

A aprendizagem de Geometria com foco na desconstrução dimensional das formas

The learning of Geometry focusing on dimensional deconstruction of forms

ROBERTA NARA SODRÉ DE SOUZA ¹

MÉRICLES THADEU MORETTI ²

SADDO AG ALMOULOU ³

Resumo

O presente artigo traz para discussão a desconstrução dimensional das formas como elemento relevante a se considerar na aprendizagem da geometria. A investigação baseou-se em aportes teóricos de Duval que traz a desconstrução dimensional das formas como intrínseca à aprendizagem em geometria. A pesquisa teórica/prática baseada em princípios da Engenharia Didática faz uma análise semiótica e cognitiva das produções de alunos do Ensino Médio em problemas que contenham figuras geométricas. A desconstrução dimensional das formas mostrou-se ser uma operação cognitiva requerida e fundamental à resolução de problemas com figuras se configurando no momento seguinte às apreensões perceptiva e discursiva e agindo no planejamento heurístico da ação do sujeito que o encaminhando para um olhar não icônico que decompõe os elementos constitutivos da figura, permitindo a solução do problema. O presente estudo nos direciona à necessidade do olhar docente à proposição cuja intencionalidade leve em conta o desenvolvimento da desconstrução geométrica favorecendo as operações na figura em suas dimensões inferiores.

Palavras-chave: Aprendizagem, Geometria, Desconstrução Dimensional.

Abstract

The present article brings to discussion the dimensional deconstruction of forms as a relevant element to be considered in the learning of geometry. The research was based on Duval's theoretical contributions which brings the dimensional deconstruction of forms as intrinsic to learning in geometry. Theoretical / practical's research based on Didactic Engineering principles makes a semiotic and cognitive analysis of the productions of high school students in problems that contain geometric figures. The dimensional deconstruction of the forms has been proved to be a required cognitive operation and fundamental to solve problems with figures settling in the moment following the perceptive and discursive apprehensions and acting in the heuristic planning of the action of the subject that leads it to a non iconic view that decomposes the constituent elements of the figure, allowing the solution of the problem. The present study directs us to the necessity of the teaching view to the proposition of problems with

¹ Prof^a. Dra. Roberta Nara Sodré de Souza. Instituto Federal de Santa Catarina IFSC/ITAJAÍ.

² Prof. Dr. Méricles Thadeu Moretti. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica (PPGECT) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Pesquisador do CNPq. Líder do GPEEM/PPGECT/UFSC.

³ Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática PUC/SP - Pesquisador Bolsista do CNPQ - Líder de Grupo de pesquisa PEAMAT - Vice-coordenador do PEPG em Educação Matemática - PUC/SP.

intentionally for the development of the geometric deconstruction favoring the operations in the figure in its inferior dimensions.

Keywords: *Learning, Geometry, Dimensional Deconstruction.*

Introdução

As dificuldades conceituais dos estudantes em geometria apresentam-se como um foco de estudo de vários pesquisadores direcionado a diferentes níveis de ensino em nosso país. As observações realizadas sobre o baixo desempenho na resolução de problemas, no campo geométrico, nos levam a buscar elementos, semióticos e cognitivos, que possam apontar direcionamentos que estabeleçam um salto para o avanço da didática da matemática.

Os problemas abordados na Geometria, em grande parte, dispõem de figuras geométricas que nem sempre são vistas como deveriam, ou ainda, não são bem elaboradas, assim tornam-se impedimento imediato para o estudante avançar. Nesta perspectiva, Duval e Moretti afirmam que:

uma figura geométrica é uma figura codificada e é isto que conta para o olhar e, se for o caso de se permanecer no reconhecimento perceptivo imediato, as figuras não são nada mais do que uma ajuda para compreender um enunciado de uma definição ou teorema ou para resolver algum problema e podem se tornar um obstáculo ou mesmo a primeira causa de um bloqueio na resolução de algum problema. (DUVAL; MORETTI, p. 84, 2018)

As proposições de ação no problema diante de uma figura geométrica requerem, em geral, uma redução dimensional de sua forma para encaminhar a solução. Contudo, esse gesto, por muitos, considerado como algo natural, mostra-se, ao olharmos para os elementos teóricos, ser um salto cognitivo e não intrínseco aos aprendizes. DUVAL (2015, p. 8), revela que "a importância cognitiva da desconstrução dimensional das formas - que é o implícito, por excelência, dos conceitos e das definições geométricas - permaneceu totalmente ignorada no ensino e pelas teorias didáticas dominantes." O fato pode levar o estudante a permanecer na dimensão dada no problema levando-o a não buscar caminhos heurísticos, fora da mesma dimensão, para resolver a questão. Com as ideias pontuadas, é importante considerarmos a desconstrução dimensional das formas como elemento relevante na aprendizagem da geometria?

Com a discussão colocada emergem várias outras indagações pertinentes à temática da desconstrução dimensional de figuras na aprendizagem da geometria que nos aguçam a pesquisar: As mudanças dimensionais são operações cognitivas implicitamente

elaboradas sem a necessidade de ação didática específica? A não habilidade com as mudanças dimensionais de figuras podem levar a geração de dificuldades na resolução de problemas em geometria? Podemos elaborar situações que possam transversalmente desenvolver a desconstrução dimensional das formas?

Para esta pesquisa procuramos por elementos teóricos e experimentais que possibilitem nos levar à algumas análises sobre a relevância e a interferência da desconstrução dimensional na aprendizagem de Geometria.

Aprendizagem em Geometria e as conexões com a Desconstrução Dimensional

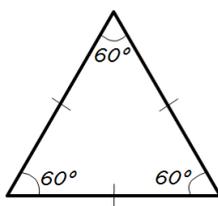
O ver na matemática ligado aos objetos matemáticos e, assim, aos conceitos da geometria, difere do ver em outras disciplinas e constitui-se gesto cognitivo ligado a semiótica relacionada nas situações didáticas propostas. As figuras geométricas estão ligadas a um entorno cognitivo e semiótico e vinculam-se intrinsecamente à elaboração dos objetos matemáticos pelos aprendizes e nessa via se constitui a forte importância da desconstrução dimensional das mesmas.

Definimos, por figura, "as propriedades do objeto representado pelo desenho, ou ainda, a classe de todos os desenhos que podem ser representações visuais desse objeto" (DUVAL, 2011, p. 91). A maior parte de problemas abordados nos livros didáticos, no campo da geometria, é elaborada contemplando figuras geométricas e as soluções requeridas apontam à necessidade de ver elementos em dimensões diferentes das que foram dadas.

Ao ter uma figura compondo uma situação problema em geometria, ela certamente tem um papel um objetivo na sua contextualização e no que se espera acrescentar ao aprendiz com a mesma. "Ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa do que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra. Isto depende do papel que a figura tem na atividade matemática" (DUVAL, 2012b, p. 1). Se não temos produção de significados ao ver a figura que compõe a atividade, não levantamos propriedades inerentes, não elaboramos o que representa esse objeto matemático, não operamos sobre ele.

Como exemplo, levantamos o problema 1 da Figura 1, solicitamos que se que determine a área do triângulo equilátero de lados 4 cm.

