

A disciplina acadêmica “História da Matemática” na formação de profissionais em matemática

The Academic Discipline “History of Mathematics” in Mathematics Professionals Training

SERGIO NOBRE¹

Resumo

Este texto é basicamente um relato de experiência de um professor que ministra a disciplina História da Matemática para cursos de graduação em Matemática há aproximadamente 20 anos. São apresentados alguns caminhos que podem ser adotados ao se ministrar tal disciplina, bem como exemplos de exercícios que podem ser aplicados.

Palavras-chave: História da Matemática; disciplina; exercícios históricos.

Abstract

This text is basically a report of an approximately 20 years' experience at the pedagogical work with the discipline History of the Mathematics for undergraduate courses in Mathematics. Some ways and some examples of exercises are presented that can be used by the teachers.

Keywords: History of Mathematics; discipline; historical exercises.

Introdução

Este texto foi elaborado com o objetivo de servir de parâmetro para a discussão acadêmica sobre o tema relativo às implicações que a história da matemática tem para com a formação do profissional em matemática. São considerados profissionais em matemática todos aqueles que utilizam a matemática em suas atividades profissionais, sejam eles professores, pesquisadores, ou até mesmo, em alguns casos específicos, aqueles que utilizam o conteúdo matemático como ferramenta para o desenvolvimento de suas profissões. Para que se possam ter elementos de análise mais profundos e fundamentados a respeito do assunto, alguns itens são apresentados para servir de reflexão para a discussão acadêmica que se inicia. São eles: a) *a história da matemática pode ser considerada uma subdivisão da matemática?* b) *a história da matemática pode ser considerada como uma área de investigação científica? Em caso positivo, tal pesquisa deve ser desenvolvida dentro de centros de pesquisa em matemática, ou dentro de centros de pesquisa em história?* c) *a história da matemática deve ser uma disciplina*

¹ UNESP-Rio Claro; Presidente da SBHM – sernobre@rc.unesp.br

acadêmica e fazer parte do rol de disciplinas obrigatórias em um curso de graduação em matemática? Para cada um destes três itens elencados seria necessário uma profunda discussão, o que não é o propósito deste texto. Os dois primeiros itens serão abordados apenas de forma introdutória, enquanto que o terceiro item será objeto de discussão mais aprimorada.

1. A História da Matemática pode ser considerada uma subdivisão da Matemática?

Se olharmos o rol de tópicos que o *Mathematical Reviews*² oferece para a indexação de artigos em Matemática, que atualmente são 97, encontramos o tópico “história e biografias” como sendo o de número 1. Um ponto de análise relativo a este tema é a configuração das atividades desenvolvidas no *Mathematisches Forschungsinstitut de Oberwolfach* – Alemanha, um dos mais importantes institutos matemáticos do mundo que acolhe em suas instalações eventos ligados às diferentes subdivisões da Matemática³. Dentre estes eventos, o tema História da Matemática é contemplado com um *workshop* que é organizado, em um período de 2 anos, pela comunidade internacional de historiadores da matemática. Portanto, a resposta à pergunta se a História da Matemática pode ser considerada uma subdivisão da Matemática está dada de forma oficial pelos editores do *Mathematical Review* e pelos coordenadores do Instituto de Pesquisas Matemáticas de Oberwolfach. No entanto, há ainda muita discussão sobre este tema permeia os meios acadêmicos. Um fato é que são poucos os Institutos ou Departamentos de Matemática no mundo que adotam a História da Matemática como uma de suas áreas de investigação científica.

2. A História da Matemática pode ser considerada como uma área de investigação científica? Em caso positivo, tal pesquisa deve ser desenvolvida dentro de centros de pesquisa em matemática, ou dentro de centros de pesquisa em história?

A questão sobre a História da Matemática como área de investigação científica, conforme exposto acima, ainda possui resistências. No entanto a investigação em

² <http://www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html> - acesso em 18.05.2012

³ Veja-se em <http://www.mfo.de/scientific-programme/meetings> o programa de suas atividades.

História da Matemática existe e se mostra presente em diferentes partes do mundo. A existência de uma Comissão Internacional de História da Matemática⁴ é a prova de que a História da Matemática marca presença não só a partir de pesquisas individuais, como também no meio institucionalizado. Ressalta-se que esta comissão é um braço da International Mathematical Union - IMU, o que a credencia como entidade representativa da História da Matemática perante a comunidade de matemáticos. Resultados relativos à investigação produzida são encontrados nos principais periódicos existentes no mundo: *Historia Mathematica*, *Archive for History of Exact Sciences*, *Archives Internationales d'histoire des sciences*, *ISIS*, *Zeitschrift für Geschichte der Naturwissenschaften*, *Technik und Medizin*, *Quipu*, *Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência*, *Revista Brasileira de História da Matemática*, entre outros. Sobre se a investigação científica em História da Matemática ser desenvolvida em centros de pesquisa em matemática ou em centros de pesquisa em história, isto é relativo e depende da instituição onde o investigador atua. Este é um assunto que carece uma investigação mais detalhada, cujas perguntas chaves seriam: Qual a formação do historiador da matemática? Em qual instituição ele trabalha? Em uma instituição específica sobre História da Ciência (neste caso inclui a Matemática)? Em um Instituto ou Departamento de Matemática? Em um Instituto ou Departamento de História? Ou de Educação? Dentre outras. A tentativa de resposta a estas perguntas passa por uma análise inicial sobre a origem dos autores que publicam artigos científicos sobre História da Matemática em periódicos específicos, como os citados acima. Enfim, uma questão em aberto que carece de investigação aprofundada.

