

## Conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função: uma revisão de literatura

Professional knowledge of mathematics teachers and the concept of function: a literature review

VINÍCIUS PAZUCH<sup>1</sup>

ALESSANDRO JACQUES RIBEIRO<sup>2</sup>

### Resumo

*Este artigo apresenta uma revisão de literatura sobre o conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função. Trata-se de um estudo que se insere em uma pesquisa mais ampla, que tinha por temática investigar os conhecimentos mobilizados por professores, ao planejar e ao coproduzir aulas sobre o conceito de função. A estrutura deste texto é baseada em três questões-unidades de trabalho: (a) Quais referenciais teóricos aparecem nas pesquisas? (b) Quais compreensões acerca do conhecimento profissional docente as pesquisas nos mostram? (c) O que as pesquisas sobre conhecimento profissional docente nos comunicam, quando pensamos no conceito de função? Dentre os resultados que são aqui apresentados indica-se a convergência em torno de certos referenciais teóricos e metodológicos, o que aponta para a necessidade de exploração de novas fronteiras para a temática investigada nesta pesquisa.*

**Palavras-chave:** Formação de professores de Matemática, Ensino de Álgebra, Conceito de função, Pesquisas de levantamento.

### Abstract

*This article presents a literature review on the professional knowledge of mathematics teachers and the concept of function. This is a study that is part of a broader research, which had the theme to investigate the knowledge mobilized by teachers, when planning and coproducing classes about the concept of function. The structure of this paper is based on three work-units questions: (a) Which theoretical frameworks do appear in the researches? (b) What understandings of professional teacher knowledge do the researches show us? (c) What do the researches on professional teacher knowledge communicate to us when we think of the concept of function? Among the results presented here, the convergence around certain theoretical and methodological references is indicated, which points to the need to explore new frontiers for the thematic investigated in this research.*

**Keywords:** Mathematics Teacher Education, Teaching of Algebra, Concept of Function, Survey researches.

<sup>1</sup> Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Professor do Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da Universidade Federal do ABC (UFABC) – [vinicius.pazuch@ufabc.edu.br](mailto:vinicius.pazuch@ufabc.edu.br)

<sup>2</sup> Doutor em Educação Matemática. Professor do Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da Universidade Federal do ABC (UFABC) – [alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br](mailto:alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br)

## **Introdução: contextualizando o problema de pesquisa**

A formação de professores que ensinam matemática tem conquistado grande destaque na literatura de pesquisa nas últimas décadas, tanto no cenário brasileiro quanto no internacional, fenômeno que pode ser observado, por exemplo, pela amplitude de referências teórico-metodológicas desenvolvidas na/para esta subárea da Educação Matemática (GELLERT; HERNANDÉZ; CHAPMAN, 2013; PONTE, 2014; STAHNKE et al., 2016).

Alguns resultados de pesquisas que investigam os processos de ensino e de aprendizagem de Álgebra (CYRINO; OLIVEIRA, 2011; DORIGO; RIBEIRO, 2010; LIMA, 2007; PONTE; BRANCO; MATOS, 2009; PONTE; VELEZ, 2011; RIBEIRO, 2001; STEPHENS; RIBEIRO, 2012) fundamentam nosso entendimento não só de como os conhecimentos dos professores sobre Álgebra repercutem na aprendizagem dos estudantes, mas também da forma como eles a ensinam.

Em complemento, pesquisas envolvendo especificamente professores e o ensino de Álgebra (ATTORPS, 2003; BARBOSA; RIBEIRO, 2013; DOERR, 2004; FIGUEIREDO, 2007; LI, 2007; PONTE; BRANCO, 2013; RIBEIRO, 2012; RIBEIRO; CURY, 2015; RIBEIRO; OLIVEIRA, 2015) tendem a ratificar não apenas a conjectura levantada acerca da falta de articulação entre os conhecimentos algébricos e a prática do professor que ensina álgebra, como também o impacto desses conhecimentos e a aprendizagem em sala de aula.

Nessa perspectiva, considerando a problemática em torno da formação de professores que ensinam matemática e os conhecimentos profissionais docentes, em nosso caso, conhecimentos algébricos e geométricos, colocamos em discussão neste artigo os primeiros resultados de uma pesquisa<sup>3</sup> que visa investigar os conhecimentos algébricos e geométricos mobilizados por professores em relação aos processos de planejar e de ministrar aulas sobre o conceito de função na Educação Básica.

Um dos trabalhos fundamentais para as justificativas que nos levaram a escolher a referida temática para investigar é o de Ribeiro e Cury (2015), em que são apresentadas pesquisas sobre os conhecimentos algébricos de professores e de estudantes,

---

<sup>3</sup> Pesquisa desenvolvida em um estágio de Pós-Doutorado PNPd/Capes, na UFABC, junto ao Programa de Ensino e História das Ciências e da Matemática. O Estágio Pós-Doutoral foi realizado pelo primeiro autor, no período de Fevereiro/2016 a Novembro/2016, sob a supervisão do segundo autor.

especificamente acerca das dificuldades de abordagem e de aprendizagem do conceito de função.

Ribeiro e Cury (2015), assim como Sierpinska (1992) e McCrory et al. (2012), dentre outras pesquisas, sinalizam a viabilidade do estudo do conceito de função, que é fundamental para a formação de professores – especialmente para a compreensão de tópicos variados de Matemática, na modelagem de situações da vida real, na resolução de problemas de outras ciências e para o desenvolvimento do pensamento algébrico e funcional, que dá suporte à aprendizagem de outros assuntos na Matemática e em outras áreas do saber.

Outro aspecto que justifica a importância dessa pesquisa está no sentido de olhar para a prática do professor que ensina na Educação Básica. Ribeiro e Cury (2015) sugerem que “o uso” das práticas de sala de aula ancore as mudanças em cursos de formação inicial e continuada de professores em relação ao ensino de Álgebra. Os possíveis resultados dessa pesquisa podem contribuir para a construção de subsídios para a mudança nos cursos de formação, ainda pautados na apresentação formal de conteúdos matemáticos (RIBEIRO; CURY, 2015; ZUFFI; PACCA, 2002).

Os resultados deste artigo se tornaram subsídios de referência para análises de planejamentos e de aulas de professores sobre o conceito de função na Educação Básica, objetivo principal do projeto de pesquisa que originou a elaboração da discussão que abordamos neste texto.

O artigo inicia-se trazendo a descrição das escolhas metodológicas, para situar o leitor na nossa proposta, que busca desenvolver uma revisão sistemática de literatura, com vistas a identificar as diferentes compreensões acerca do conhecimento profissional do professor de matemática e do conceito de função. Seguimos, então, com uma primeira etapa de nossas análises, as quais, em um caráter mais descritivo, caracterizam as principais tendências teóricas e metodológicas nas pesquisas analisadas. Passamos, na seção seguinte, para uma análise mais aprofundada, buscando desvelar as pesquisas que tematizam os conhecimentos docentes e o conceito de função na Educação Básica, no intuito de compreender saturações, lacunas e tensões acerca do foco de investigação do projeto de pesquisa em desenvolvimento. Finalizamos o artigo com reflexões que temos considerado na continuidade dessa investigação e poderão servir de referência para estudos que circunscrevam temáticas semelhantes àquelas que investigamos.

## **Escolhas metodológicas: o percurso do estudo**

Realizamos uma investigação de levantamento de literatura. Assim, assumimos a importância de pesquisa com essa natureza, pois defendemos que a pesquisa de revisão “[...] é a modalidade de estudo que se propõe a realizar análise [...] e revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p.71). Realizamos um levantamento da literatura nacional e internacional, levando em consideração, essencialmente, os periódicos avaliados como B1, A2 e A1, no Webqualis, na área de Ensino, nos últimos dez anos (2006-2015). Elegemos dois eixos para agrupar os trabalhos selecionados para análise: (Eixo 1) Conhecimento Profissional do Professor de Matemática e o (Eixo 2) Conhecimento Profissional do Professor de Matemática e o Conceito de Função. Os descritores utilizados para o primeiro eixo foram: conhecimento matemático (mathematical knowledge) e/ou conhecimento do professor de matemática (teachers’ mathematics knowledge); e para o segundo eixo: conhecimento matemático (mathematical knowledge), conhecimento do professor de matemática (teachers’ mathematics knowledge) e conceito de função (concept of function). A justificativa para a escolha está em nosso foco de investigação, que se concentra no conhecimento profissional de professores de matemática, uma vez que pesquisamos sobre formação de professores e aspectos conceituais de Álgebra.

Dessa maneira, além dos artigos que compõem este escopo de busca, elegemos artigos e/ou capítulos de livro ou trabalhos em eventos constantemente discutidos pelos próprios artigos mencionados e que também apresentavam relação com a base teórica vinculada aos trabalhos de Shulman (1986, 1987), aperfeiçoada no âmbito da pesquisa em Educação Matemática pelos estudos de Ball e seus colaboradores. Justificamos essa escolha, pois adotamos os pressupostos teóricos desses autores na concepção de conhecimento profissional docente que assumimos ao longo do artigo.

