

Retas que se cortam e dedos que se movem com dispositivos de geometria dinâmica

Straight lines that intersect each other and fingers that move with dynamic geometry devices

MARCOS PAULO HENRIQUE¹

MARCELO ALMEIDA BAIRRAL²

Resumo

Aqui se apresentam contribuições e desafios de duas tarefas com discentes do 8.º ano do Ensino Fundamental, dentro de uma pesquisa sobre o aprendizado de retas paralelas cortadas por uma transversal no GeoGebra, com manipulações na tela dos smartphones dos estudantes. Os dados resultaram de gravação em áudio e vídeo; captura de telas do dispositivo, registros escritos e diário do pesquisador. Os estudantes ampliaram sua visão de propriedades e relações geométricas, e o uso de smartphones permitiu observar elementos articulados à exploração e à manipulação das retas construídas. A tela pequena do smartphone dificultou a visualização de propriedades.

Palavras-chave: *ambientes de geometria dinâmica; dispositivo móvel; retas paralelas; transversal; ensino fundamental.*

Abstract

Here are presented contributions and challenges of two tasks with students 8th grade primary school, in a research concerning learning of parallel lines intersected by a transversal line in GeoGebra, with handling on the screen of students' smartphones. The data resulted from audio and video recording; screenshot of device, written records and journal of the researcher. The students broadened their vision of geometric properties and relations, and the use of smartphones allowed to observe elements articulated to the exploration and the manipulation of the constructed lines. The small smartphone screen made it difficult to view properties.

Keywords: *dynamic geometry environment; mobile device; parallel lines; transversal; elementary school.*

¹ Doutorando em Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ – PPGEduc. Professor, SEEDUC, RJ. Email: marcospaulohenrique@hotmail.com

² Professor, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ – PPGEduc e PPGEduCIMAT-www.gepeticem.ufrj.br. Email: mbairral@ufrj.br

Introdução

Ambientes de geometria dinâmica (AGD) têm trazido alternativas de inovação para aulas e para o aprendizado matemático. Particularmente, a análise da manutenção (ou não) de propriedades euclidianas de uma construção geométrica e a possibilidade de realização dinâmica de tarefas matemáticas (MEIER; GRAVINA, 2012) são algumas das contribuições de um AGD para o aprendizado.

Atualmente, um AGD não se configura exclusivamente pelo uso do *mouse*, ou seja, pela utilização de computadores *desktop*. Esses ambientes estão presentes em aplicativos para utilização em dispositivos móveis com a tecnologia *touchscreen*. A possibilidade de integração de recursos em um único dispositivo, de manipulação em telas e de mobilidade demanda pesquisas sobre contribuições no aprendizado dos usuários (SINCLAIR et al., 2016).

Os dispositivos móveis com toques em tela (como *tablets* e *smartphones*), cada vez mais presentes nas salas de aula, estão se tornando objetos pessoais praticamente indispensáveis aos professores e estudantes. Pela sua mobilidade, eles ampliam as possibilidades de sua implementação no ensino, favorecem uma aprendizagem individualizada (UNESCO, 2014) e também permitem o uso de tarefas variadas (REDECKER, 2009 apud MOURA, 2011). Todavia, a investigação educacional brasileira ainda é incipiente no que diz respeito à análise do aprendizado e do uso educativo desses recursos (COUTO; PORTO; SANTOS, 2016; QUARTIERO; BONILLA; FANTIN, 2015).

Além de contribuições de cunho pedagógico, neste artigo ilustraremos implicações no aprendizado de conceitos relacionados ao estudo de retas paralelas cortadas por uma transversal³, com o uso do GeoGebra, mediante a manipulação na tela dos *smartphones* dos próprios discentes. Trata-se de um recorte de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo analisar o aprendizado de estudantes do 8.º e 9.º anos do Ensino Fundamental de uma escola pública de Rio Claro (RJ), trabalhando com AGD, com e sem toques em tela (HENRIQUE, 2017).

***Smartphones*: mais uma possibilidade para a sala de aula**

³ Vale ressaltar que a escolha do conteúdo está em consonância com o currículo da Secretaria Estadual de Educação do Rio de Janeiro. Disponível em: <<http://conexoescola.rj.gov.br/curriculo-basico/matematica>>. Acesso em: 08 ago. 2015.

O avanço das tecnologias digitais traz desafios e demandas para o contexto educacional. Para exemplificar, destacamos o planejamento: por um lado, pode-se tornar um desafio, na medida em que seja necessário conhecer potencialidades e limitações da tecnologia colocada em jogo; por outro lado, demanda que o docente conheça um número significativo de ferramentas, com intuito de empregar cada uma delas de forma consciente (MOURA, 2017).

Infelizmente, muitas escolas ainda se pautam em um modelo tradicional de ensino, que valoriza a decoreba de fórmulas e a reprodução de procedimentos rotineiros. Nossa intenção, com este artigo, é apresentar mais uma possibilidade à prática docente, visando contribuir para o aprendizado geométrico. Essa nova possibilidade está no uso do *smartphone* como recurso pedagógico (COUTO; PORTO; SANTOS, 2016; MOURA, 2017) cada vez mais presente nas salas de aula, por intermédio dos estudantes.

Göttsche (2012) explica que, em relação à inserção de um dispositivo móvel em situações de ensino, é necessário identificar potencialidades e limitações do recurso, com objetivo de dar ao seu uso um propósito educativo que proporcione um ambiente favorável para a aprendizagem.

De acordo com Bairral, Assis e Silva (2015a), a implementação de recursos diferentes na realização de uma tarefa apresenta uma contribuição para o desenvolvimento da capacidade cognitiva. Nessa perspectiva, o *smartphone* se assenta com mais um recurso, seja pelo seu apelo instigador, seja pelas possibilidades de uso em sala de aula (MOURA, 2011), por exemplo na utilização de um AGD para o aprendizado geométrico.

O uso do *smartphone* como recurso com potencial de aguçar a curiosidade dos estudantes pode promover a criticidade e a autonomia por meio da implementação de tarefas que permitam agregar significados e contribuir para a aprendizagem (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015a). Diante dessa possibilidade, a seguir elencamos algumas características do *smartphone*, com viabilidade de contribuição para realização de atividades em sala de aula.

- Devido à mobilidade, pode ser incorporado mais facilmente às práticas de sala de aula.
- Pode estimular a curiosidade e a motivação na realização das atividades.
- É um repositório dos mais variados instrumentos⁴ para o ensino de

⁴ No sistema operacional de um *smartphone* é possível instalar uma variedade de aplicativos para o aprendizado matemático. Por exemplo, o GeoGebra que possui três versões para o estudo de temas

matemática.

