Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem

Translation of mathematical texts to natural language in teaching and learning situations

MARISA ROSÂNI ABREU DA SILVEIRA[1]

Resumo

Este texto tem o objetivo de analisar os problemas de tradução de textos matemáticos em situações de ensino e aprendizagem. Para tanto se buscou os estudos de filósofos e matemáticos que se dedicam, entre outras questões, ao trabalho da tradução. O debate daqueles que discutem a tradução de textos literários centra-se na pergunta: deve-se traduzir o sentido ou as palavras da obra a ser traduzida? Na tradução de textos científicos, a pergunta é outra: em que medida os conceitos produzidos em linguagem natural[2] são susceptíveis de cientificidade? Nesses termos, uma boa tradução impõe uma lógica e a necessidade de se operar com a linguagem matemática, já que a linguagem natural é polissêmica. A análise da tradução de textos matemáticos sob o ponto de vista pedagógico concilia as perguntas levantadas por filósofos e matemáticos. Alguns educadores apostam não em uma mera tradução de palavras, e sim, na procura de sentidos do texto matemático, porém, advertem que tal interpretação se depara com critérios lógicos que são necessários para que o texto traduzido não entre em contradição com a lógica da matemática. Neste sentido, traduzir um texto matemático é interpretar enunciados e regras matemáticas, portanto, é ler o que está escrito além do texto codificado, assim como, significa ver um objeto como algo que segue técnicas.

Palavras-chave: *Tradução de textos matemáticos, Interpretação, Ensino e Aprendizagem.*

Abstract

This text aims to analyze the translation problems of mathematical texts in teaching and learning situations. For that, we sought studies of philosophers and mathematicians engaged, among other issues, in the work of translation. The debate of those who discuss the translation of literary texts focuses on the question: should we translate the meaning or the words of the work to be translated? In the translation of scientific texts, the question is: to what extent the concepts produced in natural language are likely to scientism? In these terms, a good translation requires logic and the need to operate with mathematical language, since natural language is polysemic. The analysis of the translation of mathematical texts from the pedagogical point of view conciliates the questions raised by philosophers and mathematicians. Some educators bet, not on a mere translation of words, but in the seeking of the meaning of the mathematical text, however, they warn that such an interpretation is faced with logical criteria that are necessary for the translated text does not contradict the logic of mathematics. Thus, translate a mathematical text is to interpret mathematical statements and mathematical

[1] Profª. Adjunta do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará - marisabreu@ufpa.br

[2] Língua materna é a primeira língua de um sujeito. Neste texto, utilizamos linguagem natural para se diferenciar da linguagem matemática.

rules, therefore, is to read what is written beyond the encoded text, as well as see an object as something that follows techniques.
Keywords: *Translation of mathematical texts; Interpretation; Teaching and Learning.*

Introdução

Este texto tem o objetivo de discutir alguns problemas encontrados na tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem da matemática. Para tanto, foram feitos alguns estudos e análises em tradução sob a perspectiva de filósofos, matemáticos e educadores matemáticos, com a finalidade de termos referencias teóricas para analisarmos a tradução sob o ponto de vista pedagógico.

Na tradução de textos literários de uma língua fonte para outra língua, alguns filósofos acreditam que se devem traduzir as palavras de uma língua para outra, outros divergem e apontam que se deve traduzir o sentido do texto, não as palavras.

A tradução radical de Quine (2010) chama a atenção para a indeterminação da tradução, pois na tradução de textos científicos é necessário o uso de argumentos lógicos que a polissemia da linguagem natural não pode sustentar. Para evitar as ambiguidades da linguagem natural, a cientificidade impõe a necessidade de operarmos com a linguagem matemática.

O texto matemático pode ser escrito em linguagem matemática que contem símbolos, gráficos e expressões algébricas, como também pode ser escrito em linguagem natural com expressões do vocabulário matemático. A linguagem matemática utiliza símbolos para representarem signos tais como: $\leq$, $\geq$, $\div$, $\times$, entre outros; abreviaturas: ∞, km, etc; letras: *h* para altura, *l* para lado e números. A linguagem matemática com seus códigos, dentre outras coisas, representa de forma abreviada o texto escrito pela linguagem natural. Esta abreviatura surge por meio da formalização da linguagem, mas que comporta um resíduo indicador dos sentidos contidos no texto não abreviado, que foram suprimidos no processo de abreviação. O conhecimento matemático envolve o conhecimento de sistemas formais e para Granger (1974), toda redução ao formal apresenta um resíduo que é resgatado/interpretado além do texto.

A interpretação de textos matemáticos em linguagem matemática e em linguagem natural requer o conhecimento do vocabulário matemático que está ligado ao conhecimento de conceitos, bem como requer a prática de seguir regras matemáticas.

Nestes termos, o significado de uma regra matemática depende do seu uso e, sendo assim, o seu sentido é encontrado no contexto em que está inserida.

Como a tradução de textos está ligada a procedimentos linguísticos, buscou-se analisar os possíveis problemas encontrados pelo aluno quando interpreta textos matemáticos e se depara com uma linguagem codificada. Para tanto, ao analisar os problemas advindos da tradução de textos matemáticos para a linguagem natural, recorreu-se às pesquisas realizadas[3] por Baruk (1973, 1985), Gómez-Granell (1989, 2003), Airoldi e Pontani (2012) e Bélanger e De Serres (1998), entre outros autores.

Nesta análise pode-se destacar que a tradução de textos matemáticos para a linguagem natural, no ensino e aprendizagem da matemática, é afetada pelo campo visual do

[3] Os problemas encontrados pelos estudantes, ao lidarem com a linguagem codificada da matemática, são atualmente interesse de alguns pesquisadores da Educação Matemática. Algumas destas pesquisas foram detectadas em periódicos da referida área e serão relatadas a seguir.

Miguel (2010), em uma de suas pesquisas, busca realizar uma problematização de natureza filosófico-metodológica acerca de alguns problemas que se apresentam para o investigador que decide tomar o construto "práticas socioculturais" como unidade focal de análise na atividade situada de investigação científico-acadêmica em história da educação matemática.

Oliveira e Lopes (2012) investigaram a utilização de diferentes estratégias de leitura e escrita no ensino de Matemática do Ensino Médio, bem como de instrumentos nos quais os alunos externaram as suas percepções durante o processo de ensino e aprendizagem. A análise dos resultados e as conclusões foram baseadas no enfoque histórico-cultural de Vigotski e estudos sobre a linguagem matemática.

Colombo, Flores e Moreti (2007) refletiram sobre o como se dá a construção dos conceitos em Matemática e o pensamento cognitivo envolvido nele, que é um processo essencial para a organização de atividades de ensino. Além disso, analisaram como é articulada a questão da referência na representação semiótica, tomando como fundamento teórico os estudos de Duval, e na noção de campo conceitual desenvolvida por Vergnaud.

Bello (2010), em um de seus artigos, buscou trazer alguns dos desdobramentos que as denominadas "teorizações pós-estruturalistas" trazem ao campo da filosofia contemporânea, especificamente aqueles que dizem respeito ao papel da linguagem na constituição das práticas e das relações sociais; bem como o exercício do poder na produção de verdades, de saberes e de sujeitos. Assim, com base nas noções wittgensteinianas de jogos de linguagem e nas noções foucaultianas de prática discursiva; poder-saber; e jogos de verdade, perpassados por algumas ideias de cunho nietzschiano, discutem-se alguns entendimentos sobre a Matemática e a prática pedagógica como atividades regradas, a produção de saberes e verdades como exercício de poderes e a constituição/fabricação dos sujeitos da educação: professor, aluno.

Marocci e Nacarato (2013) pesquisaram o movimento de significações relativas a probabilidades em uma sala de aula do Ensino Médio, imersa num ambiente de resolução de problemas. Nesse contexto, discutiram condições para a organização de um ambiente de aprendizagem, apontando algumas questões teóricas, articulando a perspectiva histórico-cultural com as discussões sobre linguagem, resolução de problemas e ensino de probabilidade.

Vilela e Mendes (2011), por sua vez, estudaram a linguagem como eixo da pesquisa em Educação Matemática e suas contribuições da filosofia e dos estudos do discurso, em função do amplo emprego da linguagem nas pesquisas na área da Educação Matemática, como metodologia de ensino e como metodologia de pesquisa. Este estudo pretendeu apresentar uma compreensão da difusão do uso da linguagem como centro de metodologias de pesquisas centrando a discussão na filosofia de Wittgenstein, bem como buscou esclarecer características centrais de diferentes vertentes de concepção discursiva, as quais foram tornadas aportes teóricos de pesquisas, tais como Bakhtin e Foucault.

