

# CONSTRUINDO INTERFACES ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DA MATEMÁTICA<sup>1</sup>

## BUILDING INTERFACES BETWEEN HISTORY AND MATH TEACHING

SAITO, Fumikazu<sup>2</sup>

**Resumo:** Neste artigo apresentamos alguns pressupostos teóricos que têm norteado as investigações sobre a articulação entre história da matemática e ensino de matemática proposta pelo grupo de estudos e pesquisa em História e Epistemologia na Educação Matemática (HEEMa) da PUCSP. Abordamos especialmente sobre as potencialidades didáticas que emergem da construção de interfaces entre história e ensino de matemática.

**Palavras-chaves:** História da matemática; ensino de matemática; interfaces; didática

**Abstract:** This paper presents some theoretical assumptions that have guided the research on the relationship between history of mathematics and mathematics education proposed by the group of studies and research in History and Epistemology in Mathematics Education (HEEMa) of PUCSP. It addresses especially to potential didact elements that arise from a process of constructing interfaces between history and mathematics education.

**Keywords:** History of Mathematics; Teaching Math; Interfaces; Didact

### Introdução

Em linhas gerais, articular história e ensino não é nenhuma novidade para quem lida com os processos de ensino de matemática. Diferentes propostas que procuram aproximar história

---

<sup>1</sup> Apoio CNPq (484784/2013-7).

<sup>2</sup> Doutor em História da Ciência. Professor do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática e do Programa e Estudos Pós-Graduados em História da Ciência da PUCSP. e-mail: fsaito@pucsp.br . Blog: <http://fumikazusaito.com>.

da matemática e ensino de matemática têm sido apresentadas e apreciadas, já há algum tempo, por educadores não só no Brasil, mas também no exterior. Muitas dessas propostas, além de fornecer subsídios para compreensão do papel da história no ensino, procuraram pontuar diferentes vertentes didáticas (e também pedagógicas) que são associadas à história da matemática com vistas a propor novos caminhos de abordagem para o ensino e a aprendizagem de matemática.<sup>3</sup>

Embora a história da matemática contribua para o ensino de matemática de diversas maneiras e em diferentes níveis, a viabilização da articulação entre história e ensino, entretanto, parece ainda carecer de bases teóricas mais sólidas, uma vez que os estudos com o intuito de avaliar e trazer novas contribuições da história ao ensino de matemática resumem-se em sua maior parte apenas a ensaios e relatos de aplicações<sup>4</sup>.

Para contribuir com o debate e a discussão sobre os usos da história no ensino, bem como sobre suas possíveis articulações, o grupo de estudo HEEMa (História e Epistemologia na Educação Matemática)<sup>5</sup> da PUCSP tem se esforçado em aprofundar o diálogo entre historiadores da matemática e educadores da matemática de modo a alinhar concepções de natureza epistemológica e historiográfica da história da matemática com outras diferentes propostas da didática matemática.<sup>6</sup> Neste artigo, procuramos apresentar algumas iniciativas do grupo nessa direção, discorrendo sobre alguns pressupostos teóricos que estão na base da proposta de construção de interfaces entre história e ensino.

Este artigo encontra-se organizado em duas partes. Na primeira, discorreremos brevemente sobre o que entendemos por interface entre história da matemática e ensino e, na segunda, sobre as potencialidades didáticas que emergem de sua construção. Sem a pretensão de indicar “o que” e “como” ensinar matemática por meio da história da matemática, este trabalho procura tecer algumas condições a respeito da articulação entre história e ensino, sugerindo que a história da matemática é um recurso que possibilita levantar diferentes

---

<sup>3</sup> Vide estudos publicados, por exemplo, em Fauvel e Van Maanen (2000); consulte também estudos de Miguel e Brito (1996); Miguel & Miorim (2004, 2005); Mendes (2006, 2009, 2013); Mendes, Fossa e Nápoles (2006); Brito (2007, 2016), Furinghetti (2007); Miorim & Vilela, 2009; Miguel et al (2009); Dias e Moretti (2011), D’Ambrosio (2013); Sousa, Panossian e Cedro (2014); Pereira (2015).

<sup>4</sup> Vide a esse respeito em Baroni e Nobre (1999).

<sup>5</sup> Visite HEEMa. URL:<<http://heema.org>>

<sup>6</sup> Vide em Saito e Dias (2013); Saito (2010, 2013a, 2016).

questões de ordem epistemológica e matemática por meio das quais o educador matemático pode desenvolver ações de modo mais crítico e criativo.

### **A articulação entre história da matemática e ensino de matemática**

A investigação sobre as relações entre história da matemática e ensino de matemática conduzida pelo grupo HEEMa não tem em vista usar a história da matemática para ensinar matemática, mas articular história e ensino de modo a incorporar questões de ordem histórica nas discussões sobre o ensino de matemática. Dois principais projetos norteiam as ações do grupo nesse sentido. O primeiro deles tem por objetivo a pesquisa histórica, tendo por foco as questões de ordem epistemológica e matemática que emergem da malha histórica. Esse projeto busca, por meio do rastreamento e análise de antigos documentos, discutir sobre o papel da história da matemática como provedora de alternativas para o ensino de matemática (SAITO, 2012a). E, o segundo, estreitamente relacionado ao primeiro, propõe analisar as possíveis interfaces que podem ser construídas entre história e ensino de matemática a fim de contribuir para a formação continuada de professores em diferentes níveis de ensino (SAITO, DIAS, 2012).