- Pode ser utilizado pelo seu próprio dono, o que dispensa o laboratório de informática e não precisa de conexão à Internet⁵.

Entretanto, essas características não exigem o professor de elaborar um planejamento que seja compatível com o perfil dos alunos. Uma proposta que não seja instigante nem muito bem articulada com o tema de estudo pode desestimular a curiosidade e o interesse dos estudantes. Desse modo, concordamos com Oliveira e Mercado (2016), ao sinalizarem que se faz necessária uma metodologia que intensifique as potencialidades e as qualidades das tecnologias móveis. Portanto, a proposta pedagógica deve ter os objetivos bem delimitados, pois, por ser o *smartphone* um objeto de uso cotidiano dos discentes, existe a possibilidade de que a atividade perca o foco educativo e fique circunscrita ao lazer.

Ambientes de geometria dinâmica: algumas pesquisas prévias

Com o objetivo de obter informações sobre o desenvolvimento de pesquisas que tenham relação com o presente trabalho, ou seja, cuja ênfase esteja pautada no ensino e na aprendizagem de retas paralelas cortadas por uma transversal mediante a utilização de um AGD, realizamos um levantamento bibliográfico de artigos disponíveis em algumas das principais revistas eletrônicas em Educação Matemática. Citamos apenas como exemplo o *Boletim GEPEM online*⁶, *Educação Matemática Pesquisa*⁷, *Instituto Gebra Internacional* de São Paulo⁸ e a *REVEMAT*⁹.

A partir deste levantamento, destacamos três textos (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015b; MEIER; GRAVINA, 2012; SILVA, 2015), cujas pesquisas evidenciaram a implementação de atividades, destacando, entre outros aspectos, contribuições do AGD para o processo de ensino e aprendizagem. Vejamos.

Meier e Gravina (2012) realizaram um estudo sobre modelagem geométrica com alunos do 8.º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. O termo “modelagem” é

variados: o Calculadora Gráfica GeoGebra, o GeoGebra Geometry e o GeoGebra 3D Graphing Calculator. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/download>>. Acesso em: 15 out. 2017

⁵ Existem aplicativos que permitem o compartilhamento via *bluetooth* de outros aplicativos, inclusive dele próprio. Dessa forma o professor pode disponibilizar os aplicativos com os alunos sem a necessidade de conexão com a Internet. Como exemplo destacamos o *MyAppSharer*.

Disponível em: <<https://myappsharer.br.uptodown.com/android>>. Acesso em: 15 out. 2017.

⁶ Disponível em <<http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem>>. Acesso em: 27 jan. 2016.

⁷ Disponível em <<http://revistas.pucsp.br/emp>>. Acesso em: 10 set. 2015.

⁸ Disponível em <<http://revistas.pucsp.br/IGISP>>. Acesso em: 27 jan. 2016.

⁹ Disponível em <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>>. Acesso em: 27 jan. 2016.

empregado pelas autoras no sentido de construção (representação) de objetos do cotidiano dos estudantes, como porta pantográfica, janela basculante, balanço vai e vem, por meio de conceitos da geometria plana com GeoGebra.

A pesquisa articulou a utilização do AGD com a proposta curricular e teve o seguinte objetivo: o desenvolvimento do pensamento geométrico (formular conjecturas, estabelecer relações e investigações) dos participantes através da utilização dos recursos oferecidos pelo GeoGebra. Entre outros conteúdos, as autoras trabalharam conceitos relacionados a retas paralelas, ângulos opostos pelo vértice, ângulos formados a partir de duas paralelas cortadas por uma transversal e quadriláteros. As pesquisadoras destacam que a análise imediata e a manipulação de um objeto diretamente da tela do computador propiciam ao aluno o entendimento do resultado de suas ações, na medida em que investiga, formula e valida conjectura (MEIER; GRAVINA, 2012).

Silva (2012) relata uma experiência realizada com um grupo de futuros professores de matemática que (sob a supervisão do autor) elaboraram e implementaram atividades relacionadas a tópicos de geometria plana (ângulos formados por duas retas concorrentes, área e perímetro) com o GeoGebra para estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública. A pesquisa teve como objetivo a análise de contribuições do GeoGebra e a identificação de desafios atrelados a possíveis imprevistos que possam ocorrer em situações de ensino, quando se empregam as tecnologias da informação e comunicação (TIC).

Outros destaques para o trabalho estão relacionados ao contexto histórico do desenvolvimento da geometria dinâmica em ambientes informatizados, em que o autor apresenta potencialidades (com exemplo) de um AGD para o aprendizado geométrico e a forma peculiar de construção e manuseio de objeto matemático proporcionada ao usuário, o que permite melhor interação com o constructo (SILVA, 2012).

Bairral, Assis e Silva (2015b) apresentam um levantamento sobre aplicativos para o uso em dispositivos móveis com tecnologia *touchscreen*, cujo enfoque está no aprendizado matemático, e a implementação de atividades com licenciandos em matemática através dos *softwares Geometric Constructor e Sketchometry* (dois dos aplicativos catalogados). Os autores classificaram os aplicativos, separando-os por tipo, temática e sujeitos a que se destinam. O primeiro tipo é o *software* (aplicativo em que a decisão de criação está nas mãos do usuário) e o segundo, o jogo (geralmente com menor robustez no funcionamento, com conteúdo e regras preestabelecidas).

Durante a implementação das atividades foram realizadas construções relacionadas à geometria plana (quadriláteros) por intermédio de *tablets*. O foco da análise centrou-se na apropriação dos usuários em relação à forma de manuseio e ao toque direto na tela do dispositivo (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015b).

A pesquisa de Bairral, Assis e Silva (2015b) traz aspectos relevantes no que se refere à importância da ambientação dos estudantes, à análise do aplicativo com suas potencialidades e restrições na confecção de uma tarefa. Entre outras contribuições, os estudiosos destacam que a implementação de uma atividade por meio de um dispositivo móvel proporciona a investigação, a formulação de conjecturas dos estudantes, gerando mais autonomia, com possibilidades de aprendizagem (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015b).

Nesta seção apresentamos algumas investigações que evidenciaram contribuições de um AGD (com ou sem toques em telas) para o aprendizado ou para o desenvolvimento de atividades. Se, por um lado, a carência de pesquisas relacionadas com o conteúdo “retas paralelas cortadas por uma transversal em AGD”¹⁰, tanto em um computador convencional (*desktop*) quanto em dispositivos móveis (*tablets* e *smartphones*) (HENRIQUE, 2017; SINCLAIR et al., 2016), torna o processo analítico mais trabalhoso, por outro lado reforça a importância da nossa investigação e justifica o recorte aqui apresentado.