O processo de análise dos artigos selecionados ocorreu a partir da elaboração de três questões norteadoras: (1) Quais referenciais teóricos aparecem nas pesquisas? (2) Quais compreensões acerca do conhecimento profissional docente as pesquisas nos mostram? e (3) O que as pesquisas sobre conhecimento profissional docente nos comunicam, quando se pensa no conceito de função? A primeira questão dialoga com os dois eixos, e é respondida por meio do uso de quadros. A segunda se refere ao Eixo 1 e é

respondida por meio de um processo descritivo. A terceira questão se refere ao Eixo 2 e é discutida com o uso de quadros.

O uso de quadros e das questões norteadoras foram ideias provindas da leitura de Stahnke, Schueler e Roesken-Winter (2016). Organizamos dessa forma, por compreendermos que o uso de quadros compila os dados dos artigos revisados de maneira mais dinâmica e panorâmica. O processo descritivo é uma forma de compreensão dos dados com certo detalhamento deles.

A partir dessa abordagem metodológica desenhada para o desenvolvimento desta fase do estudo, passamos a discutir cada uma das questões recentemente mencionadas e que constituem e dão sustentação ao corpus de análise apresentada nesse artigo.

## **Construindo as análises: discussão dos resultados da pesquisa**

### **Quais referenciais teóricos aparecem nas pesquisas?**

Nessa seção apresentamos sinteticamente as principais bases teóricas que fundamentam/sustentam os artigos analisados dentro dos eixos (i) conhecimento profissional do professor de matemática e (ii) conhecimento profissional do professor de matemática e o conceito de função. O Quadro 1 revela o enfoque analítico do primeiro eixo. Esse enfoque pincela os referenciais teóricos e situa o leitor nas principais bases teóricas que fundamentam os artigos selecionados e discutidos com mais profundidade nas próximas seções deste artigo.

Quadro 1: Conhecimento profissional do professor de matemática

<b>Artigo</b>	<b>Autores</b>	<b>Bases teóricas</b>	<b>Ano</b>
“Studying the mathematical knowledge needed for teaching: The case of teachers’ knowledge of reasoning and proof”	STYLIANIDES, A. J.; BALL, D. L.	- PCK - Shulman - MKT - Ball e colaboradores	2004
“Effects of teachers’ mathematical knowledge for teaching on student achievement”	HILL, H. C.; ROWAN, B.; BALL, D. L.	- PCK - Shulman - MKT - Ball e colaboradores	2005
“O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica”	MOREIRA, P.; DAVID, M.	- PCK - Shulman - Saberes docentes - Fiorentini et al.; - Saberes docentes - Tardif; - Conhecimento do professor - Moreira e David	2005
“Using a video-based curriculum to develop a	STOCKERO, S. L.	- PCK - Shulman	2008

reflective stance in prospective mathematics teachers”			
“A revised theorization of the relationship between teachers’ conceptions of mathematics and its teaching”	HOZ, R.; WEIZMAN, G.	- Crenças e concepções - Thompson - MKT - Ball e colaboradores	2008
“Content knowledge for teaching: What makes it special?”	BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G.	- PCK - Shulman - MKT - Ball e colaboradores	2008
“Pedagogical content knowledge - Useful concept or elusive notion”	GRAEBER, A.; TIROSH, D.	- PCK - Shulman - MKT - Ball e colaboradores	2009
“Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica”	SOUSA, M. C.	- Teoria da Atividade – Davidov	2009
“The knowledge quartet as an organising framework for developing and deepening teachers’ mathematics knowledge”	TURNER, F.; ROWLAND, T.	- PCK - Shulman - MKT - Ball e colaboradores	2011
“Determining specialised knowledge for mathematics teaching”	CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L. C.; MUÑOZ-CATALÁN, M. C.	- MKT - Ball e colaboradores	2013
“What teachers need to know to teach mathematics: An argument for a reconceptualised model”	HURRELL, D. P.	- PCK - Shulman - MKT - Ball e colaboradores	2013
“Horizon content knowledge: Shaping MKT for a continuous mathematical education”	FERNÁNDEZ, S.; FIGUEIRAS, L.	- PCK – Shulman - MKT - Ball e colaboradores	2014
“Definitions of mathematical knowledge for teaching: using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers”	SPEER, N. M.; KING, K. D.; HOWELL, H.	- MKT - Ball e colaboradores	2015
“Teachers’ perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research”	STAHNKE, R.; SCHUELER, S.; ROESKEN-WINTER, B.	- MKT - Ball e colaboradores	2016

Fonte: Elaborado pelos autores

Os principais referenciais teóricos estudados/discutidos em relação ao conhecimento profissional do professor de matemática se vinculam aos estudos do conhecimento pedagógico do conteúdo, no original, Pedagogical Content Knowledge (PCK)<sup>4</sup>, (SHULMAN, 1986, 1987); aos saberes docentes<sup>5</sup> (TARDIF, 2002; FIORENTINI et al., 1999); e aos trabalhos de Ball e seus colaboradores, no que tange ao conceito de Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), que tem sido traduzido para a língua portuguesa como Conhecimento Matemático para o Ensino<sup>6</sup>.

Entendemos ser relevante esclarecer que, muito embora as pesquisas realizadas por nosso grupo mantenham uma estreita relação teórica com os estudos de Ball e colaboradores, salientamos que esse conceito constitui um dos referenciais mais presentes e citados quando se analisam pesquisas acerca do conhecimento profissional docente no contexto da formação de professores que ensinam matemática.

Buscando focar no segundo eixo indicado anteriormente, trazemos no Quadro 2, sinteticamente, as principais bases teóricas do eixo do conhecimento profissional do professor de matemática e o conceito de função.

Quadro 2: Conhecimento profissional do professor de matemática e o conceito de função

Artigo	Autores	Bases teóricas	Ano
“O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências”	ZUFFI, E. PACCA, J. L. A.	- Linguagem matemática - Anghileri (1995); - Produção de significados - Vygotsky (1981, 1989a, 1989b); - Imagem conceitual - Vinner (1991).	2002
“The role of representation in teacher understanding of function”	THOMAS, M.	- MKT - Ball e McDiarmid (1990); - PCK - Shulman (1986); - Imagem conceitual - Vinner (1983); - Conceito - Akkoc e Tall (2002).	2003
“Funções: significados circulantes na formação de professores”	CARNEIRO, V. C.; FANTINEL, P. C.; SILVA, R. H.	- Modelo Teórico dos Campos Semânticos – Lins (1994),	2003
“Preservice teachers’ view on $y = x + 5$ and $y = \pi x^2$ expressed through the utilization of concept maps: a study of the concept of function”	HANSSON, O.	- Conhecimento - Goldin (2002); Hiebert e Carpenter (1992); Ausubel (2000); - Imagem conceitual - Alto e Vinner (1981).	2005
“A ressignificação do conceito de função na formação inicial do	LIMA, L.; PONTES, M. G. O.	- O conceito de função – Dirichlet; - Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.	2009

<sup>4</sup> Essa noção teórica será discutida na próxima seção.

<sup>5</sup> “Pode-se definir o saber docente como um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais” (TARDIF, 2002, p.36).

<sup>6</sup> O Conhecimento Matemático para o Ensino se constitui em um conjunto de conhecimentos relacionados aos aspectos específicos e pedagógicos envolvidos nos processos de ensinar e de aprender matemática.

professor de matemática”			
“Função: o professor conhece este conceito?”	GARCIA, V. C.	- Conhecimento profissional docente - Shulman (1986); - Conhecimento do professor de Matemática - Chapman, 2007; Cury, 2001; D’Ambrosio e D’Ambrosio, 2007; Hansson, 2006; Hill, Rowan e Ball, 2005; Lellis, 2002; Ma, 1999; Moreira e Soares, 2005; Silverman, 2005; Silverman e Thompson, 2005; - Conceito de função - Caraça (1998); - Concepções sobre o conceito de função - Carlson, Oehrtman e Thompson (2007).	2009
“Conhecimentos de professores da educação básica sobre o conceito de função”	BISOGNIN, E; BISOGNIN, V.; CURY, H.	- Concepções sobre o conceito de função - Evangelidou et al. (2004)	2010

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os principais referenciais teóricos ressaltados pelas pesquisas sobre o conhecimento profissional do professor de matemática e o conceito de função contemplam alguns focos teóricos específicos, a saber: a linguagem matemática, o próprio conceito de função, as concepções sobre o conceito de função, a própria natureza epistemológica do conhecimento, a imagem conceitual, a produção de significados, o MKT, o PCK, dentre outros. A abordagem analítica, realizada por meio de quadros, é, posteriormente, ampliada por uma análise descritiva, com mais profundidade e discussão/reflexão teórica nas próximas seções.

