

A etnomatemática e a teoria das situações didáticas

GUY BROUSSEAU*

Resumo

O artigo lembra como o estudo das condições de uso, de aprendizagem e de ensino da matemática levou a elaborar, sucessivamente, a teoria das situações didáticas, depois, a das situações didáticas em matemática (TSDM) para as necessidades de pesquisas sobre o ensino da matemática na escolaridade obrigatória. O campo ampliou-se para uma microdidática.

A etnomatemática estuda conceitos e práticas que são produtos de uma invenção matemática própria a grupos étnicos e interessa-se pelas relações entre suas culturas. Mas esses conhecimentos são de fato produtos didáticos. O artigo lembra que o paradoxo fundamental da didática, introduzido para descrever as relações entre os diferentes parceiros escolares, aplica-se exatamente aos objetos dos estudos etnomatemáticos. A TSDM poderia ampliar-se à etnomatemática, que, poderia encontrar em si mesma uma ferramenta teórica e experimental adequada.

Palavras-chave: teoria das situações didáticas; etnomatemática; microdidática; macrodidática.

Resumé

L'article rappelle comment l'étude des conditions d'usage, d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques a conduit à élaborer successivement la théorie des situations mathématiques puis celle des situations didactiques en mathématiques (TSDM) pour les besoins de recherches sur l'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire. Le champ s'est élargi à une micro et une macro didactique.

L'ethnomathématique étudie des concepts et des pratiques qui sont les produits d'une invention mathématique propre à des groupes ethniques et se préoccupe des rapports entre leurs cultures. Mais ces connaissances sont en fait des produits didactiques. L'article rappelle alors que le paradoxe fonda-

* Université de Bordeaux - França. E-mail: guy.brousseau@wanadoo.fr

Tradução: Saddo Ag Almouloud – PUC-SP. E-mail: saddoag@puccsp.br e Cileda de Queiroz e Silva Coutinho - PUC-SP. E-mail: cileda@puccsp.br

mental de la didactique, introduit pour décrire les rapports entre les différentes partenaires scolaires, s'applique exactement aux objets des études d'ethnomathématiques. La TSDM pourrait s'élargir à l'ethnomathématique, qui y trouverait elle-même un outil théorique et expérimental adéquat.

Mots-clé: *théorie des Situations Didactiques; Ethnomathématique; micro-didactique; macro-didactique.*

Abstract

This paper recalls how studying the conditions of use, learning and teaching of Mathematics led to the development of the theory of didactic situations, and afterwards, to the theory of didactic situations in Mathematics to supply the needs of research on the teaching of Mathematics at compulsory levels. The field broadened to a micro-didactics.

Ethnomathematics studies concepts and practices that are products of a mathematical invention proper to ethnic groups and is interested in relationships between their cultures. However, this knowledge is in fact a didactic product. This paper recalls that the fundamental paradox of didactics, which was introduced to describe relationships among different school partnerships, is applied to ethnomathematical studies. The theory of didactic situations in Mathematics could extend to ethnomathematics, finding in it an appropriate theoretical and experimental tool.

Key-words: *Theory of didactic situations; Ethnomathematics; micro-didactics; macro-didactics.*

Introduction

Gostaria de abordar as relações entre duas das primeiras abordagens teóricas e experimentais das questões de ensino da matemática, feitas até hoje por ICMI. Eu vou, então, tentar mostrar como a engenharia didática e a teoria das situações, de um lado, e, de outro, a etnomatemática podem se articular para desenhar um campo novo. Não evocarei aqui, por falta de espaço, muitos outros trabalhos importantes que as ampliam ou esclarecem este campo segundo outras perspectivas. Não discutirei também se é ou não uma nova disciplina científica, mas acredito que seja.

Como a etnomatemática encontra a didática

“Ethnoscience is the corpus of knowledge established as systems of explanations and ways of doing accumulated through generations in distinct cultural environments.”

Ethnomathematics is the corpus of knowledge derived from quantitative and qualitative practices, such as counting, weighing and measuring, sorting and classifying.