Por meio desses dois projetos, a pesquisa sobre a articulação entre história da matemática e ensino de matemática é desdobrada em três eixos de estudos. O primeiro deles refere-se à própria história da matemática, tendo por base as atuais tendências historiográficas da história da ciência, como abordamos mais adiante. O segundo, à articulação entre história e ensino de matemática com vistas a propor atividades e produzir material instrucional para formação de professores de matemática. E, o terceiro, à discussão da própria articulação entre história e ensino tendo em consideração as diferentes propostas da didática matemática. Esses três eixos de investigação têm em vista levantar questões de ordem epistemológica (e também matemática) que, quando alinhadas com diferentes tendências da didática, revelem elementos potencialmente didáticos que possam contribuir para a elaboração de novas propostas e estratégias de ensino.<sup>7</sup>

Como já mencionamos, a articulação entre história e ensino proposta pelo grupo não

---

<sup>7</sup> A proposta de articulação entre história e ensino de matemática, aqui considerada, está ancorada em dois eixos de investigação, “o movimento do pensamento na formação do conceito matemático” e “o contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos”. Cf. Saito e Dias (2012); Saito (2012a); Saito e Dias (2013).

tem por objetivo elaborar uma aula de história, ou mesmo buscar (convenientemente) na história da matemática conteúdos históricos para serem utilizados ou reproduzidos em sala de aula. Os dois projetos aqui mencionados procuram promover um diálogo entre historiadores (da ciência e da matemática) e educadores matemáticos com vistas a desenvolver uma série de ações a fim de delinear algumas condições para a construção de interfaces entre história e ensino de matemática.

Por interface, entendemos um conjunto de ações e de produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático com vistas a elaborar outras tantas ações (didáticas e/ou pedagógicas) que busquem articular história e ensino de matemática (SAITO, DIAS, 2013; SAITO, 2016). A construção de interfaces se faz necessária por duas razões principais: Primeira, para aproximar o educador matemático dos recentes desenvolvimentos da história da matemática, baseada em tendências historiográficas atuais; e, segunda, para sensibilizar o historiador da matemática envolvido com ensino de matemática a produzir material bibliográfico acessível aos educadores matemáticos. No que diz respeito à primeira, grande parte da produção em história da matemática, divulgada em livros didáticos, mídias e outras literaturas, está muito desatualizada, visto que esse material está ainda baseado numa perspectiva historiográfica que remonta ao início do século XX. Com relação à segunda, a recente produção está voltada para especialistas em história da matemática e, embora se tenha publicado muito material novo sobre a história da matemática nos últimos vinte anos, poucos estudos chegam ou chegarão ao educador matemático ou ao professor de matemática da educação básica (ou mesmo do ensino superior) (SAITO, 2016).

Podemos dizer que, para suprir a falta de material adequado, o próprio educador matemático procurou produzi-lo. De fato, muito da produção em história da matemática partiu da iniciativa do educador matemático que produziu interessantes e bons trabalhos em história. Contudo, por não ter a formação de historiador, muitos educadores não estão conscientes das escolhas historiográficas que fizeram, ou fazem, ao preparar e elaborar seus materiais.<sup>8</sup>

---

<sup>8</sup> Toda narrativa é historiograficamente orientada. Entendemos aqui por “historiografia” a “escrita da história”. Trata-se do estudo crítico do fazer histórico, ou seja, dos pressupostos da “escrita da história”, vide: Saito (2015). Sobre historiografia, vide: Veyne (1971); Burke (1992); Foucault (2000); Kempshall (2011); Canguilhem

Convém aqui observar que o objetivo da construção de interfaces entre história e ensino não é fazer do educador matemático um historiador, visto que não é papel dele fazer a pesquisa histórica. Entretanto, o educador matemático deve estar ciente de que as narrativas históricas não são neutras e são influenciadas por diferentes fatores ligados não só à formação, mas também à concepção de ciência de quem escreve a história.

Considerar e reconhecer as diferentes narrativas históricas (por trás das muitas histórias a que o educador tem acesso) são importantes porque a escolha de uma delas acaba por determinar um conjunto de ações na própria articulação entre história e ensino.<sup>9</sup> A escolha por narrativas baseadas numa perspectiva historiográfica tradicional, por exemplo, conduz a uma abordagem que converte e sobrepõe temas e propósitos da história em atividades para o ensino. Essas abordagens são aquelas que geralmente procuram “replicar”, “reproduzir” ou “simular” um ambiente “científico ou matemático” ou mesmo “repetir” ou “descobrir” os mesmos conteúdos matemáticos encontrados na história em sala de aula.