A partir do olhar geral e analítico para os dois eixos: conhecimento profissional do professor de matemática (1) e conhecimento profissional do professor de matemática e o conceito de função (2), passamos a descrever/interpretar/estabelecer conexões entre as compreensões acerca do conhecimento profissional docente encontradas nos trabalhos selecionados. Dito de outra forma, essa seção focaliza os artigos selecionados e seus principais referenciais teóricos. E as próximas seções debatem as principais contribuições desses referenciais em consonância com as investigações no contexto da formação de professores que ensinam matemática, nas esferas da formação inicial, da continuada, da prática docente, dos conhecimentos, saberes e/ou concepções.

## **Quais compreensões acerca do conhecimento profissional docente as pesquisas nos mostram?**

A discussão sobre o conhecimento profissional docente no âmbito da Educação Matemática é uma das tendências atuais de investigação. Nesta seção, pretendemos pontuar, de forma cronológica, aspectos do conhecimento profissional do professor de matemática, que embasam nossa perspectiva metodológica escolhida para este artigo e dialogam com ela. Não temos a intenção de esgotar essa discussão, mas buscamos, essencialmente, mostrar compreensões que circulam no âmbito da formação de professores que ensinam matemática, as quais, em nossa visão, se complementam e avançam a discussão dos conhecimentos mobilizados ou construídos pelos professores que ensinam matemática.

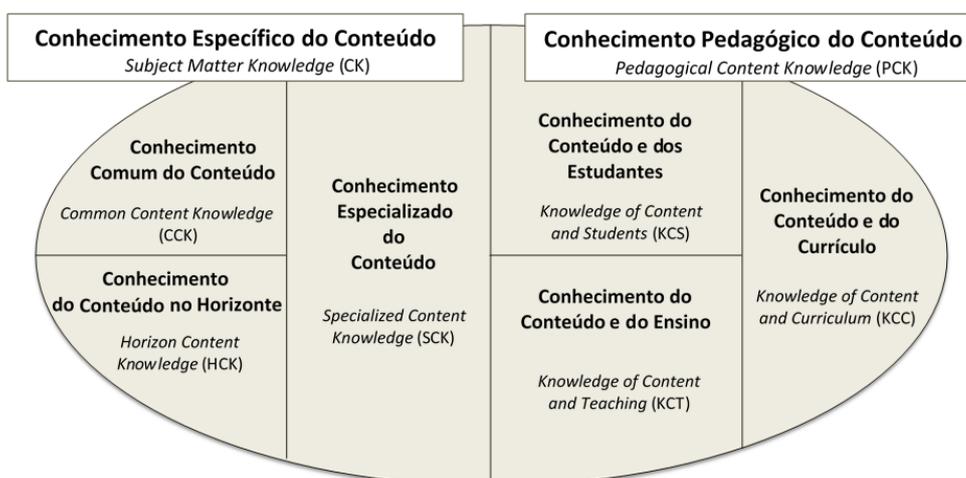
A compreensão acerca do conhecimento pedagógico do conteúdo desenvolvida por Shulman (1986, 1987) culminou na discussão do conhecimento profissional docente na pesquisa em Educação Matemática. Antes de adentrarmos na discussão do conhecimento profissional do professor de matemática, caracterizamos o PCK, a partir de Shulman (1986), o qual é amálgama de conteúdo e pedagogia, unicamente constituído para o trabalho dos professores, como uma forma especial de conhecimento profissional. Uma discussão da trajetória do PCK é apresentada, em detalhes, por Graeber e Tirosh (2009), perpassando a inclusão de novas noções teóricas e a introdução do MKT, por Ball e seus colaboradores.

Dentre os artigos selecionados e analisados de forma descritiva na seção anterior sobre o conhecimento profissional de professores de matemática, destacamos aqueles cujas noções teóricas de Shulman são amplamente referenciadas (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARILLO et al., 2013; GRAEBER; TIROSH, 2009; HILL; ROWAN; BALL, 2005; HOZ; WEIZMAN, 2008; HOWELL, 2015; HURRELL, 2013; FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014; MOREIRA; DAVID, 2005; SPEER; KING; STOCKERO, 2008; STYLIANIDES; BALL, 2004; TURNER; ROWLAND, 2011).

Clarificamos que faremos uma análise mais aprofundada e reflexiva dos principais autores (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARILLO et al., 2013; FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014; TURNER; ROWLAND, 2011) que compartilham, ampliam e aprofundam compreensões do conhecimento profissional do professor que ensina matemática num mesmo sentido do trabalho desenvolvido por Shulman. Para iniciarmos, apresentamos o esquema proposto por Ball, Thames e Phelps (2008) sobre o

conhecimento matemático para o ensino. Esse modelo agrega uma série de noções teóricas que buscam contribuir com os conhecimentos dos professores considerados relevantes e/ou necessários para ensinar matemática.

Figura 1: Conhecimento matemático para o ensino



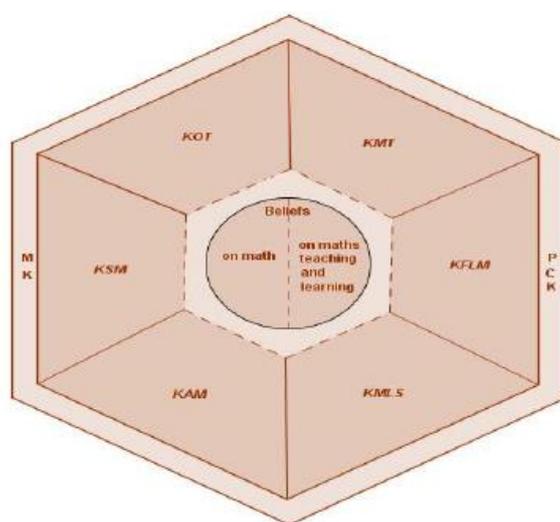
Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403)

Esse esquema comporta dois conjuntos de conhecimentos: Conhecimento Específico do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. O primeiro se refere essencialmente ao conteúdo matemático a ser ensinado. O segundo remete ao modo como esse conteúdo pode ser ensinado, contemplando o currículo, os estudantes e as próprias relações entre estes e o conteúdo matemático.

Sinteticamente, Conhecimento Comum do Conteúdo é o conhecimento matemático usado em contextos além do ensino. A capacidade de reconhecer uma resposta com erros matemáticos é um exemplo. Já, tratar desses erros e compreender a natureza matemática dos mesmos, recorreremos ao Conhecimento Especializado do Conteúdo, ou seja, é o conhecimento matemático vinculado unicamente ao ofício do ensino de matemática. É um tipo de conhecimento matemático que normalmente não é usado para outros fins além do ensino; Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes engloba o conhecimento sobre os estudantes e sobre o saber matemática. Os professores devem, por exemplo, ser capazes de antecipar o que os estudantes estão propensos a pensar e o que e quando eles encontrarão dificuldades acerca de um determinado conteúdo; Conhecimento do Conteúdo e do Ensino combina o saber sobre o ensino e sobre matemática. Muitas das tarefas matemáticas de ensino exigem um conhecimento matemático da organização dos conteúdos específicos para o ensino, como por exemplo,

o uso de recursos digitais para a abordagem do conceito de função em sala de aula; Conhecimento do Conteúdo e do Currículo é um subdomínio do conhecimento pedagógico do conteúdo, que permite ao professor conhecer os conteúdos específicos que compõem os currículos que circulam no ambiente escolar; e o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte é o conhecimento matemático que possibilita ao professor saber como os tópicos matemáticos são construídos conceitualmente ao longo do currículo. Salientamos que esses dois conjuntos, como apontam os próprios autores do modelo teórico, dialogam entre si, e as seis separações/classificações necessitam ser encaradas como formas de organização dos conhecimentos que circulam nos processos de ensinar e aprender matemática, e não como uma tipologia sem vínculo com a prática docente. Tendo como pano de fundo a prática docente, Carillo et al. (2013) problematizam as discussões realizadas pelos trabalhos de Ball e seus colaboradores em relação ao conhecimento matemático para o ensino e discutem uma reformulação na organização do modelo de conhecimentos organizado por aqueles autores (Figura 1). Na sequência, apresentamos a proposta de Carillo et al. (2013), a qual busca focar o conhecimento dos professores de matemática de outra perspectiva (Figura 2). Enquanto Ball, Thames e Phelps (2008) tratam o conhecimento especializado do conteúdo, anterior à prática docente, como parte do conhecimento dos professores, essa nova proposta sugere tratar do próprio Conhecimento Especializado dos Professores de Matemática, provindo da prática docente, o que os autores nomeiam de ‘mathematics teachers’ specialised knowledge’ (MTSK).