A etnomatemática preocupa-se, então, com as *matemáticas* que se manifestam em algumas atividades de culturas ou de instituições: “os conhecimentos oriundos de práticas quantitativas e qualitativas, tais como contar, pesar e medir, agrupar e classificar”. Mas ela, *a priori*, não se interessa em estudar diretamente os meios nem as condições de transmissão desses conhecimentos.

No entanto, a questão *política* da preservação e da coabitação de culturas diferentes está sempre presente nos estudos da etnomatemática. E a preocupação de manter sempre vivas essas culturas coloca o ensino no primeiro plano das preocupações daqueles que querem conservá-las, logo, dos etnomatemáticos.

A didática é a ciência, e a arte da difusão dos conhecimentos úteis para a sociedade e para as instituições humanas.

A didática da matemática estuda as condições específicas da difusão de conhecimentos e atividades matemáticas. Estuda, então, os projetos sociais cujo objetivo é fazer um indivíduo ou uma instituição apropriar-se de um saber matemático constituído ou em constituição em outra instituição.

Uma sociedade transmite os conhecimentos oriundos de suas práticas e de sua cultura por duas vias:

- Seja diretamente, pela participação das crianças nas práticas usuais nessas sociedades;
- Seja pelo ensino, sobretudo na escola primária.

O ensino tem por objetivo encobrir as insuficiências da transmissão direta dos conhecimentos.

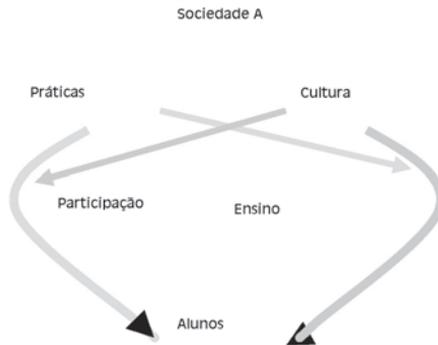


Fig. 1

O apelo ao ensino é indispensável quando a participação em práticas de referência da sociedade fecha-se para as crianças:

- Por exemplo, por que essas práticas lhes são naturalmente escondidas (as manipulações acontecem fora de seu alcance visual);
- Por que são abandonadas em detrimento de outras, menos inteligíveis (tecnologia), ou por que a sociedade quer substituir essas práticas por outras (preparação para outra sociedade), etc.

Quando duas entidades culturais estão mergulhadas em um mesmo ambiente, econômico, por exemplo, as práticas sociais mudam. As culturas evoluem lentamente. Aparecem distorções, que o ensino está encarregado de adaptar. É no nível primário que as questões sobre escolha dos ensinamentos colocam em jogo mais claramente a conservação ou não dos conhecimentos de base, próprios a cada entidade e a cada cultura.

A etnomatemática e a didática da matemática tornam-se, então, dois elementos científicos essenciais para esse debate político: a primeira para descrever os conhecimentos que a segunda está incumbida de transmitir em novas condições.

Segundo algumas teorias didáticas, esses dois campos, aqui complementares, são dos mesmos modelos. Seus estudos poderiam então ser colocados na mesma área do saber, por exemplo, da antropologia.

O modelo do professor

Em didática, o professor quer transmitir aos alunos uma cultura que, naquele momento, lhes é estranha. Cria, por isso, um meio (cursos, textos, problemas, materiais, etc.) favorável às atividades e aquisições que está visando. Sua legitimidade é de ser o mandatário de uma sociedade à qual o aluno quer pertencer e que lhe pede para aprender.

O termo “etnomatemática” evoca o estudo de um *corpus* de conhecimentos antigos, no campo de conhecimentos avançados próprios às sociedades modernas. Parece, então, ser adequada exclusivamente aos problemas de contatos entre uma cultura antiga e uma cultura nova “universal” e “mais poderosa”. A comparação com uma situação didática tradicional é evidente.

Nos dois casos, esse modelo de simples “transmissão de conhecimentos” mostra suas limitações:

- Por seus resultados;
- Pelas dificuldades que ele encontra para obter esses resultados;
- Pelos problemas éticos, psicológicos ou didáticos que não consegue resolver.