Essa sobreposição ocorre muitas vezes porque as narrativas que estão na base dessas propostas de ensino estão ancoradas numa concepção histórica “presentista”<sup>10</sup>. Essas narrativas são aquelas iluminadas pela matemática do presente e são essencialmente lineares e progressistas, tendo por pressuposto a ideia de que todo conhecimento matemático do passado tinha por objetivo evoluir para o que hoje entendemos por matemática.<sup>11</sup> Nessa perspectiva, a história da matemática é reduzida a um repositório fixo de informações matemáticas do passado (SAITO, 2013a, 2016), onde o historiador “pinça” somente o que lhe é familiar, deixando de lado outros aspectos do desenvolvimento do conhecimento (que, na realidade fizeram parte do processo) por serem incompreensíveis do ponto de vista matemático moderno (SAITO, 2015, 2016).

Essas narrativas são desinteressantes porque, ao se concentrarem no momento presente, se afiguram mais como uma atividade matemática do que histórica e, desse modo,

---

(2012); especificamente sobre a historiografia da história da ciência, vide: Alfonso-Goldfarb e Beltran (2004); Conner (2005); Golinski (2005); Beltran, Saito e Trindade (2014); sobre a historiografia da história da matemática, consulte: Gavrouglu, Christiandis e Nicolaidis (1994); Alexander (2002, 2006); Bromberg e Saito (2010); Goulding (2010); Gray (2011); Mann (2011); Nobre (2014); Saito (2012b, 2015, 2016).

<sup>9</sup> Vide: Beltran, Saito e Trindade (2014) e Saito (2016).

<sup>10</sup> Essas são narrativas encontradas, por exemplo, em Boyer (1996), Eves (2004), Cajori (2007)

<sup>11</sup> Sobre alguns dos pressupostos que norteiam essa vertente historiográfica, vide: Bachelard (1991); Lakatos (1998).

acabam por reproduzir os mesmos problemas (e, portanto, as mesmas técnicas para resolvê-los) com base nos fundamentos que, em última instância, são formais. Com isso, entretanto, não queremos dizer que essa forma de escrever a história esteja errada ou equivocada. Queremos apenas reforçar que esse tipo de narrativa pouco contribui para compreendermos o processo da construção do conhecimento matemático e, dessa maneira, não favorece o ensino de matemática porque os estudantes (e os futuros docentes) não são colocados diante de questões epistemológicas ligadas à construção do conhecimento. Ao buscar no passado a origem ou a gênese de um conceito matemático moderno, essa abordagem histórica acaba encadeando cada descoberta matemática (supostamente relacionada a esse conceito matemático moderno), como se os protagonistas da história estivessem conscientes desse processo. A construção do conhecimento, dessa maneira, reduz-se apenas a organizar cada descoberta matemática cronologicamente sem considerar o contexto e a contingência histórica.

Assim, na interface entre história e ensino, procuramos primar por uma narrativa baseada em tendências historiográficas atuais. Nessa perspectiva, a história é vista como um “laboratório” em que podemos reconhecer o movimento que faz o conhecimento e, a partir daí, elaborar um conjunto de ações com vistas a promover a articulação entre história e ensino.<sup>12</sup>

Uma história da matemática pautada em tendências historiográficas atualizadas torna-se mais interessante porque não tem por foco os conteúdos matemáticos em si, nem os procedimentos, métodos, técnicas ou algoritmos, mas o processo da construção desses mesmos conteúdos, métodos, técnicas ou algoritmos historicamente contextualizados. O estudo desse processo conduz a uma linha interpretativa diferenciada que propicia abordar esses mesmos elementos por outra perspectiva, fazendo emergir outros tantos novos na historicidade, tais como processos que conduzem, por exemplo, a compreender o papel da representação, visualização, abstração, raciocínio, demonstração, métodos, definições, etc., na construção do conhecimento, bem como outros aspectos da matemática e de sua prática.

É por essa razão que o grupo não privilegia os conteúdos matemáticos em si mesmos de modo a buscar na história da matemática a origem ou o percurso de sua formulação.

---

<sup>12</sup> Cf.: Saito (2013a, 2013b).

Nossas investigações não recorrem, por exemplo, à história do  $\pi$ , do zero, das frações, das equações etc. para elaborar estratégias com vistas a ensinar o que são o  $\pi$ , o zero, as frações, as equações etc. por meio da história. Tampouco buscamos na história do cálculo, da geometria, da aritmética, da álgebra etc. recursos para ensinar cálculo, geometria, aritmética, álgebra etc. Diferentemente, procuramos buscar na história o movimento que faz o conhecimento matemático que mobiliza esses mesmos conteúdos, devidamente contextualizados no tempo e no espaço. Assim, ao invés de “pinçar”, ou localizar no passado, um conteúdo matemático específico e reconstruir (racionalmente) o seu percurso para então aplicá-lo em sala de aula, buscamos na rica trama do tecido histórico um conjunto de ações, regras, critérios e outros conhecimentos (não necessariamente matemáticos) que possam reorientar a visão do que vem a ser matemática e conhecimento matemático. Procedendo dessa maneira, buscamos promover o deslocamento de concepções matemáticas bastante familiares e bem sedimentadas para outras muito incomuns encontradas no tecido histórico, pois esse deslocamento e a dialética proporcionada pela articulação entre duas diferentes concepções de conhecimento (do passado e do presente) favorecem a reconstrução de diversos conteúdos matemáticos e, ao mesmo tempo, revelam diferentes elementos potencialmente didáticos.

