

Iniciando el camino con GeoGebra

Conectar Igualdad - Escuelas de Innovación - Argentina¹

VALERIA BORSANI²

PABLO E. COLL³

ROSA MARÍA ESCAYOLA⁴

ERNESTO M. LÓPEZ⁵

JOSÉ I. URRETABIZKAYA⁶

Resumen

A partir del proyecto piloto de capacitación en servicio, Escuelas de Innovación, del Plan Conectar Igualdad, llevado a cabo por ANSES, varios centenares de profesores de matemática de escuelas argentinas pudieron dar sus primeros pasos con GeoGebra. Se analizan en este trabajo los criterios con los que se diseñaron las actividades y secuencias para los encuentros con los docentes, en los cuales se pretende repensar las prácticas en el aula, recordar prácticas olvidadas de geometría y empezar a concebir nuevas formas de acercarse a la matemática a través de producciones que antes de contar con las netbooks y el GeoGebra eran inconcebibles. Se pasa revista en el trabajo a diversas situaciones ocurridas en las capacitaciones, las dificultades que enfrentaron los docentes y cómo las fueron superando.

Palabras clave: Didáctica de la matemática; Geometría dinámica; Formación docente.

Resumo

Do projeto-piloto de treinamento em serviço, Escuelas de Innovación, do plano Conectar Igualdad, realizado pela ANSES, várias centenas de professores de matemática de escolas argentinas puderam concretizar os seus primeiros passos com o GeoGebra. São analisados neste trabalho os critérios que foram projetados para sequências de atividades e reuniões com os professores, que visam a repensar as práticas de sala de aula, lembrando práticas esquecidas da geometria e começar a desenhar novas formas de abordar a matemática através de produções que antes de ter a netbooks e o GeoGebra eram inconcebíveis. Analisa-se no trabalho diferentes situações que ocorrem na formação, as dificuldades enfrentadas pelos professores e como eles conseguiram superá-las.

Palavras-chave: didática da matemática, geometria dinâmica, formação de professores.

¹ Administración Nacional de la Seguridad Social (ANSES), Presidencia de la Nación, República Argentina.

² ANSES - valeborsani@yahoo.com.ar

³ ANSES - pecoll@gmail.com

⁴ ANSES - rosa.escayola@gmail.com

⁵ ANSES - ernelopez@gmail.com

⁶ ANSES - jiurretab@gmail.com

Introducción

El presente informe trata acerca de las experiencias en las capacitaciones del área de matemática del proyecto piloto Escuelas de Innovación, en el marco del plan nacional Conectar Igualdad. En palabras de Constanza Necuzzi, a cargo del piloto:

Conectar Igualdad es un programa educativo de inclusión social, que busca acortar la brecha social, digital y educacional abierta entre las distintas capas sociales de nuestro país. Es educativo porque sus actores directos son los estudiantes y docentes de las escuelas secundarias de gestión pública, de educación especial y los estudiantes de los profesorados que serán los futuros formadores. Pero es fundamentalmente social, pues quiere incluir a cientos de jóvenes en el siglo XXI, en las lógicas de comunicación y producción del conocimiento de este siglo, y también quiere incorporar a las familias de los estudiantes en este proceso. (GVIRZT Y NECUZZI, 2011, p.99)

Escuelas de Innovación es un proyecto piloto de capacitación en servicio por áreas disciplinares con impacto en más de 3.000 profesores y 28.000 alumnos de 50 escuelas medias estatales de cinco jurisdicciones (Buenos Aires, Jujuy, Mendoza, Misiones y Santa Cruz). Su puesta en marcha tiene un objetivo principal: acompañar en forma presencial a los docentes en la aplicación del modelo 1 a 1 en el aula, con especial atención en las áreas curriculares, y fomentar en la escuela el trabajo colaborativo y en red. Las capacitaciones del área de matemática del año 2011 alcanzaron a 384 docentes de 45 escuelas, que concurrieron a un total de 222 horas (10 horas de capacitaciones presenciales por docente en promedio).

