



## Representación de la recta en el Sistema de Monge con el apoyo de GeoGebra: una experiencia didáctica

### Representação da linha no Sistema de Monge com o apoio do GeoGebra: uma experiência didática

JORGE LUIS CALDERÓN SALCEDO <sup>1</sup>

<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2019.v8i2p102-118>

#### RESUMEN

*El empleo del programa GeoGebra constituye una interesante alternativa en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría Descriptiva, ya que ofrece la posibilidad de interactuar de manera dinámica con los elementos geométricos en un entorno gráfico. En el presente trabajo se presenta la experiencia desarrollada en el abordaje del estudio de la representación de la recta en el Sistema de Monge, enmarcado en un curso formal de la asignatura Sistemas de Representación 10 en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes (Mérida, Venezuela). El modelo didáctico aplicado incorpora a GeoGebra como recurso de apoyo en la presentación de las clases y como herramienta de dibujo y de ejercitación para el estudiante, tanto en el ambiente 2D como en el 3D. Dicho modelo se fundamenta en la teoría cognitiva del aprendizaje, el aprendizaje significativo, la teoría del modelado y la práctica asistida.*

**Palabras clave:** Geometría Descriptiva; representación de la recta en el Sistema de Monge; modelo didáctico apoyado en GeoGebra.

#### RESUMO

*A utilização do programa GeoGebra constitui uma alternativa interessante no ensino e aprendizagem da Geometria Descritiva, uma vez que oferece a possibilidade de interagir dinamicamente com os elementos geométricos em um ambiente gráfico. No presente trabalho é apresentada a experiência desenvolvida no estudo da representação da linha no Sistema de Monge, enquadrada em um curso formal do tema Sistemas de Representação 10 na Faculdade de Engenharia da Universidade de Los Andes (Mérida, Venezuela). O modelo de ensino aplicado incorpora o GeoGebra como recurso de suporte na apresentação das aulas e como ferramenta de desenho e exercício para o aluno, tanto nos ambientes 2D quanto 3D. Este modelo é baseado na teoria cognitiva da aprendizagem, aprendizagem significativa, teoria de modelagem e prática assistida.*

**Palavras-chave:** Geometria Descritiva; representação da linha no Sistema de Monge; modelo didático suportado pelo GeoGebra.

<sup>1</sup> Universidad de Los Andes – [jorgelcs@ula.ve](mailto:jorgelcs@ula.ve) - <https://orcid.org/0000-0002-2107-7352>

## Introducción

La Geometría Descriptiva es la rama de las matemáticas que estudia la representación de objetos tridimensionales sobre superficies bidimensionales (Osers, 2006). Para lograr este objetivo, esta disciplina hace uso del método de proyecciones, desarrollado de manera científica por Gaspard Monge a fines del siglo XVIII. Este sabio francés ideó en su obra *Descriptive Geometrie* (1827) un sistema de proyección – que lleva su nombre, pero que también se conoce como Sistema Diédrico o Doble Proyección Ortogonal – consistente en dos planos ortogonales entre sí sobre los cuales se generan dos proyecciones de un mismo elemento.

El sistema en cuestión permite establecer una relación biunívoca entre el objeto y su representación plana, lo cual asegura la vinculación entre el dibujo técnico y las matemáticas.

Asimismo, la posibilidad de estudiar una realidad tridimensional como proyecciones sobre una superficie bidimensional implica la aplicabilidad de las operaciones y transformaciones geométricas en el plano como herramientas fundamentales en el proceso de descripción y análisis que ello supone (Calderón, 2005).

Naturalmente, la Geometría Descriptiva forma parte del conjunto de disciplinas que sirven de sustento a las diferentes ramas de la ingeniería, dado que mediante su estudio y comprensión se fomenta el desarrollo de la capacidad de visualización espacial de los individuos, al tiempo que se sientan las bases de la correcta representación de los diversos diseños como medio fundamental de comunicación en el ejercicio de la profesión. De acuerdo con Viana (2014), los estudiantes que tienen la posibilidad de complementar la práctica del dibujo con el estudio de la Geometría Descriptiva – em tanto método de representación gráfica - están mejor preparados para la práctica de la arquitectura, la ingeniería, el diseño gráfico, así como de otras áreas relacionadas con la representación de problemas espaciales y el modelado espacial.

Desde sus inicios, el tratamiento de esta asignatura se ha llevado a cabo empleando el método tradicional de exposición magistral y práctica individual mediante la resolución de ejercicios en láminas de papel. El principal recurso del docente ha sido el tablero, en tanto que las herramientas del estudiante han sido los instrumentos de dibujo técnico.

Es un hecho bien conocido en los ambientes universitarios, que la aprobación de esta asignatura resulta – junto al cálculo – un verdadero reto para quienes inician su carrera de ingeniería. Esto se debe, entre otras cosas, a la necesidad de realizar

razonamientos deductivos, la densidad gráfica de las construcciones y el carácter estático de las explicaciones del profesor (dibujos).