Contribuições – e singularidades – de um AGD para o aprendizado geométrico

Nossas primeiras incursões teóricas não evidenciam todas as potencialidades de um AGD ao aprendizado, pois nos pautamos em autores (por exemplo, ARZARELLO et al., 2002; BAIRRAL, 2009; SINCLAIR et al., 2016) cujas pesquisas têm o foco no ensino e no aprendizado de geometria. Antes de prosseguirmos, acreditamos ser válida a caracterização de um AGD. Entendemos por AGD uma plataforma com possibilidades de construção e manuseio de objetos geométricos, que mantêm (ou não) suas propriedades, seja via *mouse* (no caso de computadores *desktop*), seja diretamente no toque na tela em dispositivos com a tecnologia *touchscreen*. Além do mais, um AGD deve permitir ao usuário interagir constantemente com o dispositivo e com o coletivo, e

¹⁰ A carência desta temática e de pesquisas em AGD com geometria também pode ser vista na Revista *Vidya* (v. 35, n. 2), que publicou em 2015 uma edição especial sobre “Geometria: Ensino e Aprendizagem”. Disponível em <<http://periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/issue/view/63>>. Acesso em: 10 jul. 2016.

transitar livremente no desenvolvimento da atividade proposta, usando formas variadas de comunicação e estratégias tecnológicas diversas.

Salazar e Almouloud (2015) destacam a importância do uso de figuras no ensino de geometria, por permitir o acesso à representação de objetos matemáticos. Essa constatação vai ao encontro de algumas potencialidades de um AGD elencadas pelos estudiosos, os quais possibilitam aos aprendizes formulação de conjecturas, uma ampla visualização de uma mesma construção e constatação de propriedades euclidianas.

Como alegam Arzarello et al. (2002), as várias experimentações proporcionadas por um AGD, além de permitir uma visão mais ampla de um mesmo objeto matemático, pode contribuir para o processo de prova de uma conjectura, por dar ao usuário a possibilidade de explicar as conjecturas a fim de identificar suas propriedades. Além disso, Bairral (2009) acentua que a utilização de um AGD proporciona a interação entre usuário e TIC; a investigação mediante tentativa e erro; a possibilidade de formulação e verificação de conjecturas; e a observação com diferentes formas de visualização e representação (não estáticas) do objeto matemático. O pesquisador também apresenta pontos positivos para a aprendizagem em relação ao seu uso, como a facilidade na construção geométrica, a possibilidade de atividades investigativas e descobertas relacionadas a um determinado conceito, a dinamicidade na visualização e a verificação de propriedades (BAIRRAL, 2015).

Em um AGD temos possibilidades variadas para construções de objetos geométricos. Dependendo do tipo de construção realizada, é possível fazer modificações, mantendo suas propriedades, o que pode levar o usuário a interagir com o constructo, manipulando, arrastando e modificando (SILVA, 2012). Essas contribuições também são reforçadas por Meier e Gravina (2012, p. 2), que acrescentam que a interface interativa de um AGD “[...] favorece o espaço para exploração e para experimentos de pensamento”. As autoras ainda acrescentam que a utilização de um AGD possibilita a criação de atividades de investigação.

As contribuições aqui sintetizadas estão em conformidade com as atividades que implementamos, pois destacam que a implementação de atividades por meio de um AGD, além de permitir uma gama de experimentações por meio do manuseio, coloca outros elementos além do *software*, como as linguagens e os gestos dos estudantes (ARZARELLO et al., 2002). Cabe enfatizar que o *software*, por si só, não garante o sucesso da aprendizagem. Fatores como a constituição do ambiente de aprendizagem, a mediação do professor e o tipo de atividade proposta devem ser considerados.

Aspectos metodológicos

A intervenção transcorreu em três momentos: (1) elaboração das tarefas, (2) implementação e revisão das atividades e (3) análise dos dados. As tarefas foram propostas para uma turma de 14 alunos com idade entre 12 e 13 anos do 8.º ano do Ensino Fundamental, durante o ano letivo de 2016 em uma escola pública estadual de Rio Claro (RJ), em que o primeiro autor era o professor regente. A realização das atividades ocorreu em sala de aula por meio do GeoGebra, aplicativo instalado nos *smartphones* dos próprios discentes, que trabalharam em duplas. As atividades que são objeto de análise neste artigo (Quadro 1) perfizeram quatro horas-aula.

Iniciamos a implementação das atividades, propondo aos estudantes uma atividade preliminar, com intuito de entender melhor de que forma palavras como “concorrentes”, “paralelo/a” e “transversal” (ligadas ao tema de estudo) poderiam estar relacionadas ao cotidiano dos alunos, e como eles visualizavam essas mesmas palavras no contexto da geometria. Essa primeira etapa teve como objetivo levantar uma discussão como meio de introduzir o conteúdo (retas paralelas cortadas por uma transversal) e dar o suporte (no que se refere à argumentação professor-estudantes), a fim de facilitar o desenvolvimento conceitual.

Em seguida, propusemos duas tarefas que tiveram como foco a realização de construções geométricas por intermédio do GeoGebra no *smartphone*, com objetivo de investigar e analisar as relações observadas entre duas retas concorrentes e as relações entre ângulos¹¹ formados a partir de duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Apresentamos aqui a organização das atividades.

Quadro 1: resumo da implementação

Atividade	Objetivo	Duração
Ambientação e exploratória	Instalar os aplicativos nos <i>smartphones</i> dos estudantes e propor uma atividade livre para o reconhecimento das ferramentas e das formas de manuseio.	50 min
Atividade 1	Identificar a relação existente entre os ângulos formados entre duas retas concorrentes.	100 min
Atividade 2	Investigar as propriedades dos possíveis pares de ângulos formados por duas retas paralelas, quando essas são cortadas por uma reta transversal.	100 min

Fonte: elaboração própria

¹¹ Abordamos ângulo como uma grandeza geométrica que pode ser analisada de forma estática ou dinâmica. Em um AGD o ângulo é uma construção dinâmica que possui variações de suas medidas. Sendo em uma representação estática (em papel) ou dinâmica (em um AGD) comparamos ângulos pela relação de congruência. Qualitativamente, outras comparações podem ser feitas pelas suas propriedades, posições etc.