En nuestra experiencia con los docentes hemos observado una gran disposición para aprender, no solo en cuanto a las competencias tecnológicas y manejo del software específico de las netbooks sino, sobre todo, en cuanto a cómo trabajar con los alumnos en esta nueva disposición de aula.

Una de las dificultades más frecuentes fue el miedo: los docentes no se animaban a usar las netbooks en el aula por temor a no dominar los programas. Además, circulaba una creencia que llevaba a pensar que los adolescentes tienen un buen dominio de la tecnología; en la mayoría de los casos poseen más conocimientos que los docentes aunque no siempre aplicables al proceso de enseñanza / aprendizaje. Una vez que los docentes trabajaron con los alumnos en el aula, este prejuicio iba cambiando. Otra característica que observamos en el uso de las netbooks de los alumnos frente al de los docentes, es que los primeros tienen menos temor a la exploración. Este miedo es una

barrera que debemos romper, pues en general obstaculiza que los docentes incorporen las netbooks a sus prácticas.

Los factores que a veces no acompañaron este proceso fueron de tipo técnicos: pocas netbooks para los docentes en las capacitaciones o, directamente, que no las habían recibido. A lo largo del año y a medida que fueron recibiendo las netbooks, el trabajo fue mucho más ameno y muchos docentes comenzaron a implementar el uso de las mismas con sus alumnos. En algunos casos, pudimos acompañarlos a sus clases y, en otros, el acompañamiento fue en la planificación de la actividad.

1. Nuestra visión de la matemática

Estudiar matemática es *hacerla*. Este hacer involucra las acciones de explorar, conjeturar y demostrar. El punto de partida es el problema y no las definiciones. Es el alumno quien construye su propio conocimiento ganando autonomía y adquiriendo confianza en sus capacidades. Esta filosofía contribuye a la democratización del quehacer matemático y a la inclusión. En este sentido estamos de acuerdo con Benoit Charlot:

¿Qué es estudiar matemáticas? Mi respuesta global será que estudiar matemáticas es efectivamente hacerlas, en el sentido propio del término, construirlas, fabricarlas, producirlas, ya sea en la historia del pensamiento humano o en el aprendizaje individual. No se trata de hacer que los alumnos reinventen las matemáticas que ya existen sino de comprometerlos en un proceso de producción matemática donde la actividad que ellos desarrollen tenga el mismo sentido que el de los matemáticos que forjaron los conceptos matemáticos nuevos. [...] Democratizar la enseñanza de la matemática supone en principio que se rompa con una concepción elitista de un mundo abstracto que existiría por sí mismo y que sólo sería accesible a algunos, y que se piense en cambio la actividad matemática como un trabajo cuyo dominio sea accesible a todos mediante el respeto de ciertas reglas. (CHARLOT, 1986, p.1)

En base a esta visión, elaboramos criterios para pensar actividades para los docentes / alumnos. Las actividades deben:

1. Incluir momentos de exploración, elaboración de conjeturas, demostración, es decir lo que entendemos por hacer matemática.
2. Aprovechar el dinamismo de cada software.
3. Ser problemas desafiantes, no meros ejercicios.
4. Ser difíciles de explorar sin la computadora.

De los programas instalados en las netbooks, elegimos GeoGebra porque su diseño apoya esta visión. Su entorno es amigable, lo que permite la fácil exploración de docentes y alumnos. En GeoGebra los objetos tienen varias representaciones: son mostrados en simultáneo como objetos algebraicos y geométricos (si corresponde). A estas dos representaciones se añade la posibilidad de uso de planilla de cálculo, que suma una tercera representación de los objetos. Todas las representaciones se relacionan en forma dinámica, de manera que si una de ellas es transformada, las otras representaciones del mismo objeto se modifican concomitantemente. Aquí se hace presente la principal característica que nos llevó a elegir GeoGebra como software de cabecera de nuestras capacitaciones: el paradigma de geometría dinámica. En GeoGebra los objetos pueden modificarse de manera de que sus propiedades permanezcan invariantes. O bien, si una construcción no está realizada como el problema lo requiere, se puede corroborar que esas propiedades no permanecen constantes.