3. A História da Matemática deve ser uma disciplina acadêmica e fazer parte do rol de disciplinas obrigatórias em um curso de graduação em Matemática?

Como decorrência a esta pergunta, outra deve ser tema de reflexão: *quais seriam as implicações imediatas caso houvesse obrigatoriedade da disciplina em todos os cursos de graduação em Matemática do país?* Esta também é uma questão que carece de aprofundamento. Se por um lado os defensores da História da Matemática possam afirmar que a disciplina seria essencial na formação dos futuros profissionais, por outro

⁴ Maiores informações são encontradas em <http://www.unizar.es/ichm/>

lado defronta-se com a falta de pessoas habilitadas para exercerem a atividade docente nesta disciplina.

Especificamente em relação à disciplina de História da Matemática nos cursos de graduação em Matemática, surgem outros temas para a discussão acadêmica, como por exemplo, relativo ao período em que a disciplina deva aparecer no currículo do curso, à quantidade de horas-aula que a disciplina deve ter, e, o mais importante, às suas abordagens metodológicas. Mas, antes destes itens serem analisados, o conteúdo programático da disciplina deve ser definido. Uma proposta geral e clássica, sob o ponto de vista cronológico, segue abaixo:

1. Matemática na Pré-História e em Comunidades Primitivas
2. Matemática na Antiguidade: Babilônia e Egito
3. Matemática na Grécia Antiga: Períodos Jônico e de Atenas
4. Matemática na Grécia Antiga: Período Helenístico (Alexandria) e Período do declínio do Império Grego
5. Matemática na China, na Índia e no Mundo Árabe
6. Matemática na Europa Medieval
7. Matemática no Renascimento Europeu
8. Matemática no Período das Grandes Navegações
9. Matemática no Período do Racionalismo Europeu – Revolução Científica
10. Matemática no Iluminismo Europeu
11. Matemática no século XIX – uma visão geral

Como evidenciado acima, esta proposta é clássica, pois aparece aproximadamente desta forma em quase todos os livros de história da matemática que existem. Naturalmente a pormenorização destes itens deve ser dada com a introdução de subitens específicos que dependem do local onde o assunto é desenvolvido. Por exemplo, no Brasil, ao se tratar do assunto “matemática no período das grandes navegações” a abordagem sobre a vinda dos portugueses ao Brasil é de extrema importância. A se tratar sobre o assunto “matemática no Iluminismo Europeu”, a transferência da corte portuguesa ao Brasil, que culminou com o início do ensino superior em no país, é assunto a ser destacado.

No que diz respeito à quantidade de horas que esta disciplina deve ter, tudo vai depender do Projeto Político Pedagógico (PPP) do curso no qual ela estará inserida. Existem PPPs onde, teoricamente, o objetivo é fazer com que o aluno incorpore o conteúdo matemático a partir de sua construção. Caso este objetivo seja seguido à risca,

o processo de construção deste conhecimento matemático passa, necessariamente, por sua história. Se isto ocorresse, não seria necessária uma disciplina específica de História da Matemática, pois a história dos conteúdos seria tratada nas disciplinas do curso. Mas isto é utópico, pois são raros os casos onde os docentes de um curso de matemática conhecem a história do conteúdo matemático pertencente à ementa de uma disciplina. Resta então a sorte de se ter a disciplina de História da Matemática como parte das disciplinas obrigatórias em um curso de graduação em Matemática. O ideal seriam duas disciplinas semestrais obrigatórias, com 4 horas semanais, sendo uma no segundo ano do curso e a outra no quarto (último) ano. Para a disciplina do segundo ano, o conteúdo seria, observando a lista apresentada anteriormente, toda a parte referente à idade antiga, incluindo a matemática nos países do oriente e no período medieval. A disciplina do quarto ano abrangeria desde o período do Renascimento Europeu ao século XIX. Naturalmente, o século XIX seria nesta disciplina apenas uma apresentação geral, dado que para se adentrar nos pormenores deste século, seria necessário mais uma disciplina. No que diz respeito às questões metodológicas, a disciplina de História da Matemática deve assumir com clareza seus principais objetivos que são:

