações do 1º grau com uma incógnita. Para tanto, o referencial teórico adotado foi a Teoria da Transposição Didática (CHEVALLARD, 1990) que ressalta o papel das instituições na relação com os objetos de saberes escolares, bem como na Teoria

Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999) como um método de análise para organização matemática existente no interior de uma determinada instituição de ensino. A pesquisa proporcionou estudos teóricos e didáticos sobre o ensino de resoluções de equações do 1º grau com uma incógnita, os quais permitiram modelizar, a priori, as organizações matemáticas pontuais existentes em torno desse objeto de conhecimento, fornecendo os critérios e as categorias utilizadas para analisar os programas oficiais de ensino, os livros didáticos e os estudos experimentais realizados com alunos dos dois países. No Ensino Fundamental, a Álgebra não se destaca como um domínio próprio do conhecimento matemático nos dois países, no caso do ensino de equações do 1º grau com uma incógnita. Os resultados mostraram que, tanto na França quanto no Brasil, ele é justificado como uma ferramenta para resolver problemas do contexto social e de outros domínios da Matemática. As organizações matemáticas existentes nos documentos oficiais analisados não fornecem elementos que favoreçam a caracterização das praxeologias matemáticas existentes, nesses dois países, em torno da resolução de equações do 1º grau.

3. Teoria Antropológica do Didático

Segundo Chevallard (1999, p.1), essa teoria estuda o homem perante o saber matemático, e mais especificamente, perante situações matemáticas. Um motivo para utilização do termo *antropológica* é que a TAD situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da Matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. Assim sendo, a TAD considera como elementos primitivos INSTITUIÇÕES (I), INDIVIDUOS (X) e OBJETO (O).

Chevallard (1999, p.1) considera que uma instituição (I) é um dispositivo social total que pode ter apenas uma extensão muito reduzida no espaço social, mas que permite e impõe a seus sujeitos (...) maneiras próprias de fazer e de pensar. Sob a ótica da TAD cada saber é saber de pelo menos uma instituição; um mesmo objeto do saber pode *viver* em instituições diferentes e para viver em uma instituição; um saber necessita submeter-se a certas imposições, o que o conduz a ser transformado.

A TAD consiste no desenvolvimento da noção de organização praxeológica que, de acordo com Chevallard, acrescenta às noções acima descritas, as noções de (tipo de) tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Para ele, tais noções permitem modelizar às práticas sociais em geral as atividades matemáticas, descrito a seguir.

4. Organização praxeológica

Podemos entender uma organização praxeológica como a realização de certo tipo de tarefa t que se exprime por um verbo, pertencente a um conjunto de tarefas do mesmo tipo t , através de uma técnica τ , justificada por uma tecnologia θ , que por sua vez, é justificada por uma teoria Θ . Parte do postulado que qualquer atividade humana põe em prática uma organização, denominada por Chevallard (1998) organização praxeológica, é simbolizada pela notação $[t, \tau, \theta, \Theta]$.

Chevallard (1998) considera ainda que o par $[t, \tau]$ está relacionado à *prática*, e pode ser compreendido como um saber-fazer, e o par $[\theta, \Theta]$ relacionado a razão, é compreendido como o *saber*. O autor define assim a Organização Praxeológica $[t, \tau, \theta, \Theta]$, em que temos um bloco prático $[t, \tau]$, composto das tarefas e técnicas, o chamado saber fazer, e um bloco teórico $[\theta, \Theta]$, composto pelas tecnologias e teorias, o bloco do saber. Considera ainda que a existência de um tipo de tarefa matemática em um sistema de ensino está condicionada à existência de, no mínimo, uma técnica de estudo desse tipo de tarefa e uma tecnologia relativa a esta técnica, mesmo que a teoria que justifique essa tecnologia seja negligenciada.

Os tipos de *tarefas* (t) que se situam em acordo com o princípio antropológico supõem a existência de objetos bem precisos e que não são obtidos diretamente da natureza. Eles são artefatos, obras, construtos institucionais, como por exemplo, uma sala de aula, cuja reconstrução é inteiramente um problema, que é o objeto da didática (CHEVALLARD, 1998 apud ARAUJO, 2009). Por exemplo, resolva a equação $2x + 6 = 10$. A noção de tarefa, ou especificamente do tipo de tarefa, tendo como um objetivo bem definido, por exemplo, encontrar o valor de x é um tipo de tarefa, mas calcular não explicita o que é calcular. Assim, calcular o valor de uma equação é um tipo de tarefa, mas somente calcular não seria um tipo de tarefa. Para esse exemplo, calcular é gênero de tarefa.