En cuanto a sus características generales, GeoGebra es un software libre y multiplataforma con una gran comunidad de usuarios que propicia el trabajo colaborativo. Dicha comunidad se encuentra en un período de expansión: creación de institutos GeoGebra en los cinco continentes, desarrollo de wikis, foros y canales de video para la comunicación entre las personas de la comunidad.

2. Actividades trabajadas en los encuentros

A continuación describiremos algunas de las actividades que realizamos con los docentes.

Ángulos interiores de un triángulo

Se pide a los docentes construir un triángulo cualquiera, medir sus ángulos y registrar la suma de los mismos en la planilla de cálculo. Esta actividad está orientada a experimentar -o descubrir- la idea de geometría dinámica. Se somete la construcción a transformaciones de manera de observar la propiedad de la suma de los ángulos interiores. Consideramos que esta actividad guarda vinculación con las características arriba mencionadas: hay momentos exploratorios y de conjetura; el dinamismo del software permite abarcar un conjunto “infinito” de casos en simultáneo; es un problema que sin la computadora resultaría engorroso por la medición de los ángulos con transportador y los posibles errores debidos al redondeo.

En una primera instancia los docentes registran en la planilla los valores del triángulo construido, pero sin referenciarlos a los ángulos del gráfico. De este modo, los datos son estáticos y al mover los vértices del triángulo no se registra la variación de los ángulos en la planilla. Se hace necesaria la introducción de la idea de uso de variables algebraicas para referirse al mismo objeto tanto en la planilla como en las vistas gráfica y algebraica.

A partir de esta actividad y de la visualización de un applet (construcción animada) se debate acerca de la diferencia entre una demostración y una mostración. Algunos docentes consideraban que el applet constituía una demostración en sí misma; otros observaban que se trataba de un caso con medidas específicas. Pero el applet puede modificarse dinámicamente de modo que puede llegar a ser visto como una demostración, en lugar de verse como una colección (infinita) de casos. Aparece entonces la idea de validación en lugar del rigor de una demostración, que podría ser suficiente en un ámbito escolar, aunque en la puesta en común surge que lo deseable es la demostración.

Construcción de un paralelogramo

El enunciado tiene tan sólo tres palabras: construir un paralelogramo. La simpleza del enunciado permite recuperar y descubrir propiedades de la figura y ponerlas en juego en la construcción dinámica.

Las producciones de los docentes, en general, comienzan por utilizar la cuadrícula para garantizar el paralelismo. De este modo la figura obtenida carece de dinamismo, por lo cual se agrega la condición de que *siga siendo paralelogramo si movemos sus elementos libres*. La mayoría de los docentes no ha tenido experiencia en trabajar con programas dinámicos: este tipo de práctica es totalmente nueva, implica una actitud mental totalmente diferente.

Luego, la construcción que surge con más frecuencia es la realizada a través del paralelismo de sus lados, ya sea mediante segmentos o rectas. Ante estas producciones, se plantean nuevas restricciones de modo de poner en juego otras propiedades de la figura; por ejemplo, prohibiendo el uso de la herramienta de paralelismo. Los docentes producen entonces construcciones relacionadas con las propiedades de los ángulos: opuestos iguales o consecutivos suplementarios. La primera idea, opuestos iguales, genera complicaciones al intentar “pegar” dos ángulos opuestos iguales, sin considerar