Para coleta e produção dos dados, utilizamos os seguintes instrumentos: gravação em áudio e vídeo; captura da tela¹² do *smartphone* utilizado por uma dupla de estudantes; registro das folhas de atividades e outros escritos dos alunos; e diário de campo do pesquisador. A intervenção valorizou o diálogo entre professor e estudantes, e procurou potencializar todas as formas de registros escritos (em papel, na tela, etc.) de cada atividade com um foco diferente, a fim de tornar mais claras situações que evidenciassem as contribuições e os desafios de um AGD.

Destacamos, em nossa análise, a forma na qual os alunos **B**¹³ e **G** dialogaram, interagiram e desenvolveram as atividades. A escolha dessa dupla justifica-se porque possuímos todas as suas gravações em áudio e vídeo, e a captura da tela do *smartphone*. Pelo caráter experimental e inovador, também para o professor (pesquisador em sua própria prática), como para os alunos, a análise assumiu um caráter descritivo.

Resultados

Focamos os resultados no aprendizado dos alunos sobre retas concorrentes com ângulos e sobre retas paralelas cortadas por uma transversal, temáticas pouco analisadas na pesquisa em educação geométrica com AGD (SINCLAIR et al., 2016).

Sobre retas concorrentes com ângulos

A proposta da atividade centrou-se na construção de retas concorrentes e na investigação sobre a relação dos ângulos possíveis (opostos pelo vértice e adjacentes).

Em síntese, a tarefa¹⁴ apresentou a seguinte proposta:

12 Para tal finalidade utilizamos o aplicativo *Az Screenshot recorder* (gravador de tela), que permite a captura do áudio e de todos os movimentos realizados na tela a partir da geração de um vídeo. Disponível em: <<https://az-screen-recorder.br.uptodown.com/android>>. Acesso em: 15 jan. 2016.

13 Referimo-nos aos participantes pela letra inicial do seu respectivo nome.

14 Nas tarefas apresentadas aos estudantes, colocamos alguns ícones das ferramentas do GeoGebra e mais detalhes relacionados à construção, com intuito de facilitar o entendimento dos alunos no que se refere à realização das construções, ao manuseio e à identificação de propriedades.

Quadro 2: síntese da tarefa 1

1. Construam duas retas concorrentes.
 - 1.1. Movam livremente as retas.
 - 1.2. Meçam os ângulos opostos pelo vértice.
 - 1.3. O que vocês observaram?
 - 1.4. Qual relação existe entre os pares de ângulos opostos pelo vértice?
2. Construam um par de ângulos adjacentes.
 - 2.1. Movam livremente as retas.
 - 2.2. Existe alguma relação entre eles? Se sim, qual?
3. Construam um pequeno texto relatando suas descobertas. Procurem detalhar o que aprenderam a partir da manipulação no GeoGebra. Se julgarem necessário, façam desenhos para exemplificar.

Fonte: elaboração própria

Ressaltamos que um estudo mais completo acerca de ângulos, conforme orientação curricular, deve ser abordado no 7.º ano. Dessa forma, nossa proposta com a tarefa foi (re)visar o conteúdo, permitindo aos discentes que já conheciam as propriedades a visualização de uma variedade de construções (o que reforça ou torna mais evidentes as propriedades) e, aos que não sabiam ou não se lembravam, a descoberta mediante a realização.

Inicialmente os estudantes apresentaram dificuldade na construção dos ângulos opostos pelo vértice, devido à forma peculiar exigida na construção. No entanto, à medida que a aula foi se desenvolvendo, o professor procurou esclarecer as dúvidas dos alunos que estavam com dificuldades e incentivar as duplas que apresentaram melhor desempenho, propondo novos questionamentos. Vale destacar a não linearidade que acontece em uma situação de ensino deste tipo: impasses e dificuldades geralmente desestabilizam os discentes que não estão acostumados com esse tipo de prática. Com intuito de entender como se deu a realização da atividade, vejamos de que maneira os estudantes **B** e **G** verificaram a relação entre ângulos opostos pelo vértice. Segue o diálogo extraído da gravação em áudio realizada por meio do *smartphone* utilizado pela dupla:

Professor: *Qual observação dá para fazer? G, B, ângulos opostos pelo vértice, que observação dá para fazer sobre eles?*

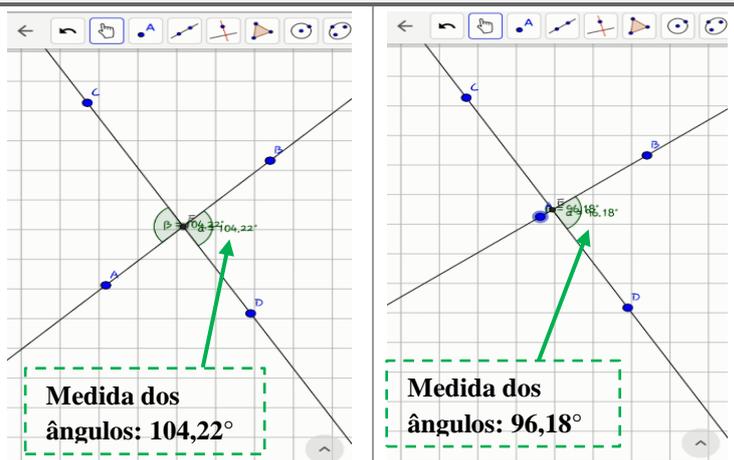
Estudante B: *Que se você mexer com a reta ou tirar ela do lugar e pôr em outro...*

Estudante G: *O valor continua o mesmo.* [Vozes... alunos chamando o professor].

Estudante B: *O valor dos ângulos continua o mesmo.*

De fato, a justificativa apresentada pelos estudantes está em consonância com o procedimento realizado no GeoGebra. A seguir apresentamos trecho do vídeo, capturado através da tela do *smartphone* utilizado pela dupla, que retrata a observação dos estudantes descrita no diálogo anterior.

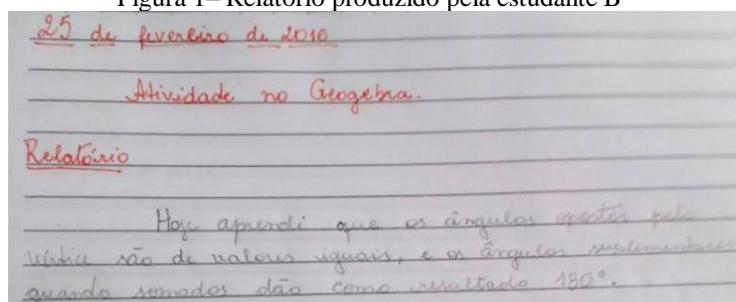
Quadro 3: Ações realizadas pelos estudantes na atividade 1

Vídeo - Tempo	Print da tela
12:22 - 12:34	
Descrição	
Alunos B e G modificando o construto para tentar estabelecer alguma relação entre os ângulos opostos.	