Uma *técnica* (τ) é uma maneira de fazer ou realizar as tarefas $\tau \in t$. Segundo Chevallard (1998), uma praxeologia relativa a um tipo de tarefa t necessita, em princípio, de uma técnica τ relativa. No entanto, ele afirma que uma determinada técnica τ pode não ser suficiente para realizar todas as tarefas $\tau \in t$. Ela pode funcionar para uma parte $p(\tau)$ das tarefas t e fracassar para $t/p(\tau)$. Isso significa que em uma praxeologia pode existir uma técnica superior a outras técnicas, ao menos no que concerne à realização de certo número de tarefas de t (CHEVALLARD, 1998 apud ARAUJO, 2009). Por exemplo, a

multiplicação no conjunto dos números naturais sempre aumenta, mas que pode fracassar em outro conjunto numérico.

A *tecnologia* (θ) é definida inicialmente como um discurso racional sobre uma técnica τ , cujo primeiro objetivo consiste em justificá-la racionalmente, isto é, em assegurar que a técnica permita que se cumpra bem a tarefa do tipo t . Em Matemática, tradicionalmente, a justificação de uma técnica é realizada por meio de demonstração. O segundo objetivo da tecnologia consiste em explicar, tornar inteligível e esclarecer uma técnica τ , isto é, em expor por que ela funciona bem. Além disso, a tecnologia tem também a função de reproduzir novas técnicas, mais eficientes e adaptadas à realização de uma determinada tarefa (CHEVALARD, 1998 apud ARAUJO, 2009).

A *teoria* (Θ) tem como objetivos justificar e esclarecer a tecnologia, bem como tornar inteligível o discurso tecnológico. Passa-se então a um nível superior de justificação-explicação- produção, [...] retomando com relação à tecnologia o papel que esta tem em relação à técnica. O autor adverte, no entanto, que geralmente essa capacidade de justificar e de explicar a teoria é quase sempre obscurecida pela forma abstrata como os enunciados teóricos são apresentados frequentemente (CHEVALLARD, 1998 apud ARAUJO, 2009).

Uma organização matemática é elaborada em torno de uma noção, ou conceito, inerente à própria Matemática. As Praxeologias Didáticas são as respostas (a rigor) a questões do tipo como realizar o estudo de determinado assunto. Refere-se ao modo que possibilita a realização do estudo de um determinado tema, o conjunto de tarefas, de técnicas, de tecnologias, entre outras, mobilizadas para o estudo de um tema. Por exemplo, encontrar o valor de uma incógnita de uma equação.

Quaisquer que sejam as escolhas adotadas nos cursos dos trabalhos de estudo de dada OM, algumas situações estão necessariamente presentes, mesmo que estas se apresentem de formas variadas, tanto de forma quantitativa como qualitativamente falando. Estas situações serão denominadas de momentos de estudos, ou momentos didáticos, porque podemos dizer que qualquer que seja o caminho escolhido ele conduzirá inevitavelmente a um momento de fixação, ou de institucionalização, ou a um momento que demandará o questionamento do que é válido acerca do que foi construído, que caracteriza o momento de avaliação, dentre outros.

O primeiro momento é o primeiro encontro com a organização que está sendo estudada. O segundo é o da exploração do tipo de tarefas t e de elaboração de uma técnica τ relativa a este tipo de tarefas. O terceiro momento é o da constituição do ambiente tecnológico-

teórico relativo à técnica. O quarto é o do trabalho da técnica que visa melhorá-la, torná-la mais confiável, o que geralmente exige aprimorar a tecnologia até então elaborada e aumentar o controle que se tem sobre a técnica. O quinto momento é o da institucionalização que mostra o que realmente é a OM constituída, apontando os elementos que permanecerão definitivamente na OM e os que serão dispensados. Finalmente, o sexto momento, o da avaliação, que se articula com o momento da institucionalização e permite relançar o estudo, demanda a retomada de alguns dos momentos, e eventualmente do conjunto do trajeto didático.

5. Analisando as coleções

A metodologia seguida para a caracterização, análise e comparação das organizações matemáticas e didáticas existentes sobre o ensino de equações do 1º grau em duas coleções aprovadas no PNLD, constituiu-se em duas etapas de trabalho. A primeira tratou-se da modelização a priori, das praxeologias matemáticas pontuais existentes em torno da resolução de equações do 1º grau, ao menos em termos de subtipos de tarefas, técnicas e tecnologias, a partir de estudos teóricos e didáticos. A segunda etapa constituiu-se da caracterização das obras analisadas, os motivos das escolhas, descrição das estruturas e das formas de organização dos conteúdos.

6. Modelização a priori

Tomando como base estudos teóricos, encontramos basicamente dois tipos de definições para equações. A primeira, mais geral, define equação como uma igualdade que envolve uma ou mais quantidades desconhecidas (incógnitas) (CALADO, 1952; COSTA e DOS ANJOS, 1970). A segunda, mais específica, sobre equações do 1º grau, como toda equação que se pode reduzir à forma $ax = b$, com $a, b \in R$ e $a \neq 0$ (CALADO, 1952). Chevallard (1984) classifica os procedimentos de resoluções de equações do primeiro grau em duas categorias: (1) equações do tipo $ax + b = c$, que podem ser resolvidas por procedimentos aritméticos e (2) equações do tipo $a_1x + b_1 = a_2x + b_2$, que não podem ser resolvidas por procedimentos que se apóiem especificamente em operações aritméticas. Nessa definição, x é a incógnita e $a_1, b_1 \in \mathfrak{R}$ com $a_1 \neq 0$.