### **Potencialidades didáticas na história da matemática**

A história da matemática, baseada em tendências historiográficas atualizadas, conduz a uma linha interpretativa diferenciada do conhecimento matemático na medida em que propicia abordá-lo numa complexa rede de relações que se entrelaçam diferentes concepções de ciência e outras posições de ordem ética, estética, filosófica, religiosa, política, ideológica etc.<sup>13</sup> Ela desconecta os conteúdos matemáticos das malhas formais da matemática moderna e os reintegra ao processo histórico, permitindo ao educador a (re)significar as amarras conceituais e a propor novas estratégias de ensino.

Contudo, para que a história possa fornecer elementos com os quais seja possível compor um conjunto de ações voltado para o ensino de matemática, suas potencialidades

---

<sup>13</sup> Vide: Zaitsev (1999), Cormack (2006); Brito (2012); Roque (2012); Saito (2015); Franzon (2015); Alexander (2016); Castillo (2016).

didáticas devem emergir do processo de apropriação do conhecimento matemático do passado tal como era visto no passado. E, nesse particular, devemos tomar alguns cuidados e observar que, do mesmo modo que devemos evitar ir ao passado a partir de concepções modernas (tal como sugerem as narrativas históricas “presentistas”), devemos também ter cautela e não transpor as ideias e os elementos encontrados no passado ao presente. Isso porque os conteúdos e outros elementos a eles ligado se tornam irreconhecíveis (e até problemáticos do ponto de vista formal) na malha histórica, uma vez que a linguagem, a definição, a notação, os métodos de demonstração, os algoritmos, entre outros, não têm relação direta com a matemática moderna.<sup>14</sup>

Assim, ao articularmos história da matemática e ensino, não procuramos fazer a história guiar o pensamento de tal modo a impor o processo histórico, mas permitir que a formação das ideias componha a lógica do movimento do pensamento (SAITO, DIAS, 2013). As potencialidades didáticas que emergem da história, portanto, têm em vista uma organização de ensino que procura articular o conhecimento matemático, historicamente contextualizado, juntamente com o currículo e o público-alvo no ambiente escolar, tendo em consideração a intencionalidade do educador na elaboração de atividades para o ensino (DIAS, 2012; DIAS, SAITO, 2014).

Uma das iniciativas do grupo HEEMa nessa direção são as investigações realizadas com instrumentos matemáticos antigos, particularmente, aqueles elaborados e desenvolvidos a partir do século XVI.<sup>15</sup> Escolhemos investigar esses instrumentos (bem como outros aparatos, máquinas e calculadoras) por diferentes razões dentre as quais destacamos duas: 1) porque esses instrumentos (e os tratados que versam sobre eles) foram pouco explorados pelos historiadores da matemática (SAITO, 2012b); e 2) porque, por meio deles, é possível discutirmos sobre o processo da construção do conhecimento em diferentes níveis, iluminando as atuais discussões sobre o uso de diversos recursos materiais no ensino de matemática.

Na perspectiva tradicional de história, esses instrumentos foram deixados à margem

---

<sup>14</sup> Há alguns anos atrás, Grattan-Guinness alertou-nos a esse respeito, vide: Grattan-Guinness (2004). Vide também Saito (2012b).

<sup>15</sup> Sobre instrumentos matemáticos, consulte, por exemplo, estudos de Bennett (1998, 2003, 2011); Gessner (2010).



porque eram vistos e compreendidos como ferramentas que serviam de auxílio para medir ou realizar experimentos. Partindo da ideia do que vem a ser os modernos instrumentos científicos, essa vertente histórica abordou os diferentes dispositivos e aparatos sem muita crítica, considerando-os mero artefatos e, portanto, neutros no processo do fazer científico.<sup>16</sup>

A ideia de que os instrumentos são neutros e não problemáticos está ancorada na concepção moderna de que os instrumentos são meras “encarnações” ou “reificações” de uma teoria.<sup>17</sup> Do ponto de vista epistemológico, ele estaria alocado entre a teoria e o experimento, ou entre as considerações de ordem abstrata e concreta, ou ainda entre critérios racionais e empíricos da validação do conhecimento. Entretanto, estudos recentes em história da ciência, baseados em tendências historiográficas atualizadas, têm revelado que os instrumentos e os aparatos nunca foram neutros no processo da construção do conhecimento, permitindo-nos afrouxar a tríade teoria-instrumento-experimento de modo a alocar o instrumento na origem, no meio ou no fim de qualquer processo de investigação.<sup>18</sup>

Essa abordagem histórica propõe compreender os instrumentos num contexto de produção do saber não só como “construtores”, mas também como suportes que veiculam e disseminam diferentes formas de conhecimento. Nessa perspectiva, os instrumentos matemáticos “incorporam” conhecimentos e muitas vezes redefinem as diferentes relações entre os diversos segmentos do saber, lançando luz sobre o fazer matemático de uma época, por meio do qual podemos ter acesso ao movimento que faz o conhecimento matemático em diferentes instâncias do saber.<sup>19</sup>

Desse modo, as análises de instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino levam em consideração os procedimentos de sua construção e de seu uso. Os tratados que versam sobre esses instrumentos possuem, geralmente, duas partes: uma em que os descreve, fornecendo instruções sobre “como construí-los”, e outra em que discorre sobre

---

<sup>16</sup> A esse respeito, cf.: Warner (1990); van Helden e Hankins (1993); Taub (2011).