1. Propiciar ao aluno o conhecimento da história de conceitos matemáticos;
2. Propiciar ao aluno a percepção de que o conhecimento matemático é fruto do trabalho de várias gerações de pensadores;
3. Fazer com que o aluno estabeleça relações entre a origem de um conceito matemático e o contexto sociocultural onde isto se deu;

Esclarecimentos acerca destes três objetivos centrais são pertinentes:

1. Conhecer a história de um conceito matemático, significa, acima de tudo, conhecer o conceito, ou seja, assume-se aqui a postura de que o aluno deva ter domínio de um determinado conceito matemático antes de ser introduzido à sua história. Para que o aluno tenha uma visão precisa sobre como se deu a construção histórica de um determinado conceito matemático ele deve dominá-lo. Sem isto, a história fica incompleta;
2. Uma célebre frase de Isaac Newton reflete bem a importância de se ter uma visão da história não apenas a partir de alguns poucos iluminados que ganharam notoriedade: *“If I have seen further than others, it is because I*

*have stood on the shoulders of giants*⁵ (se eu enxerguei mais longe do que outros, é porque apoiei-me em ombros de gigantes). O gesto de humildade de Newton, ao assumir que os resultados, os quais ele chegou, não devem ser atribuídos somente a ele deve ser ressaltado em uma disciplina de História da Matemática. Embora muitas teorias e teoremas matemáticos sejam conhecidos pelo nome de alguns protagonistas que chegaram a resultados conclusivos, seu processo de construção, na quase totalidade das vezes, envolveu muitos antecessores a eles. Neste sentido, a proposta é que se apresente a História da Matemática sem atribuir seus feitos apenas aos grandes personagens. Naturalmente os grandes nomes da Matemática irão aparecer, sem ser necessário que a disciplina seja focada apenas neles. Deve-se ter como foco principal o desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos, os personagens envolvidos aparecerão naturalmente;

3. *'Se Isaac Newton e Gottfried W. Leibniz não vivessem na Europa, no século XVII, se estivessem vivendo, por exemplo, na América, ou na Ásia, eles jamais teriam obtido os resultados que culminaram com o Cálculo Diferencial e Integral'*. Com esta afirmação, historiadores da ciência reforçam o pensamento vigente na historiografia científica de que o contexto sociocultural atua de forma decisiva para o desenvolvimento científico. Desta forma, aos alunos cabem, além dos estudos sobre a história científica, estudos sobre a história do desenvolvimento social. Em resumo, além de estudos sobre a História da Matemática, faz-se necessário estudos sobre história geral, desta forma, o surgimento de algum conceito matemático fica contextualizado historicamente e socialmente.

4. Ideias sobre a proposta metodológica

O desenvolvimento metodológico da disciplina História da Matemática não foge dos padrões de uma disciplina normal em um curso de matemática, com aulas expositivas. A exigência de leituras relativas aos temas abordados deve permear a proposta pedagógica. Os exercícios a serem aplicados devem, na medida do possível, atender aos objetivos traçados para a disciplina. Com a finalidade de exemplificar como poderiam

⁵ Sir Isaac Newton (1642-1727) em carta a Robert Hooke datada de 5 de Fevereiro de 1675.

ser estes exercícios, apresento alguns:

Exemplos de Exercícios a serem aplicados:

1. Imagine que você fez uma viagem ao passado e se encontra cerca de 25 mil anos antes de nossa era. Observa personagens que possuem convivência em comunidade e que preparam alguns utensílios rudimentares para sua sobrevivência. Com base em suas observações, e considerando que você é um matemático do século XXI, cite alguns exemplos onde pode ser identificada a Matemática. Justifique a utilização prática inicial dos exemplos dados e faça uma análise de como tais elementos matemáticos situam-se na Matemática atual
2. Talvez, o principal legado deixado pelos povos da Babilônia, foi a utilização de um sistema de numeração na base 60. O mundo ocidental, seguindo as orientações de outros povos, dentre eles, os egípcios, adotou o sistema de numeração decimal. Faça um estudo sobre o sistema sexagesimal. Utilizando os algarismos indiano-arábicos, escreva no sistema sexagesimal, números que você conhece no sistema decimal. (exemplo: escreva os números 6192 e 86411 na base 60). Faça estudos sobre outros sistemas de base numérica, como exemplo base 2 e base 5.
3. O símbolo do mundo egípcio é a Pirâmide. A geometria envolvida em sólidos de formas piramidais é assunto pertinente ao currículo matemático em diferentes níveis. Faça um amplo estudo sobre este sólido, mostrando como se obtém seu volume e sua área superficial. (lembre-se que existem Pirâmides que são oblíquas). Pode-se afirmar que o Cone é uma pirâmide cuja base é um polígono de n lados, com $n \rightarrow \infty$? Ou que as Pirâmides são casos particulares do Cone?
 - a. No Papiro de Moscou, há um exemplo de cálculo do volume de uma Pirâmide truncada. Faça um estudo sobre o cálculo do volume de uma Pirâmide truncada, sendo que o corte possa ser paralelo ou oblíquo em relação à base.
4. A civilização pré-colombina, a exemplo dos egípcios, também construiu suas Pirâmides. Uma das mais famosas Pirâmides existentes na América é a

Pirâmide do Sol, localizada no Vale de Teotihuacán, próximo à Cidade do México. Faça estudos históricos sobre os povos que viveram neste vale.