Na seqüência desta conferência, lembraremos alguns elementos de didática e limitar-nos-emos aos estudos dos modelos de situações matemáticas e de situações didáticas em matemática. Abordaremos, enfim, algumas questões de macrodidática, a partir das quais veremos se manifestar mais claramente, nas “sociedades desenvolvidas”, fenômenos similares àqueles que interessem à etnomatemática.

Saberes, conhecimentos e situações

Duas ordens didáticas diferentes

A aprendizagem dos conhecimentos pela freqüência a um “meio” não segue uma ordem didática determinada, a não ser muito esporadicamente. Pelo contrário, em razão de seu caráter contratual, o ensino deve aplicar a regra da informação prévia suficiente, que implica uma ordem sistemática.

Informação prévia suficiente (IPS)

Regra IPS : “Para ser inteligível, uma mensagem deve utilizar um repertório de termos e uma sintaxe conhecida de seu destinatário”. Então, tudo aquilo que é necessário à aquisição de um conhecimento que se quer ensinar deveria ter sido ensinado antes.

Essa regra leva os matemáticos a apresentarem o resultado de seus trabalhos numa ordem axiomática, para que, a cada momento, os meios de provas tenham sido ou demonstrados ou aceitos anteriormente; e leva os professores de matemática a seguirem uma ordem parecida com a ordem axiomática, dando aos alunos a responsabilidade pelas dificuldades.

Essa regra impõe ensinar e a aprender enunciados, pelo fato de serem consistentes em relação ao que já se sabe, mas sem conhecer seu uso nem seu interesse. Essa aprendizagem sem significação tem um alto custo. É justificado fazendo apelo a uma noção de “aplicação”, que não se pode dominar e nem resiste à análise.

Tudo aquilo que deve ser ensinado é, então, o saber cultural, e tudo aquilo que deve ser aprendido o é por combinações de saberes do mesmo

tipo. De fato, essa ordem de exposição de saberes não corresponde aos processos históricos de sua descoberta, nem aos processos mentais de sua produção ou, às vezes, de sua utilização. A memorização dos textos de matemática não garante seu bom uso, nem sua compreensão. Os problemas têm por objetivo estimular nas crianças uma atividade semelhante à atividade matemática. São obtidos formalmente, escondendo alguns elementos de um teorema e pedindo aos alunos para restabelecê-los (determiná-los a partir de uma parte dada). Mostram somente como utilizar o mesmo procedimento de construção dos saberes por outros saberes, seguindo os mesmos processos puramente lógicos e matemáticos.

Os conhecimentos

De fato, os alunos, assim como os matemáticos, utilizam formas de pensamento mais gerais e mais variadas – os conhecimentos –, mas elas não são reconhecidas nem utilizadas no ensino.

Os conhecimentos – *co noos scere* – são aquilo que um ser humano coloca mentalmente em funcionamento quando reage a circunstâncias precisas “Eu conheço alguém” ou “Eu conheço uma área de conhecimentos” é diferente de “eu sei”. Apenas uma parte desses conhecimentos é acessível à consciência e uma pequena parte, ainda menor, pode ser, talvez, reformulada e traduzida em termos de saber. Os saberes são formas culturais de conhecimentos que permitem a identificação, a expressão e a institucionalização dos conhecimentos espontâneos.

O saber – *sapere* – é o sabor dos conhecimentos. Os outros conhecimentos são maleáveis e fugitivos. Eles desaparecem rapidamente, se não foram traduzidos por saberes. Esses conhecimentos, esquemas de ação, formulações e elementos de convicção, são pouco adequados à apreensão. Têm, entretanto, um papel essencial na compreensão, no uso e na aprendizagem dos saberes. Os conhecimentos são o pano de fundo da atividade matemática que produz e manipula os saberes.

Pode-se ensinar a matemática sem iniciar os alunos na atividade matemática que a produz? Mostramos que a aprendizagem da matemática pode ser melhorada conjugando a iniciação à atividade matemática e o estudo dos resultados.

As situações matemáticas

Para agir sobre os conhecimentos, simular e estimular uma atividade matemática precisou-se ampliar o conceito de problema ao conceito de situação matemática. Essas situações descrevem as relações de um sujeito ou de uma instituição com seu “meio”. Elas se limitam às condições específicas da produção ou do uso de um saber ou de um conhecimento preciso.