las relaciones con los otros dos ángulos. En el caso de la consideración de la suplementariedad de los ángulos consecutivos, se ponen en juego varias cuestiones: el uso de variables (y álgebra) para la definición de los ángulos en función uno arbitrario (que a su vez requiere un deslizador), la cuestión de que el punto generado al dar la medida del ángulo es equidistante del vértice. Por ende, la figura obtenida resulta un rombo, que es un caso particular de paralelogramo; algunos docentes no “ven” que esta figura no es un paralelogramo general, por lo que se hace necesario introducir preguntas como “¿podés producir un paralelogramo más oblongo que este que hiciste?, ¿por qué no?”. Aquí se combinan las propiedades de las figuras con las decisiones del diseño del software; se plantea entonces: ¿por qué los programadores decidieron que el punto esté a igual distancia del vértice?, ¿qué incidencia didáctica tienen estas decisiones de los programadores?

Otras propuestas menos frecuentes tienen que ver con las diagonales y sus cruces, o con la simetría y rotación de la un triángulo por su diagonal. Esta última construcción resultó interesante en primer lugar, porque no fue anticipada por el equipo. El docente que la realizó, luego de la restricción, comenzó por realizar únicamente una reflexión por la diagonal. Lo cual resultaba insuficiente, porque producía un cuadrilátero “isósceles”; finalmente, luego de una exploración de las herramientas, arribó a una construcción basada en una reflexión por el punto medio de un lado del triángulo. Es decir, el docente “sabía” que había una reflexión en la figura, pero no pudo ponerla en práctica hasta no contar con la herramienta. La exploración de las herramientas de reflexión presentes en GeoGebra le permitió encontrar la óptima y comprender la propiedad presente en la figura.

En esta actividad es fundamental el uso de la geometría dinámica para verificar que las construcciones realizadas conservan las propiedades del paralelogramo. Además, se pretende que se puedan encontrar nuevas propiedades no puestas en juego, lo que posibilita la aparición de conjeturas, ya sea respecto de las diagonales, de la simetría de la figura, de las sumas de los ángulos.

Modelo funcional de variación de área

La propuesta es construir un cuadrado y extender dos de sus lados para analizar el área del rectángulo obtenido. Se trata de un problema exploratorio difícil de ser realizado sin el dinamismo de GeoGebra, en el cual lo funcional modeliza la situación planteada. Una

vez generada la construcción, pueden surgir nuevos interrogantes sobre la situación geométrica y su modelo funcional. Es una forma de repensar el estudio de funciones a partir de un modelo de variación de área. Por otra parte el problema resulta genuinamente desafiante, pues a priori no es evidente de qué forma varía el área de la figura.

En esta actividad aparece la idea de modelo intramatemático (SADOVSKY, 2005a, p.26): una parte de la matemática -teoría de funciones- sirve como modelo para otra área de la matemática -geometría-. Es decir, que aquí se ponen en vinculación diversas áreas de la matemática.

En las experiencias con docentes se observan:

- Interpretación y explicación de gráficos inesperados que no son funciones: la recta “rebota” en el eje y , pues no considera valores negativos de incremento.
- En algunos casos se produjeron anticipaciones del comportamiento de la función antes de la realización de la construcción. Se registraron conjeturas que incluían funciones lineales o cuadráticas.
- Ante las preguntas acerca de si será paralela la recta si se cambia la medida del cuadrado, se produjeron anticipaciones tanto por sí como por no.
- Resignificación de los elementos de la función lineal a partir de la modelación de una situación geométrica. En general no es para nada intuitivo o inmediato el hecho de que la ordenada al origen es el área del cuadrado y la pendiente, la medida de su lado. Se da un nuevo sentido entonces a los conceptos de ordenada al origen y pendiente, en relación a un problema geométrico.

Una cuestión que se trabajó es el hecho de que la actividad intencionalmente no tiene título. Se preguntó a los docentes cuál sería para ellos el o los temas que se abordan con este problema. Surgieron diversas respuestas: geometría, variaciones, áreas, funciones, función lineal, cuadriláteros. Todas ellas válidas, lo cual pone en evidencia que este problema (o tipo de problemas) puede servir para generar vínculos entre distintas áreas de la matemática. De hecho, la actividad terminó pareciéndoles atractiva a muchos docentes, y en su opinión, viable de ser implementada en las aulas.