Figura 1: Triângulo Equilátero



Fonte: Souza (2018, p.85)

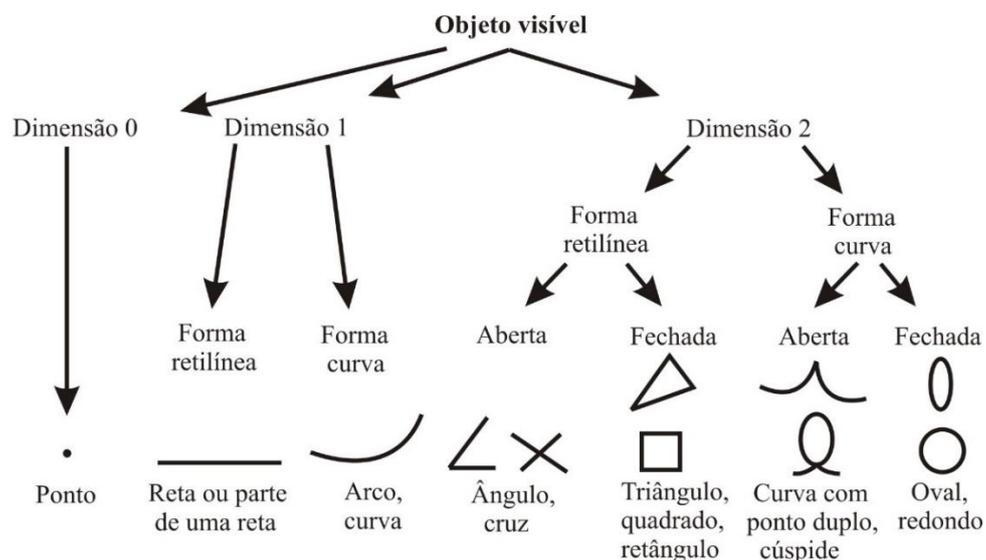
O desenho do triângulo, passa a ter um status de figura geométrica, no contexto apresentado, pois ao ver matematicamente, precisamos que sejam evocados propriedades e significados, fundamentais à resolução da situação criada. Ao resolver o problema 1, haverá necessidade de expandir os significados das palavras que se remetem a conceitos. Para o caso, o triângulo é equilátero, assim, possui lados da mesma medida. Para o cálculo da medida da área, é preciso que seja designado a sua altura, projetando um dos vértices, sobre o lado oposto ao vértice escolhido, de forma ortogonal. Ainda consideramos que, a partir da construção da altura, se formarão dois triângulos retângulos e para encontrar a medida da altura pretendida cabe aplicar o teorema de Pitágoras, requisitado no cálculo da medida da área. No decorrer dessa trajetória de significações, o aprendiz executa, em vários momentos, mudanças de dimensão, transformando para outras unidades das figuras como para a primeira dimensão: os lados, a altura. Para dimensão zero, os pontos relevantes: vértice e o ponto médio. O simples exemplo de cálculo da medida da área de uma figura em segunda dimensão, nos mostra quantas relações, propriedades, desconstruções, inserções e significações emergem, apontando as particularidades do ver em matemática.

Quando um objeto visível, muda de dimensão, poderá apresentar diferentes características no seu "desmanche" e essa transição requer o desenvolvimento de análise visual das capacidades das figuras (DUVAL, 2005, p. 8). Para que possa analisar as variáveis didáticas na desconstrução de dimensões que um problema contempla, faz-se necessária uma classificação organizada das unidades figurais elementares (DUVAL, 1995, p. 177). A Figura 2, traz um esquema que procura apresentar como a mudança de dimensão operacionaliza mentalmente.

Na classificação exposta na Figura 2, apresentada pelo autor, observamos as subdivisões que um objeto visível possui, a dimensão zero, um ou dois. Nos ramos, vemos como se diferenciam e se subdividem essas dimensões. Duval (1995, p. 178) nos pontua que uma

figura aparentemente reduzida a uma só unidade só é uma figura, em matemática, se for considerada como uma configuração de unidades figurais de menor dimensão. Um quadrado, por exemplo, (dimensão figural 2), só tem esse status por ser formado de elementos de dimensão 1 (os segmentos formando os lados). São as relações (paralelismo, simetria, tangência) na mudança de dimensão, as unidades figurais elementares e o conteúdo pertinente de uma figura geométrica que permitem evidenciar as características do objeto geométrico. Sendo assim, as figuras são permeadas de elementos teóricos e a desconstrução dimensional não se mostra como algo intrínseco ou natural aos aprendizes e sim, uma operação cognitiva a ser desenvolvida.

Figura 2: Classificação das unidades figurais elementares



Fonte: Duval (1995, p. 177).

As diferentes dimensões de uma figura estão localizadas em ramificações distintas, como mostra a Figura 2, e requerem um custo cognitivo que perpassa por um nível de experiência com objetivos previamente pensados. Nesta perspectiva, Duval e Moretti asseveram que:

A desconstrução dimensional das formas 2D/2D consiste em vê-las como configurações de unidades figurais 1D ou 0D. Para descrever o processo cognitivo que subentende a maneira heurística de ver, será necessário decompor em duas fases: a transformação de uma unidade figural em uma rede subjacente de retas e a descoberta de todas as configurações possíveis que se pode reconhecer nesta rede (DUVAL; MORETTI, p. 86, 2018).

Os objetivos da aprendizagem em geometria são restritos à escola, já que as operações a serem desenvolvidas envolvem o pensar levando em conta que as "operações próprias de

cada registro são operações cognitivas. Isso significa que o sujeito deve ter consciência para poder cumpri-las intencionalmente e espontaneamente" (DUVAL, 2011, p. 99).

A relevância de pensarmos sobre as mudanças de dimensão, ao olhar um objeto visível, vem de que “a causa de insucesso em muitos problemas em geometria está na dificuldade de olhar uma figura nas dimensões inferiores ao que é dada” (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 602). Dessa forma, é importante conhecer as unidades pertinentes aos conteúdos de cada representação e as transformações de cada registro para fazer qualquer coisa em relação a matemática (DUVAL, 2011, p. 86). Além desse ponto, é preciso considerar que levar um olhar de superfícies e seus contornos para um olhar de pontos e retas, por exemplo, falando especificamente da passagem de desconstrução 2D para 1D, se apresenta como uma questão decisiva na aprendizagem da geometria, já que sem esse olhar, o ensino das propriedades geométricas e suas formulações podem se tornar esvaziadas.

Na visão geométrica da figura, é preciso operar uma desconstrução dimensional das formas reconhecidas imediatamente e as que não estão à primeira vista (DUVAL, 2011, p.87). A desconstrução dimensional das formas não é, geralmente, tratada como intrínseca à formação conceitual em geometria e o docente, ao selecionar os problemas para sua ação didática, possivelmente, não tem por objetivo o avanço cognitivo com foco nesse gesto intelectual.

Ao se deparar com uma figura geométrica em um problema as questões perceptivas de sua construção são visualizadas primeiramente podendo marcar a trajetória heurística do aprendiz na situação com base na desconstrução dimensional.

A desconstrução dimensional ocorre em duas fases de ver:

VER - Fase 1. É preciso prolongar as bordas de um contorno fechado elementar (triângulo, quadrado) para que apareça a rede de unidades figurais 1D (as retas) subjacente ao contorno fechado e neutralizar a evidência perceptiva do contorno. Essa primeira fase equivale *aos reflexos que os alunos não possuem diante de uma “figura”*: sair da figura elementar ou de uma configuração e juntar um novo traçado para que surjam novas formas 2D. Isso exige, evidentemente, uma longa aprendizagem uma vez que tal atitude se contrapõe a evidência perceptiva. Mas é isso, a aprendizagem de base da geometria é exatamente do mesmo modo que aprender a ler.