No entanto, nem sempre as equações do 1º grau apresentam-se escritas nas formas simplificadas. Frequentemente, em uma atividade, elas aparecem sob diferentes formas, dentre as quais destacamos outras duas categorias: equações dos tipos $A(x) = c$ e

$A_1(x) = A_2(x)$, em que $A(x)$, $A_1(x)$ e $A_2(x)$ são expressões polinomiais, na variável x , que ainda não foram reduzidas à forma canônica $ax + b$, e $a, b \in \mathfrak{R}$ e $a \neq 0$, mas que podem ser reduzidas a esta forma por processo de desenvolvimento e redução.

Portanto, para este estudo, classificamos e caracterizamos a priori os seguintes subtipos de tarefas relativos à resolução de equações do 1º grau com uma incógnita, no campo do \mathfrak{R} , em quatro categorias: (1) resolver equação uma equação do tipo $ax + b = c$ (t_1), como por exemplo, $x + 5 = 10$; (2) resolver uma equação do tipo $A(x) = c$, sendo $A(x)$ uma expressão polinomial não reduzida à forma (t_2), por exemplo, $3(x + 3) + x = 10$; (3) resolver uma equação do tipo $a_1x + b_1 = a_2x + b_2$ (t_3), por exemplo, $2x - 2 = x + 10$; (4) resolver uma equação do tipo $A_1(x) = A_2(x)$, sendo $A_1(x)$ ou $A_2(x)$, expressões polinomiais não reduzidas à forma canônica (t_4), por exemplo, $5(x - 2) + 3x = x - 5$.

Para resolver tais subtipos de tarefas foram identificadas e categorizadas a priori as seguintes técnicas (τ): a) *Testar a igualdade* (τ_{TI}), por tentativas e erros; b) *Transpor termos ou coeficientes* (τ_{TTC}), invertendo as operações; c) *Neutralizar termos ou coeficientes* (τ_{NTC}), efetuando a mesma operação nos dois membros da igualdade; d) *Reagrupar os termos semelhantes* (τ_{RTS}), invertendo o sinal dos termos transpostos.

Além dessas técnicas próprias de resoluções de equações, para os casos dos subtipos de tarefas τ_2 e τ_4 , temos também a seguinte técnica: e) *Desenvolver ou reduzir expressões* (τ_{DRE}), eliminando parênteses e/ou agrupando termos semelhantes. Enfim, dependendo das variáveis mobilizadas na construção das equações, podemos mobilizar uma ou mais técnicas, dando origem às técnicas mistas.

Para justificar as técnicas caracterizadas acima a resolver equações do 1º grau com uma incógnita, foram identificadas e caracterizadas, a priori, as seguintes tecnologias: a) *Princípios de equivalência entre equações*: equações com as mesmas soluções ou raízes (θ_{PPE}); b) *Princípio aditivo*: quando aos dois membros de uma equação se adiciona (ou deles se subtrai) a mesma quantidade, obtém-se uma nova equação equivalente à primeira; c) *Princípio multiplicativo*: quando aos dois membros de uma equação se multiplica (ou deles se divide) a mesma quantidade (diferente de zero), obtém-se uma nova equação equivalente à primeira; d) *Propriedades das operações inversas em \mathfrak{R}* (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos (θ_{POI}): 1) Se a, b, c são números reais tais que $a + b = c$, então $a = c - b$; 2) Se a, b e c são números reais tais que $a \cdot b = c$, então $a = c \div b$, $b \neq 0$; 3) *Propriedades gerais da igualdade* (θ_{PGI}) ou lei do cancelamento: 1) Se

$a+b = a+c \Leftrightarrow b=c$; 2) Se $a.b = a.c \Leftrightarrow b=c$ com $a \neq 0$, 3) Propriedades distributivas (θ_{PDM}): Se k, a, b, c e d são números reais, então $k(a+b) = ka + kb$ e $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$.

Após apresentação e categorização das tarefas, bem como de suas tecnologias, analisamos duas coleções didáticas do 7º ano do Ensino Fundamental aprovadas nas avaliações do PNLD de 1999, 2002, 2005, 2008 e 2011. Assim, as coleções são *Matemática* de Imenes e Lellis e *Ideias e Desafios* de Iracema e Dulce. Apresentamos os principais resultados desse estudo comparativo quanto às duas coleções.