Figura 2: Conhecimento especializado dos professores de matemática (MTSK)



Fonte: Carillo et al. (2013, p.5)

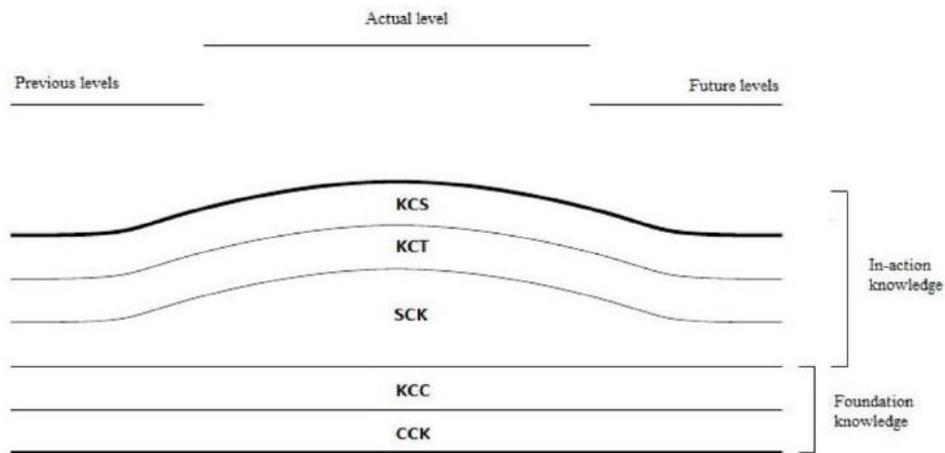
Os autores também organizaram o esquema em dois eixos: Conhecimento Matemático (Mathematical Knowledge - MK) – e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (Pedagogical Content Knowledge - PCK). O primeiro eixo, conhecimentos/crenças sobre matemática (beliefs on math), os autores dividem em três elementos de conhecimentos: conhecimento de tópicos (matemáticos) (Knowledge of topics - KOT); conhecimento das estruturas matemáticas (Knowledge of the structure of mathematics - KSM); e conhecimento sobre matemática (Knowledge about mathematics - KAM).

No segundo eixo, conhecimentos/crenças sobre o ensino e a aprendizagem de matemática (beliefs on maths teaching and learning), os elementos que se referem ao Conhecimento Pedagógico de Conteúdo são os seguintes: conhecimento de recursos de aprendizagem matemática (Knowledge of Features of Learning Mathematics - KFLM); conhecimento do ensino de matemática (Knowledge of Mathematics Teaching - KMT); e conhecimento de padrões de aprendizagem matemática (Knowledge of Mathematics Learning Standards - KMLS).

Carillo et al. (2013) buscam se distanciar da ideia do conhecimento matemático para o ensino e tentam pensar no conhecimento dos professores de matemática, que só faz sentido para os professores, ou seja, a natureza especializada define todo o conhecimento em consideração. Para os autores, discutir os novos elementos do MTSK deve permitir que esse conhecimento seja diferenciado do conhecimento pedagógico geral (conhecimento da pedagogia e psicologia, que também faz parte do conhecimento profissional de professores de matemática), a partir do conhecimento especializado de professores de outras disciplinas e do conhecimento especializado de outros profissionais de matemática.

Fernández e Figueiras (2014) também usam o trabalho de Ball e seus colaboradores para discutir o Conhecimento Matemático no Horizonte (Horizon Mathematical Knowledge - HCK), que é um dos subdomínios do conhecimento matemático para o ensino proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), e consideram o HCK não como um subdomínio do MKT, mas como um conhecimento matemático que molda o MKT de um ponto de vista da educação matemática contínua (Figura 3).

Figura 3: HCK – Conhecimento do Conteúdo no Horizonte



Fonte: Fernández e Figueiras (2014, p.16)

O “[...] HCK é um conhecimento matemático específico para a prática de ensino que requer tanto uma perspectiva longitudinal dos tópicos matemáticos como a capacidade de comunicar essa perspectiva na prática docente<sup>7</sup>” (FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014, p.15, tradução nossa). Na Figura 3, o esquema proposto por Fernández e Figueiras (2014) desvela uma característica temporal do HCK, o que influencia os conhecimentos em ação (In action knowledge), constituídos, no âmbito da ação docente, nas relações entre professor, estudantes e conteúdo matemático, pelo Conhecimento Especializado do Conteúdo (Specialized Content Knowledge - SCK), pelo Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (Knowledge of Content and Teaching - KCT) e pelo Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (Knowledge of Content and Students - KCS). Portanto, o HCK se relaciona com os conhecimentos em ação e os modifica; e é independente dos conhecimentos de fundação, o Conhecimento Comum do Conteúdo (Common Content Knowledge - CCK) e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (Knowledge of Content and Curriculum - KCC).

Na mesma perspectiva, ao olhar para as limitações do conhecimento dos professores, Turner e Rowland (2011) citam os trabalhos de Ball e seus colaboradores e constituem um conjunto de conhecimentos (Figura 4) que pode permitir a análise de conhecimento do conteúdo matemático por meio de situações de ensino em que o conhecimento é

<sup>7</sup> “[...] HCK is a mathematical knowledge specific for the teaching practice that requires both a longitudinal perspective of the mathematical topics and also the ability to communicate this perspective in the teaching practice”.

mobilizado, diferentemente da perspectiva discutida pelo conhecimento matemático para o ensino.

Segundo Turner e Rowland (2011), o conjunto de conhecimentos denominado “*The Knowledge Quartet*”<sup>8</sup> fornece uma estrutura para análise do conhecimento do conteúdo matemático. Essa análise sugere “percepções” de professores quando eles estão reunidos na prática, de modo que a distinção entre os diferentes tipos de conhecimento matemático é de menor importância do que a classificação das situações em que o conhecimento matemático se aplica ao ensino.

Figura 4: *The Knowledge Quartet*



Fonte: Elaborada pelos autores

O “The Knowledge Quartet” foi constituído por meio (i) de discussões de aula com foco no conteúdo matemático das aulas, (ii) do papel do conhecimento do conteúdo (SMK) de estagiários de matemática e (iii) da influência do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK). Dessa forma, foram estabelecidos alguns “códigos” ou aspectos que constituem as quatro dimensões – fundamento, transformação, conexões e contingência. Sinteticamente, as quatro dimensões permitem realizar a análise do conhecimento profissional do professor de matemática e se organizam da seguinte forma: (1) fundamento engloba: consciência de propósitos; identificação de erros; conhecimento notório do conteúdo; fundamentos subjacentes da pedagogia; uso de terminologia; uso de livros didáticos; dependência dos procedimentos; (2) transformação inclui: demonstrações feitas pelos professores; uso de materiais instrucionais; escolha de

<sup>8</sup> Optamos pela manutenção da expressão em Língua Inglesa, assim como temos observado em outros trabalhos que se utilizam do mesmo referencial.

representações; escolha de exemplos; (3) conexões abarcam: conexões entre processos; conexões entre conceitos; antecipação da complexidade; decisões sobre sequências; reconhecimento da adequação do conceito; e (4) contingência abrange: respostas às ideias dos estudantes; aproveitamento de oportunidades; desvio da agenda planejada; insight dos professores (TURNER; ROWLAND, 2011).

Ao olhar para o conhecimento profissional do professor de matemática, no contexto brasileiro, Moreira e David (2005) tratam da dicotomia entre a formação específica e a formação pedagógica, essencialmente, presente nos cursos de Licenciatura em Matemática. Segundo os autores, a ideia dominante é a de que o conhecimento matemático é um amontoado de fatos, sem conexões e sem o formato de uma teoria. A formação matemática na licenciatura é orientada pelos valores conceituais e estéticos da matemática científica. Sendo assim, “a articulação do processo de formação na licenciatura com a prática escolar é então concebida como uma tarefa a ser executada a partir do exterior da formação matemática” (MOREIRA; DAVID, 2005, p.59 – grifo dos autores).

Sousa (2009), por sua vez, ao tratar do conhecimento matemático do professor, defende que este possa pesquisar sobre a perspectiva lógico-histórica dos conceitos que fundamentam os conteúdos matemáticos e tenha a oportunidade de pensar como uma informação histórica pode se tornar em uma atividade de ensino. A autora sugere que os cursos de formação continuada promovam a vivência, a reflexão e a elaboração de tarefas de ensino.

As compreensões do conhecimento profissional do professor de matemática se configuram amplamente sob a ótica do MKT. As noções discutidas por Ball, Thames e Phelps (2008), Carillo et al. (2013), Fernández e Figueiras (2014) e Turner e Rowland (2011) são contempladas nas pesquisas de outros autores listados na revisão de literatura (Quadro 1). Ou seja, as ideias do MKT são testadas, usadas e refletidas com professores de matemática (HILL; ROWAN; BALL, 2005; HOZR; WEIZMAN, 2008; HURRELL, 2013; SPEER; KING; HOWELL, 2015; STOCKERO, 2008; STYLIANIDES; BALL, 2004).

Uma vez delimitados os principais referenciais teóricos considerados nas pesquisas analisadas, na próxima seção, discutiremos - dentre as pesquisas que analisamos na revisão de literatura - os focos de investigação; as escolhas metodológicas; e os resultados de estudos que contemplam o conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função em contextos de formação inicial e/ou continuada.