Con el vertiginoso desarrollo de las tecnologías de la información y comunicación (TIC), la posibilidad de migrar al uso de herramientas computacionales de dibujo ha permitido el diseño e implementación de diversas propuestas didácticas alternativas en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría Descriptiva. En un primer momento, se sustituyeron los instrumentos tradicionales de dibujo por paquetes de Dibujo Asistido por Computador (CAD), como consecuencia del auge de estos paquetes en el dibujo de planos técnicos y arquitectónicos. Esta sustitución, no obstante, no ha supuesto una mejora sustancial en la forma en la que se construye el conocimiento, ya que las construcciones geométricas ejecutadas dificultan (por su estaticidad) la percepción de las relaciones geométricas que se presentan en el enunciado de un teorema o en la solución de un determinado problema.

El surgimiento de los programas de Geometría Dinámica, viene a aportar el elemento dinámico del cual adolece el método tradicional de enseñanza y aprendizaje, ya que las construcciones ejecutadas con la ayuda de esos programas se fundamentan en la vinculación entre entidades geométricas por medio de relaciones y leyes claramente establecidas. Así, es posible manipular entidades geométricas iniciales y apreciar, en tiempo real y de forma gráfica, los efectos producidos en las entidades dependientes de aquellas.

De esta forma, el docente puede incluir en su presentación un elemento de tipo experimental en el desarrollo de la clase, mismo que aporta al estudiante un valioso recurso que facilita la comprensión de las leyes geométricas y su correlato en los procedimientos necesarios para obtener la solución de un problema en particular. Así, la experiencia educativa adquiere un agregado en cuanto al grado de interactividad entre el contenido geométrico y el estudiante, lo cual representa un valioso complemento de la clase tradicional.

Entre los diferentes programas de Geometría Dinámica destaca GeoGebra, por ser el que integra un sólido diseño colaborativo de carácter abierto, multi-lenguaje y multi-plataforma, con una amplia y variada batería de herramientas de construcción, control, animación y análisis en ambiente 2D y 3D. Además, es personalizable - ya que permite la creación de macros, edición de estilos de visualización, diferentes sistemas de unidades, entre otros - y programable (Guion de GeoGebra y Java Script); permite exportar construcciones en varios formatos; crea y aloja applets de forma automática en el sitio oficial del software; entre otras funcionalidades.

Hasta la fecha, no existen estudios publicados referentes a la aplicación de GeoGebra - u otro programa de geometría dinámica en formato de libre uso - en un modelo didáctico específico para la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría Descriptiva en la Universidad de Los Andes, así como tampoco en el resto de Venezuela.

En el contexto internacional, las experiencias en el uso de GeoGebra como apoyo de la enseñanza de Geometría Descriptiva aparecen documentadas como tesis de grado, en artículos de investigación y en sitios web educativos. “La Enseñanza de La Geometría Descriptiva Modalidad Semipresencial” (Acosta y Pérez, 2012) es un trabajo que resume los resultados de una investigación orientada al desarrollo de un marco teórico-metodológico adecuado para la enseñanza de esta disciplina, en un ambiente de trabajo que reúne las actividades presenciales con las virtuales, todas ellas realizadas usando el software GeoGebra.

“GeoGebra en la enseñanza del Dibujo Técnico” (Mancebo Martínez, 2015) es una muestra del cambio metodológico que implica el uso didáctico de los programas de geometría dinámica, específicamente GeoGebra, confirmando la utilidad que supone su implementación en el desenvolvimiento de la actividad docente en las materias de Dibujo Técnico y Educación Plástica y Visual, así como en el desarrollo de conocimientos, habilidades y destrezas por parte de los alumnos.

“Uso del GeoGebra en la enseñanza de la geometría en carreras de diseño” (Iturbe et al, 2012) es un artículo que describe la experiencia de la implementación de GeoGebra en el ámbito de la Universidad Nacional de Río Negro (Argentina), tratando aspectos como la relación entre aritmética y geometría; las diferencias entre el trabajo que se ejecuta con instrumentos tradicionales de dibujo y el realizado con la mediación de GeoGebra; el uso de este software en las actividades de evaluación; y la concepción de las intervenciones del profesor al momento de incorporar este programa en el aula de clases.

La experiencia docente de Viana (2013) en cuanto a los resultados derivados de la inclusión de construcciones dinámicas en la didáctica de la Geometría Descriptiva, ha contribuido a optimizar tanto el proceso de aprendizaje de los alumnos como el nivel de motivación académica. Las construcciones geométricas y ejemplos de aplicación presentados por la autora están dirigidos en las direcciones siguientes:

- La ejecución de procedimientos gráficos con un nivel precisión y claridad incomparable para exportar como imágenes vectoriales.
- La producción y exportación de imágenes de figuras tridimensionales para su subsiguiente incorporación en diapositivas y páginas web

- La creación de construcciones paso a paso en la forma de ejercicios destinados a la interacción entre los estudiantes y el contenido.
- La animación de puntos iniciales de una construcción, para luego cambiar la ubicación de elementos y figuras posteriores, presentando la posibilidad de analizar el efecto en los resultados, cosa que sería casi imposible usando los soportes tradicionales.
- La capacidad de ocultar y/o mostrar partes de un objeto tridimensional complejo en una representación bidimensional.

