

## Reflexões sobre a teoria das situações didáticas por duas pesquisadoras em diferentes estágios da vida acadêmica

Reflections on the theory of didactical situations by two researchers in different phases of academic life

REGINA LITZ LAMBLÉM<sup>1</sup>

MARILENA BITTAR<sup>2</sup>

### Resumo

*Apropriar-se de uma teoria significa conhecer suas ideias centrais, as questões às quais ela busca (permite) responder, conhecer seus paradigmas. Porém desenvolver pesquisa em uma determinada perspectiva teórica significa mais do que isso. É preciso ter coerência entre o dito e o praticado. É disso que trata este artigo. Discutimos a apropriação da teoria das situações didáticas por duas pesquisadoras em educação matemática que vivem momentos distintos da carreira acadêmica. Uma relata os tropeços e o entusiasmo em um novo caminhar teórico e a outra discute a forma com que lida com as questões teóricas que se dispõe a estudar e a praticar. Nesse texto trazemos tanto reflexões da jovem pesquisadora sobre seu processo de transformação de paradigmas quanto da pesquisadora responsável por auxiliá-la nessa caminhada.*

**Palavras-chave:** Situações didáticas; ensino; aprendizagem.

### Résumé

*S'approprier d'une théorie signifie connaître ses idées centrales, les questions auxquelles elle cherche (permet) à répondre, connaître ses paradigmes. Mais faire de la recherche sous une certaine perspective théorique signifie plus que cela. Il faut avoir une cohérence entre ce qui est dit et ce qui est pratiqué. C'est de cela que parle cet article. Nous discutons de l'appropriation de la théorie des situations didactiques par deux chercheurs en éducation mathématique qui vivent différents moments de leur parcours académique. Une raconte les difficultés et l'enthousiasme dans un nouveau parcours théorique et l'autre discute la façon selon laquelle elle traite les questions théoriques qu'elle s'apprête à étudier et à pratiquer. Dans ce texte nous apportons de réflexions aussi bien d'une jeune chercheur sur son processus de transformation de paradigmes que de la responsable pour la guider dans ce processus.*

**Mots clés:** situations didactiques; enseignement; apprentissage.

<sup>1</sup> Doutora em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Pós-Doutoranda da UFMS no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, com apoio do Programa Nacional de Pós-Doutorado - PNPd/CAPEs. Professora da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS) – [lamblem@uems.br](mailto:lamblem@uems.br)

<sup>2</sup> Doutora em Didática da Matemática pela Universidade Joseph Fourier/Grenoble I. Professora do Instituto de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) – [marilenabittar@gmail.com](mailto:marilenabittar@gmail.com)

## Abstract

*Holding a theory means to know its core concepts, the questions it seeks (allows) to answer, and its paradigms. However, developing research in a particular theoretical perspective means more than that. Consistency is required between what is said and what is practiced. This paper addresses it. Appropriation of the theory of didactical situations by two researchers in mathematics education that are experiencing different moments of academic career is discussed. One of the researchers reports the stumbles and enthusiasm in a new theoretical trajectory, the other one discusses how she deals with the theoretical issues she proposes to study and practice. In this text, we provide considerations of both the young researcher about her process of paradigm transformation and the researcher responsible for assisting her in this trajectory.*

**Keywords:** *Didactical situations; education; learning.*

## Em que consiste este artigo

Como todo artigo este também teve diversas versões preliminares. A ideia de escrever sobre o processo de aprendizagem de fazer pesquisa em um campo diferente daquele para o qual se foi formado surgiu das reflexões realizadas em uma reunião do Grupo de Estudos em Didática da Matemática<sup>3</sup> (DDMat), enquanto a autora 1 relatava ao grupo as experiências que tinha vivenciado ao desenvolver as atividades propostas em uma sequência didática. Assim teve início a redação desse texto. Pensamos que ele seria escrito apenas por ela, personagem central dessa história. Entretanto, ao longo das conversas, trocas, correções, debates e versões e mais versões, chegamos à conclusão que se tratava de uma construção a, no mínimo, duas mãos e que o texto deveria (tentar) retratar o processo vivenciado durante a realização do pós-doutorado realizado pela primeira autora deste artigo, supervisionado pela segunda autora. Durante esse ano houve parceria e aprendizado de ambos os lados, o que pretendemos trazer nesse texto. Entretanto, apesar dos aspectos coletivos quisemos guardar características da individualidade, pois esse era o objetivo do artigo: discutir o processo vivenciado por uma pesquisadora ao navegar por mares antes desconhecidos. Dessa forma ora escrevemos o texto na primeira pessoa do singular, para indicar uma das duas autoras, ora escrevemos

---

<sup>3</sup> O Grupo de Estudos em Didática da Matemática – DDMat, criado no ano de 2013, conta com a participação de professores da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFMS e professores de outras instituições de ensino de Mato Grosso do Sul. O DDMat está cadastrado no Diretório de Grupos de Pesquisa do CNPq, e tem como líder a Professora Dra. Marilena Bittar, do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. O principal objetivo desse grupo é discutir teorias da Didática da Matemática – conhecida como Didática Francesa – bem como desenvolver atividades de pesquisa e extensão. Disponível em: <http://grupoddmatt.pro.br/index.php/home/>

na primeira pessoa do plural, para indicar as duas autoras. Esperamos que essa escolha ajude o leitor a compreender os processos que vivenciamos.

## **A entrada na educação matemática de uma jovem pesquisadora**

Ao iniciar minha carreira como docente em um curso de formação de professores de Matemática, na década de 2010, notei que minhas práticas pedagógicas refletiam o modelo de prática que eu havia vivenciado como estudante nas décadas anteriores: um modelo convencional de ensino baseado na transmissão de conhecimentos, em que o principal papel do professor, ao ministrar uma aula, é expor aos alunos teorias e técnicas. Entretanto, várias circunstâncias do âmbito da minha atuação docente, provocaram-me reflexões e inquietações em relação a esse modelo de ensino. Algumas delas foram geradas a partir da leitura e do estudo de documentos oficiais; outras ao lidar com as dificuldades de aprendizagem dos alunos em matemática, e outras ainda ao desenvolver o papel de coordenadora<sup>4</sup> no Curso de Matemática (Licenciatura). A seguir, elencarei algumas dessas circunstâncias, reflexões e inquietações.

