O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino

TÂNIA MARIA MENDONÇA CAMPOS*
SANDRA MAGINA*
TEREZINHA NUNES**

Resumo
Esta pesquisa teve por finalidade investigar os conceitos que professores polivalentes – professores dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental – têm sobre fração, por meio da análise de suas estratégias de ensino. A hipótese inicial foi a de que, mesmo tendo competência para resolver problemas com fração em diferentes situações, os professores apresentariam estratégias limitadas de ensino para auxiliar seus alunos a superarem concepções errôneas desse conceito. Defendemos tal hipótese por acharmos que seus próprios conhecimentos dos invariantes da fração nessas situações estão implícitos. O estudo foi realizado por meio da aplicação de um instrumento diagnóstico, em que se pediu a 70 professores para que analisassem, individualmente, as respostas de alunos do segundo ciclo ao resolver problemas de fração, interpretando os possíveis raciocínios utilizados por eles e propusessem estratégias de ensino para auxiliar as crianças a superarem eventuais dificuldades apresentadas.
O estudo concluiu que a maioria desses professores demonstrou não compreender a diferença entre a representação de fração e razão. Em particular nas situações de razão, eles resolveram os problemas por meio de razão, sem fazer conexão entre a fração e a razão. Além disso, as estratégias de ensino apresentadas pelos professores resumiram-se ao uso de material concreto ou de desenho para facilitar comparações perceptuais.
Palavras-chave: conceito de fração; professores polivalentes; estratégias de ensino; estudo diagnóstico; ensino fundamental.

Abstract
This research aimed to investigate the primary school teachers' concept of fraction by analyzing their teaching strategies. Our initial hypothesis was that teachers will be able to solve fractions problems in different situations, but will display a limited range of teaching strategies when proposing ways of helping children overcome misconceptions about this concept. In our point of view it is possible that their own knowledge of the invariants of fractions remains implicit in such situations. The study was

* PUC-SP.
** Oxford University.

carried out by means of a questionnaire, which was administered to 70 primary school teachers who where asked to individually solve some fraction problems, to analyse answers that were presented as children's answers, to interpret how the children had reasoned to reach the answer, and to explain what they would do in order to help the children develop their understanding of fractions.

The study concludes that the majority of those teachers showed some confusion between representing situations numerically through fractions or ratios. In the situations where ratios could be used as the basis for the logic of equivalence, the teachers realised that they could solve the problem through ratios but most did not make a connection between ratio and fraction. Moreover, their main teaching strategy was to use concrete materials or drawings to facilitate perceptual comparisons.

Key-words: *concept of fraction; primary school teachers; teaching strategies; diagnostic study.*

Introdução

Os professores brasileiros que atuam no nível de escolarização da1ª à 4ª séries do ensino fundamental costumam utilizar as situações de parte-todo como o principal contexto para o ensino de fração (Silva, 1997; Bezerra, 2002; Campos e Magina, 2004; Santos, 2005). No entanto, em suas experiências pessoais com fração, é muito provável que tenham desenvolvido um entendimento dentro de várias outras situações, tais como fração como quociente e como descritoras de quantidades intensivas. Temos por hipótese que os professores, mesmo que sejam capazes de resolver problemas de fração nessas diferentes situações, lançam mão de um grupo muito limitado de situações para ensinar e ajudar seus alunos a superarem eventuais erros e concepções errôneas sobre esse conceito.

Justificamos nossa hipótese baseadas na premissa da Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1983, 1998), a qual afirma que um conceito é formado por uma terna, a saber: um <u>conjunto de situações</u>, que dá *significado* ao objeto em questão, um <u>conjunto de invariantes</u>, que trata das propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto, e um <u>conjunto de representações simbólicas</u>, que permite relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

Com relação aos invariantes, estes podem ser explícitos – quando as propriedades do objeto e os procedimentos para resolver o problema estão conscientes para o sujeito – ou podem ser implícitos – quando o sujeito faz uso correto dos procedimentos, porém não tem consciência das propriedades que subjaz a esse procedimento que ele próprio usou para resolver o problema. No caso das frações, esses invariantes são ordem e equivalência.

Quanto às frações, podemos refletir sobre elas a partir de diferentes situações, em que a mesma aparece com diferentes significados. Nunes (2003), inspirada nos trabalhos de Kieran (1988), afirma que uma aprendizagem do conceito de fração poderá ser obtida com maior êxito quando esse conceito é trabalhado a partir de cinco significados: número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo. Os parágrafos a seguir pretendem apresentar essa classificação.