A análise de situações é o instrumento muitas vezes implícito, mas incontornável das pesquisas em etologia (estudos dos costumes sociais humanos), etnologia e antropologia. Ela é fundamental para a didática. Ela permitiu evidenciar um grande número de fenômenos. Eis um exemplo de situação matemática bem conhecido:

Uma situação MATEMÁTICA: conhecimento da linearidade e saber da propriedade característica

A ampliação de um quebra-cabeça (puzzle)

O professor:

“Vocês devem montar um quebra-cabeça para a pré-escola. Deve ser semelhante a este (mostra o modelo), mas deve ser maior. O lado dessa peça do modelo mede 4 centímetros. A reprodução (a ampliação) deve medir 7cm. Cada aluno deve ampliar uma única peça. Vocês montam depois”.

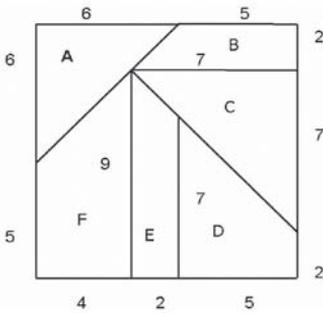


Figura 1

$$2 \rightarrow 2 + 3 = 5$$

$$4 \rightarrow 4 + 3 = 7$$

$$6 \rightarrow 6 + 3 = 9$$

E o que pode ser deduzido...

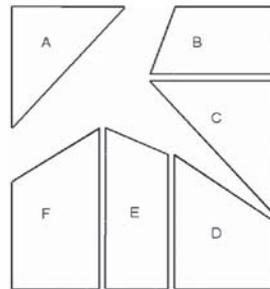


Figura 2: resultado

Outras idéias

$4 \rightarrow 7$, então $8 \rightarrow 14$ e também $12 \rightarrow 21$

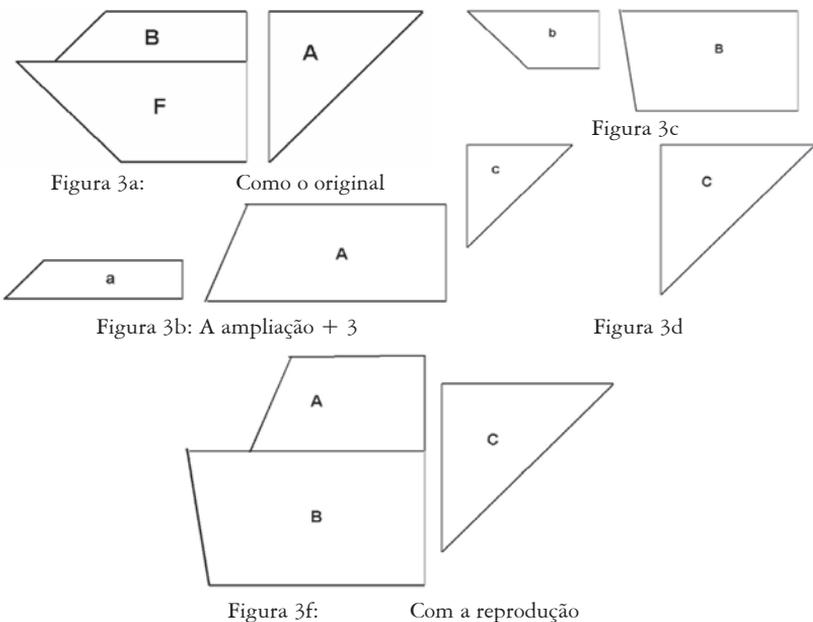
(a proporcionalidade, como único modelo familiar, mas empírico, sem justificativa)

$$4 \rightarrow 2 \times 4 - 1 = 7$$

$$6 \rightarrow 2 \times 6 - 1 = 11$$

$$2 \rightarrow 2 \times 2 - 1 = 3$$

O resultado parece satisfazer. A montagem “visualmente” também. Mas todos haviam visto o que segue!...