<sup>17</sup> Essa ideia parte do pressuposto de que um aparato ou um instrumento não é nada mais do que uma “peça materializada de um pensamento científico”. Vide: Bachelard (1977); Koyrè (1991); comentários a respeito das implicações das ideias de Koyrè e Bachelard no estudo dos “instrumentos científicos”, vide: van Helden e Hankins (1993).

<sup>18</sup> Vide estudos de: Galison (1988); van Helden e Hankins (1993); Hankins e Silverman (1995); Taub (2009); Saito (2009, 2011, 2014a).

<sup>19</sup> Vide estudos de: Bennett (1991, 2003); Saito (2013c, 2014b), Castillo e Saito (2012, 2014); Santos (2014); Saito e Bromberg (2015); Castillo (2016).

“como utilizá-los”. Esses dois procedimentos referem-se a uma série de ações que devem ser executadas para se realizar uma medida. Contudo, o que deve ser contemplado na interface não é o conhecimento matemático que está explicitado na construção e no uso dos instrumentos como se eles fossem meros artefatos. Os instrumentos matemáticos se tornam ricos e potencialmente didáticos se passamos a considerá-los um suporte que veicula conhecimentos. Portanto, ao abordá-los, devemos não só compreender as relações matemáticas implicadas nas partes de sua composição e no seu uso, mas também entender por que razão cada uma dessas partes lá estão e é mobilizada ao utilizá-lo.

Da construção e do uso dos instrumentos emergem interessantes questões que podem ser exploradas pelo educador matemático de diferentes maneiras, uma vez que para construí-los e utilizá-los é preciso mobilizar diferentes conhecimentos matemáticos que não são tão óbvios quanto parecem.<sup>20</sup> As instruções fornecidas por esses tratados nos conduzem a refletir sobre os procedimentos ali descritos de modo a dar significado não só ao processo, mas também a outros conhecimentos implicados na noção própria de medida (número, grandeza, razão, proporção, etc.). Soma-se ainda a isso, outro rol de conhecimentos que nos leva a explorar as diversas relações geométricas, trigonométricas (e outras tantas aritméticas), verificáveis em triângulos, que integram conceitos de ângulo, triângulo, tangente, circunferência, arco, corda de circunferência, área, superfície, perpendicular, paralelismo etc.<sup>21</sup> Assim, tomados em conjunto, os conteúdos matemáticos ali incorporados e suas relações desencadeiam, na interface entre história e ensino, discussões sobre o movimento da produção de conhecimento, mesmo que os instrumentos e os tratados que versam sobre eles não possam ser vistos como recursos didáticos do ponto de vista histórico.

Cabe observar que, do ponto de vista histórico, esse material e o conhecimento por ele veiculado atendia uma demanda que não estava interessada por instrução em matemática, mas outra, que procurava resolver problemas de ordem prática. Contudo, uma vez que os instrumentos e os tratados disseminam e veiculam conhecimentos matemáticos, eles podem fornecer elementos com os quais é possível compor uma série de ações voltada para o ensino de matemática, visto que as potencialidades didáticas emergem do movimento do pensamento no processo de apropriação do conhecimento que está incorporado nos

---

<sup>20</sup> Cf. Willmoth (2009); Saito (2014b).

<sup>21</sup> Cf. Dias e Saito (2010, 2011, 2014); Saito e Dias (2011); Monteiro (2012a, 2012b); Castillo e Saito (2016).

instrumentos e nos tratados por um movimento dialético (SOUSA, 2004; DIAS, 2007).

O contexto histórico em que esses instrumentos e tratados estão inseridos orienta o educador na reflexão sobre o que buscar na malha história, uma vez que ela traz à luz não só conhecimentos de diversas ordens do saber, mas também uma concepção de ciência e de matemática que influencia, quando não fundamenta, o fazer matemático de uma época. Isso conduz o educador a balizar adequadamente o que é histórico e o que é lógico (e, portanto, formal) de modo a não enfatizar a prevalência do lógico sobre o epistemológico e os fundamentos da matemática sobre a própria matemática e suas aplicações. Nesse sentido, a história confere significados aos conteúdos matemáticos ali dispostos e permite que o educador os ressignifique, uma vez que ele percebe as diferentes relações entre conceitos e noções já bem sedimentados matematicamente. Nesse movimento, essencialmente dialético, emergem elementos potencialmente didáticos que podem ser explorados pelo educador matemático de modo mais crítico e criativo.

### **Considerações finais**

A articulação entre história e ensino aqui proposta não busca utilizar a história no ensino, mas incorporar questões de ordem histórica nas discussões sobre o ensino de matemática. Ela não propõe buscar no passado a história dos conteúdos (ou conceitos) matemáticos para então ensiná-los por meio da (ou mesmo utilizando a) história. Diferentemente, tendo por base uma história da matemática pautada em tendências historiográficas atualizadas, buscamos construir interfaces que propiciem abordar esses mesmos conteúdos (e conceitos) por meio de um processo que permita ao educador se apropriar do movimento do conhecimento, de modo que a fazer as potencialidades didáticas emergirem da dialética entre registros de conhecimentos antigo e moderno e não a partir de conteúdos (ou conceitos) matemáticos modernos.