As pesquisas relatadas acima, embora tratem de indagações sobre os problemas de linguagem no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, revelam outros enfoques de análise, bem como outros aportes teóricos desta pesquisa.

estudante, ou seja, a forma que ele interpreta aquilo que está ao alcance de seu olhar. No entanto, aquilo que ele pode ver, muitas vezes, não captura os resíduos do texto, bem como não permite que perceba os diferentes contextos de aplicação de uma regra matemática e neste sentido, induzindo a criar novas regras.

A tradução de textos matemáticos, assim como a tradução de textos literários e científicos é mais produtiva em termos de aprendizagem do aluno, quando se recorre à tradução do sentido do texto, e não necessariamente à tradução de palavra por palavra, símbolo por símbolo.

1. Sobre a tradução de textos literários e científicos

O debate entre os filósofos que discutem a tradução de textos literários e científicos aponta algumas divergências, especialmente no que se refere o papel do tradutor e da obra traduzida. Os autores clássicos dos estudos da tradução diferem quanto ao método de traduzir, ou seja, traduzir o texto palavra por palavra ou traduzir o sentido do texto.

Walter Benjamin (2008) ao analisar as tendências consideradas contraditórias, presentes nas discussões sobre tradução, afirma acreditar que o tradutor deve valorizar a língua fonte:

> Para compreender a autêntica relação entre original e tradução deve-se realizar uma reflexão, cujo propósito é absolutamente análogo ao dos argumentos por meio dos quais a crítica epistemológica precisa comprovar a impossibilidade de uma teoria da imitação. Se tal caso demonstra-se não ser possível haver objetividade (...) o original se modifica. (BENJAMIN, 2008, p. 70)

O filósofo discute os velhos e tradicionais conceitos: “fidelidade e liberdade – liberdade na reprodução do sentido e, a serviço dessa liberdade, fidelidade à palavra” (p. 76). Ele se pergunta em que medida a fidelidade na reprodução da forma da escrita do texto na língua fonte dificulta a reprodução do sentido.

Neste sentido, Paul Ricoeur (2011) discute as articulações entre o ato de interpretar e o ato de traduzir. A questão: “deve-se traduzir o sentido ou as palavras?” (p. 54) leva o filósofo ao tema da fidelidade *versus* traição, bem como da traduzibilidade *versus* intraduzibilidade. O filósofo afirma que Schleiermacher “decompunha o paradoxo em duas frases: ‘levar o leitor ao autor’, ‘levar o autor ao leitor’” (p. 22).

> Eu o resumirei [trabalho do luto] em uma palavra: renunciar ao ideal da tradução perfeita. Apenas essa renúncia permite viver, como uma deficiência aceita, a impossibilidade enunciada a pouco de servir a dois mestres: o autor e o leitor. Esse luto permite também assumir as

> duas tarefas reputadas discordantes de “levar o autor ao leitor” e de “levar o leitor ao autor”. (RICOEUR, 2011, p. 27)

Ricoeur (2011) sugere que não são as imperfeições das línguas naturais que se deve abolir, mas o seu funcionamento mesmo em suas surpreendentes estranhezas. “Assim somos, assim existimos, dispersos e confusos, e chamados para o quê? Bem... para a tradução” (RICOEUR, 2011, p. 43). Dispersos e confusos, cercados de retraduções estamos mais bem armados para resolver o dilema fidelidade/traição. Para o filósofo, “a tarefa do tradutor não vai da palavra à frase, ao texto, ao conjunto cultural, mas ao inverso: impregnando-se por vastas leituras do espírito de uma cultura, o tradutor desce novamente do texto à frase e à palavra” (p. 61). Para justificar sua posição acrescenta que “ora, excelentes tradutores, nos moldes de Hölderlin (...) fizeram campanha contra o *sentido apenas*, o sentido sem a letra, contra a letra” (p. 69).

Tanto Benjamin (2008) como Ricoeur (2011) sugerem que o tradutor de textos literários deve traduzir as palavras da obra a ser traduzida (fidelidade) valorizando o sentido do texto (liberdade). A obra quando traduzida passa pela interpretação do tradutor e aí reside a pergunta: até que ponto a liberdade na reprodução do sentido da obra a ser traduzida não sofre interferências do sentido que o tradutor projetou nessa obra?

Os modos de tradução da ciência, por exemplo, como para Descartes, Leibniz e Comte, são analisados por Michel Serres (1974) quando afirma que tais filósofos pretendiam compreender o mundo e agir sobre ele. Ao comentar suas obras, Serres alega que Leibniz retraduziu a ciência em linguagem matemática: “Leibniz é formalista. Ele procurou sua vida inteira, a língua universal, ou seja, a linguagem das linguagens” (p. 116, tradução livre).

> É o paradoxo global das matemáticas, idealmente puras e indefinidamente aplicáveis: uma língua ao mesmo tempo aos limites da monossemia, oferecendo a segurança de uma comunicação quase perfeita (SERRES, 1974, p. 115).

A linguagem matemática considerada como uma linguagem universal deve ser compreendida em todas as línguas e ser monossêmica. Para Airoldi e Pontani (2012) apresentam outro sentido, em suas pesquisas os autores discutem os problemas de tradução de um texto matemático para diferentes línguas, e destacam que além da tradução exigir palavras técnicas com rigor lógico onde, por exemplo, bissetriz não pode ser confundida com mediatriz, “as imagens são também signos, sistemas icônicos culturalmente diferenciados”. Portanto, as representações icônicas são motivadas, mas também culturalmente condicionadas. “Sem aprendizagem cultural de associação existente entre uma representação dada e o objeto, esse último pode não ser reconhecido ou ser dificilmente reconhecido” (p. 5, tradução livre).

> Os problemas de matemática constituem um gênero textual que responde a um código de construção bem preciso. Trata-se de um problema de didática mais que de linguística, mas nós o submetemos à sua atenção porque é possível que tradições didáticas diferentes engendrem estruturas diferentes dos enunciados de problemas, por exemplo, nas modalidades de apresentação de dados. Daremos um só exemplo: se em uma língua/cultura dada, o gênero ‘problema de matemática’ prevê que sejam fornecidos igualmente dados que não são necessários para encontrar a solução, o aluno habituado a esse sistema, e se encontrando confrontado com um enunciado que lhe fornece apenas os dados necessários para encontrar a solução, se encontrará em um tipo de ‘tomada oposta de opinião’ (AIROLDI; PONTANI, 2012, p.10).

Estes autores consideram que a formulação linguística está longe de ser um elemento neutro e indiferente em relação a um conteúdo mental já dado, pois seria um erro tratar separadamente o componente imaginário e o componente verbal. Todos os textos que utilizam mais de um código semiótico, - língua e imagens - são em efeito textos que as regras se integram entre elas e constituem a gramática de um código de composição que é ele também culturalmente determinado.

Para René Thom (1989), o problema da tradução é muito confuso porque a utilização da linguagem natural revela um problema epistemológico árduo. Thom (1990) pergunta em que medida os conceitos produzidos em linguagem natural são susceptíveis de cientificidade? Para ele, os conceitos científicos são aqueles que podem ser traduzidos de forma unívoca. Nesse sentido, tais conceitos necessitam da linguagem matemática, pois precisam ser formalizados.

> Nada garante *a priori* que uma palavra de uma língua tenha um equivalente exato em outra língua: é preciso traduzir a palavra francesa “raison” por “Verstand” ou “Vernunft” em alemão? Se quisermos que a pretensão da ciência à universalidade e à intemporalidade (ainda que relativa) não seja em vão, é necessário que seus conceitos possam ser definidos e traduzidos em todas as línguas do mundo. (THOM, 1990, p. 511, tradução livre).

Os dois problemas de tradução aqui tratados se opõem. O primeiro (Airoldi, Pontani) trata da tradução de um texto matemático para outra língua e o segundo (Thom) refere-se à tradução de um texto matemático para a linguagem natural. O primeiro problema é também afetado pelo segundo. Na aprendizagem, a linguagem matemática é considerada como uma língua estrangeira. Um texto escrito, em parte, com tal linguagem deve ser traduzido para a linguagem materna (natural) e a parte que está em linguagem natural (língua estrangeira) também deve ser traduzido para a linguagem materna.

A posição de Leibniz que pretendia buscar na matemática uma linguagem universal foi rechaçada pelas pesquisas de Airoldi e Pontani (2012), já que os autores consideram em suas análises de tradução de textos matemáticos, a dimensão cultural envolvida na língua fonte e na língua traduzida – isto quer dizer que eles não acreditam na universalidade da linguagem matemática. Neste sentido, nos defrontamos com a tradução radical de Quine (2010) que analisa a tradução do ponto de vista lógico e antropológico.

A teoria de Quine (2010) é baseada na tradução de frases, não de palavras, pois segundo o autor, as dificuldades encontradas na tradução provém das conexões que ligam as frases entre elas. Uma boa tradução impõe uma lógica, leis lógicas e para o filósofo, é um absurdo falar de uma única tradução já que a impossibilidade de definir a sinonímia, por referência à metodologia de hipóteses analíticas, é formalmente a mesma que a impossibilidade de definir a verdade por referência ao método científico.