Por quê?

$$2 \rightarrow 2 + 3 = 5$$

$$+ \underline{4} \rightarrow 4 + 3 = 7$$

$$6 \rightarrow 6 + 3 = 9$$

$$2 + 4 = 6 \text{ mas } 5 + 7 \neq 9 !!$$

Não podem coincidir. Acrescentou-se 3 uma vez aqui, mas 2 vezes!

Todavia, está longe deste conhecimento o saber expresso a seguir.

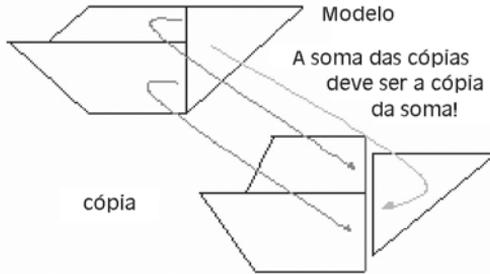


Figura 4

Assim, a propriedade característica da linearidade é conhecida dos alunos. E vai ser utilizada regularmente, como teste, como referência para as ações, ainda que dificilmente venha a ser formulada pelos alunos, não sendo, portanto, ainda, um saber. Mas esse conhecimento permitirá construir, no momento adequado, um saber conveniente.

Se admitirmos que a construção de um saber, em um dado momento, pode fazer apelo aos conhecimentos não institucionalizados, então, podemos organizar gêneses do saber dos alunos que funcionam como uma aculturação à tribo dos matemáticos, inventores ou praticantes.

Acabamos de explicitar um pouco as relações apresentadas na primeira parte, entre de um lado, um “meio”, suas práticas e sua cultura, e, por outro lado, o ensino e a freqüência a essas práticas para sua transmissão. É isso que a etnomatemática estuda nas civilizações ou nas culturas isoladas.

As situações didáticas

Mas, em nossas cidades, o professor é o representante de uma cultura constituída em outro lugar (na tribo dos matemáticos), o que coloca problemas novos e apela para um modelo diferente de relações: as situações didáticas. Sua modelagem pode aplicar-se aos contatos entre sociedades diferentes.

Uma situação didática: O que é a geometria? Exemplo de iniciação à atividade matemática

Uma das primeiras situações didáticas sobre a geometria visa defini-la em relação ao conhecimento do espaço. Parte de lições que conduziram os alunos a conhecer o espaço, a construir objetos, figuras, trajeteto, a prever o resultado de algumas ações ou transformações, a utilizar um vocabulário apropriado, etc.

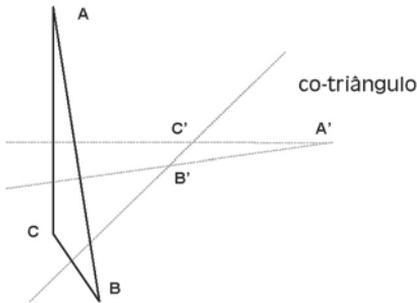


Figura 5

O professor mostra aos seus alunos a figura ao lado e pede “seriamente” aos seus alunos iniciantes que tracem a mediatriz de um pequeno triângulo ABC muito achatado. Ele quer que se atribuam nomes apropriados A' B' C' aos vértices do pequeno “co-triângulo” que os alunos “devem” assim obter.

Os alunos obtiveram figuras do tipo:

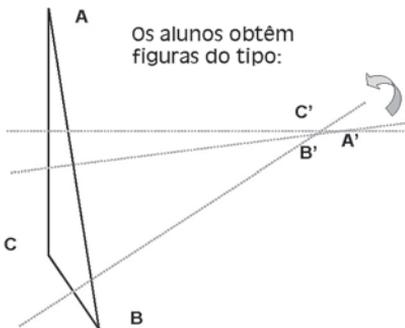


Figura 6

O professor reclama de ter obtido co-triângulos muito pequenos, depois, pede desculpas por ter desenhado um caso particular muito desajeitado!

Então, pede aos alunos para encontrarem um triângulo ABC cujo co-triângulo caiba na folha, o maior possível.

Os alunos obstinam-se na busca. Eles devem, finalmente, emitir a hipótese de que esses três pontos A' , B' C' poderiam representar um único ponto, propor a prova, contra “a evidência” da figura e não com ela. Por isso, é necessário que entrem em acordo sobre a definição da mediatriz

como lugar (geométrico) e sobre os postulados. *Então, o professor explica a diferença entre “ver” e “demonstrar”*. A geometria não consiste em descrever aquilo que se vê, mas estabelecer o que “deve” ser visto.