A construção dessa interface, entretanto, não tem em vista elaborar estratégias de ensino, nem criar sequências didáticas, nem explicitar como ensinar matemática *por meio* da história, mas buscar *na* história subsídios para investigar novas estratégias e abordagens para o ensino de matemática. Nesse sentido, buscamos desenvolver atividades para o ensino partindo de uma investigação orientada pelas considerações de ordem historiográfica

alinhadas com outras tantas didáticas que, na interface, fazem emergir elementos potencialmente didáticos.

## Referências

ALEXANDER, A. R. **Geometrical Landscape: The Voyages of Discovery and the Transformation of Mathematical Practice**. Stanford: Stanford University Press, 2002.

\_\_\_\_\_. Introduction - Focus: Mathematical Stories. **Isis**, Chicago, v. 97, p. 678-682, 2006.

\_\_\_\_\_. **Infinitesimal: a teoria matemática que revolucionou o mundo**. Rio de Janeiro: Zahar, 2016.

ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; BELTRAN, M. H. R. (orgs.). **Escrevendo a história da ciência: tendências, propostas e discussões historiográficas**. São Paulo: Educ; Ed. Livraria da Física; FAPESP, 2004.

BACHELARD, G. **O racionalismo aplicado**. Rio de Janeiro, Zahar, 1977.

\_\_\_\_\_. A actualidade da história das ciências. In: CARILLHO, M. M. (ed.). **Epistemologia: Posições e Críticas**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1991. p. 67-88.

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: Ed. UNESP; COMPED; INEP, 1999. p. 129-136.

BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F. & TRINDADE, L. S. P. **História da ciência para formação de professores**. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES/OBEDUC, 2014.

BENNETT, J. A. The challenge of practical mathematics. In: PUMFREY, S.; ROSSI, P. L.; SLAWINSKI, M. (eds.). **Science, Culture and Popular Belief in Renaissance Europe**. Manchester; New York: Manchester University Press, p. 176-190, 1991.

\_\_\_\_\_. Practical Geometry and Operative Knowledge. **Configurations**, Baltimore, v. 6, p. 195-222, 1998.

\_\_\_\_\_. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?. **British Journal for the History of Science**, London, v. 36, n. 2, p. 129-150, 2003.

\_\_\_\_\_. Early Modern Mathematical Instruments. **Isis**, Chicago, v. 102, p. 697-705, 2011.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2a. ed. São Paulo: Ed. Blucher, 1996.

BRITO, A. de J. História da Matemática e a da Educação Matemática na Formação de Professores. **Educação Matemática em Revista**, v. 22, p. 11-15, 2007.

\_\_\_\_\_. O ensino de matemática no século XVII: entre a religião e as disputas político-econômicas. **Zetetiké**, Campinas, v. 20., n. 38, p. 11-35, 2012.

\_\_\_\_\_. Uma abordagem alternativa para o ensino de logaritmos: relações com PA e PG. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. (Orgs.). **História da Ciência: tópicos atuais 4**. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES/OBEDUC, 2016. p. 11-32.

BROMBERG, C.; SAITO, F. História da Matemática e a História da Ciência. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. (Orgs.). **História da Ciência: tópicos atuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2010. p. 47-71.

BURKE, P. Abertura: a nova história, seu passado e seu futuro. In: BURKE, P. (org.). **A escrita da história: Novas perspectivas**. São Paulo: Ed. UNESP, 1992. p. 7-37.

CAJORI, F. **História da Matemática**. São Paulo: Ciência Moderna, 2007.

CANGUILHEM, G. **Estudos de história e de filosofia das ciências concernentes aos vivos e à vida**. Rio de Janeiro: Forense, 2012.

CASTILLO, A. R. M. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boke Named Tectonicon de Leonard Digges**. Tese de doutorado em Educação Matemática. São Paulo: PUCSP, 2016.

CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. Um estudo preliminar sobre o quadrante triangular de John Browne. In: **Anais do II Encontro de Produção Discente em Ensino de Ciências e Matemática PUCSP/UNICSUL**, v. 1, n. 1, 2012. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/epd/issue/view/24/showToc>. Acesso em 16 de maio de 2016.

\_\_\_\_\_. Reflexões iniciais na esfera contextual do papel dos instrumentos matemáticos do século XVI. **Revista de Produção Discente**, São Paulo, v. 3, n. 2, p. 7-22, 2014.

\_\_\_\_\_. Algumas considerações sobre o uso do báculo (*baculum*) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática. In: **Investigaciones en Didáctica de las Matemáticas: Investigaciones peruano brasileñas em Didáctica de las Matemáticas**. Lima: Fondo editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 2016 [no prelo].

CONNER, C. D. **A People's History of Science**. New York: Nation Books, 2005.

CORMACK, L. B. The Commerce of Utility: Teaching Mathematical Geography in Early Modern England. **Science & Education**, v. 15, p. 305-322, 2006.

D'AMBROSIO, U. Por que e como ensinar história da matemática. **Rematec**, v. 12, p. 7-21, 2013.

DIAS, M. S. **Formação da imagem conceitual da reta real: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica**. 2007. Tese de doutorado em Educação. São Paulo: Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2007.