## O que as pesquisas sobre conhecimento profissional docente nos comunicam, quando pensamos no conceito de função?

Ao olharmos para os artigos delimitados para a revisão de literatura, elegemos três fios condutores dos aspectos selecionados para análise: questões de investigação ou objetivos (o quê?), procedimentos metodológicos (como?) e resultados (para quê?). Esses aspectos podem sintetizar as contribuições dos artigos sobre o conhecimento profissional do professor de matemática em relação ao conceito de função. Os quadros apresentados no decorrer das subseções a seguir são sínteses relativas a esses três aspectos. Essas sínteses compilam o que pensam os autores dos artigos delimitados para a revisão de literatura. Procuramos, ao organizar os referidos quadros, apresentar as ideias dos autores em suas próprias palavras, deixando as interpretações e as análises para serem desenvolvidas “fora” do espaço dos quadros, no escopo do texto que se segue a eles.

Em relação ao primeiro aspecto – questão de investigação ou objetivos –, organizamos pontos comuns, divergências e tendências mais frequentes. Ao tratar do conhecimento profissional do professor e do conceito de função, apresentamos pesquisas que retratam a formação de professores em duas instâncias, apresentadas logo a seguir, no Quadro 3: na formação de professores em serviço (BISOGNIN; BISOGNIN; CURY, 2010; ZUFFI; PACCA, 2002) e na formação inicial de professores (CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003; GARCIA, 2009; HANSSON, 2005; LIMA; PONTES, 2009; THOMAS, 2003).

Quadro 3: conhecimento profissional do professor de matemática e o conceito de função - focos de estudo

Artigo	Autores	Questões de investigação ou objetivos	Ano
“O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências”	ZUFFI, E. ; PACCA, J. L. A.	Qual é a conceituação que o professor quer construir para as funções? Qual é a que ele verdadeiramente constrói, ao efetivar o uso da linguagem matemática de uma maneira característica do Ensino Médio?	2002
“The role of representation in teacher understanding of function”	THOMAS, M.	Esta pesquisa buscou compreender o pensamento mais potencial dos professores sobre as funções e sua relação com as representações de função e o conceito formal <sup>9</sup> .	2003
“Funções: significados	CARNEIRO, V.	Que significados são atribuídos ao	2003

<sup>9</sup> This research sought to understand further prospective teachers' thinking about functions and its relationship to function representations and the formal concept.

circulantes na formação de professores”	C.; FANTINEL, P. C.; SILVA, R. H.	objeto “função”, durante a formação de professores de Matemática, no curso de Licenciatura, da UFRGS? Objetivos: identificar e descrever diferentes significados produzidos e circulantes, no interior do Curso de Licenciatura, para a noção de “função”.	
“Preservice teachers’ view on $y = x + 5$ and $y = \pi x^2$ expressed through the utilization of concept maps: a study of the concept of function”	HANSSON, O.	O objetivo do presente estudo é examinar a compreensão conceitual de futuros professores da função em relação à $y = x + 5$ e $y = \pi x^2$ através da utilização de mapas conceituais <sup>10</sup> .	2005
“A ressignificação do conceito de função na formação inicial do professor de matemática”	LIMA, L.; PONTES, M. G. O.	Descrever como os alunos, na formação inicial em Matemática ressignificam o conceito de função a partir da reflexão do conceito formalizado e aplicado em situação problema.	2009
“Função: o professor conhece este conceito?”	GARCIA, V. C.	[...] quais os conhecimentos de Matemática necessários para o professor ensinar? Quais são os conhecimentos a respeito de função necessários para o professor ensinar? E qual é o conhecimento desejável do ponto de vista da escola? Os conhecimentos de função produzidos no Curso de Licenciatura são os conhecimentos necessários? Que intervenções podem ser feitas para contribuir com a aprendizagem de funções na licenciatura?	2009
“Conhecimentos de professores da educação básica sobre o conceito de função”	BISOGNIN, E; BISOGNIN, V; CURY, H.	O que sabem sobre funções os professores em exercício? Objetivo: avaliar como os docentes de um grupo que cursa mestrado em ensino de Matemática definem uma função e como identificam funções dentre relações dadas por leis, gráficos ou tabelas.	2010

Fonte: Elaborado pelos autores

Os pontos comuns que identificamos nos artigos analisados se concentram na compreensão do conceito de função por parte dos professores, seja na formação inicial ou na formação em serviço. Ao mesmo tempo, as divergências se mostram por meio dos conceitos de ressignificação do conceito de função; dos significados atribuídos a esse conceito; do que os professores sabem/conhecem sobre funções; e dos saberes

<sup>10</sup> The purpose of the current study is to examine preservice teachers’ conceptual understanding of function in relation to  $y=x+5$  and  $y=\pi x^2$  through the utilization of concept maps.

necessários para o professor que ensina funções. Isto é, a natureza dos focos de pesquisa se diferencia essencialmente pelas opções epistemológicas e teóricas.

No Quadro 4, apresentamos os processos metodológicos dos artigos, mostrando a natureza da pesquisa, os instrumentos de coleta/produção de dados, as escolhas analíticas e o cenário de investigação, contemplando os sujeitos/colaboradores/participantes e os recursos usados na processualidade metodológica dos artigos em questão.

Quadro 4: Conhecimento Profissional do Professor de Matemática e o Conceito de Função – enfoque metodológico

Artigo	Autores	Processos metodológicos	Ano
“O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências”	ZUFFI, E. ; PACCA, J. L. A.	- A observação da prática pedagógica de três professores de Matemática do Ensino Médio, ao usarem a linguagem matemática no ensino de “funções”; - Categorização representativa das concepções dos professores a partir das formas de expressão usadas junto aos estudantes.	2002
“The role of representation in teacher understanding of function”	THOMAS, M.	- Uma análise de estudo de caso com um grupo de 34 professores estagiários de matemática na Universidade de Auckland. A formação de professores nesta instituição é um programa de pós-graduação e estudam um componente substancial de matemática e também realizam estágios. - Cada um dos professores respondeu um questionário com 13 perguntas.	2003
“Funções: significados circulantes na formação de professores”	CARNEIRO, V. C.; FANTINEL, P. C.; SILVA, R. H.	- Analisa a produção de significados em dois contextos diferentes: leitura e análise de material indicado ou produzido pelos professores do Curso e informações de alunos formandos.	2003
“Preservice teachers’ view on $y = x + 5$ and $y = \pi x^2$ expressed through the utilization of concept maps: a study of the concept of function”	HANSSON, O.	- Os futuros professores participantes do estudo estavam no terceiro ano de um programa de formação docente de quatro anos e meio, com especialidade em matemática e ciências. - Os futuros professores construíram dois mapas conceituais para as duas fórmulas matemáticas.	2005
“A resignificação do conceito de função na formação inicial do professor de matemática”	LIMA, L.; PONTES, M. G. O.	- A pesquisa realizada entre junho e outubro de 2007, caracterizada como Estudo de Caso, trabalha com 4 alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UECE durante 22 encontros. - Para este trabalho é destacado o encontro que discute a relação de	2009

		<p>dependência entre variáveis e suas condições inerentes: existência e unicidade.</p> <p>- Utiliza-se como estratégia de análise a triangulação metodológica por meio da comparação dos dados obtidos utilizando-se como instrumentos: vídeos, protocolos escritos e conceito teórico de função.</p>	
“Função: o professor conhece este conceito?”	GARCIA, V. C.	<p>- Discussão teórica sobre os significados de função na escola e em um curso de licenciatura;</p> <p>- Apresentação de experiências de ensino, planejadas para ampliar o conhecimento a respeito de função;</p> <p>- Encaminhamento de uma proposta de ensino com objetivo de ampliar o conhecimento de função criando conexões com outros contextos e oferecendo outros tipos de problemas e de representações. A proposta inclui três tópicos:</p> <p>1) introdução às funções complexas com transformações geométricas euclidianas;</p> <p>2) funções do plano nele mesmo com transformações euclidianas e não euclidianas;</p> <p>3) introdução à topologia para relacionar função com transformações que não têm qualquer forma de representação.</p> <p>- Essa proposta pode ser desenvolvida como atividade de extensão, presencial ou a distância, tanto na formação inicial quanto continuada.</p> <p>- O minicurso para introduzir funções complexas e transformações geométricas, disponível em Garcia, Fronza e Soares (2005), foi aplicado em diferentes ocasiões para professores e licenciandos.</p> <p>- O minicurso para introduzir funções do plano nele mesmo desenvolveu-se com a utilização do <i>software</i> Geogebra e foi criado como uma Engenharia Didática, tendo por público-alvo apenas licenciandos. O relato encontra-se em Garcia, Cunha e Moraes (2008).</p>	2009
“Conhecimentos de professores da educação básica sobre o conceito de função”	BISOGNIN, E; BISOGNIN, V; CURY, H.	<p>- Foi aplicado para 13 professores de Matemática, alunos de um curso de mestrado em ensino de Matemática, o teste utilizado por Clement (2001);</p> <p>- Após a aplicação do teste, as respostas dos mestrandos foram</p>	2010

		fotocopiadas e, para cada questão do teste, realizou-se a unitarização e categorização das produções dos mestrandos.	
--	--	--	--

Fonte: Elaborado pelos autores

Os artigos analisados apresentam algumas particularidades e também multiplicidades de instrumentos de coleta/produção de dados. As particularidades são reveladas por Garcia (2009), que faz uma revisão teórica sobre o conceito de função na escola de Educação Básica e no curso de Licenciatura em Matemática, encaminhando uma proposta de estudo do conceito de função para professores e licenciandos (GARCIA; FRONZA; SOARES, 2005) e outra para licenciandos (GARCIA; CUNHA; MORAES, 2008). Essas propostas resultam da discussão teórica empreendida por Garcia (2009) e difere dos demais artigos, pois não há análise de dados empíricos.