A fração como uma relação parte-todo – a idéia presente nesse significado é a da partição de um todo em *n* partes iguais, em que cada parte pode ser representada como 1/n. Assim, assumiremos como o significado parte-todo, um dado *todo* dividido em partes iguais em situações estáticas, nas quais a utilização de um procedimento de dupla contagem é suficiente para se chegar a uma representação correta. Por exemplo, se um todo foi dividido em cinco partes e duas foram pintadas, os alunos podem aprender a representação como uma dupla contagem: acima do traço escreve-se o número de partes pintadas, abaixo do traço escreve-se o número total de partes. Exemplo: uma barra de chocolate foi dividida em quatro partes iguais. João comeu três dessas partes. Que fração representa a parte que João comeu?

A fração como quociente, indicando uma divisão e seu resultado – esse significado está presente em situações em que está envolvida a idéia de divisão – por exemplo, uma pizza a ser repartida igualmente entre cinco crianças. Nas situações de quocientes, temos duas variáveis (por exemplo, número de pizzas e número de crianças), sendo que uma variável corresponde ao numerador e a outra ao denominador – no caso,1/5. Nessa situação, a fração, nesse caso, corresponde à divisão (1 dividido por 5) e também ao resultado da divisão (cada criança recebe1/5). Exemplo: três chocolates devem ser divididos para quatro crianças. Que fração de chocolate cada criança irá receber?

A fração como uma medida – algumas medidas envolvem fração por se referirem a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis. Por exemplo, a probabilidade de um evento ocorrer é medida pelo quociente número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Portanto, a probabilidade de um evento varia de 0 a 1, e a maioria dos valores com os quais trabalhamos é fracionário. Exemplo: fizemos uma rifa na escola. Foram impressos

150 bilhetes. Minha avó comprou 20 bilhetes. Qual a sua chance de ganhar o prêmio?

A fração como número – frações, como os inteiros, são números que não precisam, necessariamente, referir-se a quantidades específicas. Existem duas formas de representação fracionária: ordinária e decimal. Um exemplo de exercício usado no ensino de Matemática em que a fração é trabalhada sem um referente específico é apresentado como a seguir: represente o número 1/2 na forma decimal.

A fração como um operador multiplicativo – como o número inteiro, as frações podem ser vistas como o valor escalar aplicado a uma quantidade. No caso do inteiro, por exemplo, podemos dizer 2 balas; no caso da fração, poderíamos dizer 3/4 de um conjunto de balas. A idéia implícita nesses exemplos é que o número é um multiplicador da quantidade indicada. Exemplo: dei 3/4 das balas de um pacote de 40 balas para meus irmãos. Quantas balas dei a eles?

As situações com significado parte-todo, muito usadas no ensino de fração no Brasil, resumem-se, em geral, em dividir uma área em partes iguais, em nomear uma fração como o número de partes pintadas sobre o número total de partes e em analisar a equivalência e a ordem da fração por meio da percepção. Tais ações levam os alunos a desenvolverem seus raciocínios sobre fração baseados principalmente na percepção, em detrimento das relações lógico-matemáticas nelas envolvidas (Nunes e Bryant, 1997; Nunes et alii, 2004).

O uso de outras situações poderia ser mais proveitoso para a apropriação da lógica como alicerce para as idéias de fração. Por exemplo, situações de quociente podem ser usadas para que as crianças se apropriem do invariante de ordenação das frações por meio do raciocínio lógico: quanto mais crianças para dividirem o bolo, menor o pedaço de bolo que cada uma receberá. Essa relação inversa entre o divisor e o quociente poderia facilitar o entendimento das crianças de que quanto *maior* o denominador, *menor* a parte. Nessas situações, que envolvem o significado quociente, o professor poderia também usar a razão para ajudar as crianças a entenderem o invariante de equivalência de frações: dada uma mesma razão entre crianças e bolos, a fração correspondente será equivalente, mesmo que o número de bolos e crianças possam diferir nos exemplos. A razão também poderia ser usada em situações nas quais as frações são descritores de quantidades intensivas: se duas misturas de tinta foram feitas com a mesma razão de tinta vermelha para tinta branca, a cor será a mesma e as frações serão equivalentes, mesmo que a quantidade total de tinta seja diferente (Campos e Magina, 2005)

Considerando o próprio conhecimento dos professores sobre fração e suas experiências ao ensiná-la, predominantemente por meio de situações de parte-todo, nós esperamos que:

(1) sendo consistente ao modelo parte-todo, os professores proponham o uso de estratégias perceptuais para o ensino de ordem e equivalência de frações;

(2) esses professores não usam a lógica da divisão para explorar a relação inversa entre o denominador e o valor da fração;

(3) eles não conectam o conceito de razão com a representação fracionária para promover a compreensão de fração nas crianças.