Ao me deparar com as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática (BRASIL, 2002, p. 4) que estabelecem, dentre outras, que o licenciado em matemática deverá ser capaz de “desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos”, passei a refletir: será que ao colocar o aluno na condição de receptor de informações, haverá espaço favorável à formação de profissionais com as competências propostas nessas diretrizes?

Ainda em relação à leitura e estudo dos documentos oficiais, enfrentei desafios que surgiram a partir da necessidade de se trabalhar a Prática como Componente Curricular nas disciplinas de formação específica em Matemática, pois as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (BRASIL, 2002, p. 4) estabelecem que “no interior das áreas ou das disciplinas que constituírem os componentes curriculares de formação, e não apenas nas disciplinas pedagógicas, todas terão a sua dimensão prática”. Mas, que teorias e metodologias dariam condições ao docente das disciplinas de conhecimentos específicos para desenvolver essa dimensão

---

<sup>4</sup> Coordenadora de Curso do Curso de Matemática (licenciatura) da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Unidade Universitária de Cassilândia, no período de 2013-2016.

prática? Como articular a teoria e a prática? Como desenvolver a dimensão prática nas disciplinas de forma que sejam condizentes com as práticas do professor da educação básica e que sejam possíveis de contribuir com a formação do professor de matemática no que diz respeito à ação dele como professor?

Ao lidar com o baixo desempenho e com as dificuldades de aprendizagem dos alunos em matemática no âmbito do ensino superior, passei a questionar-me sobre como compreender essas dificuldades, intervir e contribuir para que eles pudessem superá-las. Quais são as práticas pedagógicas que eu tenho usado para enfrentar as dificuldades de aprendizagem dos alunos? Que práticas pedagógicas poderiam ser usadas para promover o ensino e a aprendizagem da matemática? Além disso, ao desenvolver ações de extensão nas escolas, por meio de projetos e orientações de acadêmicos do curso de matemática, surgiram outras inquietações, tais como: de que forma esses projetos contribuiriam com a formação desses acadêmicos para o enfrentamento das dificuldades de aprendizagem em matemática dos alunos na educação básica? De que maneira tais projetos auxiliariam o professor da educação básica no enfrentamento das dificuldades de aprendizagem de seus alunos?

Na condição de professora e de coordenadora de curso, enfrentei vários desafios ao lidar com conflitos entre professores e alunos emergidos dos processos de ensino e de aprendizagem. Esses desafios levaram-me a refletir sobre a existência de estratégias, referenciais teóricos ou metodológicos que pudessem ser utilizados para, além de gerenciar as divergências, contribuir com os processos de ensino e aprendizagem.

Com graduação em matemática (licenciatura), mestrado e doutorado realizados em matemática pura, senti a necessidade de buscar uma formação complementar na área de educação matemática, para que eu pudesse vivenciar e me apropriar de teorias voltadas ao ensino e à aprendizagem da matemática. Dois fatores me influenciaram no caminho que escolhi seguir dentro da área da educação matemática. Um deles se deu com o processo de avaliação do curso de matemática onde atuo como professora. Os professores que compuseram a comissão de avaliação eram pesquisadores em didática da matemática<sup>5</sup> e nessa ocasião pude me aproximar deles e de seu campo de pesquisa. O outro fator foi o fato de que alguns professores, colegas de trabalho, demonstraram interesse na constituição de um grupo de estudos na linha da didática da matemática.

---

<sup>5</sup> Didática da Matemática é concebida como ciência do estudo e da ajuda do estudo das questões matemáticas (CHEVALLARD, BOSCH E GASCÓN, 1997).

Assim, com o propósito de buscar uma formação complementar na área de educação matemática, iniciei o pós-doutorado no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática<sup>6</sup> (PPGEumat) da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) sob a supervisão da *Autora 2*.

As teorias que tenho estudado e colocado em prática durante esse processo de pós-doutorado vêm ao encontro de meus anseios na perspectiva de reorientar minhas práticas pedagógicas e abrir caminhos para o início de um percurso de pesquisas que me permitirão compreender mais profundamente fenômenos ligados ao ensino e à aprendizagem da matemática. Assim, durante o período de um ano, iniciado em novembro de 2016, dediquei-me exclusivamente ao estudo de teorias do campo da didática da matemática e me envolvi em diversas atividades propostas pelo PPGEumat. Participei das reuniões do DDMat, colaborei com minha supervisora no desenvolvimento da disciplina de Prática de Ensino de Matemática VI do terceiro ano da licenciatura em matemática da UFMS, onde discutimos, dentre outras, teorias da didática da matemática; assisti às aulas das disciplinas de Didática da Matemática e Teoria Antropológica do Didático e ministrei a disciplina Conceitos Fundamentais de Matemática II em nível de mestrado no PPGEumat. Essa última experiência me permitiu um contato maior com teorias do campo da educação matemática para embasar discussões realizadas com o grupo de alunos matriculados acerca de aspectos conceituais de funções e gráficos, grandezas, medidas e geometria. Além disso, participei de várias palestras promovidas pelo PPGEumat, inclusive como ministrante de uma delas. Nessa oportunidade falei sobre minha trajetória de pesquisa em matemática e o início de minha trajetória de estudos no campo da educação matemática. Participei ainda de alguns eventos da área de educação matemática. Apesar de estar focada nos estudos da didática da matemática tive contato, por meio de algumas leituras, disciplinas, palestras e eventos, com outros campos teóricos da educação matemática, o que tem me permitido compreender melhor diversos aspectos e tendências da área da educação matemática.