VER, Fase 2. A partir dessa rede pode-se observar as anamorfoses de uma configuração de partida em outras que são totalmente diferentes. (DUVAL; MORETTI, p. 86, 2018)

As duas fases da desconstrução geométrica mostram-se como pontos importantes, no entanto, ainda precisam ser assim reconhecidas pelos matemáticos, ou por quem trabalha com o ensino da matemática. O caso Ver-Fase 1 está ligado ao sair da evidência perceptiva e juntar um novo traçado para que surjam novas formas, que é o que os alunos não possuem diante de uma figura e o segundo, Ver-Fase 2, que se relaciona ao experimentar o potencial da visualização matemática, é abandonado ao detrimento da introdução de figuras típicas nas várias mídias. (DUVAL e MORETTI, no prelo).

Para além dos elementos das unidades figurais a serem consideradas numa situação didática selecionada, é importante considerar as suas interações com as apreensões e da fluência de um caminho do icônico ao não icônico, pelos diferentes olhares.

Apreensões em geometria

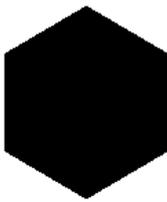
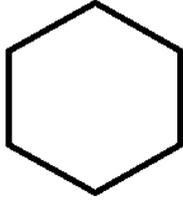
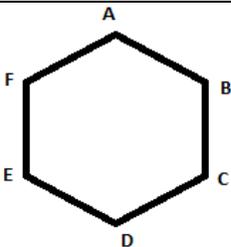
As operações cognitivas sobre as figuras geométricas com fins heurísticos de descoberta da resolução do problema são definidas por apreensões.

“A resolução de problemas de geometria e a utilização do tipo de raciocínio que essa resolução exige dependem da distinção das formas de apreensão da figura.” (ALMOULOUD et al, 2004, p. 99). Existem quatro tipos possíveis de apreensões de uma figura geométrica: a **apreensão perceptiva** que permite identificar de imediato uma forma ou um objeto bidimensional ou tridimensional, a **apreensão discursiva**, que acontece quando um enunciado ou explicação acompanha um desenho, a **apreensão sequencial** que se refere a construções de figuras, depende de suas propriedades e das restrições técnicas dos instrumentos utilizados, a **apreensão operatória**, que se relaciona às modificações ou transformações possíveis de uma figura inicial (DUVAL, 1994, p.123). Para este estudo destacamos dois níveis de apreensão: a apreensão perceptiva, que influencia fortemente o segundo nível que é o da apreensão operatória que podem ser evocadas na resolução de um problema.

A apreensão perceptiva, também intitulada, apreensão gestáltica (DUVAL, 1995, p. 181-182) revela-se no aspecto visual, dessa forma, não exige conhecimento matemático, contudo, pode comandar outras apreensões, como a operatória na forma de pensar as possíveis modificações que ocorrem já de primeiro momento, sob a forma de ver a figura. As figuras do Quadro 1, denotam a variedade da apresentação que se remetem a diferentes percepções visuais.

No exemplo do primeiro hexágono do Quadro 1 o estudante, ao dar elementos de cor sólida, por questões perceptivas, tende a olhar o plano em segunda dimensão. No caso, mudará a forma original dada para uma forma retilínea, na dimensão 1, ao diferenciar seus lados e em seguida, os pontos, como o vértice e o ponto médio, na dimensão 0.

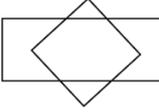
Quadro 1: Figuras geométricas iguais em diferentes formas perceptivas

Figura com cor sólida	Figura com contorno	Figura com contorno e Designação de Vértices
		

Fonte: Souza (2018, p.89)

No exemplo do Quadro 2, abordamos a desconstrução de uma figura em 2D nas suas várias formas de ver. Observe, que dependendo de como atua a apreensão perceptiva, ela poderá facilitar a desconstrução dimensional, ou não, da figura composta em 2D às dimensões inferiores.

Quadro 2: Maneiras de ver uma figura geométrica plana

Figura 2D	Decomposições em unidades figurais 2D		Decomposição em Unidades figurais 1D
	Acoplamento/decomposição por Justaposição	Acoplamento por Superposição	Construção instrumental
	5 formas poligonais (dois triângulos, dois pentágonos, um hexágono)	2 polígonos regulares (um quadrado e um retângulo)	8 lados

Fonte: DUVAL (2011, p. 87)

Já na apreensão perceptiva, a necessidade da desconstrução dimensional se configura na procura por ver os caminhos à resolução. É por meio dessa apreensão que podemos conseguir ideias para resolver um problema, por exemplo, ao prevermos caminhos de subdivisões, criação de linhas auxiliares, rotações, dentre outros procedimentos, permitimos que a figura possa exercer o seu papel heurístico (DUVAL, 1998, p.147).

A apreensão operatória "diz respeito às possíveis modificações que uma figura pode permitir e as reorganizações perceptivas que estas mudanças operam" (MORETTI, 2013, p. 292), e pode ser feita de muitas maneiras. Seja uma modificação mereológica, que exige uma decomposição de figuras em subfiguras, uma modificação ótica, que trabalha com a redução ou ampliação ou uma posicional, que exige uma rotação ou translação da figura. Além disso, dependendo da modificação necessária a maneira como a figura é apresentada na situação pode favorecer ou não a visibilidade para que a apreensão possa ocorrer.

O conhecimento geométrico requer como gesto intelectual a desconstrução dimensional das formas o que fica, algumas vezes, restrito, na forma habitual com que alguns livros didáticos vêm trabalhando a questão. Para treinar esse olhar, a ver além do desenho, Duval (2011, p.92) propõe estabelecer tarefas que não se relacionem a questões de medida e de cálculo, separando atividades de desconstrução dimensional das de operações mereológicas, pois uma pode ser obstáculo para outra. É preciso também contemplar variações nas figuras e nas situações possibilitando o ver, e tornando-se variáveis didáticas relevantes para a organização da aprendizagem em matemática (DUVAL, 2011, p.92).

Para aprender geometria é preciso estabelecer as ligações entre as apreensões perceptivas e operatórias que denominamos de visualização, é preciso visualizar para entrar na resolução do problema (MORETTI; BRANDT, p. 614, 2015). Observamos que as dificuldades de desenvolver problemas que envolvam figuras geométricas passam pela forma de ver geometricamente elementos nas figuras em dimensões diferentes das que são dadas e que esse gesto está envolvido de aspectos semióticos e cognitivos não se configurando, assim, como algo natural para o aprendiz desenvolver.

Olhares em geometria

Olhamos de forma diferenciada uma figura geométrica. Os filtros em nosso olhar, que nos fazem ver uma imagem e enxergá-la de forma diferenciada passam pelas experiências semióticas e cognitivas que temos no campo geométrico.

A evolução de nossa capacidade visual e heurística vai de um olhar focado na imagem, na percepção, para um processo de apreensão operatória em que relacionamos as possíveis transformações na figura e as propriedades do objeto envolvido.