7. Principais resultados

Em outras instâncias (BARBOSA e LINS, 2011) discutimos alguns de nossos resultados. Aqui analisamos os principais resultados do estudo das organizações didáticas e das praxeologias matemáticas em dois livros didáticos do 7º ano, especificamente o capítulo de equações do 1º grau. Desse modo, utilizamos as categorias modelizadas a priori relativas às praxeologias matemáticas relativas ao subtipo de tarefa resolver equações do primeiro grau, em termos de subtipos de tarefas, técnicas e tecnologias:

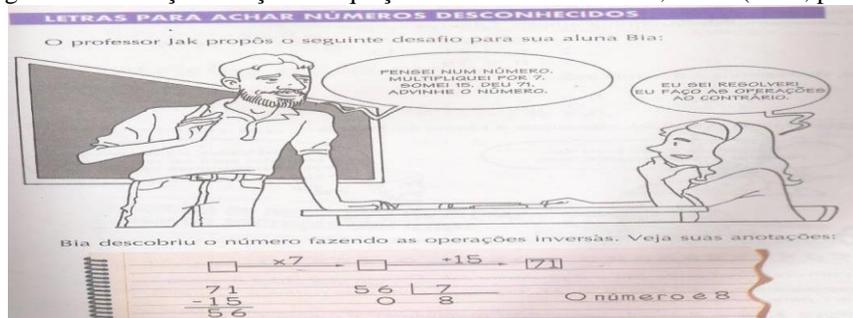
QUADRO 2: Comparativo entre dois livros aprovados no PNLD de 1999 quanto aos Subtipos de Tarefas. FONTE: Araujo (2009, p. 54).

Subtipos de tarefas	<i>Livro matemática</i>		<i>Livro ideias e desafios</i>	
	Técnica	Tecnologia	Técnica	Tecnologia
t1: $ax + b = c$	τ_{TTC}	θ_{POI}	τ_{TI}	Regras de propriedades operatórias
			$\tau_{NTC_ \tau_{TTC}}$	θ_{PEE} $\theta_{PGL_ PEE}$
t2: $A(x) = c$	$\tau_{DRE_ \tau_{TTC}}$	θ_{PDM}	τ_{TTC}	$\theta_{PGL_ PDM}$
				θ_{PGI}
t3: $a_1x + b_1 = a_2x + b_2$	τ_{NTC}	θ_{PGI}	$\tau_{ED_ DRE_ NTC}$	$\theta_{DRE_ PGI}$
t4: $A_1(x) = A_2(x)$	$\tau_{DRE_ NTC}$	$\theta_{PDM} / \theta_{PGI}$		$\theta_{DRE_ PEE}$

A coleção *Matemática* em relação à transposição das Praxeologias Matemáticas pontuais existentes em torno dos subtipos de tarefas referentes às resoluções de equações do 1º grau ocorreu em três momentos. *Primeiro momento*, introdução de um problema ou situação realizada para formar ou sistematizar a técnica eletiva para resolver a equação (subtipo de tarefa) procurada na situação, por meio da explicação do procedimento de

resolução. Além disso, nesse momento se enunciam as propriedades ou afirmações que integram os elementos tecnológicos que explicam ou justificam a técnica sistematizada.

Figura 1: Introdução a noção de equações do 1°. Fonte: Imenes; Lellis (1998, p.201)



O *segundo momento* destinado à *avaliação* dos elementos técnico-tecnológicos que surgem na situação e ocorrem nas seções denominadas *conversando sobre o texto*. Assim, nesse momento, o aluno tem chance de participar de maneira significativa de sua aprendizagem, pois é nele que os autores apresentam questionamentos que permitem ao aluno fazer indagações sobre os conceitos e procedimentos explorados no momento anterior.

Figura 2: Questionamentos sobre as resoluções de equações. Fonte: Imenes; Lellis (1998, p.211)

- Veja a conversa final entre Bia e o professor Jak. Dê sua opinião a respeito.
- Considere a sentença $3 \cdot x - 8 = 31$. Explique, com suas palavras, o que se deve fazer para achar o valor de x .
- Na sentença $3 \cdot x - 8 = 31$, começa-se desfazendo a subtração. Por que não se começou desfazendo a multiplicação?

O *terceiro momento* dedicado ao *trabalho da técnica*, indicado nas seções intituladas *problemas e exercícios*.

Concluimos ainda que, nessa coleção, a passagem de procedimentos aritméticos para procedimentos algébricos não é realizada de forma explícita, posto que os autores afirmam que há dois processos (técnicas) principais que podem ser agrupados para resolver equações. Os autores não deixam claro quais tipos de equações podem ser resolvidos utilizando-se das operações inversas e quais tipos só podem ser resolvidos efetuando a mesma operação nos dois membros da equação.

Na coleção *Ideias e Desafios*, a transposição das praxeologias matemáticas existentes em volta dos subtipos de tarefas referentes à resolução de equações do 1° grau se deram por meio de três momentos. *Primeiro momento*, introdução de um problema ou uma situação realizada para formar ou sistematizar a técnica eletiva para resolver a equação (subtipo de tarefa) procurada na situação, por meio de uma explicação do procedimento de resolução. No entanto, é nesse momento que se enunciam as propriedades ou afirmações

que integram os elementos tecnológicos que explicam ou justificam a técnica sistematizada.