Fonte: elaboração própria

Embora em alguns momentos os alunos tenham modificado e apresentado incerteza sobre as constatações (conforme é possível perceber em trechos do vídeo), a descrição do diálogo anterior com parte da realização no GeoGebra sugere que a capacidade de proporcionar uma visão não estática da geometria a partir da utilização do GeoGebra pode ser identificada como uma contribuição. Os alunos utilizaram as mesmas estratégias para estabelecer uma relação entre os ângulos suplementares e, ao final, com o objetivo de verificar de que forma eles conseguiriam relacionar o que observaram de forma escrita, foi-lhes solicitada a produção de um relatório (pequeno texto) relatando suas descobertas. Os relatórios a seguir foram elaborados pelos estudantes **B** e **G**, ambos com 13 anos.

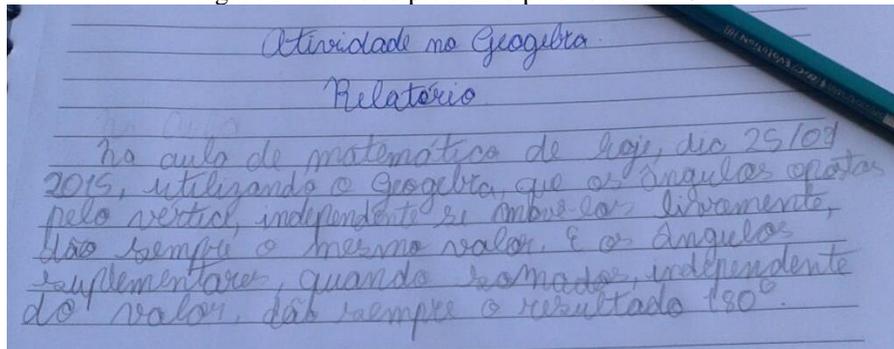
Figura 1– Relatório produzido pela estudante B¹⁵



Fonte: acervo pessoal

¹⁵ Transcrição da Figura 1: “Hoje eu aprendi que os ângulos opostos pelo vértice são de valores iguais, e os ângulos suplementares quando somados dão como resultado 180°”.

Figura 2– Relatório produzido pelo estudante G¹⁶



Fonte: acervo pessoal

Sobre paralelas cortadas por uma transversal

A atividade que apresentamos teve como objetivo trabalhar propriedades existentes entre os pares de ângulos que se podem formar a partir da construção de duas retas paralelas cortadas por uma transversal. A seguir sintetizamos a proposta e os questionamentos feitos:

Quadro 4: síntese da tarefa 2

1. Construam duas retas paralelas.
 - 1.1. Construam uma reta transversal às paralelas.
 - 1.2. Construam, pelo menos, dois pares de ângulos a partir das interseções entre a reta transversal com as paralelas (um par para cada interseção).
 - 1.3. Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas. O que vocês observam?
 - 1.4. É possível estabelecer alguma relação entre os pares de ângulos? Se sim, qual?
2. Investiguem se existem relações entre outras combinações de pares de ângulos. Por exemplo, construam os que estão do mesmo lado da transversal, movam/modifiquem a construção, façam anotações. Em seguida os que estão em lados opostos, etc.
3. Construam uma circunferência.
 - 3.1. Construam um quadrilátero inscrito na circunferência.
 - 3.2. Com base em suas observações sobre retas paralelas com uma transversal, é possível estabelecer alguma conjectura em relação aos ângulos internos do polígono? Expliquem.
4. Produzam um pequeno texto relatando de que forma se deu a atividade e todas as constatações.

Fonte: elaboração dos autores

Antes da descrição do desenvolvimento da atividade, vale um esclarecimento: embora a etapa 3 da tarefa seja usualmente tratada no estudo de ângulos em uma circunferência (conteúdo não contemplado no currículo), tivemos a intenção de verificar se os estudantes se apropriaram das propriedades relacionadas a ângulos entre retas paralelas na formulação de conjecturas em outros contextos.

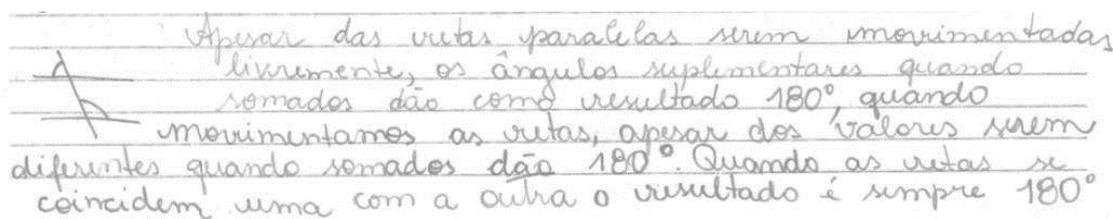
¹⁶ Transcrição da Figura 2: “Na aula de matemática de hoje, dia 25/02/2016, utilizando GeoGebra, que os ângulos opostos pelo vértice, independente se movê-los livremente, dão sempre o mesmo valor. E os ângulos suplementares, quando somados, independente do valor, dão sempre o resultado 180° ”.

No início da atividade ocorreram dificuldades relacionadas à construção no GeoGebra e à agitação da turma, comum nesse tipo de prática. Durante a implementação, o docente procurou auxiliar as duplas que apresentavam maior dificuldade e incentivar os discentes que estavam conseguindo realizar a atividade. Destacamos que a interação que ocorre em uma situação de ensino que emprega o uso das TIC a torna mais dinâmica (SCHEFFER, 2012), porém demanda do docente maior flexibilidade na solução de problemas informáticos e no atendimento de outras solicitações dos aprendizes; todavia, a manutenção da motivação e da curiosidade dos estudantes é sempre um desafio (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015a).

Um ponto que merece destaque é o uso da nomenclatura no estudo de propriedades relacionadas a retas paralelas com uma transversal. Expressões como ângulos alternos internos, alternos externos, colaterais, correspondentes etc. tendem a constituir um obstáculo no aprendizado. Diante dessa constatação, a presente intervenção optou por valorizar as descobertas, pelos estudantes, das propriedades e das relações entre os ângulos, e da atenção à posição das retas, dentre outros. Dessa forma, o uso dessa nomenclatura, geralmente supervalorizado no trabalho com essa temática, foi apresentado após as constatações das propriedades. O docente realizou um debate a fim de valorizar a fala dos estudantes para nomear os ângulos em relação a sua posição, o que tornou a apresentação das nomenclaturas o mais natural possível.