Duval (2005) chama a caminhada do pensar ligado a uma figura geométrica de olhar, que vai do icônico ao não icônico. No icônico temos o olhar do Botanista e do Agrimensor. O olhar Botanista permite reconhecer o contorno de formas, qualifica a forma, observa semelhanças e diferenças. O olhar Agrimensor é o que faz medidas e passa para o plano do papel, quantifica ou estabelece relações métricas entre elas. Já no olhar não icônico, temos o Construtor e o Inventor. O olhar do Construtor requer o uso de instrumentos – régua não graduada, compasso e o aluno exerce um papel de tomada de consciência sobre as propriedades geométricas agregada às características perceptivas (DUVAL, 2005, p. 6). O olhar do inventor é aquele que transforma, enxerga além dos contornos dados, adiciona traços, opera sobre a figura e a modifica com fins de chegar a um procedimento de resolução.

Os olhares caminham lado ao lado, interagem entre si na resolução de um problema conforme as apreensões passam a ser exigidas com fins da busca de uma solução. Já a partir do olhar de observação do Botanista, temos o envolvimento da desconstrução dimensional das formas, buscando as unidades figurais para execução dos outros olhares. “Apreender a olhar em geometria é aprender a fazer os olhares desse percurso. O passo inicial é a aprendizagem do olhar icônico (sem perder de vista o olhar não icônico) (MORETTI; BRANDT, p. 605, 2015).”

Metodologia e Discussão dos Resultados

Elaboramos atividades que permitissem ao sujeito desenvolver elementos em situações e dimensões diversas relacionados à desconstrução dimensional das formas. Nosso interesse na investigação foi de verificar as trajetórias desse gesto intelectual nos registros de nossos sujeitos nos instrumentos de pesquisa.

Os princípios da Engenharia Didática (Artigue, 1988), caracterizada como um esquema experimental baseado em realizações didáticas foram utilizados para a construção, a análise e a experimentação das atividades propostas em nossa investigação. As análises preliminares se deram sobre o embasamento teórico permeando as propostas de instrumentos elaborados. Além disso, elaboramos análises a priori e a posteriori das atividades a serem desenvolvidas e utilizadas como elementos de validação da hipótese de pesquisa.

Iniciamos o trabalho convidando estudantes do Ensino Médio Integrado em Mecânica do IFSC a serem os sujeitos de nossa pesquisa, obtivemos 13 voluntários que compareceram

a 5 encontros de 60 minutos, no contra turno escolar, sendo a cada encontro submetidos a uma revisão de conceitos básicos envolvidos na atividade, em torno de 10 a 15 minutos e uma sequência de atividades, duas ou três previamente elaboradas e analisadas apoiando-se nos aportes teóricos envolvidos na pesquisa.

Para este artigo, selecionamos, dentre as quatorze questões propostas na sequência didática, duas atividades e apresentamos as análises das produções dos sujeitos. O foco das atividades centra-se no gesto intelectual da desconstrução dimensional das formas dadas em diferentes tipos de apreensão e dimensões.

Para cada atividade, foram feitas análises baseadas nos aspectos semióticos e cognitivos de forma preditiva, com base teórica e sob as possíveis trajetórias de resolução dos sujeitos. Desenvolvemos também um quadro síntese dos aspectos detalhados a priori e já elencando mudanças ocorridas e observadas na análise a posteriori.

Nas atividades de pesquisa, os sujeitos tiveram a necessidade de mobilizar saberes já adquiridos do campo geométrico e desenvolver ao menos uma desconstrução de unidade figural com ou sem ferramentas explícitas para resolver pelo menos uma parte do problema. Ao final os instrumentos eram recolhidos e ao observar dúvidas quanto a procedimentos realizados, utilizamos de entrevista individual presencial no turno da aula do sujeito. Na análise de dados, também, utilizamos de registro fotográfico dos procedimentos dos sujeitos. O confronto entre as formas de coleta de dados foi essencial para esclarecer alguns registros e heurísticas das desconstruções dimensionais das figuras.

Nossa análise incidiu sobre os seguintes aspectos: desconstruções dimensionais envolvidas, apreensões envolvidas, olhares envolvidos. Esses aspectos envolvem os registros de representação semióticas das figuras e dos procedimentos a serem utilizados pelos sujeitos sejam em conversões ou em tratamentos entre as diferentes linguagens, assim, envolvem a construção de conceitos matemáticos convergindo com as ideias de Duval. Os registros dos sujeitos foram analisados e confrontados com os aportes teóricos da pesquisa.

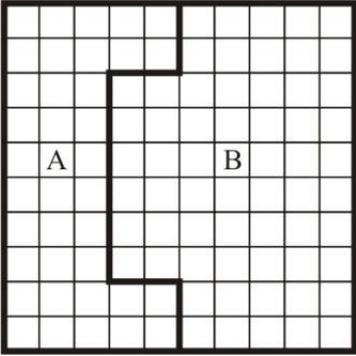
Apresentamos, a seguir, as duas atividades selecionadas para discussão nesse artigo, com foco no olhar cognitivo e semiótico envolvido. Nossa intenção foi lançar o foco de nossa análise num olhar qualitativo, baseado nos registros e falas dos sujeitos envolvidos, validando nossas hipóteses de pesquisa.

No primeiro encontro foram aplicadas quatro atividades, dos quais selecionamos para este artigo apresentar a discussão sobre a atividade 5, que foi a última aplicada no primeiro encontro.

A atividade 5 foi dividida em dois itens que se relacionavam 5.1 e 5.2, de forma que pudéssemos perceber melhor a heurística e o caminho dos procedimentos dos sujeitos. Os sujeitos só receberam o item 5.2, subitem da atividade 5, após terminar e entregar do item 5.1. A atividade 5, trazia a seguinte proposta aos sujeitos como mostramos no Quadro 3.

No item 5.1, pretendíamos que o estudante percebesse o objeto visível, identificando-o como um quadrado, que foi repartido em duas figuras de oito lados, cada uma, A e B, vazadas e com quadriculados, no preenchimento. A partir disso, percebesse as medidas dos lados, em primeira dimensão e calculasse o perímetro de A e B, considerando por fim, serem iguais e apontando a alternativa "a" como correta.

Quadro 3: Proposta da Atividade 5-5.1

<p>5.1- Assinale a resposta correta:</p> <p>a) O perímetro da parcela A é igual ao perímetro da parcela B</p> <p>b) O perímetro da parcela A é maior do que o perímetro da parcela B-</p> <p>c) O perímetro da parcela A é menor do que o perímetro da parcela B</p> <p>5.2 Com a resposta dada no item 5.1, calcule o perímetro de A e de B, mostre o desenvolvimento abaixo e compare com a resposta dada anteriormente. Justifique.</p>	
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Adaptado de CAPES/COFECUB, 1996.

Ao realizar a atividade 5 proposta os sujeitos precisaram quebrar a unidade figural, no contorno visual destacado em cada um dos lados dos dois quadriláteros. Já o item 5.2 foi lançado para um confronto dos resultados numéricos, com a apreensão perceptiva inicial da questão 5.1 que provocava a clausura na segunda dimensão. Esperávamos que os sujeitos conseguissem confirmar a solução dada no item 5.1, indicando os perímetros de A e B, iguais a 34 unidades de medida e que alguns que se enclausuraram na segunda dimensão, possam, por meio da orientação didática dada no item 5.2 ao mudarem de registro, focando um olhar que provocava para além do perceptivo, apontarem nos seus registros de resolução do 5.1, seu erro.

O objetivo de comunicar e requisitar a análise sobre um tratamento dimensional levantou o aspecto da função metadiscursiva no problema proposto de forma explícita. No entanto, o objeto visível, em que se centraria a análise, tem os lados que compõem o todo da imagem destacados, o que estimula a visualização para figura bidimensional, e poderia levar a um enclausuramento gerado pela percepção ambígua.