Todos los atributos señalados son, siguiendo a Viana, elementos cruciales en la elaboración de posibles estrategias para abordar los diferentes estilos de aprendizaje que se encuentran en el aula de clase, especialmente si se complementan con la manipulación de modelos tridimensionales en las etapas iniciales de los temas impartidos. En su opinión, los estudiantes tienden a interesarse más en las situaciones exploradas, debido a sus posibilidades dinámicas y la posibilidad de aprender a través de la experimentación.

Sin embargo, en ninguno de los estudios citados se observa la inserción de GeoGebra – en tanto programa de Geometría Dinámica – en un modelo instruccional cuidadosamente concebido y fundamentado en bases pedagógicas. Esta propiedad es característica de la propuesta didáctica realizada por Calderón y Sandía (en prensa), la cual sirve de fundamento teórico a la experiencia expuesta en la presente comunicación, cuya motivación no es otra que la de estudiar la opinión de los alumnos con respecto a la implementación de GeoGebra como recurso esencial en el desarrollo de las clases y de las prácticas de la asignatura Sistema de Representación 10, tomando como tema de estudio la representación de la recta en el Sistema de Monge o Sistema Diédrico.

## 1 Objetivo, tipo de investigación y técnicas empleadas

La experiencia se enmarca en un estudio de campo de tipo mixto (cuantitativo y cualitativo), cuyo principal objetivo es el de determinar la opinión del estudiantado (19 alumnos de ingeniería química y de ingeniería de sistemas) en lo que respecta a las actividades planteadas con el apoyo de GeoGebra como elemento esencial de la metodología didáctica empleada, en el contexto del proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura Sistemas de Representación 10. La investigación tiene un carácter no experimental, puesto que: 1) el grupo de estudiantes implicados en el estudio constituye una muestra no aleatoria; y 2) no se contempla un grupo experimental y un grupo control. En consecuencia, los resultados obtenidos no son extrapolables ni generalizables, pero pueden permitir valorar las potencialidades que ofrece GeoGebra como soporte digital del dibujo y como factor primordial en la

comprobación de principios y procedimientos geométricos, siempre desde la perspectiva de los estudiantes.

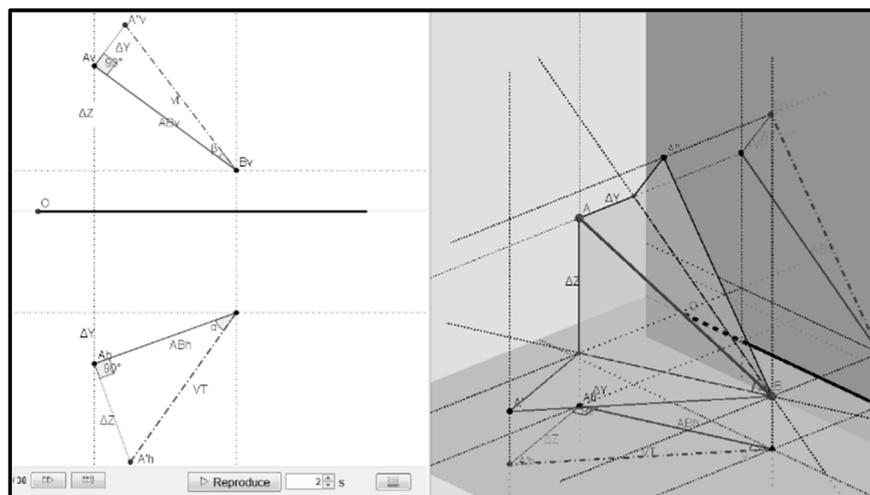
La técnica indagatoria empleada es la entrevista, estructurada por medio de un cuestionario de respuestas abiertas como instrumento de recolección de datos.

La información obtenida se ha procesado en dos sentidos: como indicadores cuantitativos en la forma de respuestas dicotómicas, y como opiniones, comentarios y propuestas que configuran un panorama particular de la valoración que hacen los alumnos de la estrategia didáctica implementada.

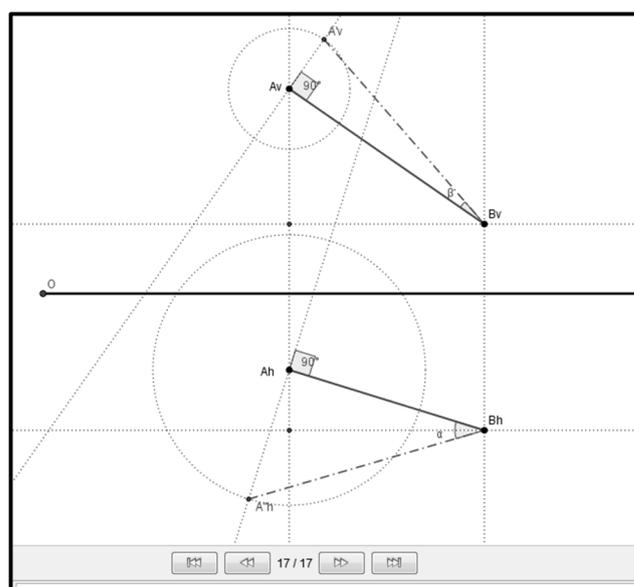
## 2 Descripción de la metodología didáctica