A tradução radical é aquela da língua de um povo que está até o momento sem contato com nossa civilização. Quine (2010) em seu texto, descreve como um linguista procura compreender a língua desse povo sem intérprete e dicionário, sem um *corpus* estudado dessa língua. Para Delpha (2001), a situação de tradução radical constitui para Quine (2010) uma *tabula rasa* em matéria de significação. “A tarefa do linguista consiste em elaborar um manual de tradução da língua nativa em nossa língua” (DELPHA, 2001, p. 32, tradução livre). A situação da tradução radical manifesta igualmente a indeterminação da tradução, ou seja, a possibilidade de uma pluralidade de manuais de tradução todos compatíveis com a totalidade de dados empíricos, mas incompatíveis entre eles, pois existe uma imensa liberdade de conjeturas. “Conforme Quine, a lógica – ela mesma se impõe à tradução de uma linguagem porque não tem nada de mais a dizer dela senão que ela é evidente. Esse jogo de permutação linguageira é então – mesmo submisso ao Canon de tradução ‘salvar a evidência’” (DELPHA, 2001, p. 53). Neste sentido, o empirismo é uma teoria da evidencia e não da verdade. A tese de Quine (2009, 2010) da indeterminação da tradução significa que traduzimos sempre na nossa língua. A noção de significação aplicada às palavras deve evitar a absurda noção de essência.

Neste sentido, compreende-se que a tradução como significação interlinguística deve respeitar as leis lógicas, mas deve também respeitar as diferenças culturais. A comunicação recobre uma diversidade subjetiva e a experiência de sensações já objetivada em um universo interpessoal/intersubjetivo da realidade**,** por outro lado, a linguagem natural é autorizada a trabalhar com um texto que é difícil atribuirmos valor de verdade determinado.

Bouveresse (1971), ao comentar a tradução radical de Quine, afirma:

> Na realidade, o que fazemos, o texto original, bruto, jamais nos é dado: estamos sempre na presença de versões em parte abreviadas, elípticas e cheias de subtendidos, e em parte abundantemente interpoladas, parafraseadas e comentadas. (BOUVERESSE, 1971, p. 108, tradução livre).

O filósofo ao afirmar que "o texto original, bruto, jamais nos é dado" refere-se à originalidade das primeiras palavras ditas que poderiam ter sido proferidas apenas pelo Adão mítico. Assim, Bouveresse salienta que a tradução radical proposta por Quine é discutível pelo fato de que em nossas frases carregamos sentidos nossos, mas também carregamos sentidos alheios.

Para George Steiner (apud RICOEUR, 2011, p. 33), "compreender é traduzir" e contrariamente ao seu pensamento, para Dummett (2009, p. 218, tradução livre), "compreender uma expressão consiste conhecer sua significação", como também,

> a capacidade de traduzir não implica a capacidade de compreender (...) nós sabemos associar uma palavra de uma língua a uma palavra de outra língua: quando nos pedem para traduzir uma palavra em questão, pronunciamos a outra, ou a escrevemos. Mas não existe representação intermediária que se interponha entre um conceito e sua expressão verbal (DUMMETT, 2009, p. 227).

Para que essas discordâncias sobre a necessidade ou não de compreensão na tradução de um texto a outro, precisa-se analisar o significado da palavra compreensão. Wittgenstein (1989) nos chama a atenção para o uso que fazemos do conceito de compreensão (algo próximo do domínio de uma técnica, no caso, a chave do código).

> Uma frase é-me dada em código, com a respectiva chave. Claro que, de uma certa forma, tudo o que é necessário para a compreensão da frase me foi dado. E, no entanto, deveria responder à pergunta "Compreendes esta frase?": Não, ainda não; primeiro preciso decifrá-la. E só quando, por exemplo, a tivesse traduzido para o alemão, poderia dizer "Agora compreendo-a" (WITTGENSTEIN, 1989, p. 31).

Wittgenstein salienta que não existe um método sistemático para traduzir e que traduzir de uma linguagem para a outra é um jogo de linguagem.

A expressão "*jogo* de linguagem" deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida. Tenha presente a variedade de jogos de linguagem nos seguintes exemplos, e em outros:

> Ordenar, e agir segundo as ordens –
> Descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas –
> Produzir um objeto de acordo com uma descrição (desenho) –
> Relatar suposições sobre o acontecimento –
> Levantar uma hipótese e examiná-la –
> Apresentar os resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas –
> Inventar uma história; e ler –
> Representar teatro
> Cantar cantiga de roda –
> Adivinhar enigmas –
> Fazer uma anedota; contar –
> Resolver uma tarefa de cálculo aplicado –
> Traduzir de uma língua para outra –
> Pedir, agradecer, praguejar, cumprimentar, rezar. (WITTGENSTEIN, 1996, p. 27)

No uso da linguagem é que se encontra o significado da palavra. Em um jogo de linguagem alguém grita "lajota!" e aquele a quem foi endereçado o grito traz a lajota. Ele ouve "lajota!" e compreende "traga-me uma lajota".

Por meio do que foi exposto até o momento pode-se perguntar, como acontece os jogos de linguagem envolvendo a Matemática que possui uma linguagem diferenciada da linguagem natural? Como se relaciona a discussão entre os filósofos que se dedicam à tradução de textos literários na tradução de textos matemáticos para a linguagem natural? Deve-se traduzir o sentido ou as palavras do texto?

Pretende-se averiguar essas questões ao longo do texto com base na seguinte formulação de hipótese: se a comunicação do leitor com o texto matemático é virtual, já que a linguagem matemática não tem oralidade, na tradução de textos matemáticos é necessário, primeiro traduzir seus símbolos para a linguagem natural e posteriormente dar sentido ao texto traduzido.

2. Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural

> Traduzir de uma língua para outra é um exercício matemático, e a tradução de um poema lírico, por exemplo, para uma língua estrangeira, é análoga a um *problema* matemático. Porque se pode formular o problema "como se deve traduzir (isto é, substituir) esta piada (por exemplo) para uma piada na outra língua?" e este problema

> pode ser resolvido; mas não houve um método sistemático de o resolver (WITTGENSTEIN, 1989, § 698).

Chauviré (2011) afirma que Wittgenstein opõe interpretar e compreender para suavizar o papel da interpretação, pois nela jamais é considerada a substituição de signos por outros signos – seja na linguagem ordinária ou na linguagem simbólica – e valorizar a compreensão direta, muitas vezes marcada por uma reação apropriada e imediata: alguém me pergunta a hora, eu olho para o meu relógio. Interpretar é por outro lado um jogo de linguagem muito especial, que é ligeiramente mobilizado na prática da conversação.

> A interpretação resulta de uma compreensão impedida e adiada: eu devo interpretar quando eu não entendo uma língua estrangeira, uma mensagem cifrada, uma versão grega, uma frase complicada, mas não na conversação diária. (CHAUVIRÉ, 2011, p. 244, tradução livre).

Chauviré (2011) e Bouveresse (1973) não compartilham da mesma posição, enquanto que a primeira afirma a oposição entre compreender e interpretar, o segundo a nega.

Bouveresse (1973, p. 201) comentando o pensamento de Wittgenstein afirma: “É impossível estabelecer uma distinção precisa entre ver e interpretar”. O ato de ver segue um domínio de técnicas. Para apreciarmos uma obra de arte temos que conhecer algumas técnicas desenvolvidas pelos artistas. Para distinguirmos um triângulo retângulo de um triângulo obtusângulo devemos conhecer as regras que definem um e outro. Compreender cada um deles é *ver como* se pode desenhá-los. Aquele que não compreende o que é um e o que é outro é cego à significação do que seja um triângulo retângulo e um triângulo obtusângulo.

Desse modo, Wittgenstein aproxima a atividade de ver com a de interpretar, bem como aproxima a atividade de traduzir com a atividade de interpretar. O autor também se debruça sobre a atividade de tradução de uma língua para outra com a ação de resolver um exercício matemático. A distinção entre *ver* e *ver como* - ver um objeto como algo diferente, ver a figura que se revela com alguns aspectos que antes não se havia percebido - é de suma importância na aprendizagem de conceitos matemáticos. Ver uma figura e não outra; traduzir um enunciado; seguir uma regra; fazer um cálculo; demonstrar, entre outros, são sinônimos de interpretar.

A linguagem matemática é considerada como uma língua estrangeira para o estudante e, por isso, deve ser traduzida para sua linguagem natural quando precisa ser interpretada.