Na figura do Quadro 3, no cálculo do perímetro, a visualização inicial, permite fortemente equívocos entre considerar o perímetro maior numa figura do que em outra, o que pode não favorecer a desconstrução dimensional de 2D (a figura plana) para 1D, no caso, a linha que representará o perímetro. Percebe-se no exemplo que, "há um custo cognitivo para a compreensão no caso de duas expressões que podem ser sinônimas ou referencialmente equivalentes e não serem semanticamente congruentes" (DUVAL, 2012a, p.100). A combinação utilizada de figuras e quadriculados foca o olhar para a diferença entre as áreas em 2D dos dois quadriláteros que se encaixam, levando o aspecto de 1D, que seria o olhar sobre o perímetro, sobre o contorno para um plano perceptivo secundário, foca o olhar sobre o aspecto icônico, num olhar de Botânico. Portanto, algumas combinações entre enunciados e figuras, podem trazer uma ligeira não congruência visual com o que está sendo requerido e assim, a não congruência semântica (DUVAL, 2012b, p.123).

No Quadro 4, sintetizamos as análises das dimensões semiótica e cognitiva envolvidas nesta atividade à priori e acrescentamos, quando observado, a posteriori, os aspectos não citados previamente, com o olhar sob a produção dos sujeitos de pesquisa.

Quadro 4: Síntese dos aspectos semióticos e cognitivos na Atividade

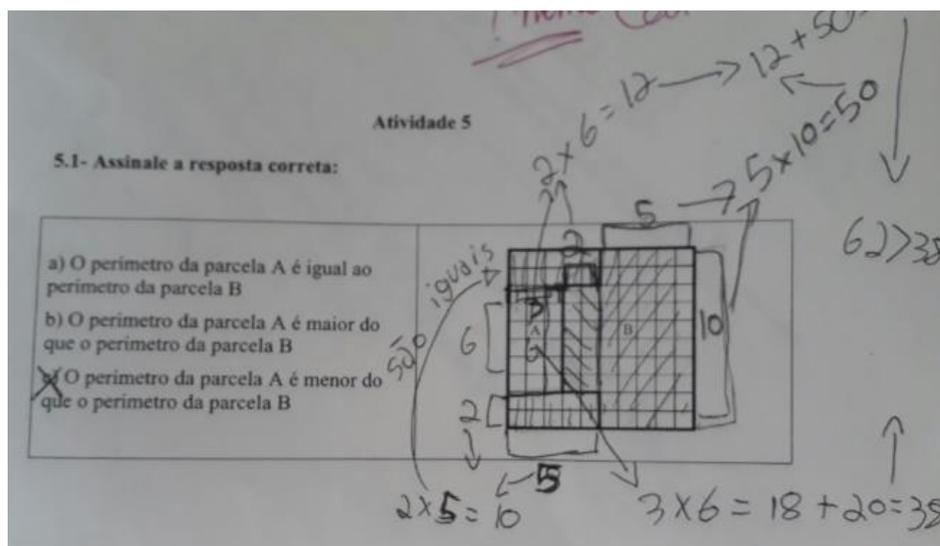
Mudanças de dimensão	Aspectos perceptivos	Apreensões	Funções da Língua
A priori: a) 2D ↔ 1D Figura plana para a percepção do perímetro	A priori: a) Olhar o todo em 2D. b) Falta de congruência da apreensão perceptiva, com a linguagem discursiva	1) A priori: a) Discursiva b) Perceptiva 2) A posteriori: c) Operatória no modo Mereológico: Pontilhados e repartições	A priori: Metadiscursiva b) Discursiva: -Referencial -Expansão
Semiosferas	Tipo de olhar	Conteúdo Envolvido	
1) A priori: Linguagem: a) Natural b) Formal c) Figural 2) A posteriori: d) Numérica	1) A priori: a) Botânico b) Agrimensor 2) A posteriori: Inventor	A priori: Perímetro de figuras planas	

Fonte: Souza (2018, p.145)

Em nossa análise a posteriori, percebemos o que foi relatado a priori e uma evolução de alguns dos sujeitos que envolveu a apreensão operatória com modificações mereológicas, baseados nos pontilhados e repartições da figura inicial.

O sujeito SH indicou ser o perímetro de A maior do que B ($A > B$) e os outros 5 sujeitos indicaram ser o perímetro de A menor do que o de B ($A < B$). O sujeito SB, mostra vários cálculos de medida de área de retângulos certificando a sua visualização para o cálculo da medida área numa apreensão operatória com modo mereológico, ao fazer os recortes na figura dada, como mostra na Figura 3 o seu registro.

Figura 3: Registro do Sujeito SB na atividade 5.1

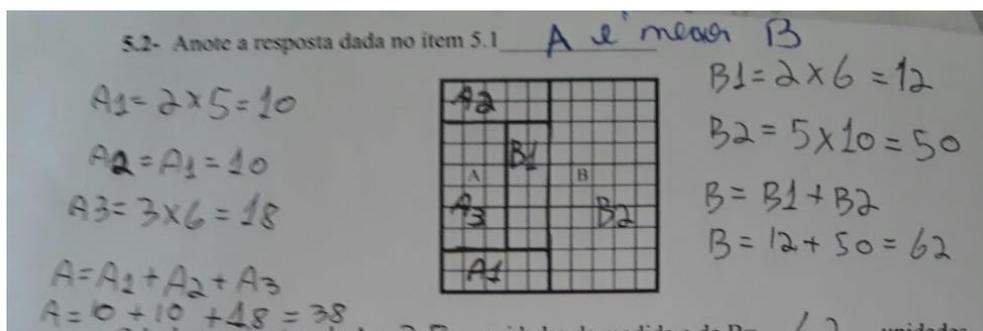


Fonte: Souza (2018, p.146)

Consideramos que nem sempre uma figura se encaminha como um elemento facilitador do raciocínio para os sujeitos, no caso para alguns deles, ficaram aprisionados no conceito de área ao olhar a segunda dimensão (DUVAL, 1998, p. 143), não conseguiram focar o olhar sobre a apreensão discursiva envolvida olhando à primeira dimensão, o perímetro. Os sujeitos entregaram a folha, com o item 5.1, desenvolvida e receberam em seguida a folha que completava a atividade 5 com o item 5.2, onde os monitores registraram a resposta dada pelo sujeito no item 5.1.

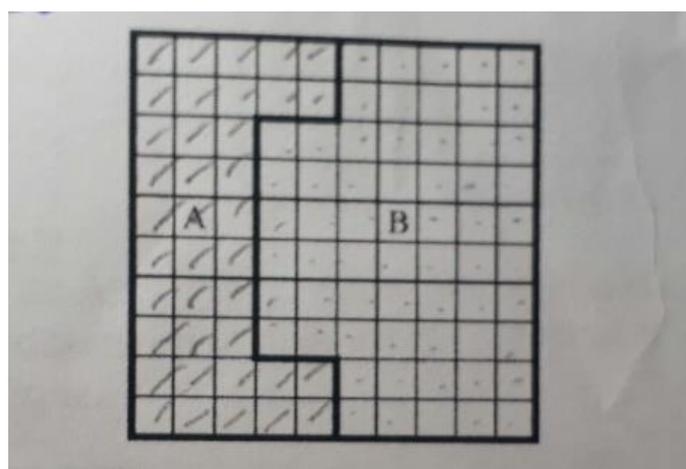
No item da 5.2 da atividade 5, observamos que mesmo solicitando a forma como o sujeito operou o cálculo do perímetro, alguns ficam aprisionados no olhar pela dimensão maior, no caso, a 2D, continuando com o conceito de área. A situação ocorreu para os sujeitos SB, SC e SJ, que mostramos pelos exemplos de registros abaixo nas Figuras 4 e 5. Na Figura 4 pelos cálculos de medidas de áreas apresentados e repartições da figura dada inicialmente e na Figura 5, pelas contagens mostradas por pontos no interior da figura percebemos a manutenção na segunda dimensão e a não desconstrução dimensional da forma. Contudo, fica nítido que os sujeitos ao serem envolvidos por atividades que exigem uma passagem numérica a desconstrução para 1D ficou mais congruente. No caso do item 5.1, as expressões figurais e discursivas são referencialmente equivalentes, mas não são semanticamente congruentes, (DUVAL, 2012a, p.100).