Método do estudo

O estudo foi aplicado em um grupo de 70 professores não especialistas em Matemática, que atuam nos dois primeiros ciclos do ensino fundamental em diferentes escolas públicas da rede estadual de ensino de São Paulo, que estavam participando de um curso de formação continuada.

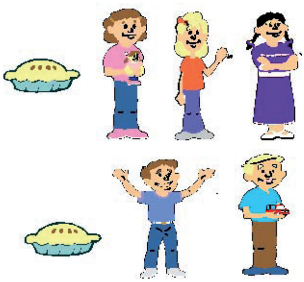
Foi aplicado um instrumento diagnóstico com respostas individuais, no qual era pedido aos professores que explicassem como a criança poderia ter raciocinado para encontrar a resposta dos problemas e pedia, ainda, para que eles, professores, explicassem como fariam para ajudá-la a desenvolver seu entendimento do conceito de fração. O instrumento constou de 11 questões, porém apenas quatro delas estão relacionadas ao objetivo deste artigo.

Análise dos resultados

Antes de iniciarmos nossa análise dos resultados, gostaríamos de declarar que temos ciência de que o tamanho de nossa amostra não é grande o suficiente para que possamos extrapolar tais resultados para além de nosso universo de estudo. Igualmente, sabemos que o número de problemas estudados não é grande o suficiente para apresentar um estudo conclusivo sobre esses professores. Porém, temos a convicção de que os resultados obtidos nos permitem proceder a uma rica discussão analítica a respeito do estado em que se encontram esses professores quanto ao conceito de fração.

O problema 1 explora uma situação com significado quociente e apresenta a ordem como invariante.

Problema 1



As meninas dividem uma torta e os meninos também dividem uma torta, igual à das meninas.

1. Cada menina vai comer o mesmo tanto que cada menino? Por quê?

2. Que fração da torta as meninas vão comer? E os meninos?

3. Qual a maior fração?

Uma criança deu as seguintes respostas:

1. Cada menino vai comer o mesmo tanto que cada menina vai comer porque as tortas são do mesmo tamanho

2. Os meninos comem 1/2 e as meninas comem 1/3.

3. 1/3

Como você acha que essa criança raciocinou? (Escreva sua explicação no retângulo abaixo)

O que você faria para promover a compreensão dessa criança?

Desempenho dos professores

Todos os professores tiveram sucesso ao resolver o problema. A maioria explicou a resposta da criança baseada no conjunto dos números naturais, tratando 3 como maior que 2 e, então, 1/3 como maior que 1/2. Poucos professores sugeriram mais que uma estratégia de ensino, mas, quando isso acontecia, consideramos em nossas freqüências ambas as respostas. A maior parte dos professores sugeriu que o desenho ou o material concreto deveria ser usado e que se a criança recortasse dois todos idênticos e cortasse um em duas partes iguais e o outro em três partes iguais, ela iria ver a diferença de tamanho entre 1/3 e 1/2. Alguns professores mencionaram o uso de material concreto e/ou de desenho sem, contudo, explicar o que deveria ser feito com ele. Pouquíssimos professores usaram, eles próprios, a lógica da relação inversa entre o divisor e o quociente.

Estratégias dos professores e suas freqüências

- 46 estratégias estavam relacionadas à percepção – desenhar ou cortar supostas pizzas em 2 ou 3 partes; comparar o tamanho das partes;
- 19 estratégias propunham o uso do desenho ou do material concreto. A recomendação do uso dessa estratégia para auxiliar o entendimento da criança vinha desacompanhada de qualquer explicação de como fazer isso ou o que fazer com isso.
- 4 estratégias propunham o uso da relação inversa entre o número de divisores e o tamanho da parte (ou o número de tortas e o tamanho das partes).
- 3 estratégias não puderam ser classificadas, pois estavam indefinidas.

O problema 2 apresenta uma situação na qual a fração é descritora de quantidades intensivas, ou seja, situação com o significado medida.

Problema 2

Na segunda-feira você misturou 3 litros de tinta branca e 3 de tinta vermelha. Na terça-feira você misturou 2 litros de branca e 2 de vermelha.