\_\_\_\_\_. Atividade Matemática no processo formativo do professor. In: **Infoteca, XVI Endipe**, Campinas: Junqueira & Marin Editores, v. 3, p. 2358-2369, 2012. Disponível em <http://www.infoteca.inf.br/endipe/acervo/>. Acesso em 7 novembro de 2014.

DIAS, M. S.; MORETTI, V. D. **Número e operações: elementos lógico-históricos para atividade de ensino**. Curitiba: IBPEX, 2011.

DIAS, M. S.; SAITO, F. A resolução de situações-problema a partir da construção e uso de instrumentos de medida segundo o tratado *Del modo di misurare* (1564) de Cosimo Bartoli. In: **Anais Congresso Internacional – PBL 2010: Aprendizagem baseada em Problemas e Metodologias Ativas de Aprendizagem – Conectando pessoas, idéias e comunidades (8 a 11 de fevereiro de 2010, São Paulo, Brasil)**. São Paulo: Pan American Network of Problem

Based Learning; USP, 2010.

\_\_\_\_\_. História e ensino de matemática: o báculo e a geometria. In: **Anais do Profmat 2011 e XII SIEM (Seminário de Investigação em Educação Matemática) – Lisboa: 5 a 8 de setembro de 2011**. Lisboa: Associação dos professores de matemática, 2011.

\_\_\_\_\_. Algumas potencialidades didáticas do “setor trigonal” na interface entre história e ensino de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 4, p. 1227-1253, 2014.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Ed. da UNICAMP, 2004.

FAUVEL, J.; VAN MAANEM, J. (eds.) **History in mathematics education: an ICMI study**. Dordrecht: Kluwer, 2000.

FOUCAUT, M. **A arqueologia do saber**. 6a. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2000.

FRANZON, C. R. P. **A característica universal de Leibniz: contextos, trajetórias e implicações**. Tese de doutorado em Educação Matemática. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, 2015.

FURINGHETTI, F. Teacher education through the history of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 66, p. 131-143, 2007.

GALISON, P. L. History, Philosophy, and the Central Metaphor. **Science in Context**, v. 2, n.1, p. 197-212, 1988.

GAVROUGLU, K.; CHRISTIANIDIS, J.; NICOLAIDIS, E. (eds.). **Trends in the Historiography of Science**. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic, 1994.

GESSNER, S. Savoir manier les instruments: la géométrie dans les écrits italiens d'architecture (1545-1570). **Revue d'Histoire des Mathématiques**, Paris, v. 16, n.1, p. 87-147, 2010.

GOLINSKI, J. **Making Natural Knowledge: Constructivism and The History of Science**. Chicago; London: The University of Chicago Press, 2005.

GOULDING, R. **Defending Hypatia: Ramus, Saville, and the Renaissance Rediscovery of Mathematical History**. Dordrecht: Springer, 2010.

GRATTAN-GUINNESS, I. The mathematics of the past: distinguishing its history from our heritage. **Historia Mathematica**, v. 31, p. 163-185, 2004.

GRAY, J. History of Mathematics and History of Science Reunited?. **Isis**, Chicago, v. 102, p. 511-517, 2011.

HANKINS, T. L.; SILVERMAN, R. J. **Instruments and the Imagination**. Princeton: Princeton University Press, 1997.

KEMPSHALL, M. **Rhetoric and the Writing of History, 400-1500**. Manchester; New York: Manchester University Press, 2011.

KOYRÈ, A. **Estudos de história do pensamento científico**. 2ª ed. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1991.

LAKATOS, I. **História da ciência e suas reconstruções racionais**. Lisboa: Edições 70, 1998.

MANN, T. History of Mathematics and History of Science. *Isis*, Chicago, v. 102, p. 518-526, 2011.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação na sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

\_\_\_\_\_. **Investigação Histórica no Ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

\_\_\_\_\_. História no Ensino da Matemática: Trajetórias de uma epistemologia didática. *Rematec*, v. 12, p. 66-85, 2013.

MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; NÁPOLES, J. E. **A história como um agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulinas, 2006.

MIGUEL, A.; BRITO, A. J. A História da Matemática na Formação do Professor de Matemática. *Caderno Cedes*, v. 40, p. 47-61, 1996.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

\_\_\_\_\_. **História na Educação Matemática: Propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MIGUEL, A. et. al. **História da matemática em atividades didáticas**. 2a. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIORIM, M. A.; VILELA, D. S. (eds.). **História, Filosofia e Educação Matemática**. Campinas: Alinea, 2009.

NOBRE, S. Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. *Ciência e Educação*, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

PEREIRA, A. C. C. **Aspectos históricos da Régua de Cálculo para construção de conceitos matemáticos**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2015.

SAITO, F. Algumas considerações historiográficas para a história dos instrumentos e aparatos científicos. In: ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; GOLDFARG, J. L.; FERRAZ, M. H. M.; WAISSE, S. (orgs.). **Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade da História da Ciência**. São Paulo: CESIMA/PUCSP, 2009. p. 103-122.

Saito, F. História da Ciência e Ensino: em busca de diálogo entre historiadores da ciência e educadores. **História da Ciência e ensino: construindo interfaces**, São Paulo, v. 1, p.1-6, 2010.