Em certos casos, o vocabulário matemático não faz parte do repertório do estudante, pois são poucas as palavras deste vocabulário que podem ser compreendidas na sua linguagem materna, como por exemplo, o texto matemático pode ser escrito em linguagem natural com expressões do vocabulário matemático, tais como: o triângulo ABC; existe um e somente um *x* para cada *y*, etc.

Neste sentido, Reynes (2012) constata em suas pesquisas que "a linguagem matemática não é uma língua materna (...) nós não pensamos de maneira 'natural' a partir da linguagem matemática: primeiro pensamos na nossa língua materna" (p. 169, tradução livre), neste sentido, ele pergunta:

> A linguagem matemática não é uma "língua viva": seu objeto e seu funcionamento são outros (...) se é verdade que o domínio de uma língua estrangeira torna-se efetivo na medida em que somos capazes de pensar diretamente nessa língua, sem passar pelo intermédio de sua língua materna, isso é o mesmo para a linguagem matemática? (REYNES, 2012, p.169).

No ensino da matemática, a pretensão dos professores de que o texto matemático não possa ter ambiguidades faz com que, muitas vezes, a ilação participe do método de fazer suas deduções, e também porque o texto deve ser objetivo e a subjetividade do professor não pode interferir no conteúdo, apenas no estilo da escrita. A linguagem do texto matemático é objetiva e busca apenas um sentido, todavia a linguagem do professor é polissêmica. O fato é que não podemos separar a objetividade da subjetividade. Nestes termos, a objetividade e a subjetividade, o lógico e o psicológico colocam-se como dinâmicas contraditórias, mas que convergem na construção do conhecimento.

> Se uma regra não te obriga é que tu não *segues* regra alguma.
> Mas como segui-la, se posso segui-la, certamente, como eu quero?
> Como seguir o indicador de caminhos, se tudo o que eu faça é um seguimento?
> Mas o fato que tudo (igualmente) pode ser *interpretado* como um seguimento, não quer dizer, sem dúvida, que tudo seja um seguimento.
> Mas como o professor interpreta a regra para o aluno? (Posto que alguma interpretação ele há de dar-lhe). Bem, como, se não mediante palavras e treinamento?
> (Essa é uma ideia importante).
> E o aluno interioriza a regra (*assim* interpretada) quando reage a ela de tal e tal modo.
> Mas o importante é o *seguinte*: que essa reação, que nos garante a compreensão, pressuponha como contexto determinadas circunstâncias, determinadas formas de vida e de linguagem. (Da mesma forma que, sem rosto, não há expressão facial alguma). (WITTGENSTEIN, 1987, parte VII, § 47)

Seguindo as indicações do autor, conforme o contexto que se apresenta ao aluno nota-se que ele pode interagir com a regra matemática de diferentes maneiras. Pode, por exemplo, simplesmente aplicar a regra, $2 + 3 \times 6 = 2 + 18 = 20$, o que demonstra que ele intuiu corretamente a regra da ordem das operações. Em caso contrário, ele pode não seguir a regra, mas pensar que está seguindo-a corretamente e resolver a operação da seguinte forma: $2 + 3 \times 6 = 5 \times 6 = 30$. Se ele não percebe o erro, a ilusão de estar seguindo corretamente a regra permanece. Porém, ele pode também se enganar e calcular da seguinte forma: $2 + 3 \times 6 = 2 + 18 = 22$. Esse engano poderá ser reconhecido e corrigido pelo próprio aluno. Em outro caso, ele pode aplicar corretamente a regra $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ quando estiver estudando os produtos notáveis, porém, posteriormente, a regra colocada em outro contexto passa a não ter mais sentido para ele, então aplica outra regra: $\int (a+b)^2\, da = \int (a^2 + b^2)\, da$. (Cf. Silveira, 2008)

Professor e aluno interpretam regras matemáticas, pois elas apontam um caminho a seguir, o professor ensina a regra com suas palavras e busca uma forma *standard* para não haver equívocos na compreensão dos conceitos que pretende ensinar, por exemplo, o professor não dirá “o número de baixo”, e sim, “denominador”.

A interpretação do texto matemático consiste em traduzir os símbolos para a linguagem natural e, posteriormente, conferir sentido às palavras imersas em regras gramaticais e regras matemáticas. Fidelidade na tradução dos símbolos e liberdade limitada na produção de sentidos, já que os sentidos dependem das regras matemáticas que devem ser obedecidas. No exercício matemático, traduzem-se os símbolos da linguagem matemática para a linguagem natural. Este jogo de linguagem é necessário porque a linguagem natural não dá conta de explicar os conceitos matemáticos.

3. Necessidade de operar com a linguagem matemática

O processo histórico nos mostra a dinâmica cultural relativa à conformação de uma simbologia para o trabalho em matemática. O texto matemático como todo texto possui uma sintaxe e uma semântica própria. Para Fraïssé (1982, p. 42, tradução livre), “por analogia com a sintaxe gramatical, a sintaxe lógica é o estudo da formalização, da estrutura de fórmulas e de regras de dedução imediata de uma fórmula a partir de uma ou muitas outras”.

> A semântica, ao contrário, a exemplo daquela dos filósofos e dos linguistas, é centrada no estudo da significação das fórmulas. Do ponto de vista semântico, o estudo de uma teoria exige, por um lado, a representação das fórmulas, consideradas elas próprias como seres matemáticos da mesma forma que um número ou um ponto; por outro lado, a definição do *valor de verdade* (verdadeiro ou falso) de cada fórmula à qual associamos um sistema de relações e de elementos. (FRAÏSSÉ, 1982, p. 42)

Portanto, existe ligação entre o valor de verdade e a demonstração: "é verdade aquilo que é demonstrável" (LEIBNIZ apud LOI, 1982, p. 108, tradução livre). Porém, Tarski (2007) afirma:

> Demonstrações são ainda o único método para garantir a verdade de sentenças dentro de qualquer teoria matemática específica. Entretanto, estamos cientes agora do fato de existirem sentenças formuladas na linguagem da teoria que são verdadeiras mas não são demonstráveis, e não podemos deixar de considerar a possibilidade de algumas dessas sentenças figurarem entre aquelas que nos interessam e que estamos empenhados em demonstrar. (TARSKI, 2007, p. 232)

A análise do mecanismo da demonstração por meio de texto matemático trabalha com a sintaxe do vocabulário empregado na teoria estudada. O texto matemático é formalizado por meio de uma linguagem convencional com regras que não podem ser modificadas. O repertório necessário para mostrar as evidências matemáticas deve ser preciso, já que demonstrar pressupõe mostrar o objeto e a objetividade linguística é necessária à aparição de demonstrações.

> Demonstrar contém mostrar, e eu acredito que é "praticamente" evidente para o matemático que ele não tem nenhuma chance de provar nada, se nada se mostra (...) é necessário mostração objetiva para conferir às demonstrações sua eficácia, sua legibilidade. (SALANSKY, 2008, p. 41, tradução livre).

Demonstração como definição formal da textualidade e da dedução como modo de textualidade, como método de escrever o texto, de dar forma ao texto, como discurso do conhecimento matemático. A necessidade de operar com os símbolos e abreviaturas são explicadas por Desanti (1968)

> Sabemos que a linguagem matemática pode, por direito, ser totalmente formalizada. Sabemos também que o projeto de apenas escrever textos matemáticos totalmente formalizados é humanamente impossível. Escrever "1 + 0 = 1" exigiria algumas centenas de milhares de signos. Tais textos não poderiam nem ser escritos, nem ser lidos. (DESANTI, 1968, p. VII, tradução livre).

A linguagem natural não permite explicar alguns conceitos matemáticos, como por exemplo, os números compreendidos no intervalo [3, 7] que também podem ser escritos por intermédio do conjunto $\{ x \in \Re / 3 \leq x \leq 7 \}$. A linguagem matemática torna-se necessária para tais abreviações. Tal intervalo pode ser explicado por meio de uma linguagem que seja clara e exata, mas sabemos que a linguagem natural é polissêmica e mesmo utilizando-se uma linguagem *standard*, corre o risco de ambiguidades. O texto matemático consiste de abreviaturas que buscam uma objetividade capaz de tornar compreensível uma sentença.

Para Panza (1995), o conceito libera um conteúdo que se transforma em um objeto matemático por um ato de objetivação que corresponde à construção de um sistema formal. "Uma sentença de uma linguagem formal é uma "série (de símbolos) bem formada" de acordo com as regras da gramática" (PANZA, 2008, p. 91, tradução livre). A linguagem é uma lista de símbolos para escrever uma teoria que a metalinguagem pode explicar. "Através da aplicação de uma teoria matemática e seu formalismo é produzido (muitas vezes implicitamente) uma teoria lingüística que é assim regulada pelo formalismo que ela expressa" (PANZA, 2008, p. 97).