La metodología de enseñanza y aprendizaje empleada se caracteriza por un elevado grado de estructuración – dado que los contenidos, las actividades y las diferentes interacciones entre los actores son cuidadosamente planificadas por el docente - y por un sistema social que otorga protagonismo al docente, sin que esto signifique la asignación de un papel de individuo pasivo al estudiante. Se fundamenta en las teorías cognitivas del aprendizaje, lo que supone una especial atención en el razonamiento deductivo y en el manejo sistemático de la información, apelando continuamente a los conocimientos previos. Asimismo, parte de la efectividad del modelaje y de la práctica asistida como técnicas de enseñanza de contenidos procedimentales. La metodología en cuestión contempla los siguientes elementos:

- Recursos técnicos: Sala de computación, dispositivo digital de proyección, acceso a Internet.
- Ambientes de trabajo en GeoGebra:
  - Ambiente 2D - 3D (Fig. 1): La pantalla del software GeoGebra se divide en dos partes: Vista Gráfica 2D y Vista Gráfica 3D. En la primera, se muestra la representación plana del Sistema de Monge; en la segunda, se aprecia un modelo 3D. Cada construcción ejecutada en 3D aparece simultáneamente en 2D, pero no a la inversa. Se emplea en la explicación de conceptos y procedimientos.
  - Ambiente 2D: La pantalla solamente presenta la Vista Gráfica 2D. Se emplea en la resolución de ejercicios y en la explicación de ejemplos por parte del profesor (Fig. 2). Asimismo, los estudiantes ejecutan los ejercicios propuestos empleando este ambiente, lo cual no obsta que acudan a la Ventana Gráfica 3D como elemento auxiliar con miras a facilitar la visualización, sin que esto sea requerimiento académico de aprobación.



**FIGURA 1: Ambiente 2D – 3D en GeoGebra.**



**FIGURA 2: Ambiente 2D en GeoGebra.**

- Etapas de la secuencia didáctica:
  - Foco introductorio: El docente introduce la sesión de clase e informa sobre las actividades a realizar. Se ofrece una visión general del tema a tratar, apuntando a elevar el componente motivacional del grupo.

- Presentación del organizador previo: El docente trae a colación los conocimientos previamente adquiridos y los relaciona con el tema a tratar y con aspectos del mundo real y cotidiano.
  - Presentación del material de aprendizaje: El docente presenta el tema a tratar, previamente planificado y cuidadosamente estructurado en los ambientes de trabajo. La interacción en la forma de preguntas y respuestas es fundamental en esta etapa de la secuencia didáctica. A su vez, esta etapa se subdivide en tres momentos: presentación de conceptos y procedimientos, variación de la posición relativa de entidades geométricas, resolución y explicación de ejemplos.
  - Afianzamiento de la organización cognitiva mediante la práctica asistida: Los estudiantes ponen en práctica la nueva información mediante la resolución (en ambiente 2D) de ejercicios. El docente acompaña y orienta el trabajo de forma presencial, el cual puede ser individual o por equipos). La comparación y discusión del resultado es de vital importancia.
  - Práctica independiente con la tutoría del docente: Los estudiantes abordan - de forma independiente y de manera digital - una serie de ejercicios planificados y publicados por el docente en el aula virtual de GeoGebra, quien apoya el proceso a la distancia empleando herramientas como el chat y el correo electrónico. La finalización de esta actividad tiene una fecha previamente establecida.
- Tipos y estrategias de evaluación:
    - Evaluación formativa: Se realiza de manera continua a lo largo de todo el período lectivo. Tiene como objetivos determinar el nivel de aprehensión de los contenidos por parte de los estudiantes en cada sesión de clase y el correspondiente reforzamiento del aprendizaje. Las estrategias empleadas son fundamentalmente el diálogo didáctico y la observación objetiva del trabajo realizado – que puede ser grupal o individual - siempre acompañadas de una oportuna retroalimentación en la forma de aclaratorias, explicaciones, estudios de casos y ejemplos de aplicación. Tanto las preguntas iniciales como las actividades propuestas son cuidadosamente diseñadas por el docente, pero el desarrollo del subsecuente diálogo dependerá,

naturalmente, de cada situación en particular. El resultado de esta evaluación se valora mediante una lista de cotejo que ha sido previamente elaborada; dicho resultado aporta un 20% del total general de la calificación.