Figura 4: Registro do Sujeito SB na atividade 5.2



Fonte: Souza (2018, p.147)

Figura 5: Registro do Sujeito SC na atividade 5.2

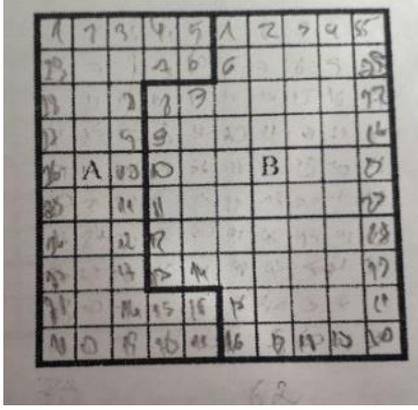
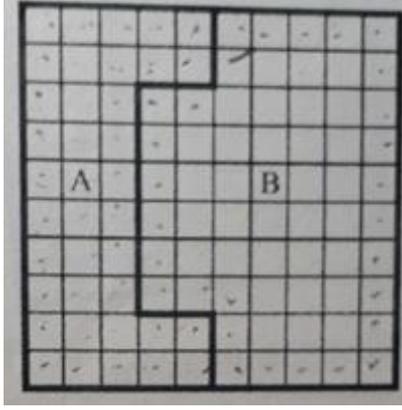


Fonte: Souza (2018, p.148)

Podemos perceber a ação de percepção do erro, quando foi distribuída a folha com o item 5.2, que solicitavam os cálculos, alguns sujeitos verbalizaram se poderiam arrumar a 5.1, como o sujeito SN. A orientação para que o sujeito fizesse a conversão numérica do que havia sido afirmado no item 5.1, levou a orientação e direcionamento da heurística para um olhar de agrimensor, seguindo a um de construtor que utiliza de ferramentas e composição de figuras para a contagem, mostradas no Quadro 4.

Mesmo indicando de forma incorreta o valor final do perímetro na atividade 5, percebemos que cinco sujeitos conseguiram descer a 1D, quando solicitados os cálculos. No entanto, observou-se, um erro dado na contagem incorreta de unidades que circulam a figura, seja por números ou pontilhados, os erros ocorreram sempre no vértice das figuras de oito lados formada na subdivisão do quadrado dado e que exemplificamos pelos registros do sujeito SG e SN, dados no Quadro 4.

Quadro 4-Registro da atividade 5. 2 do sujeito SG e SN

Sujeito SG	Sujeito SN
	

Fonte: Souza (2018, p.149)

Observamos que os registros de conversão da linguagem discursiva para a figural, apesar de equivalentes, tornaram-se semanticamente mais congruentes por meio do direcionamento à conversão numérica. Pelos registros dos sujeitos evidenciamos em seus procedimentos que os diferentes registros de representação semióticas interagem num ambiente didático construindo a semiosfera de aprendizagem (MORETTI, BRANDT e SOUZA, 2016).

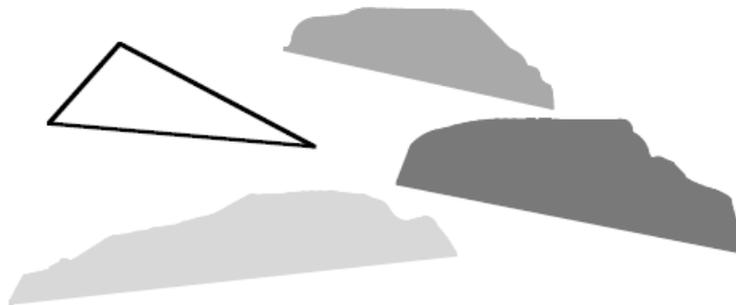
Mesmo deixando explícito que o objetivo na atividade cinco era o cálculo do perímetro, seis sujeitos focaram no cálculo da medida da área e três sujeitos, de um total de treze, que realizaram a atividade, ficaram na segunda dimensão, mesmo quando a atividade solicita numericamente os valores calculados. A dificuldade de olhar dimensões inferiores em problemas de geometria constitui a causa de insucesso (MORETTI, BRANDT, 2015).

A atividade 5, mostra que atividades compostas por figuras geométricas podem ter a apreensão discursiva subordinada à perceptiva. No item 5.1, a insubordinação provocada pela Gestalt (GOMES FILHO, 2009) da figura causa um enclausuramento na segunda dimensão e essa influenciou a desconstrução dimensional que, por vez, influenciarão na performance dos sujeitos.

Passamos trazer elementos da atividade 3. Ela foi a primeira a ser realizada no segundo encontro de pesquisa, no qual os sujeitos tinham três atividades para desenvolver. Na atividade 3, fizemos a seguinte proposição.

Na Figura 6, dados o modelo do triângulo e três régua não graduadas, reconstrua ele utilizando as régua disponibilizadas.

Figura 6: Triângulo e régua da Atividade 3



Fonte: Adaptado de DUVAL (2005, p.18-19)

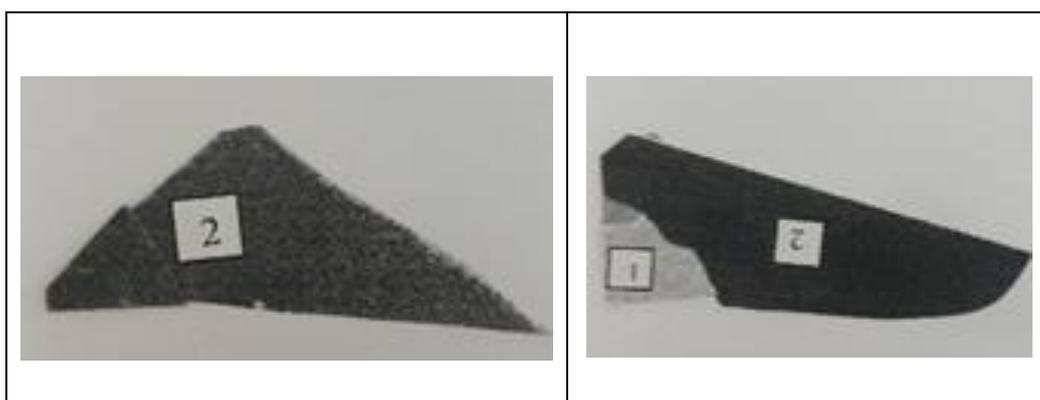
Para que a atividade fosse desenvolvida, os sujeitos deveriam perceber os lados que compõem a figura, desconstruindo para a primeira dimensão e no encontro desses lados, ao fazer marcações e posicionamentos de régua, provocamos a desconstrução à dimensão zero, determinando os vértices. Com o objetivo de que os lados sejam destacados, o objeto visível dado, um triângulo, veio vazado, de forma a direcionar o olhar da segunda para a primeira dimensão. Os lados destacados tornaram congruentes a linguagem discursiva da atividade com a apreensão perceptiva e dessa à linguagem figural da imagem que se apresentava. As régua não graduadas disponibilizadas, foram construídas em papel, como os modelos da Figura 6, foram fornecidas recortadas, facilitando a construção e identificação das marcações.