Uma linguagem formalizada como a da matemática não tem oralidade (Granger, 1974), ela precisa da linguagem natural para poder falar de seus símbolos. Nesse sentido, a comunicação do leitor com o texto matemático é virtual, pois é preciso traduzir a linguagem simbólica para a linguagem natural.

> Um dos interesses do formalismo é permitir, graças a automatismos de funcionamento, facilitar o gerenciamento de sentido que poderia ser muito pesado e muito lento. Mas, é necessário que no fim do processo se reencontre o sentido. O que supõe que tenhamos posto o sentido no começo. O que significa que a utilização de um formalismo gera problemas, a dificuldade se situa no montante: é o processo de formalização que deve ser elucidado e tornado transparente, caso contrário, aquilo que é uma elaboração lógica e coerente será percebida e tratada como um emaranhado de fórmulas mágicas, e conhecemos muito bem essa tendência regressiva de nossos alunos .... (REYNES, 2012, p.169, tradução livre).

Ao chamar a atenção para o "emaranhado de fórmulas mágicas" percebidas pelos estudantes, Reynes (2012) indica questões interessantes para a análise que, todavia, serão trazidas à tona posteriormente. No momento, pretende-se analisar os obstáculos que são colocados na tradução de textos matemáticos para a linguagem natural que os diferenciam dos textos literários. Para tanto, traz-se algumas observações de alguns filósofos que contribuem para tal reflexão e análise.

A alteridade se apresenta no texto matemático porque existe um "outro" na escrita sem um sujeito específico. Foucault (1995, p. 107) afirma: "o sujeito do enunciado [matemático] é a posição absolutamente neutra (...) e que pode ser ocupada por qualquer sujeito", como na proposição: 'o produto dos meios é igual ao produto dos extremos'. "O sujeito do enunciado é também o sujeito da operação" como na proposição: 'seja uma reta (…) temos que (…)'. Qual é o sujeito na expressão "temos que"? O sujeito parece indeterminado e desconhecido, não dialoga com o leitor. Quando o autor escreve, endereça o texto a alguém é porque supõe um leitor. Na leitura de um texto matemático, o leitor não é convocado, ele não interage com o autor.

Neste sentido, para Austin (2012), a linguagem matemática é imperativa quando utiliza expressões que apontam para o fato de que o sujeito do enunciado fornece ordens ao leitor, como por exemplo: resolva, calcule, determine, entre outros.

A linguagem, como fonte de conhecimento, inscreve o significado de uma palavra no seu uso e o sentido no contexto em que a palavra está inserida. A linguagem matemática, por sua vez, enquanto linguagem escrita, conta com alguns inconvenientes que tem consequências consideráveis para o seu uso.

> A escrita, naturalmente, torna visível o impensável, do irracional a mudança, mas ela fixa definitivamente, imobiliza, de alguma forma, o pensamento e só pode reter certos aspectos do conceito. Ela o limita, então, apesar de todos os progressos que ela facilita. Porém, o pensamento, como a realidade, está sempre em movimento, e os conceitos matemáticos são noções em perpétuo devir, constantemente enriquecidos e revisados por novas abstrações. Quer dizer, combina a linguagem matemática, mesmo axiomatizada, deve ser flexível e versátil: como a língua natural, ele utiliza os homônimos e os sinônimos sem os quais não poderia funcionar. O símbolo nunca designa um objeto isolado; frequentemente ele serve para designar uma infinidade de objetos, ou um objeto próximo de uma transformação; por vezes, é usado até mesmo em domínios distantes. É uma enorme mudança – em vez de um abuso de linguagem -, a qual traz em profundidade as mais diversas áreas da matemática e dá ao pensamento todo o seu poder. (LOI, 1982, p. 119, tradução livre)

Para o autor, "a noção de sinonímia é à base de estilística; em contrapartida, os efeitos de estilo postulam uma pluralidade de formas suscetíveis de expressar um mesmo conceito" e, neste sentido, o autor salienta que

> a estúpida rigidez mostrada por muitos professores, que argumentam que, sob pena de ambiguidade, uma noção deve sempre ser notada da mesma maneira. Eles não vêem que é precisamente a escolha de um bom formalismo, da linguagem apropriada para a finalidade que se tornou característica do pensamento matemático contemporâneo, de sua inteligência e de sua flexibilidade. (LOI , 1982, p. 112)

E para concluir, ele afirma:

> "Em resumo, o prejuízo, frequente causado pelos professores de matemática, em que uma palavra ou símbolo possuiria um sentido fixo uma vez por todas e exatamente o mesmo em todos os lugares e sempre é perigoso em matemática" (LOI, 1982, p. 119).

Loi (1982) refere-se, por exemplo, o caso de professores fixarem a escolha da letra *h* para representar a altura de um polígono, a letra *x* para representar a incógnita de uma equação. Porém, quando o aluno se depara com a altura de um triângulo representado pela letra *c*, ou com uma equação com a incógnita representada pela letra *y*, pode encontrar dificuldades na resolução do exercício que envolve o triângulo e aquele que envolve a equação. Este fato é tão sério que se podem encontrar alunos que tenham dúvidas se estudar as propriedades operatórias dos logaritmos com as variáveis *a* e *b* possa ser diferente de estudar com as variáveis *x* e *y*.

Para Loi (1982), tradicionalmente a matemática e rigor são sinônimos, pricipalmente com os trabalhos de Hilbert e o advento de matemática formal e axiomática. Os axiomas das teorias matemáticas, tais como os da geometria devem ser evidentes e necessários para que se estabeleçam conceitos de base. Concordando com o autor, para Granger (1989), a matemática enquanto conhecimento rigoroso por excelência nos revela alguns traços de certo ideal de conhecimento, ao qual todo saber pode ser, senão medido, pelo menos comparado.

A falta de precisão da linguagem utilizada pelo professor, com o repertório específico da matemática comporta um prejuízo no seu ensino. O rigor exposto por Loi (1982), não é o rigor da matemática, e sim, o rigor dos professores que condicionam os alunos a criarem hábitos em lidar com certas variáveis e incógnitas advindas da escolha dos próprios professores.

4. Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem

Em situações tais que o texto é escrito apenas com símbolos matemáticos, como por exemplo, a expressão $\forall x \in A, \exists! y \in B / (x, y) \in (AXB)$, a tradução símbolo por símbolo para a linguagem natural se faz necessária da seguinte forma: Para todo *x* que pertence ao conjunto A, existe um e somente um *y* pertencente ao conjunto B, tal que as coordenadas *x* e *y* pertencem ao produto cartesiano A por B.

Como foi visto anteriormente, a formalização da linguagem contém um resíduo (Granger, 1974) que deve ser interpretado de modo que o texto tenha sentido. Neste caso, a interpretação do resíduo da expressão acima, após a tradução dos símbolos para a linguagem natural, pode ser adquirida com o auxílio do Diagrama de Venn, com problemas de aplicação (na própria matemática e no quotidiano), como também por meio da construção do gráfico da função $y = ax + b$, com $a \neq 0$.

A incógnita *x* que o aluno deveria *ver como* $\frac{1x^1}{1}$ é outra expressão de um resíduo que deve ser resgatado além do texto. Nesse caso, tal resíduo não interpretado, com o passar do tempo, pode dificultar o cálculo da integral $\int \frac{x-1}{x^2-1}dx$, pois o aluno não a *vê como* $\int \frac{x-1}{(x+1)(x-1)}dx = \int \frac{1}{1(x+1)^1}dx$ para poder igualar a $\int (x+1)^{-1}dx$, ou seja, não percebe a forma de elaborar transformações lógicas que o possibilite deixar a integral da função representada pela família de integrais na forma de $\int u^p du$, $p \neq -1$.

Retornado a formulação de hipótese: se a comunicação do leitor com o texto matemático é virtual, já que a linguagem matemática não tem oralidade, nota-se que na tradução de textos matemáticos é necessário primeiro traduzir seus símbolos para a linguagem natural e, posteriormente dar sentido ao texto traduzido. Assim sendo, na expressão matemática acima, não basta que seja traduzido apenas os seus símbolos, pois é necessário dar sentido à tradução.

Quando se pretende ensinar um conceito matemático é necessário fornecer textos ao aluno para que ele possa compreender aquilo que é falado. Considera-se texto tudo aquilo que for escrito em linguagem natural ou com símbolos matemáticos: o enunciado de um problema, a explicação do professor no quadro de escrever, a demonstração de um aluno, entre outros.

Na interpretação de textos matemáticos em situações de ensino e aprendizagem, o aluno deve traduzir palavra por palavra, símbolo por símbolo, ou traduzir o sentido dos textos? Para Bélanger e De Serres (1998), a linguagem matemática é monossêmica, uma vez que apresenta apenas um sentido.