Este tipo de problemas plantean interrogantes acerca de *qué* y *cómo* enseñar matemática. Las netbooks abren la posibilidad de un cambio en las escuelas. Es la oportunidad de repensar las prácticas del aula en términos pedagógicos y didácticos, con la filosofía de que estudiar matemática es *hacerla*.

3. Experiencias del piloto en las escuelas

Como se dijo previamente, de las capacitaciones del área de matemática participaron 384 docentes de 45 escuelas, con una media de 10 horas presenciales por docente.

Algunas observaciones generales:

- Se hace necesario un curso de competencias digitales “cero” para los docentes que tenían práctica nula o escasa en el manejo de las netbooks.
- Es preciso que los docentes cuenten con las netbooks en el momento de la capacitación.
- Docentes que no pudieron asistir a todos los encuentros por trabajar en instituciones a las que no podían faltar (privadas o públicas que no pertenecían al proyecto). Esta inestabilidad en la asistencia a todos los encuentros es una razón más por la que se necesita mayor tiempo de trabajo con los profesores.
- La cantidad de cursos que tienen a su cargo algunos profesores les deja poco tiempo para dedicar a nuevos aprendizajes. Son pertinentes las palabras de Nora Sabelli:

Hay que recalcar que para que un maestro actúe como un profesional y se sienta seguro y cómodo con las nuevas tecnologías, aún más cuando estas involucran el uso TICs, necesita tiempo libre para actualizar y expandir sus conocimientos y para dialogar al respecto con sus colegas, dos características sine qua non de un profesional, que deben tenerse en cuenta. (GVIRTZ Y NECUZZI, 2011, p.148)

4. El trabajo futuro

En base a las observaciones, arribamos a una serie de propuestas para la continuidad del trabajo:

- Las capacitaciones necesitan continuidad: una frecuencia regular que permita el trabajo clase a clase. Proponemos entonces cuatro encuentros quincenales

seguidos de cuatro mensuales (entre abril y octubre) de tres horas por cada capacitación.

- Elaborar un repertorio no ordenado de problemas para trabajar con los docentes en tres momentos: en los encuentros presenciales, en sus casas para las siguientes clases y en el foro, diferenciando las actividades que sólo se harán en el campus a fin de fomentar el uso del mismo y el intercambio virtual.
- Incluir secuencias “transportables” a las aulas. Aquí se plantean algunas cuestiones: el riesgo de banalización de la actividad, si es realizada de acuerdo a los modos tradicionales o expositivos de dictado de clases; la pretensión de actividades “universales” que puedan ser llevadas a cabo en cualquier aula sin adaptación a las necesidades de esos alumnos en particular; la tensión entre llevar una actividad terminada y desear que los docentes realicen sus propias actividades. De cualquier modo, es un pedido permanente de los docentes que llevemos actividades listas para usar; de allí que incluyamos alguna de ellas en nuestro plan, no sin antes discutir con los docentes las cuestiones mencionadas.

Transportar una actividad no es incluirla en las prácticas habituales de aula en la que el docente da su explicación teórica, explica las propiedades y luego los alumnos resuelven ejercicios. Implica pensar en una clase en la que se hace matemática: los alumnos están frente a un problema, producen resultados, conjeturas, líneas de acción, ataques al problema, proponen ideas, se hacen preguntas y el docente tiene que estar preparado para administrar la discusión.