As multiplicidades de instrumentos de coleta/produção de dados são apresentadas por meio do uso de questionários (BISOGNIN; BISOGNIN; CURY, 2010; THOMAS, 2003), vídeos e protocolos de resoluções de questões (LIMA; PONTES, 2009), observação da prática pedagógica (ZUFFI; PACCA, 2002), construção de mapas conceituais (HANSSON, 2005); e leitura e análise de materiais discutidos em contextos de formação continuada (CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003).

A partir da apresentação dos focos de investigação (Quadro 3) e de aspectos dos processos metodológicos dos artigos (Quadro 4), passamos a discutir alguns dos resultados produzidos pelas referidas pesquisas, e os apresentamos a seguir, no Quadro 5.

Quadro 5: Conhecimento Profissional do Professor de Matemática e o Conceito de Função – resultados

Artigo	Autores	Resultados	Ano
“O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências”	ZUFFI, E.; PACCA, J. L. A.	- [...] muitas ideias a respeito do conceito de função não ficavam explícitas na expressão dos professores através da linguagem matemática, em sala de aula: as noções de correspondência; as propriedades que caracterizam particularidades na relação, para que esta seja considerada uma função; os diferentes papéis dos conjuntos de domínio, contradomínio e imagem; os critérios de escolha e localização de elementos para a identificação desta correspondência no gráfico cartesiano; a observação das “leis” ou “regras” como executando transformações globais entre dois conjuntos, os quais poderiam ser,	2002

		<p>inclusive, não numéricos; a infinidade de pares que estão representados através de um gráfico, ou de uma expressão algébrica de uma função; a discriminação entre função e equação; a distinção entre a curva do gráfico que representa uma função e eventuais situações físicas de deslocamento que a função representa;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Segundo nossas observações, todas estas informações permeiam a sala de aula, mas não através de expressões claras e objetivas do professor. Este, ao apresentar uma considerável quantidade de exemplos e casos similares, parece considerar que o fato garanta, implicitamente, que o aluno compreenda todas estas ideias. Ou, ao contrário, o professor pode nem mesmo estar ciente destas peculiaridades envolvidas no conceito de função;</li> <li>- Necessidade de se enfatizar esses fatos, explicitamente, na formação desses professores, pois eles sinalizam para o ensino de um conceito formal e amplo de “funções”, mas acabam por construir noções muito simplificadas do mesmo, introduzindo um formalismo vazio, carente da maior parte dos significados que lhe caberiam;</li> <li>- As funções, sendo concretizadas como objetos visualizáveis nos gráficos, mais do que como relações abstratas entre grandezas, perdem sua ideia principal, que é a de relação;</li> <li>- Outra questão subliminar na linguagem do professor de Matemática é a passagem do discreto ao contínuo, que tem sido feita de maneira bastante automática e insuficiente no tratamento das funções. O professor atribui valores discretizados da função numa tabela, depois traça um gráfico contínuo, sem maiores aprofundamentos sobre o que acontece com os valores intermediários aos que foram previamente escolhidos. Esta dificuldade poderia ser amenizada se houvesse maior integração entre os professores de Matemática e de Física, os quais poderiam propor as ideias de posição e velocidade instantâneas, e da continuidade envolvida nos</li> </ul>	
--	--	--	--

		<p>movimentos uniformes ou uniformemente variados;</p> <p>- A linguagem utilizada em sala de aula está mais próxima daquela que eles próprios experimentaram quando alunos do nível escolar médio, do que dos significados que se pretendiam atingir em seus cursos de Licenciatura.</p>	
<p>“The role of representation in teacher understanding of function”</p>	THOMAS, M.	<p>- Para futuros professores, o questionário destacou a natureza instável da sua influência sobre a compreensão de função, incluindo alguns dos principais elementos do conceito de função, ausentes de suas imagens de conceito, e isso provavelmente levou à falta de unanimidade;</p> <p>- Os futuros professores foram convidados a fazer um comentário geral ao final do questionário. Um dos professores escreveu: T9 escreveu: “<i>Acho que eu percebi o quão inseguro eu estou sobre o que faz de uma função de uma função</i>”. Enquanto outro professor acrescenta: “<i>Obrigado por lembrar-me o que é função. Mas, eu ainda não consegui lembrar-me o que exatamente é</i>”;</p> <p>- Discussão da relação entre os valores das variáveis, mesmo os professores chegassem a uma definição formal de função;</p> <p>- Ao invés de os futuros professores enxergarem a função como um conceito que atravessa as fronteiras da representação, alguns dos professores construíram a imagem do conceito de função por meio das representações;</p> <p>- Ao longo das perguntas, a perspectiva gráfica foi predominante entre os futuros professores.</p>	2003
<p>“Funções: significados circulantes na formação de professores”</p>	CARNEIRO, V. C.; FANTINEL, P. C.; SILVA, R. H.	<p>Das análises, emergiram três campos de significados:</p> <p><b>1. Campo Semântico da Relação Unívoca entre Variáveis:</b> <i>Dadas duas variáveis <math>x</math> e <math>y</math>, <math>y</math> é função de <math>x</math> se cada valor de <math>x</math> determina exatamente um único valor de <math>y</math>.</i></p> <p><b>2. Campo Semântico Elemento/Conjunto:</b> <i>Dados dois conjuntos, <math>A</math> e <math>B</math>, uma função <math>f</math> é uma correspondência de <math>A</math> em <math>B</math> que associa a cada elemento <math>x</math> de <math>A</math> um e só um elemento <math>y</math> de <math>B</math>.</i></p> <p><b>3. Campo Semântico das</b></p>	2003

		<p><b>Transformações:</b> <i>Dada uma figura geométrica <math>F</math> (conjunto contínuo de pontos do plano ou do espaço) uma função pode ser vista como uma transformação de <math>F</math> em outra figura <math>T(f)</math> (a imagem da função), através de certas regras.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Esses três campos dão conta de grande parte dos textos relacionados com função, incluindo aqueles em que uma função é dada por alguma forma de representação, por diagrama, gráfico ou equação, por situação verbal no mundo das aplicações, por situação abstrata no mundo da teoria dos conjuntos ou por situação geométrica.</li> </ul>	
<p>“Preservice teachers’ view on <math>y = x + 5</math> and <math>y = \pi x^2</math> expressed through the utilization of concept maps: a study of the concept of function”</p>	HANSSON, O.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Produção de dois mapas conceituais sobre função pelos professores em formação inicial;</li> <li>- Há indícios claros de que o conceito de função, muitas vezes, é desenvolvido de forma independente, com poucas relações com outras partes dos mapas.</li> <li>- Os futuros professores raramente fazem relação com os processos de ensino e de aprendizagem em seus mapas.</li> <li>- Os mapas contêm elementos que são completamente triviais no que se refere aos conceitos e relações entre eles;</li> <li>- Vários equívocos relacionados com o conceito de função podem ser identificados nos mapas;</li> <li>- Em alguns momentos os futuros professores falam sobre um conceito, ou alguma característica de um conceito, mas eles geralmente não observam as relações com o conceito de função.</li> <li>- Os mapas conceituais parecem revelar uma necessidade de os futuros professores refletirem sobre a relevância do conceito de função em matemática, suas diferentes propriedades e sua rede de relações com outros conceitos.</li> <li>- A construção de mapas conceituais pode promover a compreensão conceitual dos futuros professores do conceito de função e sua importância na matemática e exigem mais investigação.</li> </ul>	2005

<p>“A ressignificação do conceito de função na formação inicial do professor de matemática”</p>	<p>LIMA, L.; PONTES, M. G. O.</p>	<p>- Processo de ressignificação conceitual modifica os conceitos prévios dos alunos sobre o conceito de função sem a necessidade de memorização dos novos conceitos e estimula a reflexão possibilitando um processo contínuo de auto-avaliação.</p>	<p>2009</p>
<p>“Função: o professor conhece este conceito?”</p>	<p>GARCIA, V. C.</p>	<p>- [...] o professor necessita deter um conhecimento profundo de Matemática e do conceito de função em particular e vimos que isso não ocorre no Curso de formação analisado, pois não são enfatizadas a generalidade e a abrangência desse conceito. - [...] o conhecimento desejável na escola, limitado às funções reais, de uma variável e às suas aplicações, parece ser contemplado: é a perspectiva do cálculo diferencial e integral; - Os estudos em Educação Matemática indicam que o professor necessita de um conhecimento profundo que vá além da Matemática escolar para poder criar oportunidades de interação, discussão e investigação na sala de aula, e mudanças no currículo.</p>	<p>2009</p>
<p>“Conhecimentos de professores da educação básica sobre o conceito de função”</p>	<p>BISOGNIN, E; BISOGNIN, V; CURY, H.</p>	<p>- Há uma forte predominância da representação algébrica em relação aos demais tipos de representação; - Docentes têm dificuldades em trabalhar com outros tipos de representação de funções (comparando com a algébrica); - Uma tendência de identificar uma função como uma relação de “um para um” e esse resultado está de acordo com os dados encontrados por Evangelidou et al. (2004)<sup>11</sup>; - O conhecimento que o professor tem sobre função e a exploração de suas múltiplas representações, com ênfase nas conexões conceituais, precisa ser discutido com profundidade, em cursos de formação inicial e continuada.</p>	<p>2010</p>