Figura 3: Exercício para introduzir a noção de expressões algébricas.

EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Um empacotador embala 70 pacotes por hora. A quantidade de pacotes embalados por hora é registrada por um inspetor. De que modo ele pode fazer esse registro?

O inspetor poderá fazer esse registro, anotando o número de pacotes embalados conforme o número de horas decorridas.

Anotações:

1h	_____	70 pacotes
2h	_____	140 pacotes
3h	_____	210 pacotes
4h	_____	280 pacotes
⋮		



MULTIPLICANDO O NÚMERO DE HORAS POR 70, OBTENHO O NÚMERO DE PACOTES EMBALADOS.

Fonte: Iracema; Dulce (1998, p.95)

O *segundo momento* destinado à avaliação dos elementos técnico-tecnológicos, ocorrendo de forma implícita nos enunciados em 1999. Na avaliação de 2002 as autoras realizam de forma explícita a avaliação dos elementos técnico-tecnológicos.

Figura 4: Extrato com reflexos sobre equações. Fonte: Iracema; Dulce (2000, p.158)

Explorando o texto

- Na situação (A), o que foi feito com a igualdade $4 + 4 = 2 + 6$?
- Na situação (B), o que foi feito com a igualdade $4 + 4 = 2 + 6$?
- O que acontece com uma igualdade quando somamos (ou subtraímos) um número diferente de zero a ambos os membros?
- Utilize suas próprias palavras para explicar o princípio multiplicativo da igualdade.
- No quadro ao lado você tem uma igualdade. Divida os dois membros dessa igualdade por 8 e verifique se as novas expressões que você obteve nos dois membros são iguais.

$$6 \cdot (10 - 2) = 480 : 10$$

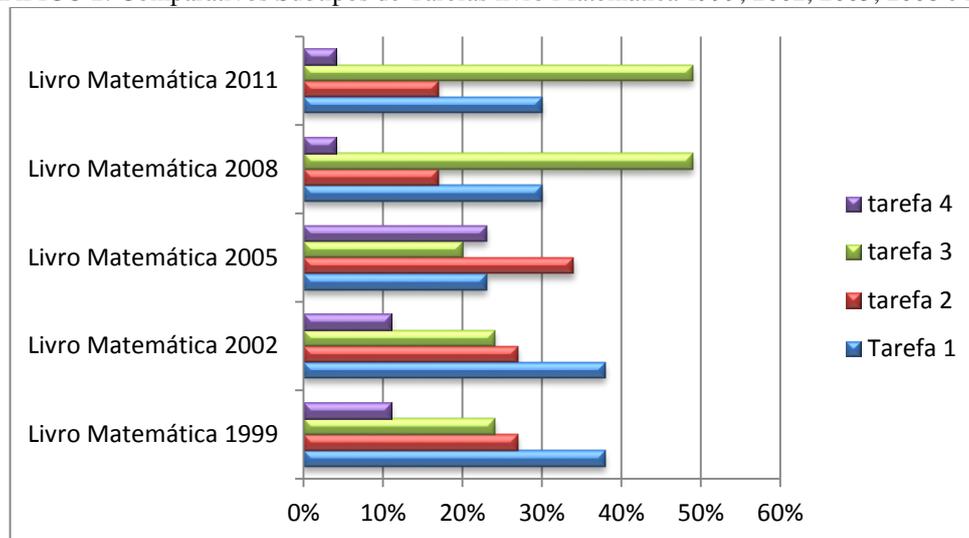
O *terceiro momento* dedicado ao trabalho da técnica, indicado nas seções *exercícios; exercícios complementares e problemas*.

Concluimos ainda que, nesta coleção, a transposição dos procedimentos aritméticos para os procedimentos algébricos não é realizada de forma explícita. As autoras indicam dois processos (técnicas): o processo geral para resolução de equações em que adota procedimentos para encontrar a raiz da equação e o outro processo em que a regra prática resumiria as etapas, isto é, isolar o x para o 1º membro invertendo os sinais dos coeficientes ou incógnitas.

No que concerne à *organização didática*, o mesmo se dá em dois momentos didáticos. O *primeiro*, denominado de *elaboração e sistematização* das técnicas, para resolver equações (subtipos de tarefas) exploradas nas situações introdutórias, realizadas por meio da explicação do processo de resolução. É nesse momento que se enunciam as propriedades ou afirmações que constituem os elementos tecnológicos que explicam ou justificam as técnicas sistematizadas. O *segundo*, denominado momento do *trabalho das técnicas*, ocorre através da realização de exercícios apresentados logo em seguida ao processo de sistematização.

O Gráfico abaixo apresenta o comparativo dos subtipos de tarefas do livro *Matemática* ao longo das avaliações do PNLD:

GRÁFICO 2: Comparativos Subtipos de Tarefas livro Matemática 1999, 2002, 2005, 2008 e 2011.