- a. As Pirâmides na América são maciças, não possuem, como as do Egito, nada em seu interior. São construídas com blocos maciços de pedra, de forma que a superfície de suas arestas laterais forma espécies de “degraus”. Considere uma Pirâmide de base quadrada, totalmente maciça, de 30 metros de altura e 40 metros de lado da base. Considere que esta Pirâmide fora construída com blocos de pedra em forma de cubos, cuja aresta mede 1 metro. Quantos cubos, aproximadamente, foram necessários para se construir esta Pirâmide?
5. O início do pensamento dedutivo/demonstrativo na Grécia é evidenciado por algumas demonstrações básicas em geometria. Dentre elas a demonstração de que um triângulo inscrito em uma semi-circunferência é retângulo. Demonstre este fato em dois casos: geral e específico (usando o triângulo retângulo inscrito na semi-circunferência).
6. Atribui-se aos Pitagóricos a descoberta da incomensurabilidade. Possivelmente isto se deu a partir da comparação entre o lado e a diagonal de um pentágono regular, usando-se o fato que as diagonais do pentágono regular dão origem a outro pentágono semelhante ao primeiro, e assim sucessivamente. Demonstre que a relação entre o lado e a diagonal destes sucessivos pentágonos é incomensurável.
7. Admite-se que os iniciadores da Teoria de Números foram os Pitagóricos. As relações entre números foi um de seus campos de atuação. Eles batizaram alguns números, como exemplo: dois números são *amigáveis* se cada um deles é igual à soma dos divisores inteiros positivos do outro. Faça um estudo histórico sobre a descoberta de pares de números *amigáveis*.
8. Um número é dito *perfeito* se for igual à soma de seus divisores inteiros positivos. Demonstre a seguinte proposição: *se $2^n - 1$ é primo, então $2^{n-1}(2^n - 1)$ é um número perfeito.* (esta demonstração está no livro IX dos Elementos de Euclides).

9. Faça um estudo sobre os números *triangulares*, *quadrados* e *pentagonais* e demonstre os seguintes teoremas: 1) *todo número quadrado é a soma de dois números triangulares sucessivos*, 2) *o enésimo número pentagonal é igual a n mais três vezes o (n-1)-ésimo número triangular*, 3) *a soma de um número qualquer de inteiros ímpares consecutivos, começando com o 1, é um quadrado perfeito*.
10. Prove que todo número perfeito par também é um número triangular.
11. Demonstre o Teorema de Pitágoras em, pelo menos, 5 maneiras diferentes.
12. Um poliedro se diz regular se suas faces são polígonos regulares congruentes e se seus ângulos poliédricos são todos congruentes. Os 5 únicos poliedros regulares existentes são chamados Poliedros de Platão. *Demonstre que existem somente 5 poliedros regulares. Determine o volume e a área superficial de um octaedro regular de aresta e.*
13. Mostre que se inscrevendo um cubo e um octaedro numa mesma esfera, o cubo tem volume maior. Mostre que um dodecaedro regular, e um icosaedro regular, inscritos na mesma esfera têm uma esfera comum inscrita em ambos.
14. Embora se saiba atualmente que a resolução dos problemas clássicos da geometria (quadratura do círculo, duplicação do cubo e trissecção do ângulo) é impossível de ser feita com régua e compasso, houve várias tentativas de resolução no decorrer da história. Apresente pelo menos 2 destas tentativas de resolução.
15. Demonstre o Teorema de Pitágoras:
 - a. De forma estritamente geométrica - conforme demonstrado por Euclides.
 - b. De forma estritamente algébrica.
 - c. De forma mista – usando geometria e álgebra.
16. “*Dê-me uma alavanca e um ponto fixo que eu moverei o mundo*” Esta frase, ou uma frase semelhante a ela, é atribuída a Arquimedes como comentário sobre seus estudos relacionados a alavancas. Considerando que a Terra possua raio médio de 6371 km, massa de $5,976 \times 10^{27}$ g e o volume

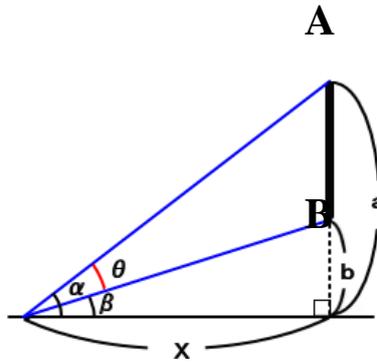
$1,083 \times 10^{27} \text{cm}^3$, Faça um estudo sobre qual deveria ser o *tamanho da alavanca* e a *localização do ponto fixo* para que uma pessoa comum possa realizar esta tarefa (para isso é necessário saber qual é a força máxima que uma pessoa pode aplicar na alavanca).