\_\_\_\_\_. **O telescópio na magia natural de Giambattista della Porta**. São Paulo: EDUC; Ed. Livraria da Física; FAPESP, 2011.

\_\_\_\_\_. História da Matemática e Ensino: As matemáticas nos séculos XVI e XVII. In: TAVARES, A. R.; FELDMAN, M. G.; ROVERATTI, H. M. (Orgs.). **Pesquisas PUC-SP**. São Paulo: Educ, 2012a. Disponível em: <http://app.pucsp.br/pesquisa-seleta-2012/projeto/detalhe/1331>. Acesso em 16 de maio de 2016.

\_\_\_\_\_. History of Mathematics and History of Science: Some remarks concerning contextual framework. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 14, n. 3, p. 363-385, 2012b.

\_\_\_\_\_. Possíveis fontes para a História da Matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e uso de instrumentos “matemáticos” do século XVI. In: SILVA, M. R. B. da; HADDAD, T. A. S. (eds.). **Anais do 13 Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia – FFLCH USP – 03 a 06 de setembro de 2012**. São Paulo: EACH/USP, 2012c. p. 1099-1110.

\_\_\_\_\_. História da Matemática e Educação Matemática: Uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores. In: *Actas VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 3979-3987. Montevideo: FISEM/SEMUR, 2013a.

\_\_\_\_\_. “Continuidade” e “descontinuidade”: o processo da construção do conhecimento científico na História da Ciência. **Educação e Contemporaneidade. Revista da FAEEBA**, v. 22 n. 39, p. 83-194, 2013b.

\_\_\_\_\_. Instrumentos e o “saber-fazer” matemático no século XVI. **Revista Tecnologia e Sociedade**, v. 18, n. número especial, p. 101-112, 2013c.

\_\_\_\_\_. Revelando processos naturais por meio de instrumentos e outros aparatos científicos. In: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. (Orgs.). **História da Ciência: tópicos atuais 3**. São Paulo: Ed. Livraria da Física; CAPES/OBEDUC, 2014a. p. 95-115.

\_\_\_\_\_. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Rematec**, v. 9, n. 16, p. 25-47, 2014b.

\_\_\_\_\_. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física; SBHMat, 2015.

\_\_\_\_\_. História e ensino de matemática: construindo interfaces. In: **Investigaciones en Didáctica de las Matemáticas: Investigaciones peruano brasileñas em Didáctica de las Matemáticas**. Lima: Fondo editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 2016 [no prelo]

SAITO, F.; BROMBERG, C. Measuring the Invisible: A Process among Arithmetic, Geometry and Music. **Circumscribere: International Journal for the History of Science**, São Paulo, v. 16, p. 17-37, 2015.

SAITO, F.; DIAS, M. S. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

\_\_\_\_\_. Construção de interface entre história da matemática e ensino na perspectiva do lógico-histórico. In: TAVARES, A. R.; FELDMAN, M. G.; ROVERATTI, H. M. (Orgs.). **Pesquisas PUC-SP**. São Paulo: Educ, 2012. Disponível em: <http://app.pucsp.br/pesquisa-seleta-2012/projeto/detalhe/1334>. Acesso em 16 de maio de 2016

\_\_\_\_\_. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

SANTOS, L. R. **Leon Battista Alberti (1404-1472) e a medida do tempo em sua obra Matemática Lúdica**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUCSP, 2014.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das**



**elaborações correlatas de professores do ensino fundamental.** Tese de doutorado em Educação. Campinas: Faculdade de Educação, UNICAMP, 2004.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino:** o percurso dos conceitos algébricos. Campinas: Mercado das Letras, 2014.

TAUB, L. On Scientific Instruments. **Studies in History and Philosophy of Science**, v. 40, n. 4, p. 337-438, 2009.

\_\_\_\_\_. Reengaging with Instruments. **Isis**, Chicago, v. 102, p. 689-696, 2011.

VAN HELDEN, A.; HANKINS, T. L. Introduction: Instruments in the History of Science. **Osiris**, Philadelphia, v. 9, p. 1-6, 1993

VEYNE, P. **Como se escreve a história.** Lisboa: Edições 70, 1971.

WARNER, D. J. What is a scientific instrument, when did it become one, and why?. **British Journal for the History of Science**, London, v. 23, p. 83-93, 1990.

WILLMOTH, F. "Reconstruction" and interpreting written instructions: what making a seventeenth-century plane table revealed about the independence of readers. **Studies in History and Philosophy of Science**, Notre Dame/Indiana, v. 40, p. 352-359, 2009.

MONTEIRO, W. **Alguns elementos que reforçam a importância da história da matemática na formação de professores.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUCSP, 2012a.

MONTEIRO, W.; SAITO, F. Atividade de construção do instrumento “quadrante num quarto de círculo” e o Pensamento Matemático Avançado. **Revista de Produção Discente**, São Paulo, v. 1, n. 2, p. 222-229, 2012b.

ZAITSEV, E. A. The Meaning of Early Medieval Geometry: From Euclid and Surveyor's Manuals to Christian Philosophy. **Isis**, Chicago, v. 90, p. 522-553, 1999.