- Evaluación sumativa: Consiste en la resolución de ejercicios prácticos en formato digital, los cuales han sido concebidos por el docente en función de los objetivos perseguidos, estimando el tiempo requerido para su ejecución y con un nivel de dificultad apropiado. Se lleva a cabo de dos maneras diferentes: como práctica independiente (una por sesión de clase) desarrollada fuera del aula - presentada bien por vía de correo electrónico o directamente en el espacio disponible para actividades en GeoGebra.org - y con una fecha y hora de entrega acordadas; y como examen parcial (cuatro en total) desarrollado en el aula de clase en formato digital y de manera individual. El docente revisa el trabajo realizado, hace las observaciones y comentarios pertinentes, y determina su calificación en una escala de 0 a 20 puntos, tomando siempre en consideración el procedimiento seguido, la precisión de las construcciones, el dominio de conceptos plasmados de manera gráfica, entre otros aspectos. El promedio de las prácticas independientes compone el 20% de la calificación total, en tanto que el promedio de los exámenes parciales representa el 60% restante.

### 3 Desarrollo de la experiencia

La implementación de la metodología didáctica descrita se llevó a cabo durante el período lectivo B-2018, el cual finalizó el 12 de julio de 2019, con la participación de los estudiantes de las secciones 02 y 05 de la asignatura Sistemas de Representación 10 (30 estudiantes, en su mayoría de Ingeniería Química e Ingeniería de Sistemas). El tema específico seleccionado para el estudio fue “Representación de la recta en el Sistema de Monge”, con una duración de 24 horas presenciales de clase en un lapso de cuatro (4) semanas. Cada semana contempla tres (3) sesiones de clase de dos (2) horas cada una, es decir, seis (6) horas semanales en total, de las cuales dos (2) son de exposición teórica. El tiempo dedicado por el estudiante al trabajo independiente se estima en dos (2) horas por cada hora de clase teórica, lo que se traduce en cuatro (4) horas semanales. Los contenidos que abarca el tema mencionado son:

- Proyecciones de la recta en posiciones notables (2 horas teóricas, 4 de práctica y 4 de trabajo independiente)
- Proyecciones de la recta en posición accidental (1 hora teórica, 2 de práctica y 2 de trabajo independiente)
- Construcción de los triángulos de abatimiento (2 horas teóricas, 4 de práctica y 4 de trabajo independiente)
- Problemas que se resuelven mediante la aplicación de los triángulos de abatimiento (3 horas teóricas, 6 de práctica y 6 de trabajo independiente)

### 3.1 Curso básico de GeoGebra

Como paso previo al tratamiento formal de los contenidos del programa, se realizó un curso teórico-práctico de preparación en el manejo de los aspectos gráficos 2D esenciales en GeoGebra. Esta actividad tuvo una duración de dos (2) semanas (4 horas de exposición teórica, 8 horas de práctica asistida y 8 horas de trabajo independiente). El ambiente de trabajo utilizado de manera exclusiva fue el Ambiente 2D. En síntesis, el contenido de este curso es el siguiente:

- Familiarización con el ambiente 2D en GeoGebra, espacio de trabajo, personalización, ejes y coordenadas.
- Definición de puntos libres y puntos vinculados a objetos.
- Construcción de rectas, semirrectas, segmentos, paralelas, perpendiculares, mediatrices y bisectrices.
- Definición de circunferencias y arcos y uso de la herramienta “Compás”.
- Edición de propiedades de elementos: estilos de punto, tipos y estilos de línea, etiquetado.
- Uso de herramientas de visualización. Y de formatos de exportación y publicación de archivos.

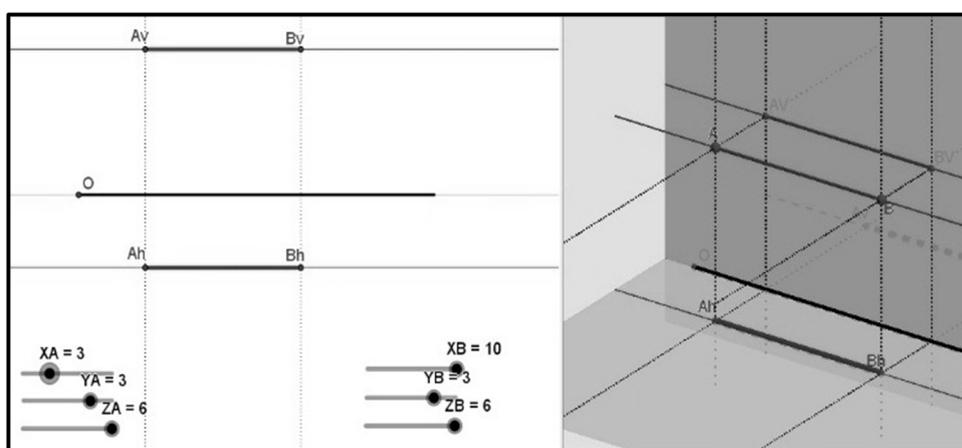
Una vez culminada la actividad descrita – la cual viene a sustituir el repaso del uso de instrumentos de dibujo técnico que se estila en las clases tradicionales de la asignatura - el grupo de estudiantes se encuentra preparado para iniciar el abordaje de la Geometría Descriptiva propiamente dicha.