Paralelamente fui elaborando, com a colaboração de minha supervisora, uma proposta de pesquisa com o objetivo de compreender as relações que os alunos ingressantes em um curso de matemática (licenciatura) estabelecem com o objeto matemático função e levá-los a ampliar seus conhecimentos ligados a esse objeto. Essa

---

<sup>6</sup> Informações sobre o PPGEumat estão disponível em <https://ppgedumat.ufms.br/>

proposta de pesquisa<sup>7</sup> me permitiu mergulhar de fato no “clima” da pesquisa em didática da matemática.

Uma das ferramentas teóricas de que tenho me apropriado, e que faremos uso nesse texto, é a Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Brousseau (2008). Essa teoria, dentre outras, tem servido de aporte teórico para preparação e desenvolvimento de nossa sequência didática.

Neste texto a proposta não é analisar os resultados da pesquisa em relação a seus objetivos, mas discutir a aproximação com a TSD na minha ação e na da professora supervisora durante o processo de desenvolvimento da nossa pesquisa. Para isso, trazemos, a seguir, uma síntese sobre a Teoria das Situações Didáticas; os procedimentos teóricos e metodológicos adotados pela *Autora 2* ao supervisionar minhas atividades no pós-doutorado – seção em que a *Autora 2* relata sobre a TSD na história de sua vida; dados sobre a pesquisa desenvolvida; reflexão e análise de dados referentes a experiência que vivenciei ao desenvolver a pesquisa – seção em que relato sobre a história de minha vida ao vivenciar a primeira experiência na tentativa de colocar a TSD em prática em uma sala de aula e, por fim, algumas reflexões das autoras.

## **Considerações sobre a Teoria das Situações Didáticas**

Conforme dito anteriormente a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008) tem sido o principal aporte teórico utilizado no desenvolvimento de nossa pesquisa. Assim, nessa seção trazemos alguns dos principais elementos teóricos que utilizamos nessa investigação.

A TSD permite estudar as relações entre professor, aluno e meio tendo em vista a aprendizagem de um determinado conteúdo. O meio é uma variável pensada e organizada pelo professor com intenções de provocar desequilíbrios cognitivos, afim de que possa ocorrer a aprendizagem à medida que o aluno vai adaptando-se ao meio. Para isso o aluno passa por um processo de reflexão e tomada de decisões, onde ele organiza ideias e elabora estratégias a partir de conhecimentos anteriores ou que emergirem do próprio meio. Nessa perspectiva, os processos de ensino e de aprendizagem diferenciam dos modelos convencionais de comunicação de informações, em que o professor ministra

---

<sup>7</sup> Serão apresentados mais detalhes sobre essa proposta de pesquisa na seção de título *A nossa proposta de pesquisa*.

aulas expositivas ou em forma de palestras e a aprendizagem é entendida como assimilação de informações e repetição de procedimentos.

Segundo Bittar (2017)

Brousseau quis propor um modelo teórico que contribuísse com a aprendizagem matemática dos alunos (de diversos níveis de escolaridade), compreendendo a aprendizagem como um processo de construção do conhecimento, à luz da teoria piagetiana. Cabe aqui uma breve observação: apesar de Piaget atribuir importância às interações, esse não é o centro da psicologia genética, já a TSD considera fundamental as interações entre sujeitos e atribui papel primordial ao professor como mediador do processo de aprendizagem.

Assim, na teoria das situações didáticas, a expectativa é que o professor organize o meio e seja um mediador visando alcançar a *devolução*: a situação deve ser preparada e mediada de tal maneira que o aluno seja instigado pela atividade considerando-a como um desafio pessoal e não como uma obrigação imposta pelo professor; o problema proposto pelo professor passa a ser um problema do aluno. Dessa forma, tanto o meio, quanto a mediação do professor devem favorecer ao aluno a possibilidade de atuar sobre a atividade, estabelecer relações, formular conjecturas e validá-las. Caso haja a devolução, o aluno passa a vivenciar situações de independência e autonomia com relação ao professor no que diz respeito ao saber em jogo. Essas situações são chamadas de adidáticas.

De acordo com algumas características do desenvolvimento do trabalho do aluno, as situações adidáticas são denominadas de situações de ação, de formulação ou de validação. As situações de ação são os momentos em que o aluno explora a atividade no intuito de estabelecer as primeiras relações. As situações de formulação são os momentos em que o aluno formula conjecturas e estabelece afirmações. Já as situações de validação são os momentos em que o aluno defende suas conjecturas e tenta validá-las. Embora essas fases possam nortear o trabalho do professor na mediação, às vezes não é possível delimitá-las, pois nesse processo o aluno pode transitar de uma fase a outra. E mais, essas fases podem acontecer diversas vezes e nem sempre em uma ordem pré-determinada.

Além de organizar o meio e desenvolver a mediação, como uma tarefa final, o professor também faz a institucionalização, ajudando os alunos na organização dos conhecimentos, isto é, o professor mostra aos alunos como os conhecimentos são vistos e organizados culturalmente. O objeto de conhecimento ganha caráter de universalidade. Nesse momento não se trata mais de uma situação adidática, pois o professor retoma seu papel ativo frente ao objeto em estudo. Pode ocorrer que em uma sequência didática haja

diversas situações adidáticas permeadas por institucionalizações realizadas pelo professor. Assim, é importante deixar claro que não existe uma ideia de linearidade no modelo proposto por Brousseau.