Fonte: Elaborada pelos autores

Discutimos os resultados em termos do conhecimento profissional docente e o conceito de função no âmbito dos processos de formação inicial e continuada de professores de

<sup>11</sup> EVANGELIDOU, A. et al. University students' conceptions of function. *Psychology of Mathematics Education*, v. 2, n. 28, p. 351-358, 2004, Bergen. *Proceedings...* Bergen, Norway: PME, 2004.

matemática. Assim, buscamos ressaltar as construções conceituais delineadas, as dificuldades na resolução e na exploração de questões e tarefas, os equívocos apresentados e as necessidades requeridas pelos resultados em questão, no que tange ao processo de formação de professores de matemática e aos conhecimentos mobilizados pelos professores ou futuros professores que trabalham com o conceito de função.

Na formação de professores em serviço, Bisognin, Bisognin e Cury (2010) destacam a predominância da representação algébrica, justamente pela dificuldade que os professores possuem com as demais representações. Zuffi e Pacca (2002) também apontam dificuldades em relação à linguagem matemática usada pelos professores em sala de aula, muitas vezes, em razão de expressões não muito claras e objetivas.

Outro resultado destacado por Zuffi e Pacca (2002) é que as funções são concretizadas, na concepção dos professores, por meio de representações gráficas, perdendo a ideia de relações abstratas entre grandezas. Esse resultado vai ao encontro daqueles obtidos na pesquisa realizada por Thomas (2003), discutida no âmbito da formação inicial, a qual enfatiza que alguns dos professores constroem a imagem do conceito de função por meio das representações, ou que a predominância da perspectiva gráfica foi muito presente entre os futuros professores, sem, no entanto, aparecer uma definição formal de função.

Continuando na direção da formação inicial de professores (CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003; GARCIA, 2009; HANSSON, 2005; LIMA; PONTES, 2009; THOMAS, 2003), identificamos que um dos principais aspectos discutidos é a produção de significados ou de ressignificações/reconstruções do conceito de função. Em particular, ao olharmos para os resultados de Thomas (2003, p. 297), percebemos a importância da discussão do conceito de função com os futuros professores: “Acho que eu percebi o quão inseguro eu estou sobre o que faz de uma função de uma função”. A observação desse futuro professor traz à tona a necessidade do trabalho com os diferentes significados atribuídos ao conceito de função, seja na formação inicial ou na continuada. Os diferentes significados são abordados no trabalho de Carneiro, Fantinel e Silva (2003), no qual o conceito de função é explorado considerando três campos semânticos: relação unívoca entre variáveis, elemento/conjunto e das transformações, enquanto Hansson (2005), por meio de dois mapas conceituais, discute os significados ou as compreensões dos futuros professores para dois tipos de função.

Lima e Pontes (2009) também citam a ressignificação do conceito de função como uma das formas de aprimorar os conhecimentos prévios dos futuros professores. Por sua vez,

Garcia (2009) argumenta em prol da necessidade de o professor de matemática possuir um conhecimento profundo do conceito de função. Isso amplia a necessidade de processos de formação que possibilitem o conhecimento nesse nível. Zuffi e Pacca (2002) e Bisognin, Bisognin e Cury (2010) reafirmam essa necessidade de profundidade na abordagem do conceito de função.

Nos Quadros 3, 4 e 5 buscamos sintetizar os focos de estudo, os aspectos metodológicos e os principais resultados das pesquisas sobre o conhecimento profissional docente e o conceito de função. Na próxima seção, discutiremos as principais contribuições de nossa revisão de literatura para a formação do professor que ensina matemática.

### **Reflexões e considerações finais: apontando os principais resultados**

Os aspectos teóricos do conhecimento profissional do professor que ensina matemática, em particular, do conceito de função, abordados e discutidos nesta revisão de literatura, sugerem a potencialidade da investigação dos conhecimentos mobilizados pelos professores em processos de formação inicial e continuada. Para mostrar esses conhecimentos profissionais postos em ação pelo professor que ensina matemática, constituímos três questões norteadoras. A primeira questão: “Quais referenciais teóricos aparecem nas pesquisas?” buscou evidenciar quais os referenciais teóricos mais frequentes nos eixos: o (1) conhecimento profissional do professor de matemática e o (2) conhecimento profissional do professor de matemática e o conceito de função.

Os principais referenciais teóricos sobre o eixo 1 se vinculam aos estudos relativos ao PCK - conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986, 1987), aos saberes docentes (TARDIF, 2002; FIORENTINI et al., 1999) e aos estudos de Ball e seus colaboradores, no que concerne ao MKT - Conhecimento Matemático para o Ensino. Em relação ao eixo 2, os focos teóricos pesquisados abordam: a linguagem matemática, o próprio conceito de função, as concepções sobre o conceito de função, a própria natureza epistemológica do conhecimento, a imagem conceitual, a produção de significados, o MKT, o PCK, dentre outros.

A segunda questão: “Quais compreensões acerca do conhecimento profissional docente as pesquisas nos mostram?” se refere ao eixo 1. Dentre os artigos selecionados e analisados, destacamos aqueles cujas noções teóricas de Shulman são amplamente referenciadas (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARILLO et al., 2013; FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014; GRAEBER; TIROSH, 2009; HILL; ROWAN;

BALL, 2005; HOZ, R.; WEIZMAN, 2008; HURRELL, 2013; MOREIRA; DAVID, 2005; SPEER; KING; HOWELL, 2015; STOCKERO, 2008; STYLIANIDES; BALL, 2004; TURNER; ROWLAND, 2011).

Para a análise, aprofundamos a noção de conhecimento matemático para o ensino por meio de alguns autores (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARILLO et al., 2013; FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014; TURNER; ROWLAND, 2011). Esses autores tratam as compreensões do conhecimento profissional do professor que ensina matemática numa perspectiva que amplia o trabalho desenvolvido por Shulman. A ampliação, além de se situar nos processos de formação de professores que ensinam matemática, agrega novas dimensões para o entendimento da prática docente e dos conhecimentos mobilizados pelos professores que ensinam matemática em diferentes níveis de escolaridade.

A terceira questão: “O que as pesquisas sobre conhecimento profissional docente nos comunicam, quando pensamos no conceito de função?” é discutida por meio das pesquisas selecionadas (BISOGNIN; BISOGNIN; CURY, 2010; CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003; GARCIA, 2009; HANSSON, 2005; LIMA; PONTES, 2009; THOMAS, 2003; ZUFFI; PACCA, 2002), contemplando três focos de análise: questões de pesquisa ou objetivos, processos metodológicos e resultados.

Em relação às questões de pesquisa, destacamos um ponto comum: a compreensão do conceito de função por parte dos professores, seja na formação inicial ou na formação em serviço. Também identificamos divergências, as quais se mostraram por meio dos conceitos de resignificação do conceito de função, dos significados atribuídos ao conceito de função, do que os professores conhecem sobre o conceito de função e dos saberes necessários para o professor que trabalha com esse conceito.

No que se refere aos processos metodológicos, destacamos particularidades e multiplicidades. As particularidades são reveladas por Garcia (2009), que faz uma revisão teórica sobre o conceito de função na escola de Educação Básica e no curso de Licenciatura em Matemática. As multiplicidades se mostraram no conjunto dos diferentes instrumentos de coleta/produção de dados, a saber: uso de questionários (BISOGNIN; BISOGNIN; CURY, 2010; THOMAS, 2003), vídeos e protocolos de resoluções de questões (LIMA; PONTES, 2009), observação da prática pedagógica (ZUFFI; PACCA, 2002), construção de mapas conceituais (HANSSON, 2005); e leitura e análise de materiais discutidos em contextos de formação continuada (CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003).

No que tange aos resultados, ressaltamos as construções conceituais delineadas; as dificuldades na resolução e na exploração de questões e tarefas; os equívocos/os erros/as lacunas apresentados e as necessidades requeridas pelos resultados dos processos de formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática; e os conhecimentos mobilizados pelos professores e/ou futuros professores que trabalham com o conceito de função.