> A tradução em linguagem simbólica de um enunciado matemático formulado em linguagem natural também pode causar erros de

> sintaxe. Consideremos o seguinte enunciado: *Há duas vezes mais meninos que meninas na sala*. Colocando a equação que relaciona o número de meninos (representado pelo símbolo G) ao número de meninas (representado por F), alguns alunos escreverão: 2G = F, que é a forma invertida da formulação correta: G = 2F. Este tipo de erro tem sido estudado por muitos pesquisadores (...) É interessante notar que o erro é devido a uma tradução palavra por palavra do enunciado, modelando a escrita simbólica da sintaxe francesa:
> 2 vezes mais meninos do que meninas
> 2 x G = F. (BÉLANGER; DE SERRES, 1998, não paginado, tradução livre).

A tradução palavra por palavra, neste caso, causou prejuízo para a interpretação do texto matemático. Para os estudantes, a linguagem matemática pode adquirir outro sentido que não obedece aos critérios de sua sintaxe. Quando dizemos ao aluno 'três x ao quadrado', ele pode pensar que falamos em $3x^2$ ao invés de $(3x)^2$. E 'o quadrado da soma de dois termos' pode ser confundido com a 'soma de dois termos ao quadrado', assim $x^2 + y^2$ e $(x + y)^2$, respectivamente, passam nesta perspectiva a serem expressões com o mesmo sentido. A tradução da expressão simbolizada por $(x + y)^2$ deveria levar o aluno a *ver como* $x^2 + 2xy + y^2$, porém ele a vê como $x^2 + y^2$. "A expressão da mudança de aspecto é a expressão de uma nova percepção, junto com a expressão da percepção inalterada" (WITTGENSTEIN, 1996, p. 257). Essa nova percepção, muitas vezes, não é localizada no campo visual do aluno.

Pode-se observar que os problemas colocados pelos filósofos que discutem a tradução de textos literários tornam-se pertinentes aos problemas levantados aqui, quando se analisa a tradução de textos escritos em linguagem simbólica. Neste sentido, a tradução palavra por palavra do enunciado é prejudicial para a aprendizagem e pode-se afirmar que segundo Bélanger e De Serres (1998), seria melhor se os alunos traduzissem o sentido do texto e não as palavras. Porém, a teoria de Quine (2009, 2010) aponta que uma boa tradução impõe uma lógica, que não foi vislumbrada no exemplo mostrado pelos autores.

Stella Baruk, com mais de 30 anos de prática, na reeducação[4] de estudantes ditos "em dificuldade", e em sua atuação na formação continuada de professores destinados a lutar contra o fracasso escolar em matemática, propõe um olhar (não violento) dos erros dos alunos pelos professores e a iniciação à verdadeira matemática, aquela que produz sentido. As exigências do entendimento na relação com o sentido deveria ser o princípio de todo ensino. Graças a sua vasta experiência como educadora, afirma que os erros dos

[4] A autora é referida como (re)educadora pois, ao trabalhar em um instituto médico-educacional, oferecia apoio aos estudantes com dificuldades escolares em matemática.

alunos são provenientes de problemas de tradução. No entanto, ao comentar as regras de simplificação de frações, sugere que essas precisam passar por traduções sofisticadas no lugar de compreensão do sentido. Baruk (1985) explica que o entendimento do aluno não dispõe de sentido na manobra da regra tal que $\frac{a \times b}{a \times c} = \frac{b}{c}$. É dito ao aluno que 'tiramos a mesma coisa encima e embaixo' e ele reproduz tal regra na expressão $\frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+3)^2} = \frac{2x-3}{2x+3} = \frac{-3}{3} = -1$. Este erro é provocado, não apenas pelo sentido que o aluno forneceu à regra, mas também pelo reconhecimento que foi a formulação da regra que o levou ao erro.

Neste sentido, Wittgenstein (1989) salienta que quando ensinamos a regra a alguém, não estamos ensinando a regra e suas aplicações. A regra deve ser seguida e o professor não pode prever todas as aplicações da regra. O aluno interpreta a regra em um contexto determinado e a aplica em outro contexto. Ele acredita que está seguindo corretamente a regra, mas na realidade está aplicando outra, a sua própria regra. Casos como esse Baruk (1973) chama a atenção que são como regras mágicas criadas por alunos e que concorda com Reynes (2012) citado anteriormente.

Seguindo suas análises, Baruk (1973) nos fornece outros exemplos vivenciados por ela em contato com estudantes com dificuldades em matemática. O professor diz ao aluno que para obter o módulo de *a*, basta que "retire as barras", tal que $|a| = a.$ Assim, o aluno ao se deparar com o módulo de +3 e o módulo de – 3, "retira as barras" de forma que encontra $|+3| = 3$ e $|-3| = -3$. Baruk esclarece que o aluno traduz por meio de palavras do texto e não por meio do sentido. Ela argumenta que aprender a falar matemática é proceder por meio de traduções e entrelaçamentos de sentido, a partir da linguagem do próprio aluno e da linguagem acadêmica.

Baruk (1973, p. 205) mostra como o aluno Bernard resolve a equação $(x-4)(5-2x) = 0$

$$5x - 2x^2 - 20 + 8x = 0$$
$$13x - 2x^2 - 20 = 0$$
$$x(13-2x) = 20$$
$$x = \frac{20}{13-2x}$$

Baruk (1973) afirma que Bernard demonstrou saber que $x = 4$ e que $x' = \frac{5}{2}$. Explica que como um "autômato" sabia também que uma equação deveria estar na forma de $x =$ ... e assim, mesmo sabendo as raízes da equação se colocou a tentar resolver como estava habituado. Bernard fez a tradução da equação, mas aprendeu que precisaria encontrar os valores de x que conferissem verdade à equação. Ele havia dado sentido à equação, porém manipulou os símbolos de tal forma que tentou colocar ao lado esquerdo da igualdade os valores de x e os números do lado direito.

A crítica de Loi (1982) quando se refere à estúpida rigidez mostrada por muitos professores que argumentam que, sob pena de ambiguidade, uma noção deve sempre ser notada da mesma maneira, no caso acima, também tem sentido. O aluno Bernard habituado a resolver equações isolando x de tal maneira que a equação sempre se apresente na forma de x = ... não consegue vislumbrar outra possibilidade que não seja a aprendida.

Michelle Bacquet (2001), especialista na reeducação de alunos com dificuldades na linguagem matemática, trabalhou por mais de vinte anos no Centro Médico Psicopedagógico da região parisiense, com crianças com bloqueios na aprendizagem da Matemática. Bacquet analisa o enunciado proposto por uma professora: Jacques tem uma coleção de 145 selos do correio. Paul lhe diz: "Se eu te desses 20 dos meus selos, eu teria, então três vezes mais do que você". Quantos selos tem Paul? (2001, p. 39).

Bacquet (2001) afirma que as soluções encontradas por alunos, professores e adultos aos quais ela propôs tal problema resolveram das seguintes formas: 3 (145 + 20) e 3 x 145 + 20 = 455 selos. Ela conclui que não é possível criar um texto matemático sem ambiguidades se utilizarmos a linguagem cotidiana que é "rica, mas polissêmica, e não adequada ao pensamento lógico". A autora acrescenta que se o problema for uma história "torna ao mesmo tempo mais atraente e menos acessível".

> Eu não penso que seja realmente possível criar um texto sem ambiguidade, sem outra dificuldade a não ser a matemática, enquanto continuarmos utilizando a língua do cotidiano - rica, mas polissêmica, e não-adequada ao pensamento lógico – e, sobretudo, apresentando o problema no âmago de uma "história", o que o torna ao mesmo tempo mais atraente e menos acessível (...) concluo que (...) é preciso resolver a matemática, a verdadeira matemática, sem ter medo de se confrontar com a abstração. Uma vez que as crianças souberem aprender a ler, a abstração não será um obstáculo para elas. Eu sei que, para os jovens alunos, fazer malabarismos com o sistema decimal não é somente fácil, mas particularmente prazeroso. (BACQUET, 2001, p.40)

A tentativa de contextualização de determinados conceitos no cotidiano, muitas vezes, força a ideia que a matemática está presente no mundo concreto e que serve à experiência, pode trazer mais prejuízos que benefícios, tanto para professores como para estudantes. Os professores encontram dificuldades em contextualizar alguns conteúdos, por exemplo, as operações com radicais. Para os estudantes, o prejuízo se dá porque uma regra matemática aplicada em sala de aula pode modificar de sentido no cotidiano, e vice-versa. De acordo com Wittgenstein (1996), ao mudar o contexto, o significado das palavras se altera.

Em suas discussões sobre a linguagem matemática na aula, Pimm (2002) narra à situação em que é feito a pergunta, "qual é a diferença entre 24 e 9?" (PIMM, 2002, p. 33, tradução livre). Um aluno de nove anos responde que 24 era par e que 9 era ímpar, porém outro aluno contestou e disse que 24 possuia dois algarismos e que 9 possuia um algarismo. Pimm comenta a falta de compreensão do termo diferença. A palavra diferença referida na pergunta feita ao aluno, de fato, não está explícita. Quem perguntou, provavelmente gostaria de saber o resultado da operação 24 – 9. Desse modo, o aluno não está errado porque aquele que perguntou deixou margens para diferentes traduções.