No que segue, destacamos o registro apresentado pelos estudantes, analisado para o questionamento da tarefa: “*Movam livremente a reta transversal e em seguida as paralelas. O que vocês observam?*” A figura 3 retrata as observações da dupla.

Figura 3– Resposta dos estudantes B e G¹⁷



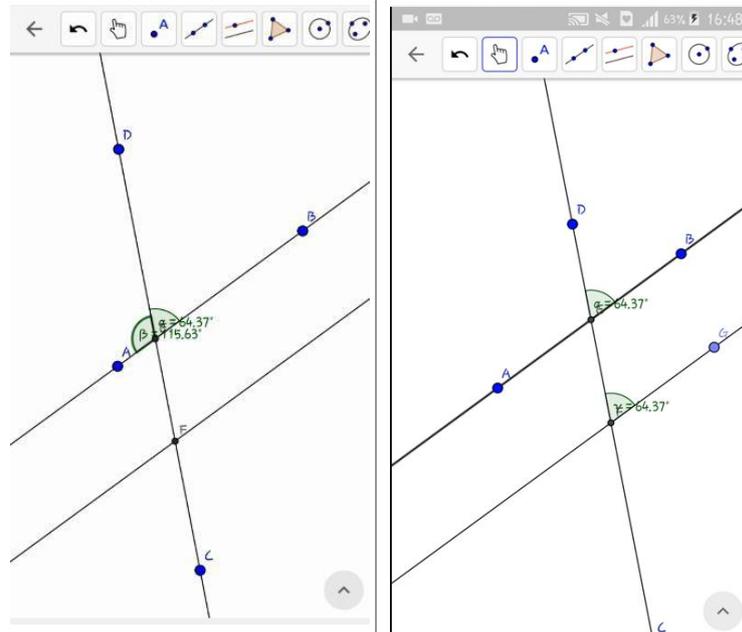
Apesar das retas paralelas serem movimentadas livremente, os ângulos suplementares quando somados dão como resultado 180° , quando movimentamos as retas, apesar dos valores serem diferentes quando somados dão 180° . Quando as retas se coincidem uma com a outra o resultado é sempre 180° .

Fonte: acervo pessoal

¹⁷ Transcrição da Figura 3: “Apesar das retas paralelas serem movimentadas livremente os ângulos suplementares quando somados dão como resultado 180° , quando movimentamos as retas, apesar dos valores serem diferentes quando somados dão 180° . Quando as retas se coincidem uma com a outra o resultado é sempre 180° ”.

O registro dos estudantes coloca em evidência a importância do uso da escrita para o aprendizado matemático, destacando sua potencialidade como forma de utilização no processo de reflexão conceitual (POWELL; BAIRRAL, 2006). O desenho utilizado pelos discentes sugere ainda uma outra forma de compreensão: embora alguns trechos do texto sejam redundantes, parece evidente o fato de que os discentes verificaram a autenticidade de ângulos suplementares (em várias posições, adjacentes e não adjacentes). De acordo com o relatório, observamos que a constatação registrada foi realizada, arrastando uma das retas e aproximando-a da outra ou sobrepondo-a a ela. Todavia, é provável que esse fato tenha dado subsídio para as observações, embora em seu registro os estudantes não apontassem outras descobertas em relação a outros pares de ângulos. No entanto, é possível verificar, a partir do vídeo, que outras testagens foram realizadas, com objetivo de fazer novas constatações. Analisemos:

Quadro 5: ações realizadas pelos estudantes na atividade 2

Vídeo - Tempo	Print da tela
06:44 – 10:21	
Descrição	
Alunos B e G investigando a relação entre ângulos suplementares e a relação entre ângulos correspondentes	

Fonte: elaboração dos autores

Nossa inferência acentua aspectos importantes no que se refere ao uso de dispositivos móveis em sala de aula, conforme destacam Oliveira e Mercado (2016), assim como torna mais evidentes potencialidades de um AGD (ARZARELLO et al., 2002; BAIRRAL, 2009, 2015; SALAZAR; ALMOULOUD, 2015; SILVA, 2015).

As constatações aqui sinalizadas também ressaltam as interações (estudantes – estudantes e estudantes – AGD) que ocorreram, à medida que os educandos realizavam a atividade. A reflexão apresentada por meio da escrita sugere que tenha ocorrido previamente um

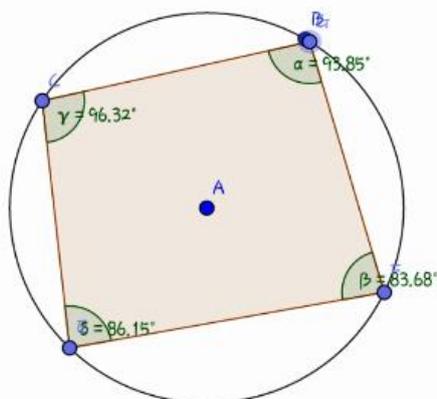
diálogo entre eles, com o objetivo de formular conjecturas a partir da modificação e da visualização do objeto matemático.

É possível que essas verificações registradas pelos discentes tenham constituído a base para a etapa seguinte, em que foi solicitado que eles construíssem uma circunferência e um quadrilátero inscrito na circunferência; medissem os ângulos internos do quadrilátero; e formulassem conjecturas a partir das modificações/observações realizadas. No decorrer da atividade, o docente chamou a atenção para que todos observassem atentamente o que estava acontecendo com o quadrilátero e procurassem estabelecer alguma relação entre os ângulos ou entre os lados.

Devido à dificuldade na construção dos ângulos internos do quadrilátero, a dupla analisada solicitou a presença do professor. Enquanto o docente se aproximava da dupla, outros estudantes se acercaram, levantaram alguns questionamentos e solicitaram explicações variadas (dificuldade de construções, entendimento da tarefa etc.). Nesse momento, a dupla fez a seguinte pergunta: “*O que é uma conjectura?*” (Enfatizando algo escrito na tarefa). O professor pediu atenção da turma e fez uma breve explicação, aproveitando o momento em que a turma começava a ficar dispersa para provocar os estudantes com novos questionamentos.