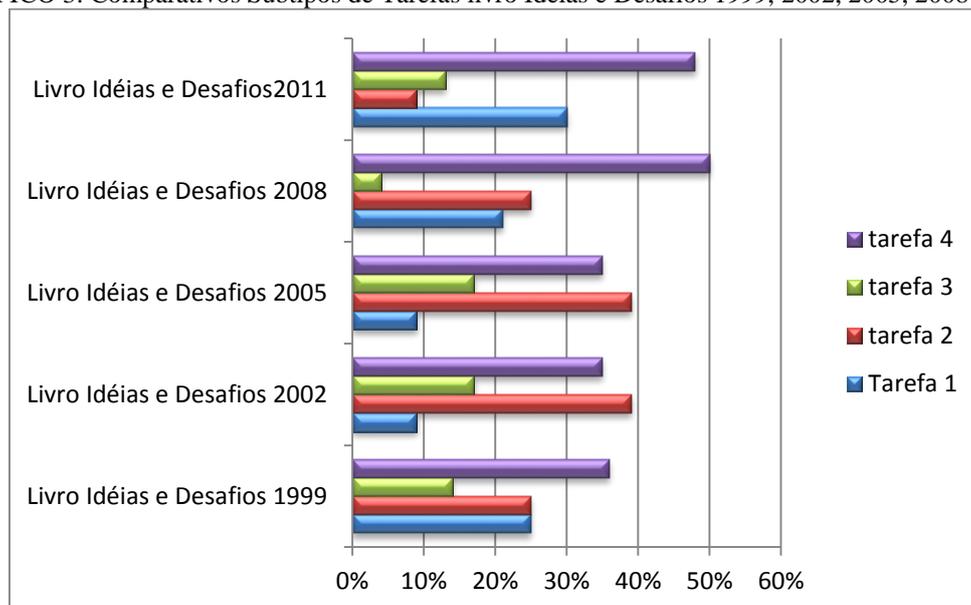
FONTE:Barbosa (2011, p.102)

Nas avaliações de 1999 e 2002, o destaque foi para tarefas t_1 perfazendo 38%. Na avaliação de 2005, passou a ser a t_2 referente a 34% e nas avaliações de 2008 e 2011 t_3 totalizando 49%. Desse modo, constatamos que essa coleção segue uma tendência de que a cada avaliação altera suas tarefas. Alguns motivos poderiam ser o tempo para avaliação dessa coleção pelo MEC, o custo da editora e as situações que foram propostas desde a primeira avaliação.

Nas avaliações de 1999 e 2002, essa coleção concentrava-se na tecnologia das propriedades de operações inversas perfazendo 26%. Em 2005 concentrava-se em duas tecnologias, sendo elas, propriedade distributiva da multiplicação/propriedades gerais da igualdade com 24%, e nas propriedades distributiva da multiplicação/propriedades de operações inversas, perfazendo 24%, totalizando 48%, quase metade das tecnologias utilizadas nesses capítulos. Em 2008 e 2011 concentrava-se na tecnologia das propriedades inversas referentes a 38%.

A seguir apresentamos o Gráfico 3 referente à coleção *Ideias e Desafios*:

GRÁFICO 3: Comparativos Subtipos de Tarefas livro Ideias e Desafios 1999, 2002, 2005, 2008 e 2011.



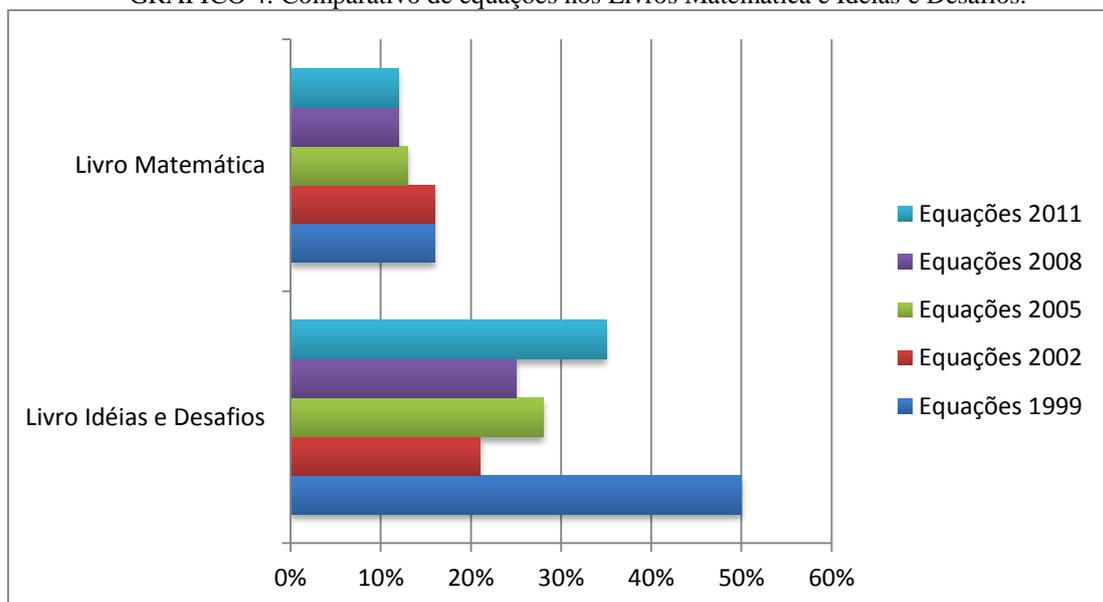
FONTE: Barbosa (2011, p.105)