1. A mistura vai ficar da mesma cor nos dois dias?
2. Por quê?
3. Que fração da mistura foi feita com tinta vermelha na segunda-feira?
4. E na terça-feira?

Uma criança deu as seguintes respostas:

1. A tinta vai ficar mais escura na segunda porque tem 3 litros de tinta vermelha,

2. Tem mais tinta vermelha do que na terça.
3. Na segunda, a metade da mistura foi feita com tinta vermelha
4. Na terça também.

Como você acha que essa criança raciocinou? (Escreva sua explicação no retângulo abaixo)
O que você faria para promover a compreensão dessa criança?

Desempenho dos professores

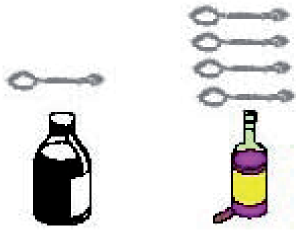
Todos os professores tiveram sucesso ao identificar que as misturas teriam a mesma cor nos dois dias. Contudo, suas respostas foram freqüentemente obtidas mais por meio da razão do que da fração (isto é, 3/3 = 1 e 2/2 = 1, então as misturas têm a mesma cor). Suas estratégias de ensino focavam, preponderantemente, a razão da tinta vermelha sobre a branca, desconsiderando a correta indicação de fração feita pela criança. Alguns professores não se referiam explicitamente à razão ou à proporção, mas sim ao fato de que a mesma quantidade de tinta branca e vermelha foi usada nos dois dias. Apesar do problema pedir a fração da mistura feita com a tinta vermelha, pouquíssimos professores fizeram conexão entre a razão e a fração. Novamente, poucos professores propuseram mais do que uma estratégia de ensino, mas, quando isso acontecia, a exemplo do problema 1, consideramos ambas as respostas em nossas freqüências.

Estratégias dos professores e suas freqüências

- 23 estratégias estavam relacionadas à razão – propunham mostrar que a razão era a mesma ou que as quantidades de cor vermelha e branca eram as mesmas;
- 18 estratégias referiam-se à quantidade das duas cores – propunham relacionar a quantidade das cores da segunda e compará-las com a da terça-feira;
- 13 estavam relacionadas à percepção – propunham o uso do desenho ou do material concreto;
- 7 estratégias não puderam ser classificadas, pois estavam indefinidas;
- 3 professores não responderam.

O problema 3 trata do significado parte-todo com quantidades discretas.

Problema 3



Uma farmacêutica mistura groselha num remédio de tosse.
Para melhorar o gosto do remédio, que é muito amargo, ela usa uma colher do remédio e 4 de groselha.

Que fração da mistura foi feita com a groselha?

Uma criança deu a seguinte resposta:

1.: 1/4

Como você acha que essa criança raciocinou? (Escreva sua explicação no retângulo abaixo)
O que você faria para promover a compreensão dessa criança?

Desempenho dos professores

Muitos professores (62%) julgaram a resposta da criança correta, não conseguindo perceber que o todo deveria ser composto por 5 colheres e, então, que o denominador deveria ser 5. Eles também desconsideraram que a resposta da criança seria mais apropriada se ela tivesse tentado encontrar a proporção do remédio para a groselha, em vez da proporção da groselha para o remédio. Contudo, 18 professores (26%) perceberam que o número total de colheres deveria ser calculado primeiro, sugerindo como estratégia de ensino que a criança usasse material concreto para compor o todo, para então identificar a fração. Essa foi a questão mais difícil para os professores, os quais fizeram muita confusão entre a representação fracionária e a razão.

Estratégias dos professores e suas freqüências

- 24 professores não responderam o problema;
- 18 estratégias propunham a composição do todo e então a identificação da fração;

• 12 professores propuseram o uso do material concreto, sem contudo trazer qualquer explicação de como usá-lo;

• 6 estratégias foram tentativas de fazer conexões entre a razão e a fração sem sucesso;

• 10 estratégias não puderam ser classificadas, pois estavam indefinidas.

O problema 4 explora o significado quociente solicitando a nomeação da fração e o invariante equivalência.

Problema 4


Fig. 1


Fig. 2

a) As 9 crianças comerão a mesma quantidade de bolo?
Sim ☐ Não ☐
b) Que fração representa a divisão do bolo na figura 1? ☐
c) Que fração representa a divisão do bolo na figura 2? ☐

Quais os percentuais de alunos da 3ª e da 4ª séries que acertariam esse problema?