De volta ao diálogo com a dupla, o professor retomou a ideia de conjectura e tentou incentivar a dupla com novos questionamentos. Professor: “*Que relação existe entre esses ângulos aqui?*” (Apontando para os ângulos, enquanto a estudante **B** movimentava os pontos)

Figura 4 – Captura da tela 34:55



Fonte: elaboração dos autores

Vejam os trechos dessa conversa.

Estudante G: *Somando tudo, vai dar 360 graus.*

Professor: *Somando tudo, vai dar quanto?* (Tentando enfatizar o que foi dito pelo estudante).

Estudante B: *360 graus.* (Há uma interrupção no diálogo, quando alunos que terminaram a atividade entram em cena para entregar as folhas das atividades).

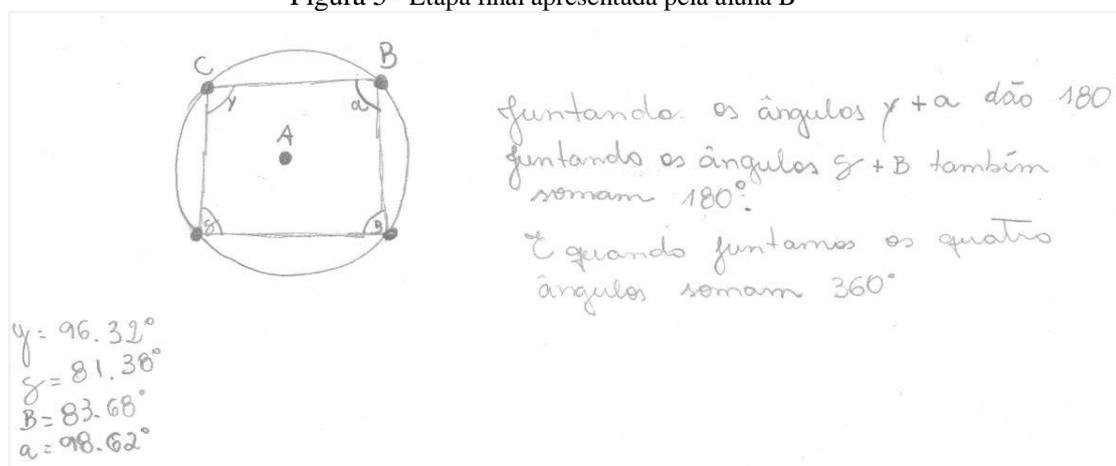
Estudante G: *Porque esses dois aqui...juntando dá um...* (O professor tenta incentivar).

Professor: *Calma! Me mostra...* (Há vozes que atrapalham a identificação do áudio no momento da fala da aluna B).

Estudante G: *Porque esses dois aqui dá 180 graus* (apontando para dois ângulos opostos), *esses outros dois aqui vai dá 180 graus* (apontando para os outros pares de ângulos opostos) e, *juntando o total, vai dá 360 graus* (identificando a soma dos pares opostos de ângulos).

Em seguida o docente deixa por conta dos estudantes a construção de um relatório apresentando as descobertas. De acordo com a captura do áudio, percebemos que os alunos apresentam dúvidas, mas não solicitam a participação do professor. A dúvida apresentada é evidenciada no relatório da dupla, que se confunde em relação à propriedade utilizada na descrição do diálogo e inverte a posição dos ângulos (ângulos cuja soma resulta em 180 graus), conforme destacamos a seguir.

Figura 5– Etapa final apresentada pela aluna B¹⁸



Fonte: acervo pessoal

Com base na análise sintetizada anteriormente, é possível observar que a intervenção realizada com AGD possibilitou aos aprendizes verificações e construções, com mais ênfase na identificação de propriedades e menos na nomenclatura. A visualização de propriedades a partir das possíveis combinações entre os pares de ângulos tornou-se um desafio para os estudantes na consolidação das constatações, porém inovador, por trazer

¹⁸ Transcrição da Figura 5: “Juntando os ângulos $y + a$ dão 180° . Juntando os ângulos $g + b$ também somam 180° . E quando juntamos os quatro ângulos somam 360° ”.

elementos que possibilitaram uma observação mais abrangente e articulada dos conceitos geométricos em estudo.

Sobre o *smartphone*, destacamos o apelo motivador que este recurso traz às aulas como ferramenta pedagógica. No entanto, observamos desafios atrelados ao seu uso, como a dificuldade de visualização de propriedades em casos nos quais a tela é pequena. A seguir apresentamos uma síntese dos desafios e das contribuições.

Quadro 6: resultados obtidos a partir da análise da implementação

Atividade	Desafios	Contribuições
Atividade 1	Dificuldades de manuseio do <i>software</i> e de formulação do conceito relacionado à visualização da propriedade.	Investigação de propriedades; percepção de uma geometria não estática; uso da escrita e do diálogo como formas de reflexão e de desenvolvimento conceitual.
Atividade 2	Dificuldades de manuseio do <i>software</i> e de visualização das propriedades em um constructo para casos em que a tela do <i>smartphone</i> é pequena.	Investigação de propriedades; maior ênfase na exploração de propriedades sem valorização excessiva de nomenclaturas; uso da escrita e do diálogo como forma de reflexão e desenvolvimento conceitual; identificação de propriedades e relações entre ângulos.

Fonte: elaboração dos autores

As contribuições e os desafios destacados no quadro anterior formam a base para os apontamentos de algumas considerações, sintetizadas a seguir.

Conclusões

Neste artigo, apresentamos aspectos do aprendizado de alunos do Ensino Fundamental sobre retas paralelas cortadas por uma transversal por intermédio do uso de um AGD no *smartphone*. A intervenção mostrou-se instigante, por permitir aos alunos – mediante formas variadas de registro escrito e construções em telas – a observação articulada de um conjunto de elementos (medida ou soma de ângulos, posição de retas etc.), relacionados ao conteúdo abordado e, juntamente com o manuseio no AGD, a exploração variada a partir das construções de retas e ângulos.