### 3.2 Abordaje del temario

Todas las exposiciones del docente se realizaron con base en el ambiente 2D-3D. Cada presentación fue elaborada considerando la variación de los elementos iniciales por medio de la manipulación de puntos libres. También se hizo uso de

variables numéricas declaradas como “deslizadores”, acompañadas de cuadros de entrada. Las actividades planificadas como parte de las prácticas asistidas y como prácticas independientes, tienen como denominador común la interacción entre el estudiante y las variables geométricas determinantes en cada ejercicio. A continuación se exponen algunas de estas actividades, las cuales se encuentran disponibles en <https://www.GeoGebra.org/m/ruAdHg8Z>.

- Modifica los valores de las coordenadas de los puntos A y B, de tal manera que la recta definida por dichos puntos tenga una posición (Fig. 3): 1) Horizontal; 2) Paralela a la Línea de Tierra; 3) Frontal; 4) De punta; 5) De pié.



**FIGURA 3:** Actividad 1: Posiciones de segmentos de recta en ambiente 2D-3D mediante la variación de coordenadas de puntos que definen al segmento

- Observa las proyecciones del segmento de recta definido por los puntos P y Q. Nota cómo las coordenadas X de ambos puntos son iguales, en tanto que las Y y las Z son distintas. ¿Cómo llamamos a una recta con estas características? Realiza una proyección lateral para obtener la verdadera magnitud y los ángulos del segmento PQ (Fig. 4).

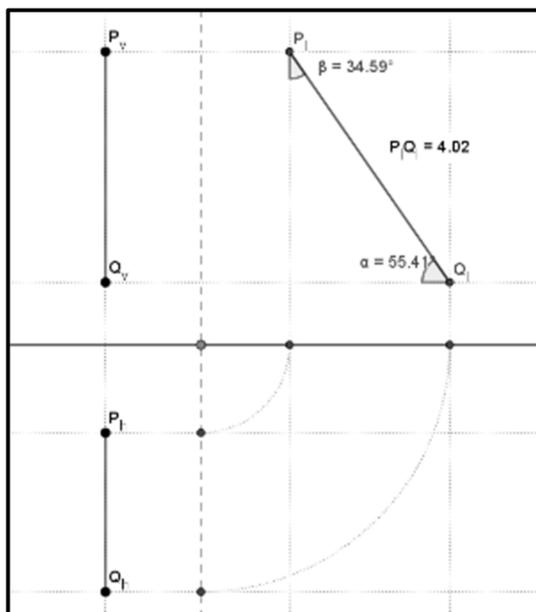
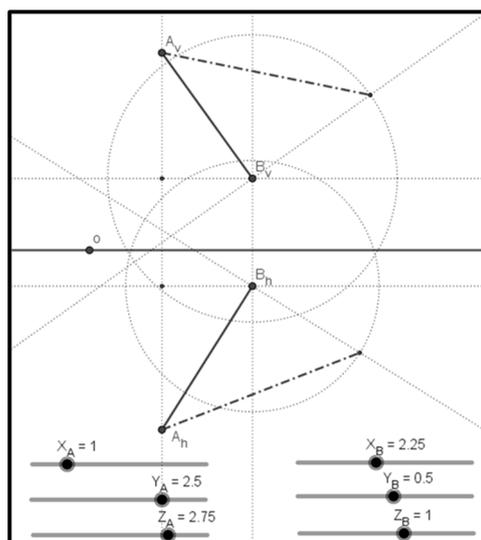


FIGURA 4: Actividad 2: Caracterización de una recta de perfil

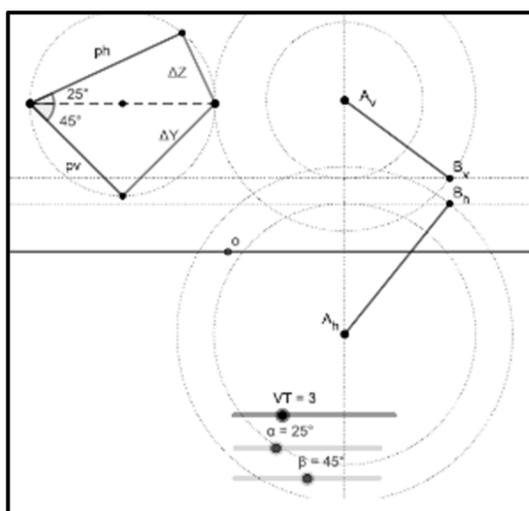
- Sea el segmento de recta AB. Puedes ver que tiene una posición accidental. Construye los triángulos de abatimiento correspondientes al



segmento AB. Ahora, modifica las coordenadas de los puntos y observa las hipotenusas de ambos triángulos. ¿Son de igual longitud? (Fig. 5).

**FIGURA 5:** Actividad 3: Caracterización de los triángulos de abatimiento por medio de la variación de las coordenadas de los puntos que definen al segmento de recta

- Modifica los valores de los ángulos ( $\alpha$  y  $\beta$ ) y observa el resultado. ¿Qué ocurre si la suma de ambos ángulos es menor que  $90^\circ$ ? ¿Qué ocurre si la suma de ambos ángulos es igual a  $90^\circ$ ? ¿Qué ocurre si la suma de ambos ángulos es mayor que  $90^\circ$ ? (Fig. 6).