3ª série: item a) __________ 4ª série: item a) __________
item b) __________ item b) __________
item c) __________ item c) __________

Por quê?____

Desempenho dos professores

Embora 76% dos professores tivessem respondido os três itens do problema, 24% deles erraram pelo menos um dos itens.

Quanto ao prognóstico solicitado em relação ao acerto das crianças da 3ª e 4ª séries, 57% dos professores não justificaram o porquê do nível de dificuldade desses itens ou então atribuíam os possíveis resultados esperados das crianças ao uso do desenho, oferecendo uma explicação vaga, ou simplesmente sem oferecer explicação alguma. Registramos que 23% dos professores analisaram os itens como se se tratasse de um problema de razão e 33% deles consideraram que a razão seria uma dificuldade para as crianças, enquanto outros acharam que razão tornava o problema fácil. Um pequeno número de professores, 11%, mencionou que o uso de diferentes números de todos, ou diferente número de partes, tornou o problema mais difícil. Apenas dois, dos 70 professores, referiram-se ao uso da equivalência das frações pelos alunos como base para decidir se as crianças do problema comeriam o mesmo tanto de bolo, o que pode ser um indício da ausência do invariante equivalência no ensino de fração.

O intervalo de predições dos professores, no que tange ao percentual de respostas corretas para os itens "B" e "C", variou entre 5% a 100%, sendo que essa predição do percentual de respostas corretas foi significantemente maior para os alunos da 4ª do que para os alunos da 3ª série.

Conclusão

Com base nos resultados dos quatro problemas analisados, podemos concluir, para esta amostra, que, provavelmente, a maior parte dos professores não especialistas em Matemática, que leciona nas séries iniciais do ensino fundamental na rede pública estadual em São Paulo, apresenta dificuldades conceituais entre representar numericamente situações de fração e de razão. Na realidade, os profesores desta amostra tiveram dificuldade em conectar o conceito de razão com a representação fracionária.

Nas situações em que a razão poderia ser usada como base para a lógica do invariante de equivalência, os professores perceberam que poderiam resolver o problema por meio de razão, mas a maioria mostrou que não estava apta a fazer conexão entre a razão e a fração, o que pode ser constatado facilmente na análise dos problemas 2 e 3.

Como esperado, esses professores apresentaram estratégias limitadas de ensino para superar as concepções errôneas expressas nas respostas das crianças. Nos quatro problemas, a principal estratégia proposta para o ensino de ordem e equivalência de frações foi o uso de desenho ou material concreto.

Os invariantes ordem e equivalência, essenciais para a formação do conceito, também foram pouco acionados por esses professores para promover a compreensão da fração, o que pode significar a pouca relevância que os invariantes da fração têm para o seu ensino.

No problema 1, somente quatro professores tratam da ordem como invariante e, no problema 3, apenas dois se referem ao uso da equivalência. Ora, no caso do problema 1, o número de tortas e o tamanho das partes poderiam favorecer a apropriação da ordenação das frações por meio do raciocínio lógico.

Finalmente, esta pesquisa dá indício da necessidade de se planejarem seqüências de ensino que contemplem os invariantes do conceito da fração. A lógica da divisão para explorar a relação inversa entre o denominador e o valor da fração e a conexão entre conceito de razão e a representação fracionária poderia ter acionado como alavanca para a utilização desses invariantes com vistas a promover a compreensão de frações na criança.

Referências

CAMPOS T. e MAGINA, S. (2005). Primary school teachers' concepts of fractions and teaching strategies. *ICME 10*. Copenhague. Disponível em: www.icme-organisers.dk/tsg22/ campos%20and%20magina.doc Acesso: janeiro.

KIERAN, T. (1988). "Personal Knowledge of Rational Numbers: its Intuitive and Formal Development". In: HIEBERT, J. e BEHR, M. (eds.). *Number Concepts and Operations in Midlle Grades*. Hillsdale, New Jersey, Erlbaum.

NUNES, T. e BRYANT, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre.

NUNES, T. et alii (2003). Th*e effect of situations on children´s understanding of fractions*. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford, junho.

NUNES, T. et alii (2004). *Child Learning*. Disponível em: www.brookes.ac.uk/school/social/psych/child learn/index.htm Acesso: março.

VERGNAUD, G. (1983). "Multiplicative structures". In: LESH, R. e LANDAU, M. (eds). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. Nova York, Academic Press.

______(1998). A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. *JMB*, v. 17, n. 2, pp.167-181.

Recebido em maio/2006; aprovado em maio/2006.