17. Em sua obra sobre a *Quadratura da Parábola*, Arquimedes demonstrou que a área de um segmento de parábola é igual a $\frac{4}{3}$ da área de um triângulo de mesma base e mesma altura do segmento. Demonstre este resultado.
18. Conta a história que o cônsul Marcelo, comandante das tropas que invadiram Siracusa, abalado com o incidente que culminou na morte de Arquimedes, resolveu atender a um desejo deste e mandou gravar em seu túmulo a figura de um cilindro circunscrito a uma esfera, em lembrança da descoberta que ele considerava a mais importante de sua vida: *em qualquer esfera, um cilindro, de base igual ao círculo máximo da esfera e altura igual ao seu diâmetro, tem por volume $\frac{3}{2}$ do volume da esfera e sua área é também igual a $\frac{3}{2}$ da área da esfera*. Verifique esta afirmação.
19. Faça um estudo histórico-matemático sobre a *Espiral de Arquimedes*
20. Em boa parte do início da Idade Média o mundo Ocidental, ainda de cultura hegemônica grega, estabeleceu contatos comerciais com o Oriente de forma pacífica e outras vezes por meio da violência, como nas cruzadas. As primeiras cidades a estabelecerem relações comerciais foram as italianas, seguindo-se a França, Espanha e Sicília. Através desses contatos os conhecimentos foram também intercambiados. Para a divulgação dos conhecimentos matemáticos, foram necessárias traduções do árabe para o hebraico, para o Latim e vice-versa. Relate que tipo de conhecimentos matemáticos as traduções europeias mais relevantes desta época continham, que obras foram mais traduzidas e quem foram os tradutores em destaque.
21. Como foi a introdução dos números indiano-arábicos na Europa em termos de sua aceitação? Que tipos de sistema de numeração e instrumento eram até então usados para os cálculos matemáticos?

22. Quais dos seguintes: Euclides, Arquimedes, Diophanto, Boethius, al-Khwārizmi e Fibonacci, foram (em sua opinião) os autores matemáticos mais influentes na Europa entre os séculos XII e XIII. Dê razões para suas afirmativas.
23. No desenvolvimento histórico da álgebra encontramos períodos em que ela é dita ser retórica, sincopada e simbólica. Fale sobre o porquê dessas denominações.
24. A álgebra ainda na Antiguidade foi elaborada segundo um método conhecido como *álgebra geométrica*, cuja estratégia central consiste em anexar áreas para resolver equações. Este modo de validação ainda foi usado posteriormente? Explique porque assim procediam e dê um exemplo do uso deste método.
25. Leonardo de Pisa (Fibonacci) escreveu uma obra que ficou bastante conhecida, principalmente pelo problema que deu origem à famosa ‘*seqüência de Fibonacci*’.
- Comente sobre esta obra histórica e a sua divulgação (na época e posteriormente).
 - Considerando a *seqüência de Fibonacci*, se u_n representa o enésimo termo da seqüência, mostre que $u_{n+1} \cdot u_{n-1} = u_n^2 + (-1)^n$, $n \geq 2$.
26. O início do Renascimento Europeu é marcado pelo rápido desenvolvimento da arte no que diz respeito à pintura. A pintura renascentista ganha impulso quando se iniciam os primeiros estudos relativos à perspectiva e outros elementos do desenho geométrico. Faça um relato sobre as contribuições que a matemática deu à pintura neste período.
27. No campo da resolução de equações algébricas, uma grande contribuição foi dada por Cardano e Tartáglia. Descreva sucintamente a respeito do contexto histórico de vida destes personagens. Eles chegaram à resolução de que tipos de equações? Que características pode-se destacar com relação ao método de Tartáglia nas resoluções?
28. O Logaritmo foi de grande valia para o desenvolvimento matemático. Em que época isto aconteceu? Escreva sobre as causas principais de seu

desenvolvimento e que autores foram mais envolvidos com essa criação. Quem construiu as primeiras tabelas de logaritmos na base 10? São dessa época os chamados ‘*logaritmos neperianos*’? Quem os trabalhou? Como?