Em particular, Bisognin, Bisognin e Cury (2010) destacam a predominância da representação algébrica na discussão do conceito de função. Zuffi e Pacca (2002) apontam dificuldades em relação à linguagem matemática usada pelos professores em sala de aula e a predominância da representação gráfica na abordagem do conceito de função, em detrimento da ideia de relações abstratas entre grandezas. Esse último resultado é compartilhado por Thomas (2003), que afirma que não há uma abordagem da definição formal do conceito de função pelo professor que ensina matemática.

Também identificamos que um dos principais aspectos discutidos é a produção de significados ou de ressignificações/reconstruções do conceito de função (CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003; GARCIA, 2009; HANSSON, 2005; LIMA; PONTES, 2009; THOMAS, 2003).

Entendemos que esta revisão sistemática compila um conjunto de pesquisas sobre o conhecimento profissional do professor que ensina matemática e sobre o conceito de função, que pode contribuir para a delimitação de novos focos de pesquisa. A escrita do artigo foi fundamental para a pesquisa de pós-doutorado em questão, a qual realizou um estudo com professores que ensinam matemática na Educação Básica, em específico, sobre os conhecimentos mobilizados por professores ao planejar e ao coproduzir aulas sobre o conceito de função. Dessa maneira, acreditamos que as implicações dessa revisão sistemática se situam em dois níveis: um primeiro, no âmbito da própria natureza e no desenvolvimento da pesquisa de pós-doutorado, na medida em que nos fornece elementos teórico-metodológicos para a continuidade do estudo e, um segundo, no levantamento de temas e lacunas referentes à temática que poderão servir de base para a realização de pesquisas futuras sobre o conhecimento profissional do professor que ensina matemática e o conceito de função.

## Referências

- ATTORPS, I. *Teachers' Images of the 'Equation' Concept*. In: *CONFERENCE OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION*, 3, Italy, 2003. *Proceedings...* Disponível em <[http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG1/TG1\\_attorps\\_cerme3.pdf](http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG1/TG1_attorps_cerme3.pdf)>
- BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. *Content knowledge for teaching: what makes it special?* *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BARBOSA, Y. O.; RIBEIRO, A. J. *Multisignificados de Equação: uma investigação acerca das concepções de professores de Matemática*. *Educação Matemática Pesquisa (Online)*, São Paulo, v. 15, p. 379-398, 2013.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; CURY, H. N. *Conhecimentos de professores da educação básica sobre o conceito de função*. In: *ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 10., 2010, Salvador. *Anais...* Brasília: SBEM, 2010.
- CARNEIRO, V.; FANTINEL, P.; SILVA, R. *Funções: significados circulantes na formação de professores*. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 16, n. 19, p.19-39, março, 2003.
- CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L.C.; MUÑOZ-CATALÁN, M.C. *Determining specialised knowledge for mathematics teaching*. In: *CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION*, 8, 2013, Turquia. *Proceedings...* Manavgat-Side, Antalya -Turquia: CERME, 2013.
- CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. *Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal*. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 97–126, abr. 2011.
- DOERR, H. M. *Teachers' knowledge and teaching of algebra*. In K. Stancey, H. Chick, & M. Kendal, (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra: The 12<sup>th</sup> ICMI Study*. New York: Kluwer Academic Publishers, p. 267-289, 2004.
- DORIGO, M.; RIBEIRO, A. J. *Significados de Equação: um estudo realizado com alunos do Ensino Médio*. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, São Paulo, v. 3, p. 154/5-182, 2010.
- FERNÁNDEZ, S.; FIGUEIRAS, L. *Horizon content knowledge: Shaping MKT for a continuous mathematical education*. *Redimat - Journal of Research in Mathematics Education*, Barcelona, v. 3, n. 1, p.7-29, 2014.
- FIGUEIREDO, C. A. *Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de licenciatura em Matemática*. 290 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- FIORENTINI, D.; NACARATO, A.; PINTO, R. *Saberes da experiência docente em matemática e educação continuada*. *Quadrante*, Lisboa, v. 8, n. 1/2, p. 33-60, 1999.
- GELLERT, U; HERNANDÉZ, R. B.; CHAPMAN, O. *Research Methods in Mathematics Teacher Education*. In: CLEMENTS, M. A. et al. (Org.), *Third International Handbook of Mathematics Education*. New York: Springer, p. 327-360, 2013.

GRAEBER, A.; TIROSH, D. Pedagogical Content Knowledge - Useful Concept or Elusive Notion? In: SULLIVAN, P. (Org.), *Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development*. Amsterdam, The Netherlands: Sense, 2009.

HANSSON, O. Preservice teachers' view on  $y = x + 5$  and  $y = \pi x^2$  expressed through the utilization of concept maps: a study of the concept of function. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 29. *Proceedings...* Melbourne, AUS: PME, 2005. v. 3. p. 97-104.

HILL, H. C.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, Washington D. C., n. 42, p. 371-406, 2005.

HOZ, R.; WEIZMAN, G. A revised theorization of the relationship between teachers' conceptions of mathematics and its teaching, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Loughborough, v. 39, n. 7, p. 905-924, 2008.

HURRELL, D. P. What Teachers Need to Know to Teach Mathematics: An argument for a reconceptualised model. *Australian Journal of Teacher Education*, Australia, v. 38, n. 11, 2013.

LI, X. *An investigation of secondary school Algebra teachers' mathematical knowledge for teaching algebraic equation solving*. 2007, 318f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – The University of Texas at Austin, Austin, 2007.

LIMA, L.; PONTES, M. G. de O. A ressignificação do conceito de função na formação inicial do professor de matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília. *Anais...* Brasília, UCB, 2009.

LIMA, R. N. *Equações algébricas no Ensino Médio: uma jornada por diferentes mundos da Matemática*. 2007, 358f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MCCRORY, R.; FLODEN, R.; FERRINI-MUNDY, J.; RECKASE, M. D.; SENK, S. L. Knowledge of algebra for teaching: A framework of knowledge and practices. *Journal for Research in Mathematics Education*, Boston, v. 43, n. 5, p. 584-615, 2012.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. *Revista Brasileira de Educação*, Rio de Janeiro, n.28, p.50-61, jan. /fev. /mar. /abr. 2005.

PONTE, J. P. Formação do professor de matemática: perspectivas atuais. In: PONTE, J. P. (Org.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*, Lisboa: IE/UL, p. 343-358, 2014.

PONTE, J. P.; BRANCO, N. Pensamento algébrico na formação inicial de professores. *Educar em Revista*, Curitiba, Brasil, n. 50, p. 135-155, out./dez. 2013.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, 2009.

PONTE, J. P.; VELEZ, I. Representações em tarefas algébricas no 2.º ano de escolaridade. *Boletim Gepem*, Rio de Janeiro, n. 59, p. 53-68 – JUL. / DEZ. 2011.

RIBEIRO, A. J. *Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP*. Dissertação (Mestrado em Educação

- Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 116f., 2001.
- RIBEIRO, A. J. Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42B, p. 535-557, abr. 2012.
- RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. *Álgebra para a formação do professor – explorando conceitos de equação e de função*. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.
- RIBEIRO, A. J.; OLIVEIRA, F. A. P. V. S. Conhecimentos mobilizados por professores ao planejarem aulas sobre equações. *Zetetiké*, Campinas, v. 23, n. 44, p. 311-327, 2015.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in the teaching. *Educational Researcher*, Washington, US, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.
- SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, Cambridge, US, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.
- SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, E; HAREL, G. (Org.) *The concept of function: aspects of epistemology and Pedagogy*. *MAA Notes*, 1992, p. 25-58.
- SOUSA, M. C. Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica. *Bolema*, Rio Claro (SP), ano 22, n. 32, p. 83-99, 2009.
- SPEER, N. M.; KING, K. D.; HOWELL, H. Definitions of mathematical knowledge for teaching: using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, n. 18, p. 105-122, 2015.
- STAHNKE, R.; SCHUELER, S.; ROESKEN-WINTER, B. Teachers' perception, interpretation, and decision making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM Mathematics Education*, 2016.
- STEPHENS, M.; RIBEIRO, A. J. Working Towards Algebra: the importance of relational thinking. *Relime*, Cidade do México, v. 15, p. 307-401, 2012.
- STOCKERO, S. L. Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, v. 11, p. 373-394, 2008.
- STYLIANIDES, A.J.; BALL, D.L. Studying the Mathematical Knowledge Needed for Teaching: The Case of Teachers' Knowledge of Reasoning and Proof. In: AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, 85. *Proceedings...* San Diego, 2004.
- TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.
- THOMAS, M. The role of representation in teacher understanding of function. In: PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 27, 2003, Honolulu. *Proceedings...* Honolulu, HI: PME, 2003. v. 4. p. 291-298.
- TURNER, F.; ROWLAND, T. The knowledge quartet as an organising framework for developing and deepening teachers' mathematics knowledge. In: ROWLAND, T.; RUTHVEN, K. *Mathematical knowledge in teaching*. Netherlands: Springer, 2011, p. 195-212.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L.A. O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências. *Ciência & Educação*, Bauru (SP), v.8, n. 1, p. 1-12, 2002.

Texto recebido: 15/01/2017

Texto aprovado: 25/03/2017