**FIGURA 6:** Actividad 4: Experimentación con el efecto generado por los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  en las proyecciones diédricas del segmento de recta oblicua correspondiente

Es importante reiterar que las actividades señaladas fueron ejecutadas por los estudiantes contando con el apoyo del profesor, dando origen a diálogos didácticos particularizados tanto de forma personal como a través del chat y del correo electrónico.

#### 4 Recolección y análisis de datos

Como ya se ha señalado, la información correspondiente ha sido recabada mediante la aplicación de una entrevista instrumentalizada por un cuestionario de respuesta abierta, el cual se muestra en la Tabla 1.

**Tabla 1: Cuestionario diseñado para valorar la opinión de los estudiantes con respecto a la metodología didáctica empleada**

Planteamiento
---------------

- 
- 1 ¿Qué te parece más fácil, usar GeoGebra o el contenido de la materia Sistemas de Representación 10? Argumenta tu respuesta.

---

  - 2 En bachillerato viste Dibujo Técnico usando papel, lápiz, compás y escuadra. ¿Crees que usar GeoGebra facilita la elaboración de las construcciones geométricas? Argumenta tu respuesta.

---

  - 3 ¿Te parece útil el uso de modelos digitales 3D por parte del profesor en la clase? Argumenta tu respuesta.

---

  - 4 ¿Crees que la modificación de los datos iniciales de un ejercicio en GeoGebra es útil? ¿Piensas que ello permite entender mejor los conceptos y los procedimientos? Argumenta tu respuesta.

---

  - 5 ¿Qué tal te ha parecido la atención del docente de forma no presencial?

---

  - 6 En forma general, ¿cuál es tu valoración de la metodología empleada por tu profesor?

---

Si bien las respuestas de los estudiantes a las interrogantes planteadas en el cuestionario son abiertas, se ha hecho un esfuerzo por agruparlas en categorías a objeto de simplificar la interpretación. Las primeras cuatro preguntas generan, en primera instancia, una respuesta categórica dicotómica, lo cual permite hacer una valoración cuantitativa preliminar que habrá de ser matizada por las argumentaciones correspondientes. Las dos últimas interrogantes pueden dar lugar a respuestas escaladas (excelente/bueno/regular/malo/pésimo) que también se acompañan de comentarios y opiniones que necesariamente deben ser consideradas. Por tanto, el análisis de los resultados se ha realizado en dos dimensiones: una cuantitativa y otra cualitativa-interpretativa. La conjunción de ambas - y su justa consideración - ha orientado la discusión del resultado y la conclusión final del estudio.

#### 4.1 Análisis cuantitativo

En cuanto al primer planteamiento, el 73,7% de los estudiantes ha manifestado que el uso de GeoGebra les ha presentado menos dificultades que el estudio de la asignatura Sistemas de Representación 10 propiamente dicha (Representación de la recta). A propósito del segundo planteamiento, se ha encontrado que el 94,7% de los alumnos afirma que el uso de GeoGebra facilita la elaboración de las construcciones geométricas implícitas en el curso. En lo atinente a la tercera cuestión planteada, se ha constatado que a la totalidad del grupo de estudiantes le ha parecido útil el uso de modelos digitales en 3D por parte del profesor en las clases. En lo que respecta al

cuarto planteamiento, se ha constatado que el 94,7% del conjunto de los alumnos piensa que la posibilidad de modificación de los datos iniciales de un ejercicio resuelto con la ayuda de GeoGebra es de utilidad. En cuanto a la quinta cuestión planteada, se ha observado que el 63,16% de los alumnos consideran excelente la atención del docente de forma no presencial, en tanto que el 26,32% piensa que ha sido buena, con un restante 10,52% opina que ha sido regular.

Finalmente, en lo que concierne al sexto y último planteamiento, se ha encontrado que el 68,42% de los estudiantes consideran excelente – en forma general - la metodología didáctica aplicada, en tanto que el 26,32% piensa que ha sido buena, mientras que el 5,26% opina que ha sido regular.

## **4.2 Análisis cualitativo-interpretativo**

A fin de facilitar el análisis de las argumentaciones y comentarios proporcionados por el grupo de estudiantes involucrados en el estudio, con miras a lograr una justa apreciación de su utilidad como información relevante, tales aportes se han agrupado en tres categorías: 1) opinión acerca del valor de GeoGebra como apoyo en las actividades, tanto expositivas como prácticas; 2) valoración de la atención no presencial provista por el docente; y 3) valoración general de la metodología didáctica aplicada.

### **4.2.1 Opinión acerca del valor de GeoGebra como apoyo en las actividades**

A grandes rasgos, el grupo de estudiantes que tomaron parte en el estudio destacan la ventaja del empleo de GeoGebra como herramienta de dibujo, enfatizando su precisión, claridad, versatilidad y funcionalidad. Asimismo, hacen mención de la economía en tiempo y dinero que ello representa, en comparación con el trabajo equivalente ejecutado con instrumentos tradicionales de dibujo técnico.