29. Dentre diversas contribuições para o desenvolvimento do pensamento infinitesimal, temos o método de Arquimedes para cálculo de área de uma parábola. Apresente um entendimento deste método usado por ele. Que outros personagens da história, durante os séculos XVI, fizeram uso de método envolvendo os infinitésimos? Para que tipo de cálculos? Quais eram as justificações (crenças) principais sobre o uso desse método?
30. A filosofia e ciência de René Descartes (1596-1650) foram bem revolucionárias para a sua época. Disserte sobre as contribuições de Descartes para a matemática e em termos filosóficos. Em seguida comente sobre o conteúdo de sua importante obra: *La géométrie*.
31. Escreva a respeito do por que podemos considerar as produções de Galileu como contribuição de um espírito científico moderno, em harmonia entre a prática e a teoria. Cite algumas de suas importantes contribuições.
32. Ainda antes de Newton, seu professor Isaac Barrow sabia que problemas de quadratura e de tangentes são inversos. Esta é a ideia central que originou o Teorema Fundamental do Cálculo, pelo qual Newton e Leibniz - chamados “*os pais do Cálculo*” - reivindicaram autoria. Enuncie este teorema e escreva sobre as diferenciações principais entre os escritos de Newton e Leibniz sobre cálculo diferencial e integral.
33. Escreva sucintamente sobre dois dos temas: (1) Conhecimentos matemáticos e instrumentos usados na época das navegações; (2) As formalizações dos inteiros aos reais: Peano, Dedekind e Cantor; (3) Questões históricas marcantes relativas ao conceito de infinito; (4) Geometrias não-Euclidianas; (5) Félix Klein: um matemático com preocupações pedagógicas; (6) A visão de A. Comte sobre a matemática; (7) A construção dos números complexos.
34. Resolva o seguinte problema proposto por Johannes Regiomontanus:



- A que distância x se tem o maior ângulo θ a partir do segmento AB ?
35. Evangelista Torricelli mostrou que a trajetória referente ao lançamento de um projétil obedece uma curva parabólica. Faça esta demonstração utilizando matemática atual. Propiciar ao aluno o conhecimento da história de conceitos matemáticos;
 36. Discorra sobre os temas: Binômio de Newton, Triângulo de Pascal e Relações de Stifel. Faça uma análise histórica deste tema comparando a época à qual cada um viveu.
 37. Em seu doutorado defendido em 1799, Carl Friedrich Gauss, demonstrou o Teorema Fundamental da Álgebra. Apresente uma demonstração deste Teorema.
 38. Apresente o processo proposto por Cavalieri para se chegar à fórmula do volume do Cone e da Esfera, bem como a fórmula da área superficial da esfera. Demonstre estas fórmulas.
 39. Discorra sobre como surgiu a Teoria das Probabilidades
 40. Apresente o problema das 7 pontes de Königsberg e discuta-o com base na impossibilidade de sua resolução.

Considerações finais

Para concluir, apresento três livros de História da Matemática que podem servir de suporte para os docentes:

Wussing, Hans. 1998. *Lecciones de Historia de las Matemáticas*. Título original: *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik* – Leipzig: Deutscher Verlag der Wissenschaften. Tradução do alemão para o espanhol sob responsabilidade de

Mariano Hormigón (Universidade de Zaragoza - Espanha). Madrid: Siglo XXI de España Editores, S.A. 345 páginas. ISBN: 84-323-0966-4.

Dez anos depois da queda do Muro de Berlim e da reunificação da Alemanha, o grupo de historiadores da matemática da Universidade de Zaragoza na Espanha, coordenado pelo respeitado Professor Mariano Hormigón, traz à luz a tradução para o espanhol de uma das principais obras de história da matemática escrita nos últimos anos, os *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*, de autoria do Professor Hans Wussing, da antiga Karl Marx Universität, em Leipzig, na então Alemanha Oriental. Detentor do Prêmio K. O. May, que é outorgado de quatro em quatro anos pela Comissão Internacional de História da Matemática a pesquisadores de destaque, Hans Wussing pertence ao grupo dos pioneiros do movimento mundial de institucionalização da História da Matemática como área de investigação científica. O livro *Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*, com primeira edição em 1979 e segunda edição retrabalhada em 1989, da qual foi feita a tradução, fazia parte da coleção de textos especialmente preparados para o *Programa básico da área de História das Ciências Naturais para a formação em Matemática* do Ministério da Educação da Antiga Alemanha Oriental. Um texto preparado especialmente para os cursos superiores de matemática. Um texto didático.