Ao realizar a atividade 3, os sujeitos precisariam quebrar a unidade figural e o contorno visual em cada um dos três lados (DUVAL, 2005, p. 19). A priori, o sujeito executaria apreensões que podem trazer os aspectos de modificações mereológicas e ou, posicionais à tona, ao desenhar segmentos não existentes para determinar a medida dos lados ou rotacionar a Figura 6, inicialmente dada. Na apreensão operatória, também executaria as mudanças dimensionais num caminho esperado de 2D a 1D e para 0D. Caminhariam do olhar icônico, de Botânico, para ver as propriedades da figura e medidas no olhar de Agrimensor, para um olhar não icônico traçando o caminho do construtor ao desenhar a figura dada.

Diferentes formas e técnicas foram utilizadas para compor a resolução da atividade 3 com os instrumentos disponibilizados. Alguns sujeitos pelo desenho de segmentos não existentes na figura, outros por recortes nas régua, outros por dobraduras, outros por justaposição das régua. Fato que para compor a resolução adequada, mantendo as medidas dadas, o sujeito precisaria quebrar a unidade visual dada, descendo as dimensões.

Algumas resoluções foram feitas pelas dobraduras e recortes com colagens mantendo a figura plana, não desconstruindo para a primeira dimensão. No Quadro 5, mostramos os registros dos sujeitos SF e SE que confirmam o ocorrido.

Quadro 5: Registro da atividade dos sujeitos SF e SE



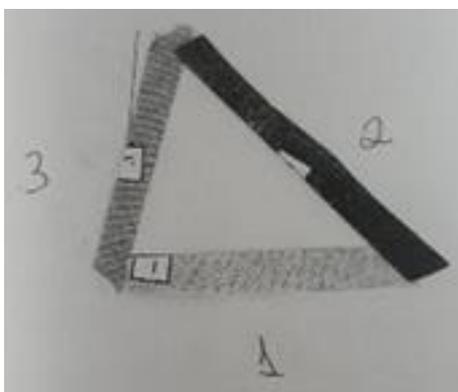
Fonte: Souza (2018, p. 156)

A situação do Quadro 5 indica a construção de um molde, próximo ao triângulo dado na Figura 6 e mantendo a segunda dimensão. Esse procedimento dos sujeitos não foi esperado a priori. Nesse modo, o sujeito não visualiza as dimensões inferiores, as unidades figurais que poderia descer para realizar a atividade. A forma de resolução utilizada não garantiu as medidas do triângulo fornecido na Figura 6, além de que, mesmo que houvesse ficado perfeito, seria uma forma de resolução mais primária, que não faria o sujeito avançar nos aspectos da desconstrução dimensional das formas. No entanto, isso vem a confirmar que a desconstrução dimensional se encontra na contramão da percepção de unidades de figuras, sendo assim, organizar as tarefas torna-se complexo, já que, o que se vê de imediato é o que se torna obstáculo a percepção das demais unidades figurais (DUVAL, 2011, p. 93).

Na figura 7, temos o registro de resolução do sujeito SI, na mesma situação de criar moldes, por recortes ou dobraduras, percebemos a desconstrução para 1D ao procurar fazer moldes dos lados de um triângulo. Esse sujeito não deixa explícito a percepção do vértice num sentido de desconstruir para dimensão zero e manter as medidas do triângulo

inicial dado, possivelmente essa desconstrução para a dimensão zero tenha se realizado mentalmente, já que sem esse conceito, não ocorreria a junção desses lados. Contudo, o sujeito SI, construiu um triângulo qualquer, já que no seu registro o triângulo é diferente do exposto na Figura 6.

Figura 7: Registro sujeito SI



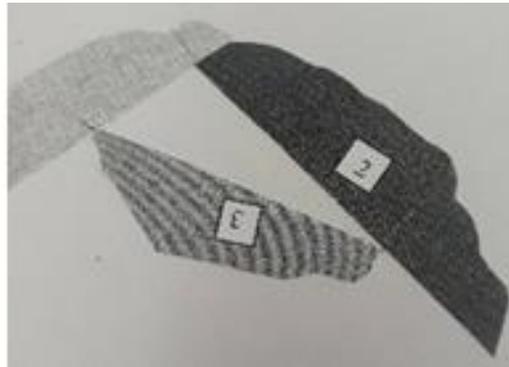
Fonte: Souza (2018, p.157)

No caso da produção da atividade 3, chamamos os sujeitos para responder algumas questões em horário regular de suas aulas, com a autorização do professor regente. Nosso objetivo com os questionamentos era perceber se a desconstrução à primeira dimensão e a dimensão zero havia se realizado. Perguntamos se o triângulo reproduzido era igual ao da Figura 6 e como se garantiu que os ângulos permanecessem os mesmos. Para os sujeitos, SI e SL, consideraram que não estava igual, e que acharam que poderia ser um triângulo parecido, o sujeito SC disse que não garantiu, usou as régua soltas separadamente. SH, colocou que viu mais ou menos a medida com uma régua e sujeito SM colocou que "o ângulo foi meio no olho". Para o sujeito SF, indicou que não estava igual, que faltou ter cortado reto para ficar igual ao modelo. Os sujeitos SA e SG colocaram que garantiram a manutenção dos ângulos dados na Figura 6 pela colocação das três régua ao mesmo tempo, onde a ideia de ponto encontra-se implícita.

No registro da resolução da atividade 3 pelo sujeito SN, observada na Figura 8, temos: "Quis usar todas as régua pois achei que seria mais fácil, então vi como eu iria encaixar para que formassem o mesmo ângulo da figura original e depois marquei (sujeito SN)." O sujeito expõe o que esperávamos a priori, bem como SA e SG, que era o desenho de segmentos não existentes em cada régua, observados pelas marcações, a justaposição das régua para compor os vértices com os mesmos ângulos e então a reprodução do triângulo solicitado, apesar do sujeito SA, não ter finalizado corretamente. O sujeito SN, mostra

um procedimento de resolução bem elaborado e transitando entre desconstruções dimensionais, consegue estabelecer uma sequência de construção para reproduzir a figura, elabora uma estratégia com proposições e uso de técnicas que envolveram a expansão conceitual não explícita, apreensões perceptivas, discursivas, operatórias e sequenciais (DUVAL, 1994, p. 123). Na explicação da técnica utilizada destaca-se um olhar de inventor (DUVAL, 1995, p. 89-91).

Figura 8: Registro do sujeito SN



Fonte: Souza (2018, p.158)

Observamos que os sujeitos que não conseguiram dispor das etapas de desconstrução dimensional não obtiveram êxito na atividade 3, entendemos que a dificuldade de olhar dimensões inferiores em problemas de geometria foi a causa de insucesso desses sujeitos (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 602).