- Elaborar análisis de secuencias de actividades y estudiar dichos análisis con los docentes. Observamos que los docentes no están acostumbrados a la lectura y reflexión sobre material didáctico y sobre sus propias actividades. Incorporar esta práctica ayuda a repensar la clase de matemática en el nuevo escenario que abre la inclusión de TICs.
- Pedir a los docentes que diseñen actividades para el antes y el después de algunos de los problemas. Es decir, dado un problema, los profesores deberán diseñar una secuencia de actividades que lo enmarque, en la línea de

hacer matemática. Creemos que el diseño de material propio ayuda a hacer propias las actividades y deja en mejor posición al docente para llevarlas al aula.

- Hacer referencia a los diseños curriculares de las provincias. En general se observa que muchos docentes ven a los diseños curriculares como dogmas rígidos a los que hay que ceñirse. En la mayoría de los casos no es así, de ahí que su lectura ayudaría a dar lugar a prácticas innovadoras.
- Pensar los problemas desde los ejes temáticos y del software. Problemas en los que se utilice: GeoGebra, planilla de cálculo, GoogleEarth o GoogleSky, MovieMaker, 2mp, CmapTools, programación en Logo, Python o Squeak. Y sobre los ejes temáticos de matemática, de contenidos: aritmética, funciones, ecuaciones, estadística, trigonometría, geometría euclidiana, límites, expresiones algebraicas; o procedimentales: elaboración de conjeturas, puesta a prueba, formas de validación, exhaustividad, análisis de casos, elaboración de modelos (intra o extramatemáticos). Pensamos que no sólo debemos utilizar software específico de matemática, sino que debemos estar abiertos a encontrar problemas matemáticos que puedan ponerse de manifiesto en el uso de otros programas.
- Diseñar instrumentos de medición de nuestra actividad: preguntas tabulables y alguna desarrollable; entrevistas en profundidad; observaciones de las clases, con elaboración previa de criterios de observación; cortes por docentes y/o por aulas. Si bien hemos acompañado a algunos docentes a las aulas en sus primeros pasos en el uso de nuevas tecnologías, los datos observados resultan insuficientes para arribar a conclusiones acerca de la incorporación de las netbooks y el trabajo con GeoGebra en las aulas de matemática.

Consideraciones finales

Creemos en que hay que estudiar matemática de una forma vinculada al quehacer real de la disciplina: problemas, exploración, formulación de conjeturas, validación, institucionalización; etapas del trabajo matemático que remiten a la teoría de Brousseau (SADOSVKY, 2005b, p.17 y sig.). La computadora es un elemento que permite la exploración y la formulación de conjeturas, y la puesta a prueba de estas. Se trata de una

matemática en la que el alumno se constituye como sujeto y actor de aprendizaje, en el que no es un mero ejecutor de fórmulas o conceptos. A partir de problemas (intra o extramatemáticos) y del trabajo de los alumnos sobre aquellos se articulan los conceptos.

¿En qué sentido entendemos entonces la innovación? No pensamos en que solamente se deban innovar los conceptos y procedimientos a enseñar en el aula; creemos que la innovación debe estar enfocada a un cambio en la manera de hacer matemática. Una manera que incluya en lugar de excluir, que forme actores en lugar de ejecutores, productores en lugar de repetidores, que dé lugar a la duda, a las preguntas, al debate, a la exploración. Y creemos fundamentalmente que la incorporación de las netbooks constituye una oportunidad única para generar cambios innovadores y significativos en las prácticas docentes.

Referencias

- CHARLOT, B. (1986). *La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas*. Conferencia dictada en Cannes. Disponible en http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/epistemologia_charlot.pdf
- GVIRTZ, S. ; NECUZZI, C. (Comp.) (2011). *Educación y tecnologías, Las voces de los expertos*. Buenos Aires : ANSES.
- SADOVSKY, P. (2005a). *Enseñar Matemática Hoy*. Buenos Aires : Libros del Zorzal.
- SADOVSKY, P. (2005b). La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En: ALAGIA, H. ; BRESSAN, A. ;
- SADOVSKY, P. (2005). *Reflexiones Teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires : Libros del Zorzal, 13-68.