Organizado em 15 capítulos, correspondentes a 15 aulas que são necessárias para cobrirem um semestre acadêmico, o livro *Lecciones de Historia de las Matemáticas* apresenta o conteúdo histórico da matemática de forma global, abrangendo desde suas origens até o século 20. O autor apresenta o desenvolvimento do conteúdo histórico da matemática de forma cronológica e sua principal característica, que o diferencia de outros textos da mesma ordem de classificação, é o forte relacionamento deste com o desenvolvimento histórico social. Coerente ao pensamento político que vigorava em seu país, Hans Wussing apresenta a história do conteúdo matemático a partir de suas relações com o desenvolvimento social, dando grande ênfase ao fato de que o fortalecimento das relações sociais teve importância fundamental no fortalecimento do pensamento científico/matemático. Desta forma, ele rebate a ideia predominante no desenvolvimento historiográfico da matemática, no qual esta é apresentada com foco central em grandes personagens e grandes ideias. Toda vez que é iniciado um novo tema histórico sobre a matemática, o autor evidencia o momento social em questão e o que este contribuiu para o desenvolvimento científico, e vice-versa, destacando o avanço científico como forma de fortalecimento de alguns privilegiados grupos sociais. Os 15 capítulos do livro são: 1) Introdução à disciplina com textos relativos à historiografia das ciências e da matemática e indicações bibliográficas de textos gerais sobre o tema; 2) A origem do pensamento matemático, onde são apresentados temas sobre elementos matemáticos na pré-história e a matemática no Egito e na Mesopotâmia; 3) A matemática nos primeiros períodos clássicos gregos. O período Jônico, com destaques aos primeiros pensamentos geométricos demonstrativos, e o período Ateniense, com destaques às importantes escolas filosóficas; 4) A matemática em seu período de auge na Grécia antiga, com destaques à Escola de Alexandria e todos aqueles que estiveram ligados à ela. Neste capítulo também é apresentado o que o autor classifica de *declínio do pensamento matemático na antigüidade*, com referências aos últimos matemáticos gregos que se tem conhecimento; 5) O desenvolvimento da matemática na China, na Índia e em países islâmicos, onde são dadas evidências aos primeiros elementos históricos que culminaram com o surgimento da álgebra. Neste capítulo também é apresentado o desenvolvimento histórico da matemática e das instituições acadêmicas

durante o feudalismo europeu; 6) A matemática na Renascença Européia e todas as suas interligações com o avanço do mercantilismo e relações de domínio territorial, que culminou com o fortalecimento teórico de ramos da matemática, como a trigonometria, os logaritmos, a álgebra, etc.; 7) A Revolução Científica e o surgimento de novas teorias matemáticas como a geometria analítica e das primeiras máquinas de calcular; 8) A Revolução Científica e a elaboração do pensamento matemático/infinitesimal, com destaques aos seus precursores culminando com a descoberta do cálculo diferencial e integral; 9) O Iluminismo e o desenvolvimento dos métodos infinitesimais, com o desenvolvimento da teoria de séries infinitas, de equações diferenciais, do conceito de função, etc.; 10) A Revolução Industrial e o surgimento da geometria descritiva, o fortalecimento teórico da teoria de probabilidades e da teoria de resolução de equações algébricas; 11) A Revolução Industrial e os fundamentos da análise matemática, o desenvolvimento dos sistemas numéricos e a construção da teoria de funções de variáveis complexas; 12) O século XIX e o avanço no desenvolvimento teórico da álgebra, assim como no campo das aplicações da matemática; 13) O século XIX e o desenvolvimento da geometria superior, com destaques à geometria não-euclidiana, e o nascimento da teoria de conjuntos; 14) A lógica matemática e a álgebra moderna no século XX; 15) O século XX e a origem e desenvolvimento da análise funcional e das teorias de otimização linear. A modernização dos cálculos de probabilidades e o surgimento e aprimoramento de técnicas computacionais.

Ao reeditar este livro, o Prof. Mariano Hormigón presta uma grande homenagem ao Prof. Hans Wussing que pode ver novamente esta sua obra ser comercializada. Da mesma forma que houve a queima de livros no início do III Reich alemão, o governo da nova Alemanha reunificada proibiu a reedição e a venda de livros produzidos na antiga República Democrática da Alemanha. Apesar de seu conteúdo obedecer o rigor científico necessário, esta proibição se deu porque tais livros traziam em seus prefácios referências ao regime político que governava o país. Com isto, o Prof. Wussing viu vários exemplares de suas obras, inclusive deste livro, que se encontravam nos depósitos das editoras, serem transformados em papéis reciclados.

Mariano Hormigón faleceu em 21.07.2004 e Hans Wussing faleceu em 26.04.2011.

.....

Grattan-Guinness, Ivor. (ed.). 1994. *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. London & New York: Routledge. 2 volumes. xiii + 1806 páginas. ISBN: 0-415-03785-9 (2 vol.), 0-415-09238-8 (vol. 1), 0-415-09239-6 (vol. 2).