## **Supervisão de um pós-doutorado na perspectiva da TSD**

Sempre acreditei que a coerência entre referenciais teóricos e metodológicos não deve se restringir aos textos que escrevemos. É importante manter essa coerência em nossas ações cotidianas, porém nem sempre é fácil; às vezes parece quase impossível, o que nos traz angústias. Entretanto, com o passar do tempo e das experiências fui me dando conta de que o importante é manter-se fiel ao princípio básico da TSD: o conhecimento não é transmitido. Assim, qualquer que seja a experiência de ensino que eu estiver vivenciando, procuro sempre ser fiel a esse princípio, independente do fato de estar lidando com alunos da educação básica, professores em formação inicial ou continuada, ou ainda pesquisadores em formação, como é o caso da *Autora 1*. Nesse caso considerei ainda mais importante minha postura para que ela pudesse vivenciar a experiência como acredito que deve ser: o professor como mediador do processo de ensino e o aluno como agente ativo desse processo. Foi nessa perspectiva que busquei trabalhar na supervisão de seu pós-doutorado: mediando as ações do processo de uma doutora em matemática ao tornar-se pesquisadora em educação matemática, na linha de pesquisa em didática da matemática. É importante observar que um pós-doutorado pode ser realizado com duas perspectivas: aprofundar estudos teóricos ou metodológicos, estreitando parcerias de pesquisa – o mais comum – ou servir de apoio para redirecionar a área de pesquisa, que é o caso descrito neste artigo. Isso implica em mudança ou transformação de paradigmas, o que nem sempre é fácil, especialmente no curto espaço de tempo disponível para isso: um ano. Assim sendo, considero fundamental um mergulho profundo e completo no novo mundo que se descortina, sem, contudo, negar a constituição histórica do sujeito, pois isso seria contraditório com o que acredito. E foi assim que trabalhei. Tentei fazer mais perguntas do que fornecer respostas: é sempre assim que busco trabalhar. A *Autora 1*, talvez por sua formação matemática não se contentava com uma resposta simples, com a primeira resposta que encontrasse.

É importante salientar que a trajetória percorrida pela *Autora 1* em sua entrada no campo da educação matemática ocorreu, como ela mesma afirmou nesse texto, por uma necessidade que sentiu ao ser *cutucada* por diversas situações. Ela percebeu um



problema e o tomou para si. Esse problema, diferente do que ocorre em uma situação adidática, não foi organizado por alguém – no caso eu, que estou no papel de professora – mas foi identificado pelo próprio sujeito da situação. Porém, ao chegar com esse problema buscando investigar resoluções para ele, considero que a *Autora 1* veio com todas as condições necessárias para vivenciar um verdadeiro processo de aprendizagem à luz da Teoria das Situações Didáticas, pois ela já se sentia desafiada a resolver o problema, estava pronta para vivenciar situações adidáticas. Assim, ao mesmo tempo que queremos mostrar o processo vivenciado por uma professora ao buscar respostas para seus questionamentos, também é possível perceber que a teoria das situações didáticas não se aplica somente ao processo de ensino (e de aprendizagem) de conceitos: trata-se, nesse caso, da aprendizagem relacionada à profissão docente.

### **A nossa proposta de pesquisa**

Nossa preocupação com os processos de ensino e aprendizagem do conceito de função em um curso de matemática (licenciatura) se originou do fato de que esse objeto matemático é parte integrante do currículo escolar da educação básica, campo de atuação dos formandos nesse curso, e, também por esse ser um conceito<sup>8</sup> tomado como requisito prévio para o desenvolvimento de vários outros conhecimentos matemáticos. Especialmente no curso de matemática (licenciatura) para o qual direcionamos nossa pesquisa, constata-se por meio do Projeto Pedagógico do Curso (UEMS, 2011) que várias disciplinas lidam diretamente com as funções. Na Matemática Elementar estuda-se funções polinomiais, trigonométricas, logarítmicas e exponenciais; no Cálculo Diferencial e Integral I considera-se funções de uma variável real e estuda-se as suas propriedades bem como os limites, as suas derivadas e as integrais; no Cálculo Diferencial e Integral II considera-se funções de várias variáveis reais e estuda-se as suas propriedades bem como os limites, condições para diferenciabilidade, as suas derivadas e as integrais; na Álgebra Linear estuda-se espaços cujos elementos podem ser funções; na Análise Real estuda-se limite e continuidade, derivada e integral de funções reais; na

---

<sup>8</sup> Em nossa pesquisa entendemos conceito no sentido atribuído por Vergnaud (1996) na Teoria dos Campos Conceituais. Assim, quando falamos em conceito de função não o reduzimos à sua definição, o pensamos como três conjuntos que são distintos, mas dependentes entre eles,  $C = (S, I, L)$ , em que  $S$  é o conjunto de situações que permite ao conceito ter sentido,  $I$  é o conjunto de invariantes operatórios (conceito-em-ação, teoremas-em-ação) que estruturam os esquemas (formas de organizar a atividade) diante das situações e  $L$  é o conjunto de representações linguísticas e não linguísticas (simbólicas) que permitem representar o conceito, suas propriedades, as situações e os esquemas.

disciplina Funções de uma Variável Complexa estuda-se as propriedades das funções com variável complexa bem como o limite, suas derivadas e as integrais; na disciplina de Cálculo Numérico utiliza-se a interpolação polinomial, ajuste de curvas, integração numérica, e, finalmente na disciplina Equações Diferenciais Ordinárias procura-se resolver equações cuja solução são funções. Além disso, o conceito de função está presente indiretamente em várias outras disciplinas desse curso.

No contexto da educação matemática, várias pesquisas revelam preocupação com o ensino e a aprendizagem do conceito de função. Ardenghi (2008) e Vasconcelos (2015) realizaram um levantamento e análise de pesquisas envolvendo essa temática. Ardenghi (2008), com o objetivo de compreender dificuldades de alunos sobre o conceito de função se dedicou a análise de dissertações e teses de doutorado desenvolvidas no Brasil no período de 1970 a 2005, além de dois artigos internacionais e um capítulo de livro do mesmo período e que tratam do ensino e da aprendizagem do conceito de função. Vasconcelos (2015) debruçou sobre a leitura de 77 artigos publicados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) no período de 1987 a 2013, que versavam sobre o conceito de função. Os trabalhos de Ardenghi (2008) e Vasconcelos (2015) nos permitiram ter um acesso rápido a diversas pesquisas, deixando-nos a par do que tem sido discutido no período de 1970 a 2013 acerca do conceito de função. A revisão desses trabalhos contribuiu para a elaboração de nossa proposta de pesquisa ajudando-nos a compreender mais profundamente aspectos ligados ao ensino e às dificuldades na aprendizagem do conceito de função, como também as possibilidades de superação desses problemas.