A forma de abordar o conteúdo permitiu aos estudantes (re)visar propriedades, no caso de retas concorrentes, e construir conceitos relacionados aos ângulos em retas paralelas cortadas por uma transversal, o que possibilitou, inclusive, articular o estudo para outros contextos geométricos. Na terceira etapa da tarefa dois, observamos que, a partir da análise de relações entre ângulos, emergiu a soma dos ângulos internos de um quadrilátero inscrito em uma circunferência. A iniciativa de somar os ângulos internos do quadrilátero

partiu da dupla analisada, uma vez que isso não foi solicitado na tarefa. Assim, ressaltamos que esse tipo de descoberta, em aulas com papel e lápis, não é comum. Além do mais, quando o professor ensina retas paralelas e transversais, ele não considera a possibilidade de articular outros conceitos, como no caso do quadrilátero inscrito na circunferência, o que, geralmente, é apresentado em um estudo de ângulos inscritos. Com o uso do GeoGebra, em nossa pesquisa, essa articulação foi possível. Cabe, portanto, ao docente refletir se pretende priorizar o uso excessivo de nomenclaturas (ângulos colaterais, alternos internos, correspondentes etc.), que muitas vezes se torna um complicador, ou se objetiva valorizar o entendimento da identificação e da relação entre ângulos e de propriedades correlatas.

Destacamos, no desenvolvimento das atividades, a condução motivadora que o uso do *smartphone* trouxe durante as implementações. De acordo com Bairral, Assis e Silva (2015a), implementar recursos diferentes na realização de uma tarefa contribui para o desenvolvimento da capacidade cognitiva. Nesse sentido, o *smartphone* se afirma com grande potencial, seja pelo seu apelo instigador, seja pela gama de possibilidades proporcionadas para o uso em sala de aula (MOURA, 2011, 2017). Entretanto, Götttsche (2012) explica que, em relação à inserção de um dispositivo móvel em situações de ensino, é necessário identificar potencialidades e limitações do recurso, com objetivo de dar ao seu uso o teor adequado, a fim de proporcionar um ambiente favorável para que a aprendizagem ocorra.

Alguns dos desafios estão relacionados à realização de construções ou à dificuldade de visualização de propriedades em casos em que a tela do *smartphone* é pequena. Todavia, essa dificuldade tende a ser encarada como natural no processo de descoberta por parte dos alunos. A dinamicidade do dispositivo, a facilidade de manuseio na tela e a possibilidade de rever construções fazem com que os aprendizes fiquem mais imersos em seu aprendizado (BAIRRAL; ASSIS; SILVA, 2015).

Uma intervenção em aula que inclua um AGD com *smartphones* no estudo de retas paralelas cortadas por uma transversal possibilita novas formas de construir, descobrir e justificar propriedades entre ângulos e retas, seja manipulando uma construção geométrica, seja girando o próprio aparelho.

A análise simultânea de vários elementos (ângulos, retas, interseções etc.) constitui um vasto e instigante campo de explorações geométricas, por ampliar o espectro visual e representacional dos objetos geométricos. Para isso, torna-se importante que o aluno fixe sua atenção em objetos geométricos e relações que objetiva analisar e, nesse sentido, a

mediação docente é importante, pois o professor pode assumir as funções de um observador e um propulsor de ideias e de interlocuções constantes com seus estudantes.

Referências

ARZARELLO, F. et al. A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *ZDM*, v. 34, n. 3, p. 66-72, 2002.

BAIRRAL, M. A. *Tecnologias da informação e comunicação na formação e educação matemática*. Seropédica: EDUR, 2009. 112p. (Série InovaComTic, v.1).

_____. Licenciandos em matemática analisando o comportamento de pontos notáveis de um triângulo em um ambiente virtual com GeoGebra. In: *Reunião anual da ANPED*, 37., 2015, Florianópolis.

BAIRRAL, M. A.; ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. *Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática*. Seropédica: Edur, 2015a.

_____. *Uma matemática na ponta dos dedos com dispositivos touchscreen*. *RBECT*, v. 8, n. 4, p. 39-74, 2015b.

COUTO, E.; PORTO, C.; SANTOS, E. *APP-Learning: experiência de pesquisa e formação*. Salvador: EDUFBA, 2016.

GÖTTSCHE, K. *Tecnologias móveis: uma mais-valia em contextos educacionais?* *Linhas*, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 62-73, 2012.

HENRIQUE, M. P. *GeoGebra no Clique e na Palma das Mãos: Contribuições de uma Dinâmica de Aula para Construção de Conceitos Geométricos com Alunos do Ensino Fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto de Educação, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ. 2017.

MEIER, M.; GRAVINA, M. A. Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental. In: *Conferência Latino-americana de GeoGebra*, 1., 2012. *Anais...*p. CCL-CCLXIV.

MOURA, A. M. C. *Apropriação do telemóvel como ferramenta de mediação em mobile learning: estudos de caso em contexto educativo*. Tese (Doutoramento em Ciências da Educação, na Especialidade de Tecnologia Educativa) – Instituto de Educação, Universidade do Minho, Braga, 2011.

_____. Tecnologias móveis: aprendizagem baseada em projetos. In: MIGUÉNS, M. *Aprendizagem, TIC e redes digitais. Seminários e Colóquios*. Lisboa: CNE – Conselho Nacional de Educação, 2017. p. 78-98.

OLIVEIRA, C. A.; MERCADO, L. P. L. Ensino de matemática utilizando o aplicativo Qr code no contexto das tecnologias móveis. In: COUTO, E.; PORTO, C.; SANTOS, E.

APP-Learning: experiência de pesquisa e formação. Salvador: EDUFBA, 2016. p. 211-226.

POWELL, A. B.; BAIARRAL, M. A. *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades*. Campinas: Papirus, 2006.

QUARTIERO, E. M.; BONILLA, M. H. S.; FANTIN, M. (Ed.). *Projeto UCA: Entusiasmos e desencantos de uma política pública*. Salvador: EDUFBA, 2015.

REDECKER, C. Review of learning 2.0 practices: Study on the impact of web 2.0 innovations on education and training in Europe. *Institute for Prospective Technological Studies*, 2009. Disponível em: <http://ftp.jrc.es/EURdoc/JRC49108.pdf>> Acesso em: 3 jun. 2010.

SALAZAR, J. V. F.; ALMOULOU, S. A. Registro figural no ambiente de geometria dinâmica. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 17, n. 5, p. 919-941, 2015.

SCHEFFER, S. A Argumentação em matemática na interação com tecnologias. *Revista Ciência e Natura*, Santa Maria, v. 34, n. 1, 2012.

SILVA, G. H. G. da. Ambientes de geometria dinâmica: potencialidades e imprevistos. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, v. 5, n. 1, 2012. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/index>. Acesso em: 14 set. 2015.

SINCLAIR, N. et al. Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. *ZDM*, v. 48, n.5, p. 1-30, 2016. doi:10.1007/s11858-016-0796-6

UNESCO. *Diretrizes de políticas para aprendizagem móvel*. 2014. Disponível em: < <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002277/227770por.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2016.

Texto recebido: 08/07/2018

Texto aprovado: 01/11/2018