Outra situação citada por Pimm (2002, p. 45): o professor diz aos seus alunos: "seja *n* um número", um aluno intervém e diz ao professor: "mas *n* é uma letra!". Este fato aponta para a obscuridade de expressões do vocabulário matemático. Que *n* representa um número qualquer a ser procurado está correto, assim como, dizer que *n* é uma letra também está. O que não está correto é pensar que o aluno compreenda uma expressão da mesma forma que o professor a compreende.

Continuando a citar exemplos de conversações entre professores e alunos, Pimm (2002) conta que um aluno de dez anos ao ouvir a pergunta: "quantos 4 tem em 24?" responde que é "um". Pimm explica que a questão foi interpretada pelo aluno como: "quantos 4 figuram em 24" (como o caso do número de letras que aparecem em uma palavra). O professor provavelmente gostaria de saber o resultado da operação $24 \div 4$ e lançou corretamente a pergunta "quantos 4 tem em 24?", todavia, como a linguagem natural é polissêmica, nossas palavras oferecem margem à diferentes interpretações.

Como visto anteriormente, Granger (1989) e Loi (1982) afirmam o rigor da Matemática, porém, tal rigor tende a se desfazer por alguns professores e alunos quando imerso em situações de sala de aula. Nesse contexto, os jogos de linguagem entre alunos e professor buscam o sentido dos enunciados matemáticos, mas dada a polissemia da linguagem natural, a busca de sentido pode se deparar com outras lógicas (dos alunos, por certo) que não estão em acordo com a lógica da Matemática.

O caso de uma aluna citado por Silva (1999, p. 58) retrata esta problemática. Ela demonstrou saber responder a questão "2 pirulitos custam Cr$ 10.000,00. Qual o preço de 1?", mas não soube dizer à professora qual operação tinha efetuado para obter o resultado correto.

> Professora: 2 pirulitos custam Cr$ 10.000,00. Qual o preço de 1?
>
> Aluna: Cr$ 5.000,00
>
> Professora: Que conta você fez?
>
> Aluna: 10 - 2
>
> Professora: 10 – 2? Quanto que dá?
>
> Aluna: 10 – 2 = 8
>
> Professora: Você disse que custava 5. Agora é 8?

Silva (1999) adverte que a professora não valorizou a resposta da aluna e a sequência de suas perguntas desviou a sua atenção, não mais para a questão que deveria responder, e sim, as respostas que deveria fornecer. O caso desta aluna é semelhante ao de Bernard, aluno de Baruk (1973), citado anteriormente. O aluno sabe que deve seguir uma regra, mas essa regra provavelmente não lhe fornece sentido.

A regra matemática é interpretada conforme o contexto, porém mesmo que a regra se atualize automaticamente em cada contexto, o aluno pode não saber atualizá-la. Na perspectiva do aluno, quando muda o contexto, muda o conceito, muda a regra a ser aplicada. A aplicação da regra ½ laranja + ½ laranja, para um aluno, pode não significar necessariamente um laranja inteira, pois ele afirma que quando corta uma laranja ao meio cai um «caldinho». A regra na sala de aula que deve seguir a lógica da matemática onde ½ + ½ = 1 é diferente da lógica da vida cotidiana (Cf. Silveira, 2008).

Gómez-Granell (2003) centrou seus trabalhos no estudo da aquisição e na aprendizagem de processos matemáticos e comenta que os alunos tendem a interpretar, por exemplo, "se a = 5 e b= 6, então ab= 56", como também o erro clássico de adicionar variáveis diferentes: "3a + 5b = 8ab" (2003, p. 263). A autora afirma que este erro aponta para o fato de que o aluno realiza a tradução literal do texto e conclui que a aquisição da linguagem matemática não pressupõe uma mera tradução para a linguagem natural e sim, aprender a dar significados aos símbolos.

Bélanger e De Serres (1998) explicam como veem essa problemática

> O não-respeito às regras de prioridade nas operações, omissões ou mau uso de parênteses na escrita de expressões matemáticas são

> outros exemplos de erros de sintaxe simbólica. Os alunos vão escrever *2x - 3 - h*, quando eles deveriam escrever *(2x - 3) - h*. Outros, substituindo por exemplo, os valores 4 e -5 às variáveis *x* e *y* em uma expressão como *xy*, escreverão 4 - 5 em vez de 4 . (-5). Embora esquecer os parênteses revela às vezes uma simples negligência, é em muitos outros casos reflexo de uma falta de domínio da sintaxe simbólica. (não paginado, tradução livre) (BÉLANGER; DE SERRES, 1998).

É recorrente, o aluno não *ver ab como a* x *b*, ou seja, *a* multiplicado por *b*, assim como não *vê yz como y* x *z*, ou seja, *y* multiplicado por *z*. Ele não *vê como* multiplicação porque provavelmente não compreende o sentido da expressão.

Gómez-Granell (1989), ao discutir o difícil equilíbrio entre o rigor e o significado, fornece o exemplo da regra da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição: $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ que os alunos generalizam e cometem os seguintes erros de forma equivocada: $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$ ou $\sqrt{b + c} = \sqrt{b} + \sqrt{c}$.

O aluno faz analogias e generalizações que derivam em erro. Tais como, por exemplo, ele sabe que 2 + 3 = 5, e deste pressuposto, conclui que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$ e $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$, como cita Baruk (1973).

A regra matemática quando não é compreendida pelo aluno é substituída por outra, ele cria outra regra em seu lugar. Baruk (1985, p. 231) mostra um exemplo de “lógica da magia” no cálculo $\frac{7}{4} + \frac{5}{3} = \frac{(7+3)+(4+5)}{4+3} = \frac{18}{7}$. Esse exemplo fornece elementos para que se possa perceber o quanto são obscuras certas regras matemáticas para o aluno. Na sua concepção, a regra que aplicou tem sentido. Para o professor, o aluno produz a regra que não tem sentido algum.

Obedecendo a regra da adição de frações, o aluno deveria *ver* a operação *como* $\frac{7}{4} + \frac{5}{3} = \frac{3 \times 7 + 4 \times 5}{4 \times 3}$, porém percebe-se que 3 e 7, 4 e 5 e ainda 4 e 3 deveriam ser multiplicados, mas ele soma. Como *não vê* sentido em multiplicar esses números, já que se trata de uma adição, então ele muda a regra e soma ao invés de multiplicar.

> Como podemos ver, muitos erros que cometem os alunos em matemática são de natureza linguageira. Eles não sabem suficientemente a sintaxe, seja em linguagem natural, em linguagem simbólica ou em linguagem gráfica. Isso destaca a necessidade de intervir nestes três planos para corrigir suas lacunas linguageiras. Por que uma língua apenas torna-se inteligível, na medida em que sabemos seus códigos, suas convenções, uma boa parte de seu

> vocabulário e a maneira como se estruturam seus elementos. (BÉLANGER; DE SERRES, 1998, não paginado, tradução livre)

É por meio da linguagem do aluno que podemos encontrar a origem de suas confusões e erros, como também, é por meio da linguagem que podemos lhe ensinar a traduzir corretamente um texto matemático para que o texto lhe forneça sentido. Os sentidos da linguagem cotidiana necessariamente não convergem com os sentidos na matemática.

Considerações finais

Os filósofos que analisam a tradução de textos literários diferem quanto aos modos de traduzi-los. A questão se refere ao fato de traduzir palavra por palavra ou traduzir o sentido do texto. Na tradução de textos científicos foi apontada a necessidade de operar com a linguagem matemática para evitar ambiguidades.

Na tradução de textos matemáticos em situações de ensino e de aprendizagem, percebeu-se que não basta uma mera tradução de palavras ou de símbolos da linguagem codificada para a linguagem natural, pois esta última é polissêmica e não garante a necessidade lógica da matemática.

Este estudo aponta algumas categorias que devem ser analisadas no processo de tradução de textos matemáticos: os problemas que envolvem a sintaxe e a semântica, o processo de formalização, aplicação de regras matemáticas em contextos diferentes, a criação de novas regras pelos estudantes, a rigidez que o professor utiliza os símbolos matemáticos para ensinar seus alunos, o campo visual do estudante que está relacionado com aquilo que ele pode ver e interpretar.

A hipótese inicial - a comunicação do leitor com o texto matemático é virtual, já que a linguagem matemática não tem oralidade, na tradução de textos matemáticos é necessário, primeiro traduzir seus símbolos para a linguagem natural e posteriormente dar sentido ao texto traduzido - foi verificada.