Para além do panorama traçado nas pesquisas de Ardenghi (2008) e Vasconcelos (2015) que vai até 2013, dedicamos também a uma revisão das pesquisas desenvolvidas por Queiroz (2014), Pires (2014) e Ayalon, Watson e Lerman (2017). Queiroz (2014) investigou as possibilidades de contribuição de um ensino articulado da álgebra com a geometria analítica para a aprendizagem do conceito de função por alunos do 9º ano do ensino fundamental. Pires (2014) investigou como os professores concebem o conceito de função, como essa concepção se reflete em seu trabalho em sala de aula nos ensinos médio e superior e como essa noção é compreendida pelos alunos desses dois níveis de ensino. Já Ayalon, Watson e Lerman (2017) desenvolveram uma pesquisa com o objetivo de explorar as conceituações de função de alguns alunos da Inglaterra dos *years*<sup>9</sup> 10-13 e

---

<sup>9</sup> Se comparado ao Brasil, os *years* 10-13 são praticamente equivalentes ao ensino médio.

de Israel de *years* comparáveis. Os trabalhos de Queiroz (2014), Pires (2014) e Ayalon, Watson e Lerman (2017) serviram de inspiração para preparação de algumas das atividades de nossa sequência didática, desenvolvida com uma turma de licenciandos do primeiro semestre de um curso de licenciatura em matemática. Para realizar nossa investigação organizamos uma sequência didática<sup>10</sup> composta de 5 sessões resumidas, por objetivo, tema e duração, como segue:

Quadro1: Organização da sequência didática

Sessão	Tema	Objetivos	Duração
1	Função e elementos associados	Discutir o que é uma função e compreender alguns elementos associados a esse conceito.	3h30min
2	Função polinomial do 1º grau	Compreender a relação entre os coeficientes da representação algébrica e a posição das retas na representação gráfica da função polinomial do 1º grau.	1h
3	Função polinomial do 2º grau	Relacionar as alterações nos coeficientes da representação algébrica da função polinomial do 2º grau com as alterações na representação gráfica.	1h
4	Conceito de função	Discutir o conceito de função a partir de um diálogo sobre o Excel ocorrido na primeira sessão.	1h30min
5	Translações, reflexões, contrações e dilatações de funções	Relacionar as modificações realizadas nas representações algébricas de uma função com as alterações nas representações gráficas e vice-versa.	2h30min

Fonte: dados da pesquisa

As atividades foram realizadas no horário regular de aulas, porém não apenas de uma única disciplina, e foram desenvolvidas pela primeira autora deste artigo. O seu papel durante essas aulas foi de levar os alunos a se manifestarem e a debaterem entre eles, uma vez que a perspectiva adotada era a da Teoria das Situações Didáticas.

A primeira atividade da sessão 1, foco de nossa discussão neste artigo, teve como objetivo obter elementos que nos ajudassem a compreender a relação dos alunos com o objeto matemático função para, a partir disso, levá-los a conjecturar sobre, pelo menos, uma definição de função e elementos associados a esse conceito. Para isso, essa atividade constituiu-se de uma discussão livre sobre o que é função, em que os alunos deveriam ser levados a se expressarem oralmente e também usando a lousa para registrarem, como

<sup>10</sup> Para organizar essa sequência didática nos pautamos nos princípios da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996).

quisessem,

suas

ideias.

Para iniciar as discussões foi perguntado aos alunos se eles já haviam estudado funções e do que se lembravam. Nesse momento eles foram orientados a expressarem o que pensavam/lembravam, com suas palavras, sem preocupação com a linguagem matemática. Além disso, sempre que um aluno expressava suas ideias, os demais eram questionados, no intuito de que refletissem e expressassem suas opiniões com relação ao que foi dito, com questões do tipo: vocês concordam? Alguém tem uma ideia diferente?

Para a análise e reflexão da experiência vivenciada no início desse processo de transformação de paradigmas, optamos por discutir, na próxima seção, os dados referentes a essa primeira atividade que teve duração de aproximadamente uma hora e meia. Apesar de essa análise, e a redação do texto, terem sido realizadas por nos duas – o que é normal, já que se trata de um trabalho de supervisão, logo, de parceria – decidimos apresentar a próxima sessão na primeira pessoa do singular para fazer jus ao processo vivenciado pela *Autora 1*, acreditando que dessa forma conseguiremos evidenciar melhor angústias e reflexões desse processo.

### **Entre a teoria e a prática: experiência de uma jovem pesquisadora**

Optei por conduzir as discussões dessa seção a partir de trechos de diálogos que fazem um retrato de alguns momentos vivenciados durante a aplicação da sequência didática e que evidenciam o que será discutido. É importante ressaltar que ao trazer algumas reflexões não estou fazendo autoflagelo nem tampouco tenho o intuito de fornecer uma receita de como o professor deve agir diante de certos acontecimentos em sala de aula. A intenção é de refletir sobre o processo vivenciado.

Os trechos apresentados são disjuntos, mas seguem a ordem cronológica em que aconteceram. Primeiramente, serão expostas três ocasiões que revelam algumas dificuldades relacionadas à mediação, mais especificamente, à dificuldade de criar um ambiente de aula que promovesse a interação entre os alunos e que culminasse em possíveis situações adidáticas. Em seguida será apresentado um excerto com um momento em que os alunos parecem incomodados com o fato do conteúdo não estar sendo exposto e, finalmente, um excerto com alguns momentos em que houve indício de situações adidáticas. Para isso, utilizarei a nomenclatura aluno A, Aluno B e assim por

diante, para apresentar a fala dos alunos nos excertos. Isso não indica que o aluno A de um excerto seja o mesmo do outro excerto.