Etnomatemática e macrodidática

A didática estuda também diversos fenômenos que afetam o comportamento de instituições inteiras em relação a conhecimentos particulares. Esses estudos pertencem à macrodidática em referência à macroeconomia, e são próximos da etnomatemática. Gostaria de evocar dois casos.

A avaliação

Foi em Campinas, em 1979, que denunciei pela primeira vez os efeitos da avaliação, com a ausência de uma teoria didática sólida levando em conta o papel dos conhecimentos na aprendizagem e no ensino da matemática. Eu não tinha previsto que as mídias fariam dela um instrumento de injunções paradoxais (no sentido de Watzlawic) destruidoras para a educação.

As grandes reformas do ensino de matemática

Conhecemos recentemente pelo menos duas: a chamada matemática moderna e a chamada *back to basis*.

Uma outra, mais potente e profunda, foi induzida pela psicologia e pelas neurociências: pretendia resolver todos os problemas de ensino no nível individual, pelo conhecimento do cérebro dos alunos!

Em cada um dos casos, tudo se passa como se uma pequena tribo de especialistas, respeitáveis num domínio científico restrito, tentasse transmitir a uma sociedade inteira um projeto conforme seus pontos de vista e seus interesses para o ensino primário, sem se preocupar em conhecer as condições, nem os efeitos de suas ações de agitação – propaganda.

1. A avaliação sem limites

A avaliação só pode examinar os resultados do ensino através das aquisições de saberes pelos alunos, fora do contexto.

O funcionamento dos conhecimentos ficaria escondido, a menos que os professores continuassem a lhes consagrar a atenção necessária – o

que faziam inconscientemente... Em parte. Mas as avaliações revelam resultados que todo mundo acredita poder apreciar como conhecedor: elas não se apóiam em nenhum sistema científico explicativo. Cada leitura decepcionante leva a interpretações fantasiosas e correções inspiradas pela estratégia meteorológica de Gengis Khan. Os professores que constatam que uma noção não foi aprendida, raramente a retomam mais lentamente para respeitar a IPS e, se for necessário, para tirá-la de seu programa.

Mas a retomada da aprendizagem dos saberes ou a repetência se faz ignorando todos os conhecimentos adquiridos. O ciclo recomeça: as exigências diminuem e os resultados, conseqüentemente, baixam.

Quanto mais a avaliação dos saberes penetra profundamente na intimidade dos processos de aprendizagem e de ensino, mais o tratamento dos conhecimentos é negligenciado e mais os fracassos são graves e evidentes.

2. Matemática moderna

A linguagem, a organização e mesmo a filosofia da matemática tendo sido profundamente mudada no curso do século XX, precisavam ser adaptadas ao ensino.

No otimismo pós-guerra, esse projeto generoso foi rapidamente ampliado por todos os aportes e de todas as ambições das disciplinas que gravitam em torno do ensino: *New maths*.

Mas o vinho novo quebrou as velhas garrafas, formadas pelas concepções didáticas e psicológicas antigas. A ciência didática nascente não podia deixar de prever os fracassos pelo uso ingênuo das sugestões “modernistas” nos sistemas antigos muito complexos, sofisticados, mas relativamente adaptados, e aproveitar o movimento para desenvolver seus conceitos e seus métodos.

3. “Retro novação”

Há 15 anos, alguns membros da tribo dos matemáticos querem que o ensino “volte” às velhas práticas: *back to basis*. Mas, por isso, precisavam recomendar que se ignorasse tudo das pesquisas e das práticas que foram aprendidas desde então.

A ignorância dos anos 1970 em relação aos fenômenos didáticos foi reconhecida e assumida. A tribo desenvolveu pesquisas nessa área.

Mas as ações vigorosas da época não podiam ainda levar em consideração esses fenômenos.

A ação dos retroinovadores foi sistemática e arrogante, mas cheia de desprezo com os professores de matemática e com os pesquisadores da área de educação. A tribo não aprendeu nada. Uma volta ao estágio inicial é possível em história?