Os instrumentos de medida para a atividade de reprodução da figura (triângulo) mostraram-se com restrições aos sujeitos, pelo fato de que alguns não conseguiram visualizar etapas de construção com uso dos mesmos. No entanto, a posição assumida na escolha da atividade 3, da utilização de instrumentos não convencionais, possibilitaram novas formas cognitivas, ricas na decomposição visual e justaposição de instrumentos para boa parte dos sujeitos (DUVAL, 2005, p.25).

Considerações finais

No presente estudo procuramos trazer para discussão a desconstrução geométrica, buscando elementos teóricos e experimentais que nos possibilitassem à análises sobre a sua relevância e interferência na aprendizagem de geometria.

Percebemos com base nas colocações teóricas de Duval, que o foco de ações sobre a habilidade de ver para além da figura permaneceu ignorada no ensino e pelas teorias

didáticas e assim, se construiu uma dificuldade de olhar a figura nas dimensões inferiores ao que é dada. Nosso potencial de visualizar ficou focado em figuras típicas expostas pelos manuais didáticos e mídias.

No entanto, evidenciamos que ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa e é preciso ver qual o papel dela na atividade proposta, já que as figuras são permeadas de elementos teóricos e a desconstrução dimensional não se mostra como algo intrínseco aos aprendizes e sim uma operação cognitiva a ser desenvolvida.

Mostra-se intrínseco ao desenvolvimento da capacidade de desconstrução dimensional uma análise visual das capacidades das figuras percebendo as variáveis didáticas que o problema contempla se fazendo uma classificação organizada das unidades figurais elementares. Se faz necessário na ação didática pensar no exercício sobre a transformação da unidade figural colocada em redes subjacente de retas e a descoberta de todas as configurações possíveis de se reconhecer na mesma.

O tipo de raciocínio que a resolução de um problema em geometria exige dependem da distinção das formas de apreensão da figura. As apreensões perceptivas e operatórias, base para o desenvolvimento da heurística de resolução interagem com as mudanças dimensionais e são necessárias no primeiro contato com a figura. Seja no olhar para além dos limites da figura colocada, seja para inserção de novos elementos não explícitos por modificações das mesmas.

As interações em problemas das diferentes apreensões com a desconstrução geométrica apontam para um caminho pela busca da fluência da heurística do sujeito do icônico ao não icônico, pelos diferentes olhares. No caso da fixação do procedimento de resolução sobre o olhar do Botânico, numa ação que envolve fortemente a apreensão perceptiva, o enclausuramento na dimensão em que se encontra a figura dada na atividade, fica mais evidente.

Nas duas atividades propostas para este estudo, percebemos fortemente o enclausuramento de boa parte dos sujeitos na dimensão da imagem dada. Na questão 5, o aspecto perceptivo do quadrado em 2D salta os olhos e respondem automático focando para a diferença entre áreas, quando o solicitado era o perímetro. A questão 3, leva os sujeitos a fazerem moldes na figura para colarem um triângulo semelhante ao dado, mantendo na dimensão dada e demonstrando o não planejamento de ações heurísticas de

resolução focado em dimensões menores. Se a exigência do problema proposto solicita a mudança de dimensão e os sujeitos permanecem na dimensão que foi dada ao proporem as suas resoluções, evidenciamos que esse gesto acarreta dificuldades para a aprendizagem nesse campo.

Observamos também, que simples modificações no direcionamento das proposições das atividades com figura, podem vir a facilitar a percepção da desconstrução dimensional. A questão 5.2 serve de exemplo, ao solicitar os cálculos relacionados ao perímetro da figura, alguns estudantes que haviam focado no conceito de área, dado a imagem 2D, conseguiram a desconstrução e inclusive solicitaram arrumar o que haviam respondido no item anterior, o 5.1, que não trazia proposições para a demonstração de cálculos.

Os estudantes precisam mudar a forma de ver as dimensões, aprender a quebrar o que se impõe perceptivamente, enxergar o implícito e as possibilidades de operações numa figura em suas dimensões inferiores. Os resultados encontrados nos revelaram outras questões e apontamentos que se referem ao tipos de proposições em problemas que podem fortemente mostrar indicativos do olhar docente para o desenvolvimento do gesto da desconstrução dimensional das formas.

Evidenciamos a partir dos constructos teóricos e das atividades experimentais desenvolvidas que a desconstrução dimensional das figuras geométricas na resolução de problemas é uma operação fundamental, e assim a importância de se considerar esse gesto intelectual como fortemente relevante à aprendizagem de Geometria. As inserções pedagógicas em ambientes escolares para o desenvolvimento da desconstrução dimensional podem preferencialmente ocorrer por meio de ações didáticas específicas em problemas previamente pensados para esse propósito. O desenvolvimento da habilidade de desconstrução de dimensões, no decorrer do Ensino Básico, poderá formar alicerces conceituais e promover o conhecimento geométrico.

Referências Bibliográficas

ALMOULOUD, S. Ag; Manrique, A. L.; Silva, M. J. F. da; Campos, T. M. M. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*. Set /Out /Nov/Dez, nº 27, 2004.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 9, nº 3, p. 281- 308, 1988.

CAPES/COFECUB *Relatório* n. 174/95 – Relatório das atividades referentes ao período de junho de 1995 a agosto de 1996. Brasília, 1996.

DUVAL, R. Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: Desafios e marcas dos anos 1960 aos anos... 2030! Conferência proferida na Faculdade de Ciências Sociais e de Ciências da Educação da Universidade de Chipre em 20 de novembro de 2014. Trad. Méricles T. Moretti. V. 10, n. 1. *REVEMAT*, 2015.

_____. *Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência*. Trad. Méricles T. Moretti. *REVEMAT*, v.7, n.1, 2012a.

_____. Diferenças semânticas e coerência matemática. Trad. Méricles T. Moretti. *REVEMAT*, v.7, n.1, Florianópolis, 2012b.

_____. Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: *PROEM*, 2011.

_____. Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie :développement de La visualisation, différenciation dès raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives*, v. 10, p. 5 - 53, IREM, Strasbourg, 2005.

_____. Geometry from a Cognitive Point of View. In C Mammana and V Villani (Eds), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: an ICMI study*. Dordrecht: Kluwer, 1998.

_____. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang, 1995.

_____. Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Répères. Pont-à-Mousson, Topiques éditions*, n. 17, p. 121-138, 1994.

DUVAL, R.; MORETTI, Méricles T. Temas do Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica: significado do que é “fazer”. In *Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica: contribuições para a pesquisa e ensino*. Org. J. F. Custódio, D. A. Costa, C. R. Flores, R. C. Grando. São Paulo: Ed. LF, 2018.

GOMES FILHO, J. *Gestalt do objeto: Sistema de leitura visual da forma*. São Paulo: Escrituras (9.ed.), 2009.

MORETTI, Méricles T.; BRANDT, C; SOUZA, R.N.S de. *Linguagem natural versus formal: diferenciação importante na construção de uma semiosfera de aprendizagem da matemática*. ANPED: Curitiba, 2016. Disponível em: <<http://www.anpedsul2016.ufpr.br>> Acesso em 01 ago. 2016.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v.17, n.3, 2015.

MORETTI, M. T. (2013) Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. *Acta Scientiarum*, v. 15, n. 2, p. 289-303, Canoas, 2013.

SOUZA, R. N. S. *Dimensional das formas: Gesto intelectual necessário à aprendizagem de Geometria*. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2018.

Texto recebido: 05/09/2018
Texto aprovado: 09/10/2018