Por otra parte, destaca el valor que se atribuye a la posibilidad de manipular datos iniciales, tanto para enmendar errores cometidos en la construcción, como para apreciar el efecto que ello genera en el resultado final, en el ámbito de la comprensión de leyes, teoremas y procedimientos. Es importante resaltar la importancia que el grupo atribuye a la presentación de modelos 3D, sobre todo por el hecho de ser expuestos como correlato simultáneo de la representación plana en el Sistema de Monge. No obstante, es menester apuntar que algunos comentarios señalaron la necesidad de asignar mayor tiempo al curso introductorio básico de GeoGebra, pues señalan dificultades en el uso de este programa.

### **4.2.2 Valoración de la atención no presencial provista por el docente**

Si bien la mayoría de los alumnos participantes en la experiencia valoraron como excelente la atención fuera del aula por parte del profesor, una porción importante de ellos hicieron hincapié en la necesidad de tener acceso a videos de clases y ejercicios realizados por el docente, así como a la importancia de reducir el tiempo de respuesta a las dudas planteadas por correo electrónico.

#### **4.2.3 Valoración general de la metodología didáctica aplicada**

La opinión general en este aspecto global es positiva. Destaca la importancia atribuida al uso de GeoGebra y la buena acogida de las sesiones de práctica, tanto en el aula como a distancia. Varios estudiantes manifestaron su deseo de usar GeoGebra en asignaturas como Cálculo 10; otros afirmaron conocer alumnos de otros cursos de Sistemas de Representación 10 que desean aplicar esta herramienta. No obstante, es preciso señalar las críticas aportadas por una parte del grupo, las cuales han sido ya mencionadas en los numerales precedentes. A esto se suma un par de observaciones relativas al tiempo asignado para ejecutar la prueba parcial en el laboratorio de computación, las cuales vienen acompañadas de la sugerencia de aumentar al menos en una hora la duración de esta actividad.

### **Conclusiones**

Los resultados del trabajo presentado permiten apreciar con claridad la valoración de un grupo particular de estudiantes de Ingeniería sobre la estrategia didáctica aplicada a lo largo de la experiencia reportada. Partiendo de la experiencia de dicho grupo en el dibujo técnico a nivel de secundaria, se aprecia una preferencia casi unánime por GeoGebra como herramienta de trabajo; particularmente se aprecia la posibilidad de deshacer construcciones y la experimentación con los datos iniciales de los ejercicios, además de la naturalidad con la que se pueden comprobar principios y procedimientos, validando o rechazando hipótesis. De igual manera, el empleo del Ambiente 2D – 3D goza de una altamente positiva valoración, resaltando la utilidad de la visualización de la realidad 3D y de su correlato en proyecciones diédricas como factor determinante en el fortalecimiento del vínculo entre ambos elementos, lo cual constituye la esencia misma de la asignatura.

Por otra parte, las características de GeoGebra han facilitado la entrega de prácticas independientes en línea, a lo que se suma un acompañamiento constante por parte del docente, aspecto este que bien pudo ser más eficiente si las condiciones de conectividad hubiesen sido más favorables. Una porción apreciable del conjunto de estudiantes manifestó su percepción de que el uso de GeoGebra es tan dificultoso – o más- que el contenido de la asignatura propiamente dicha, situación que amerita

de un perfeccionamiento del curso inicial, así como de un reforzamiento de los conocimientos geométricos elementales.

En términos generales, la valoración global de la estrategia implementada por parte del grupo de estudiantes es positiva, lo cual representa un valioso dato referencial para futuras investigaciones, así como un aliciente para futuros desarrollos en el campo de la didáctica de las ciencias básicas de la ingeniería con el apoyo de herramientas digitales.

## Referencias

- ACOSTA RUIZ, F.; PEREZ LAZO DE LA VEGA, M. La enseñanza de la Geometría Descriptiva modalidad semipresencial. Madrid: Editorial Academia Española, 2012.
- CALDERÓN S., J. Generalidades en el estudio de la Doble Proyección Ortogonal: Con ejercicios resueltos, Mérida, Venezuela: Universidad de Los Andes, 2005.
- CALDERÓN S., J. y SANDIA, B. *Aprendiendo Geometría Descriptiva con el apoyo de GeoGebra*. Revista Aprendizaje Digital, en prensa.
- ITURBE, A.; RUIZ, M. E., PISTONESI, M.V. y FANTINI, S. *Uso del GeoGebra en la enseñanza de la Geometría en carreras de diseño*. Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra Uruguay. 2012. Disponible en: <<http://www.GeoGebra.org.uy/2012/actas/38.pdf>> Acceso en: 12 de enero de 2017.
- MANCEBO MARTINEZ, P. *GeoGebra en la enseñanza del Dibujo Técnico*. 2015. Trabajo de Grado de Maestría - Universidad de Cantabria, Santander, España, 2015.
- VIANA, V. *Dynamic geometry software and augmented reality samples for high school descriptive geometry teaching*. Revista Electrónica de Investigación, Docencia y Creatividad, 3, págs. 46-60, 2014.
- VIANA, V. *Descriptive geometry learning is no more threatened by dynamic geometry software than stairs by elevators*. Inndagatio Didactica, Vol. 5, Número 1, Págs. 85-102, 2013.