Na primeira avaliação, em 1999, a técnica priorizada foi t_4 totalizando 36%. Nas avaliações de 2002 e 2005 passou a ser t_2 referente a 39%, priorizando t_2 e t_4 , representando 74% das tarefas propostas e passando a ter certo equilíbrio no início do capítulo com o final do capítulo. Em 2008, a técnica priorizada foi t_4 , perfazendo 50% das tarefas para esse capítulo, portanto não expressando um equilíbrio entre as tarefas. Em 2011, permaneceu a t_4 com 48% e, da mesma forma, não havendo equilíbrio entre as técnicas t_1 e t_4 , representando 78% das técnicas mobilizadas.

Na avaliação de 1999, essa coleção fez uso da tecnologia da propriedade distributiva da multiplicação e propriedades gerais da igualdade, da ordem de 32%. Já na avaliação de 2002, utilizavam-se as mesmas tecnologias, permanecendo com maior concentração nas propriedades distributivas da multiplicação/propriedades gerais inversa totalizando 44%. Em 2008, a tecnologia mais utilizada foi propriedade distributiva da multiplicação/propriedades gerais inversas perfazendo 54%, assim como em 2011 totalizando 61%, permanecendo com maior concentração nas propriedades distributivas da multiplicação/propriedades gerais inversas.

O Gráfico 4 mostra um comparativo das duas coleções relacionado aos quantitativos de equações formadas (exercícios) ao longo dos capítulos:

GRÁFICO 4: Comparativo de equações nos Livros Matemática e Ideias e Desafios.



FONTE: Barbosa (2011, p.116)

Ainda podemos inferir que as coleções passaram por mudanças no tocante ao quantitativo de exercícios. A coleção *Matemática*, desde a primeira avaliação, fazia uso de mais problemas relacionados a equações. A coleção *Ideias e Desafios* na avaliação de 1999 fazia uso de 50% de problemas e 50% de equações. Nas avaliações seguintes passou a fazer mais uso de problemas, ficando cerca de 25% de equações para serem resolvidas nos exercícios. Podemos destacar que a coleção *Ideias e Desafios* faz uso de mais equações, chegando a quase três vezes mais equações apresentadas que a coleção *Matemática*.

Considerações finais

Tomando como referência as coleções aprovadas nos PNLD de 1999, 2002, 2005, 2008 e 2011, esse trabalho de pesquisa nos permitiu concluir que as coleções analisadas desenvolvem trabalhos de elaboração e sistematização de diferentes técnicas para realizar os diferentes subtipos de tarefas relativos à resolução de equações do 1º grau. Todavia, tais coleções não justificam a existência dessas diferentes técnicas, assim, não deixam claro os limites ou potencialidades de cada técnica, além de não esclarecerem a distinção entre procedimentos aritméticos e algébricos.

As transposições didáticas realizadas nessas coleções relativas ao conceito de equação do 1º grau falham em não deixar clara transição dos métodos de resolução aritméticos para os métodos de resolução algébricos, assim como não realizar adequadamente a passagem da Aritmética para Álgebra, como também apontou Araujo (2009). As coleções *Matemática e Ideias e Desafios* definem equação do primeiro grau como sendo igualdades que contêm letras representando números desconhecidos, denominadas incógnitas, isto é, igualdades entre expressões algébricas. Em ambas as coleções o uso da metáfora da balança de dois pratos é utilizado nas demonstrações das técnicas e constante o uso de tal recurso em todas as avaliações.

Por fim, verificamos que as coleções não modificaram as *praxeologias matemáticas* ao longo das avaliações. Contudo, percebemos que os autores modificaram suas coleções em relação às *praxeologias didáticas*.

Referências

ARAÚJO, A. J. de. *O ensino de Álgebra no Brasil e na França: um estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático*. Tese de doutorado, UFPE, 2009.

BARBOSA, E.J.T. *Equação do Primeiro Grau em Livros Didáticos Sob a Ótica da Teoria Antropológica do Didático*. Dissertação de mestrado, UEPB. 2011.

BARBOSA E. J. T.; LINS A. F. (Bibi Lins). Equação do Primeiro Grau: um estudo das organizações matemática e didática. In: *Anais do XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recife, PE, junho de 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Infantil e Ensino Fundamental. *Guia de Livros Didáticos*. Brasília, DF, 1998, v. único, 5ª a 8ª séries. 599 p.