Concorda-se com Walter Benjamin (2008) quando defende a “fidelidade e liberdade – liberdade na reprodução do sentido e, a serviço dessa liberdade, fidelidade à palavra” (BENJAMIN, 2008, p. 76), porém, o aluno quando traduz um texto matemático para a linguagem natural vive uma liberdade limitada, pois tem a liberdade de criar sentidos ao texto matemático, mas deve ao mesmo tempo respeitar a lógica da matemática e, caso esteja interpretando um enunciado de uma questão que será avaliada, deve obter um resultado igual ao gabarito do professor (previsão da aplicação da regra matemática). A lógica com suas necessidades próprias e a atividade inventiva do aluno não podem ser separadas e aí reside um paradoxo que precisa ser muito bem analisado.

Neste sentido, pode-se salientar que o professor deve refletir atentamente sobre os problemas de ordem linguística quando ensina matemática, já que ele não estabelece um jogo de linguagem, mas introduz o aluno a um jogo já estabelecido – uma vez que as proposições da matemática são vistas por Wittgenstein (1989) como regras a serem seguidas, como normas. Deste modo, a criatividade do aluno é limitada, já que ele deve seguir regras. Outra questão que se pode colocar é como o professor interpreta o texto matemático em sala de aula para o aluno, apoiando-se em figuras, gráficos, símbolos e expressões algébricas e, por outro lado, como o aluno traduz a interpretação do professor. Com base nos relatos de alguns educadores, percebeu-se que no ensino e na aprendizagem da matemática deve-se valorizar o sentido das palavras, dos símbolos, dos textos e das regras matemáticas, como também atender à necessidade lógica.

Referências

AIROLDI, Sergio; PONTANI, Paola. Problèmes de traduction de textes mathématiques. Disponível em: <http://www.matematicasenzafrontiere.it/documenti2/atti08/docatti/Airoldi_Pontanifr.pdf>. Acesso em: 28 mar. 2012.

AUSTIN, J. L.; HOWSON, A.G.. Language and mathematical education. Disponível em:: < http://www.springerlink.com/content/qr1016205831t733/fulltext.pdf>. Acesso em: jan. 2012.

BACQUET, Michelle. Matemática sem Dificuldades: ou como evitar que ela seja odiada por seu aluno. Porto Alegre: ARTMED Editora, 2001 (tradução de Maria Elizabeth Schneider)

BARUK, Stella. Échec et maths. Paris: Éditions Du Seuil, 1973.

BARUK, Stella. L’âge du capitaine: De l’erreur en mathématiques. Paris: Éditions du Seuil, 1985.

BÉLANGER, Marco; DE SERRES, Margot. Les erreurs langagières en mathématiques. In.: Correspondance. Vol.3, Nº. 4, abril 1998.

BELLO, Samuel Edmundo Lopez. Jogos de linguagem, práticas discursivas e produção de verdade: contribuições para a Educação (Matemática) contemporânea. São Paulo: Zetetiqué, 2010, v. 18, p. 545-588.

BENJAMIN, Walter. A tarefa-renúncia do tradutor. In: BRANCO, Lúcia Castello (Org.). A tarefa do tradutor, de Walter Benjamin: quatro traduções para o português. Belo Horizonte: Fale/UFMG, 2008, p. 66-81. Tradução de Susana Kampff Lages.

BOUVERESSE, Jacques. La parole malheurese: de l’alchimie linguistique a La grammaire philosophique, Paris: Les Editions Minuit, 1971.

BOUVERESSE, Jacques. Wittgenstein: la rime et la raison (Science, Èthique et Esthétique), Paris: Les Editions Minuit, 1973.

CHAUVIRÉ, Christiane (Org.). Wittgenstein et les questions du sens. Paris: L'art du compreendre - Seraphis, 2011.

COLOMBO, Janecler Aparecida Amorin; FLORES, Cláudia Regina; MORETI, Méricles Thadeu. Reflexões em torno da representação semiótica na produção do conhecimento: compreendendo o papel da referência na aprendizagem da matemática. São Paulo: Revista Educação Matemática e Pesquisa da PUC, 2007, vol. 9, n. 2.

DELPHA, Isalelle. Quine, Davidson: Le principe de charité. Vendome: presses Universitaires de France, 2001.

DESANTI, Jean T. Les idealités mathématiques. Paris: Éditions du Seuil, 1968.

DUMMETT, Michael. Que connaît-on lorqu'on connaît un langage?. In: AMBROISE, B.; LAUGIER, S. Philosophie du langage: signification, vérité et réalité. Paris: Librairie Philosophique J. VRIN, 2009, p. 215-241.

FOUCAULT, Michel. A arqueologia do saber. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

FRAÏSSÉ. Roland. Les axiomatiques ne sont-elles qu'un jeu?. In: DIEUDONÉE. J. et alli. Penser les mathématiques (Séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure). Paris: Éditions du Seuil, 1982, p. 39-57.

GÓMEZ-GRANELL, Carmem. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, Ana; TOLCHINSKY, Ana. Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Editora Ática, 2003, p. 257-282.

GÓMEZ-GRANELL, Carmem. La adquisición del lenguaje matemático: Un difícil equilibrio entre el rigor y el significado. In: Comunicación, Lenguaje y Educación. Barcelona: CL&E, 1989.

GRANGER, Gilles-Gaston. Filosofia do estilo. São Paulo: Perspectiva, Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

GRANGER, Gilles-Gaston. Por um conhecimento filosófico. São Paulo: Papirus, 1989.

LOI, Maurice. Rigueur et ambiguïté. In: DIEUDONÉE. J. et alli. Penser les mathématiques (Séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure). Paris: Éditions du Seuil, 1982, p. 108-125.

MAROCCI, Lia; NACARATO, Adair Mendes. Um ambiente de aprendizagem baseado na resolução de problemas: a possibilidade de circulação de significações sobre probabilidade por meio da linguagem. São Paulo: Boletim de Educação Matemática, 2013, v.15, n. 1.

MIGUEL, Antonio. Percursos Indisciplinares na Atividade de Pesquisa em História (da Educação Matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. São Paulo: Boletim de Educação Matemática, 2010, v. 23, n. 35.

OLIVEIRA, Roberto Alves; LOPES, Celi Espasandin. O Ler e o Escrever na Construção do Conhecimento Matemático no Ensino Médio. São Paulo: Boletim de Educação Matemática, 2012, v.26, n. 42.

PANZA, Marco. Nombres: Éléments de mathématiques pour philosophes. In.: http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/33/74/24/PDF/Master_HAL_.pdf, 2008. Acesso em 23/02/2012.

PANZA, Marco. Platonisme et intentionnalité. In: PANZA, M., SALANSKIS. J., L'objectivité mathématique: Platonismes et structures formelles. Paris: Masson, 1995. (p. 85-109).

PIMM, David. El lenguaje matemático en el aula. Madrid: Ediciones Morata, 2002.

QUINE, Willard Van Orman. Le mot et la chose. Paris: Éditions Flammarion, 2010.

QUINE, Willard Van Orman. Le mythe de la signification. In: AMBROISE, B.; LAUGIER, S. (Org.). Philosophie du langage: Signification, vérité et réalité, Paris: Librairie Philosophique J. VRIN, 2009, p. 147-194.

REYNES, Francis. Une tentative d'approche du langage mathématique. In: <http://www.univ-irem.fr/ciicollege/CycleCentraleT1/22_article13.pdf>. Acesso em: 10/04/2012.

RICOEUR. Paul. Sobre a tradução. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2011.

SERRES, Michael. La traduction. Paris: Les Editions Minuit, 1974.

SILVA, Benedito A. et al. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

SILVEIRA, Marisa R. Abreu da. Aplicação e interpretação de regras matemáticas. São Paulo: Revista Educação Matemática e Pesquisa da PUC, 2008, vol. 10, p. 93-113.

TARSKI, Alfred. A concepção semântica da verdade. São Paulo: Ed. Unesp, 2007.

THOM, René. Apologie du logos. Paris: Hachette, 1990.

THOM, René. Paraboles et catastrophes. Paris: Flammarion, 1989.

VILELA, Denise Silva; MENDES, Jackeline Rodrigues. A linguagem como eixo da pesquisa em educação matemática: contribuições da filosofia e dos estudos do discurso. São Paulo: Zetetiqué, 2011, v. 19, n. 36, p. 07-25.

WITTGENSTEIN, Ludwig. Fichas (Zettel). Lisboa: Edições 70, 1989.

WITTGENSTEIN, Ludwig. Investigações Filosóficas. Rio de Janeiro: Coleção Pensamento Humano, 1996.

WITTGENSTEIN, Ludwig. Observaciones sobre los fundamentos de la matemática. Madrid: Alianza Editorial, 1987.

Recebido: 11/06/2013
Aceito: 18/10/2013