A primeira ocasião que revela dificuldades relacionadas à mediação é retratada no excerto a seguir:

*Aluno A: Eu acho que eu sei o que é função.*

*Professora: Você pode escrever na lousa?*

*Aluno se dirige até a lousa para registrar suas ideias*

*Professora: Vamos olhar o que ele está escrevendo para ver se todos concordam. Se todos vocês acham que função é isso ou tem alguma outra ideia.*

*Aluno A: (Finaliza o registro de suas ideias). “Função é uma regra que associa cada elemento  $x$  do domínio a um único elemento  $y$  do contradomínio”.*

*Professora: Então, o colega escreveu que função é uma regra que associa cada elemento  $x$  do domínio a um único elemento  $y$  do contradomínio. Vocês concordam com isso que ele escreveu?*

*Demais alunos: (Alunos não se manifestam, fazem uma expressão facial que não compreenderam ou não concordam, riem e cochicham entre eles).*

*Professora: O que é esse domínio que você está falando?*

*Aluno A: Domínio é o conjunto de todos os valores que podem ser colocados na função...*

*Professora: E esse contradomínio?*

*Aluno A: O contradomínio seria o conjunto dos valores possíveis para o resultado  $y$ . Valores possíveis, mas aí tem a imagem. Só que a imagem seria os valores que dão certo, por exemplo, em uma função  $y=x^2$ , o contradomínio são os reais, mas a imagem são apenas os reais positivos, né? Positivos não, os reais não negativos.*

*Professora: Todos concordam com o que ele disse?*

*Aluno A: Acho que se eu explicar vocês entenderão. Por exemplo, aqui está o plano cartesiano (desenha o plano cartesiano na lousa, indicando o eixo das ordenadas e o eixo das abscissas). O gráfico da função é assim (desenha o gráfico que representa a função quadrática  $y=x^2$ ). Qualquer valor de  $x$  que eu escolher, tanto para cá, quanto para lá, terei um resultado para  $y$ . Porque qualquer número que eu elevar ao quadrado será um valor positivo. Então a imagem é o resultado que vai dar aqui acima do zero, nunca vai ser abaixo (mostra a origem). Mas o contradomínio contempla toda a reta.*

*Professora: Vocês estão concordando?*

*Demais alunos: (Não se manifestam).*

*Professora: Alguém tem alguma outra ideia?*

*Demais alunos: (Não se manifestam)*

O excerto anterior mostra uma tentativa, sem êxito, de levar os demais alunos a interagirem com o que o aluno A estava expondo. Algumas vezes utilizei a estratégia de me dirigir ao aluno A, com o objetivo de esclarecer o que estava sendo exposto e facilitar a interação dos demais alunos, porém, percebo que não criei condições adequadas para a participação deles. Pode ser que eles não se manifestavam, porque não conseguiam expressar suas ideias ou porque não estavam interessados e não pensavam no que estava

sendo exposto. Na perspectiva da teoria das situações didáticas, o professor precisa criar um ambiente que favoreça a participação dos alunos. Para isso, eu poderia, por exemplo, ter proposto um registro gráfico na lousa para que eles expressassem suas opiniões e depois tentaria levá-los a se manifestarem com relação ao que o aluno A expôs. A frase “Alguém tem alguma outra ideia?”, revela a dificuldade de encontrar uma estratégia que favorecesse a interação dos alunos naquele momento, mas abriu a oportunidade para que outros expressassem suas ideias que posteriormente poderia ser confrontadas com a ideia do aluno A exposta no excerto anterior.

A segunda ocasião aconteceu depois de eu ter insistido várias vezes para que os alunos se manifestassem sobre a ideia que o colega havia exposto. Como eles não se manifestaram, eu fiz a seguinte fala: “Olha que depois o professor<sup>11</sup> vai perguntar isso para vocês”. Nesse caso, minha fala revela uma tentativa de forçar os alunos a participarem da atividade, contrariando a perspectiva proposta pela teoria das situações didáticas em que o professor deve ser um mediador do processo, isso significa que ele não deve dar respostas, nem *obrigar* os alunos a participarem ou responderem uma atividade devido à avaliação ou qualquer outra regra desse tipo. Segundo Brousseau (2008, p. 76)

Admitindo-se que os conhecimentos do aluno de fato se manifestam apenas pelas decisões que ele toma pessoalmente em situações apropriadas, então o professor não pode lhe dizer o que quer que faça, nem determinar suas decisões, porque, nesse caso, abriria mão da possibilidade de o aluno as produzir, e também de “ensiná-las a ele”. Aprender não consiste em cumprir ordens, nem em copiar soluções para problemas.

A participação dos alunos na situação deve ser voluntária e, para isso, ela deve permitir que eles façam uso de conhecimentos anteriores para traçarem um plano inicial de resolução da atividade, entretanto os conhecimentos anteriores não podem ser suficientes para levá-los direto à solução do problema, assim a situação deve exigir a construção de novos conhecimentos e também possibilitar aos alunos a validação ou refutação de suas conjecturas/estratégias.

A terceira ocasião surgiu quando outro aluno falava da relação que ele estabelecia com o objeto função, conforme o diálogo a seguir:

*Aluno B: Eu tenho um pouco de conhecimento de Excel e no Excel a gente usa uma série de funções. Se as funções do Excel forem semelhantes às funções Matemáticas, eu tenho umas ideias. As funções no Excel funcionam como regras,*

---

<sup>11</sup> O professor de Cálculo Diferencial e Integral I, que estava presente na sala de aula no momento de realização da atividade.