_____. Secretaria de Educação Infantil e Ensino Fundamental. *Guia de Livros Didáticos*. Brasília, DF, 2001, v. único, 5ª a 8ª séries. 412 p.

_____. Secretaria de Educação Infantil e Ensino Fundamental. *Guia de Livros Didáticos*. Brasília, DF, 2004, v.3, 5ª a 8ª séries. 212 p.

_____. Secretaria de Educação Infantil e Ensino Fundamental. *Guia de Livros Didáticos*. Brasília, DF, 2007, v.3, 5ª a 8ª séries. 148 p.

_____. Secretaria de Educação Infantil e Ensino Fundamental. *Guia de Livros Didáticos*. Brasília, DF, 2010, v.3, 6ª a 9ª séries. 96 p.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Séries) Matemática*. Brasília, DF, 1998. 142 p.

BRITO MENEZES, A.P.A. *Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6ª Série do Ensino Fundamental*. Tese de Doutorado, UFPE, 2006.

CALADO, J.J.G. *Compêndio de Álgebra*. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco, 1952.

CARVALHO, J. B. P; LIMA, P. F. *O uso da Coleção didático de Matemática*, v.17, p.137-169, Brasília. 2010.

CHEVALLARD, Yves, BOSCH, Mariana, GASCÓN, Josep. *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem*. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CHEVALLARD, Yves. Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions, in Dorier.J – L. Et al (eds) *Actes de la 1 lieme Ecole d'ete de didactique des mathematiques – corps* –21–30 Aout 2001, Grenoble : La Pensée Sauvage, pp 3–22.

_____. L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. In: *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 1999. p. 221-266.

_____. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathematiques: L'approche anthropologique. *Actes de l'U.E. de la Rochelle*, 1998.

_____. Le passage de l'arithmetique a l'algebre dans l'enseignement des mathematiques au college. Troisieme partie. In: *Petit X* n° 30, IREM de Grenoble, pp.5-38, 1990.

_____. Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collègue: l'évolution de la transposition didactique. In: *Petit X* n° 5, IREM, Grenoble, 1984.

COSTA, A. A.; DOS Anjos, A. O. *Compêndio de matemática*. Porto Editora, 1970.

CRUZ, Eliana da Silva. *A noção de variável em Livros Didáticos do Ensino Fundamental: Um estudo sob a ótica da Organização Praxeológica*. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

FREITAG, B.; Costa, W. F. Da & Mota, V. R. *O livro didático em questão*. São Paulo: Cortez Editora, 159p. 1993.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V.; CAVALCANTI, M. e MARQUES, M. Análise das atividades sobre representações gráficas nos livros didáticos de matemática. *Anais do 2º Simpósio Internacional de Educação Matemática –SIPEMAT*. UFRPE. 2008.

IMENES, L. M. *Matemática*. Imenes & Lellis. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Scipione, 1ª ed. 1998.

_____. *Matemática*. Imenes & Lellis. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Scipione, 2ª ed.2001.

_____. *Matemática para todos*. Imenes & Lellis. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Scipione, 3ª ed. 2004.

_____. *Matemática para todos*. Imenes & Lellis. Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano. São Paulo: Scipione, 2ª ed. 2006.

_____. *Matemática para todos*. Imenes & Lellis. Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano. São Paulo: Moderna, 1ª ed. 2009.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual do usuário. Brasília: *Em aberto*, Ano 16, n. 69, 1996.

MORI, I. *Matemática: idéias e desafios*. Iracema & Dulce. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Saraiva, 6ª ed. 1998.

_____. *Matemática: idéias e desafios*. Iracema & Dulce. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Saraiva, 9ª ed. 2000.

_____. *Matemática: idéias e desafios*. Iracema & Dulce. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Saraiva, 11ª ed. 2002.

_____. *Matemática: idéias e desafios*. Iracema & Dulce. Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano. São Paulo: Saraiva, 14ª ed. 2005.

_____. *Matemática: idéias e desafios*. Iracema & Dulce. Obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano. São Paulo: Saraiva, 15ª ed. 2009.

NOGUEIRA, R.C.S, A *Álgebra nos livros didáticos do ensino fundamental: Um análise praxeologica*. 2008. Dissertação de mestrado, UFMT.

OLIVEIRA, A. T. de C. C. de. Reflexões sobre a Aprendizagem da Álgebra. *Educação Matemática em Revista*. SBEM, n.º. 12, Ano 9, p.35-39, junho/2002.

PAIS, L. *Didática da Matemática: uma análise da influência Francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2. Ed., 2002. 128p

_____. *Ensinar e Aprender Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 152p

TELES, R.A.M. *A relação entre Aritmética e Álgebra na Matemática escolar: um estudo sobre a influência da compreensão das propriedades da igualdade e do conceito de operações inversas com números racionais na resolução de equações polinomiais do 1º grau*. Dissertação (Mestrado em Educação, 2002.). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2002.

Recebido em 29/5/2012

Aceito em 6/5/2013