4. Os neurocientistas

As diligências para a individualização do ensino tiveram sempre como base de apoio argumentos psicológicos.

A centralização exclusiva da psicologia sobre o estudo “do” conhecimento e da “aprendizagem” no nível de sujeitos isolados tirou fora do campo o estudo das condições de aprendizagens coletivas e específicas de diversos saberes.

Além do mais, a psicologia teria aceitado sempre, sem contestar, os pressupostos didáticos profundamente associados à apresentação padrão dos conhecimentos matemáticos. Ela não pode manipular a matemática para encará-la de outra forma que como saberes; ela não pode fazer oficialmente a teoria de seus dispositivos e seus efeitos possíveis sobre os conhecimentos. A epistemologia lhe é então estranha.

Ela é muito preciosa e essencial para o conhecimento e a prática do ensino. Mas ela não pode dar um quadro teórico e experimental sólido para garantir a validade das inferências tiradas de seus resultados no campo do ensino da matemática, mesmo quando se trata de uma aprendizagem individual.

Além do mais, a maneira como a frequência a um “meio” e a participação em uma cultura produzem a aprendizagem está fora de seu alcance. Ora, a teoria das *situações matemáticas* mostra o papel essencial da função dos conhecimentos e dos saberes, na aquisição dos conhecimentos e dos saberes e a importância das funções coletivas, da comunicação, da prova, da institucionalização nos processos de aprendizagem.

A teoria das *situações didáticas* coloca que o papel do professores é suscitar a aparição dos conhecimentos e dos saberes nos alunos por uma gênese, artificial, mas transposta, da atividade da comunidade matemática.

Ela mostra como o ensino é uma colocação em cena dos saberes nas práticas de uma sociedade: a classe.

E porque, no conjunto de uma população, a participação em uma cultura comum parece ter resultados bem melhores que a criação em situação de isolamento.

O afastamento da psicologia em relação à didática aumenta com a colocação de todo um setor sob a tutela das neurociências. Algumas pessoas acreditam que é possível inferir do estudo do funcionamento do cérebro todos os resultados cognitivos acumulados pela humanidade inteira em mais de um milhão de anos, como se a história fosse indubitavelmente inscrita e reproduzível no cérebro.

Um teste

Um fenômeno de macrodidática é revelador das limitações que a sociedade impõe aos resultados das pesquisas em educação. Na maior parte da França, a denominação oral dos números de 70 a 99 é irregular. Em vez de continuar após “cinquante, soixante” para “septante, huitante e neufante” precisa dizer “*soixante dix... quatre vingt... quatre vingt dix sept...!*”

Essa estranha herança dos antigos sistemas de numeração à base vinte e sessenta intervém no ensino no momento em que as crianças começam a compreender a numeração de posição. Foi provado que, pelo menos em dois meses, os alunos ficam perdidos nessa aventura inútil. A convenção decidiu suprimir essa irregularidade em 1794.

Esse desejo foi lembrado até os anos 1950. Era uma reforma que não precisaria de nenhuma despesa, nem material, nem reciclagem, a sua base científica está perfeitamente estabelecida e os benefícios assegurados. Nenhum promotor das grandes reformas que evoquei acima aceitou inscrever esse modesto objetivo nos seus projetos. É um fenômeno de macrodidática e de etnomatemática também, sem dúvida alguma.

Referências

- Brousseau, G. (1975). L'analyse de la didactique des mathématiques (exposé au colloque, 13-15 mars 1975). Compte rendu publié par l'IREM de Bordeaux,
- _____ (1978). L'observation des activités didactiques. *Revue Française de Pédagogie*, v. 45 (oct.), pp.130-139.
- _____ (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. Thèse d'État, Université de Bordeaux I.
- _____ (1986). Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 7.2, pp. 33-115.
- _____ (1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 9/3. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- _____ (1998). *Théorie des situations didactiques*. Textes rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland, Virginia Warfield. Grenoble, La Pensée Sauvage (Col. Recherches en Didactiques des Mathématiques).
- _____ (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, La Pensée Sauvage.

Recebido em out./2006; aprovado em nov./2006.