*cada uma tem uma regra. A gente tem regra financeira, tem regra de lógica, tem regra para fazer alguma coisa, para separar um valor e tal, e a gente vai trabalhando com isso. Se for parecido, eu creio que deve ser esse conjunto de regras, fazendo com que você chegue ao resultado da conta, alguma coisa mais ou menos como funciona no Excel.*

*Professora: Mas, da época que você estudou, você se lembra de alguma coisa?*

*Aluno B: Não me lembro.*

*Professora: O que você consegue lembrar?*

*Aluno B: Nada.*

*Professora: Mas a associação com as regras é do seu trabalho com o Excel e do que o colega falou ?*

*Aluno B: Tudo do meu trabalho com o Excel.*

*Professora: De quando você estudou, você não se lembra desse negócio das regras que você falou?*

*Aluno B: Não me lembro, não me lembro.*

Analisando esse último excerto, percebo que eu deveria ter explorado mais a fala desse aluno e ter incentivado os demais a participarem do diálogo, pois essa seria uma boa oportunidade de levá-los a discussão do objeto matemático em jogo e ampliar a compreensão desse conceito. Por exemplo, eu poderia ter solicitado ao aluno que exemplificasse sua fala na lousa para que os demais alunos dessem suas opiniões. Entretanto, ao invés disso, busquei, insistentemente, compreender a relação que esse aluno estabelecia com o que ele havia estudado na escola. O meu objetivo, no momento da aula, era levá-lo a relacionar suas ideias com os seus conhecimentos escolares anteriores para então, respaldar as discussões. Como ele afirmava não se lembrar sobre funções na educação básica, e na fala imediatamente anterior à dele, um aluno havia mencionado que se lembrava de gráficos e da forma algébrica de função, perguntei: mas a associação com as regras é do seu trabalho com o Excel e do que o colega falou? Com isso eu pretendia levá-lo a relacionar a questão das regras que ele havia mencionado com conceitos ligados à representação gráfica e algébrica de função. Mas novamente ele afirmou que seu conhecimento era somente relacionado ao seu trabalho com o Excel. E a aula prosseguiu com a fala de outros alunos sobre o que pensavam/lembravam, mas sem que houvesse a exploração das ideias apresentadas no diálogo.

As principais diferenças entre as três ocasiões apresentadas podem ser resumidas da seguinte forma: na primeira busquei a interação dos demais alunos e a colaboração do aluno que expunha suas ideias; na segunda ocasião tentei obrigá-los a participar e na terceira não busquei a interação dos demais alunos e nem criei condições adequadas para a colaboração do aluno que estava expondo as ideias. Analisando a ordem dos fatos

ocorridos, pode ser que a falta de êxito com relação à interação dos alunos na primeira e na segunda situação tenha colaborado para o insucesso da terceira.

Em outro momento, parece que os alunos se sentiram incomodados com o fato de eu não estar expondo o conteúdo de forma tradicional, conforme pode ser constatado no diálogo a seguir:

*Professora: Quem mais gostaria de falar?*

*Aluno A: A gente quer que você fale alguma coisa.*

*Professora: Depois eu vou falar.*

*Aluno B: A gente não tem nada para falar.*

*Aluno A: A gente não sabe.*

*Aluno C: A gente quer ouvir a senhora.*

Analisando esse diálogo, penso que os alunos se sentiram incomodados pelo fato de estarem diante de um contrato didático diferente do que estavam acostumados. Brousseau (2008, p. 74) diz que “a ilusão de que existe um contrato é indispensável para que a relação aconteça e seja, eventualmente, bem-sucedida. Cada um – o professor e o aluno – imagina o que o outro espera dele e o que cada um pensa que o outro pensa...”.

Em outros momentos parece que consegui levar os alunos a se sentirem mais à vontade e houve indício de situações adidáticas, segue um dos trechos em que esse fato é observado:

*Aluno A: Ah, função tem muitas. Equação do segundo grau, polinômio, funções trigonométricas, tem...*

*Aluno B: Funções exponenciais.*

*Aluno A: Funções exponenciais. Tem muitas coisas.*

*Professora: Está aparecendo alguns nomes diferentes. Escreve esses nomes na lousa, porque assim os colegas vão lembrando outras coisas.*

*Aluno A: Mas eu não sou boa de Português.*

*Professora: Não precisa ser formalmente.*

*Aluno A: (aluna vai escrever na lousa)*

*Aluno D: Tem isso daqui (desenha uma tabela), tem valor para x, daí você pode colocar valor para y e fazer o gráfico.*

*Aluno E: Essa eu me lembro.*

*Aluno F: Faltou uma, colega.*

*Aluno A: Ah, faltou esse negócio aqui.*

*Aluno D: Aquele negócio que você põe um x, um y, e depois você pode fazer o gráfico.*

*Aluno A: Ah, aí chega no gráfico.*

*Professora: Agora, vocês se lembram disso que ela falou? Que outro nome de função vocês falaram?*

*Aluno A: É... exponencial*

*Aluno G: Logarítmica.*

*Aluno K: Hipérbole*

*Aluno L: Isso é  $x_2$  e  $y_4$  e daí você tem que fazer uma continha, né?*



*Aluno H: Na verdade ele só dá um dos valores,  $x+2y$ , você pode substituir o  $x$  para chegar no  $y$ , por exemplo.*

*Aluno D: É, ou você dá qualquer valor para  $y$  e resolve, por exemplo, e o gráfico dá uma parábola.*

*Aluno G: Isso mesmo.*

*Aluno A: É, tem a hipérbole.*

O diálogo do último excerto mostra indício de situações adidáticas, pelo fato de os alunos se envolverem com a atividade e interagirem entre eles com o objeto matemático. Nota-se que o diálogo flui quase que sem minha intervenção. Momentos como esses são desejáveis por professores que buscam atuar à luz da Teoria das Situações Didáticas.

As discussões apresentadas nesta seção relacionam os fatos ocorridos na aula, as intenções e as dificuldades de se colocar em prática uma teoria na qual se acredita, revelando alguns movimentos de aproximação e distanciamento entre a teoria e a prática.

Portanto, a meu ver, o primeiro passo ao se tentar colocar uma teoria em prática é compreendê-la e acreditar em seu potencial, mas vejo que uma teoria será sempre um alvo a ser perseguido por aqueles que nela acreditam.

## **Reflexões finais...**

### **...da Autora 1**

Ao me deparar com a necessidade de realizar estudos na área de Educação Matemática senti certo estranhamento e algumas resistências, pois isso envolvia a renúncia da forma que eu via e vivia a pesquisa e os processos de ensino e de aprendizagem. Todavia, as necessidades de pesquisas que emergiam da comunidade em que eu estava inserida, as minhas frustrações no enfrentamento das dificuldades de aprendizagem dos alunos em matemática com a metodologia convencional que eu utilizava e as demandas atuais trazidas nos documentos oficiais formaram o tripé em que me apoiei para dar os primeiros passos.

Notei que despojar-me de práticas antigas e conceitos arraigados exige esforço, convicção e dedicação, mas, sobretudo envolve uma mudança de paradigmas. É esse o processo que estou vivenciando, abandonando práticas que vivenciei como estudante e que reproduzia na condição de professora, e reorganizando conceitos relativos às atividades de pesquisa.

As experiências que tenho vivenciado ao participar de um grupo de pesquisa em educação matemática e mergulhar em atividades específicas dessa área, por ocasião do pós-doutorado, têm favorecido o reconhecimento e apropriação de novas teorias e práticas pedagógicas, assim como tem gerado novas perspectivas de pesquisas.

Tenho consciência de que esse ano de estudo me permitiu entrar em um mundo antes desconhecido por mim e, como agora acredito que a aprendizagem é um processo e que não se dá em um tempo limitado, sei que esse processo que estou vivenciando se estenderá ao longo de minha trajetória.

### **...Autora 2**

Ao iniciar esse texto acreditava que falaríamos sobre a *Autora 1*. Com o passar das leituras e releituras, escritas e reescritas percebi que eu também vivenciei um processo de aprendizagem. Na verdade, acredito que toda convivência gera aprendizagem, mas a experiência de apresentar a um pesquisador, uma área de pesquisa totalmente diferente da sua área de formação, com a intenção de fazê-lo se apaixonar por ela tanto quanto sou, levou-me a refletir sobre minhas concepções. Como iniciamos com as primeiras ideias da didática da matemática fui levada a repensar cada conceito e nesse caminho novos significados foram sendo atribuídos e incorporados a cada campo conceitual que compunha meus embasamentos teóricos. Mais do que nunca a teoria dos campos conceituais (VERGNAUD, 1996) me mostra seu potencial para compreender a cognição e o fato de que o conhecimento é um processo que se dá ao longo do tempo, sem início nem fim. Eis aí a riqueza das experiências humanas.

Uma vez mais pude praticar a teoria das situações didáticas. Segurar a vontade de dar a resposta, de diminuir a angústia de quem está vivendo a experiência acreditando, com isso, que está ajudando; esse é o primeiro impulso. Em uma situação didática cujo objetivo é a aprendizagem de um objeto matemático, o aluno sabe que o que está em jogo é a matemática, mas não sabe exatamente o que. No caso da aprendizagem realizada pela *Autora 1*, o processo foi similar: havia consciência do que estava em jogo – a aprendizagem de teorias da didática da matemática e a realização de uma pesquisa à luz desses referenciais. Entretanto, a percepção de como funcionam tais teorias ficou a cargo dela, como é possível perceber neste texto. Por esse motivo acredito que vivenciamos situações didáticas durante esse ano de formação.

### **...das duas autoras**

Como falamos no início deste texto, a ideia de sua redação era uma, porém o texto ganhou força, “algo” falou mais alto do que o que havíamos planejado. Cremos que foi a vontade de compartilhar com educadores (matemáticos ou não) uma experiência, dentre tantas outras, de formação continuadas de duas professoras doutoras formadoras de professores. Uma, iniciando o caminho; outra, com longa estrada percorrida. Nos encontramos em um dos tantos entroncamentos dessas tantas estradas. Tínhamos, e temos, um objetivo comum nessa caminhada: contribuir com uma educação cidadã para todos. Isso significa sujeitos críticos, capazes de refletir, não somente sobre um problema de matemática, mas sobre sua profissão, as condições de vida em seu país. E sim, a teoria das situações didáticas nos ajuda nesse processo. Ainda há muitas estradas por percorrer.

### **Referências**

ARDENGHI, M. J. *Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil*. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

ARTIGUE, M. *Engenharia Didáctica*. In: Brun, J. *Didáctica das Matemáticas*. 1 ed. Instituto Piaget, p. 193 – 217, 1996.

AYALON, M.; WATSON, A. E; LERMAN, S. Students’ conceptualisations of function revealed through definitions and examples, *Research in Mathematics Education*, 2017.

BITTAR, M. Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de Matemática. In: Teles, R. A. M.; Borba, R. E. S. R, Monteiro, C. E. F. (org) *Investigações em Didática da Matemática*; Editora UFPE, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Diretrizes Curriculares para Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Parecer CNE/CES 1.302, 06 de Novembro de 2001. *Diário Oficial da União*, Brasília, 5 de março de 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Resolução CNE/SN de 18 de Fevereiro de 2002. *Diário Oficial da União*, Brasília, 9 de abril de 2002.

BROUSSEAU, G. *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática, 2008.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCON, J. *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona: ICE-Horsori, 1997.

PIRES, R.F. *Função: concepções de professores e estudantes dos Ensinos Médio e Superior*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo-SP, 2014.

QUEIROZ, P.C. *Uma proposta para o ensino de função articulando as linguagens algébrica e geométrica*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande-MS, 2014.

UEMS. *PPC: Projeto Pedagógico do Curso de Matemática (Licenciatura)*. Cassilândia, 2011.

VASCONCELOS, L. O. *O conceito de função nas pesquisas dos encontros nacionais de Educação Matemática (1987-2013)*. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP, 2015.

VERGNAUD, G. *A Teoria dos Campos Conceituais*. In: Brun, J. *Didática das Matemáticas*. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 155-191.

Texto recebido: 06/10/2017  
Texto aprovado: 31/07/2018