Ivor Grattan-Guinness, um dos mais respeitáveis e mais produtivos historiadores da matemática nos últimos anos, reuniu um grupo de autores de excelência (134 ao todo) para compor os dois volumes da *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*, uma enciclopédia temática que trata de assuntos históricos e filosóficos relativos à matemática de acordo com as novas tendências do pensamento historiográfico científico. Este novo direcionamento para a escrita da história das ciências, em especial para a escrita da história da matemática, busca fugir do até então pensamento historiográfico, onde predomina a historicamente conhecida tradição ocidental. Apesar de, em sua maior parte, os textos contidos nesta enciclopédia manterem a apresentação do conteúdo histórico de acordo com o sistema tradicional predominante, é visível a preocupação do editor em evidenciar também a

história da matemática em regiões que, até então, haviam sido deixadas de lado por autores de obras gerais. E este movimento, o de incorporar a história referente a países não europeus à história oficial da matemática, está crescendo na comunidade internacional. A confirmação a isto se dá a partir do crescente aparecimento de artigos científicos sobre estes temas que são publicados nos principais periódicos internacionais, ou então a partir das concorridas reuniões científicas que acontecem durante os congressos internacionais. A principal evidência de que a cúpula da comunidade internacional de historiadores da matemática está interessada em incentivar e propagar a investigação historiográfica-científica em países que não pertencem ao bloco europeu, foi a realização em 1998 do encontro científico *History of Mathematics: Mathematics in the Americas and Far East, 1800–1940*, no *Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach – Alemanha*, um dos principais institutos de pesquisa em matemática do mundo.

Embora não seja considerada como uma obra especificamente didática, ela possui todas as características necessárias para ser um texto a ser indicado como obra de referência para disciplinas acadêmicas. A apresentação do conteúdo histórico matemático se dá de forma abrangente e engloba praticamente todas as etapas do desenvolvimento deste. Os dois volumes subdividem-se em 13 (treze) partes distintas e independentes e, embora sigam um tema geral, cada parte também é composta de artigos individuais independentes, que são assinados por pessoas diferentes, especialistas em cada um dos temas apresentados. A parte 1 (um) engloba temas referentes à matemática na antiguidade e destaca as tradições não ocidentais. Os temas são os seguintes: matemática na Babilônia, no Egito e na Grécia até o ano 300 a. C.; elementos de matemática aplicada na Grécia; matemática bizantina; elementos matemática pura na civilização islâmica; elementos de matemática aplicada em rituais religiosos islâmicos; matemática na África, na China, no Japão, na Coreia, na Índia e no Tibete; a matemática presente na literatura hebraica medieval; matemática na civilização Maya; sobre o início do processo de contagem, números e alguns resultados sobre problemas envolvendo frações numéricas. A parte 2 (dois) é referente ao desenvolvimento da matemática na Idade Média e na Renascença europeia e os temas são os seguintes: a utilização de trabalhos de Euclides e Arquimedes e a geometria prática na Idade Média e na Renascença; os novos métodos de calcular, os logaritmos e “cossistas” e as contribuições para o pensamento algébrico moderno; astronomia, óptica e desenvolvimento de instrumentos e máquinas mecânicas; intervalos musicais; o ensino da matemática e o pensamento filosófico matemático na Idade Média e Renascença. A parte 3 (três) diz respeito à matemática dos infinitésimos e são apresentadas as histórias de diferentes subdivisões da matemática que abrangem desde o período que antecedeu o advento da descoberta do Cálculo Diferencial e Integral por Leibniz e Newton, até o século XX. Os principais temas matemáticos que têm suas histórias apresentadas nesta parte são: análise real e análise não-standart, geometria diferencial, cálculo de variações, teoria de conjuntos, topologia, integrabilidade, fractais, análise funcional, equações integrais, análise harmônica, variáveis complexas, equações diferenciais, etc. A parte 4 (quatro) é referente à história de assuntos relacionados às funções, às séries infinitas e aos métodos analíticos e seus textos englobam temas como teoremas binomiais, funções trigonométricas, séries infinitas e as soluções para equações diferenciais ordinárias, funções elípticas, integrais abelianas, métodos operacionais, transformada de Laplace, equações funcionais, resolução de equações algébricas e sistemas numéricos. Na parte 5 (cinco) são desenvolvidos temas históricos referentes à lógica, teoria de conjuntos e fundamentos da matemática e os artigos específicos apresentam temas sobre lógica

algébrica, história da lógica matemática de Peano a Quine, os paradoxos da teoria de conjuntos, teoria de modelos, o pensamento algorítmico através dos tempos, máquinas de calcular e métodos computacionais. A parte 6 (seis) é referente a temas sobre a história da álgebra moderna e da teoria de números e os artigos específicos dissertam sobre temas referentes a teoria de equações algébricas, números complexos e álgebra vetorial, teoria abstrata de grupos, grupos de Lie, matrizes e determinantes, teoria de números, pesquisas operacionais, etc. As partes de 1 a 6 pertencem ao volume 1 da obra, no volume 2, a parte 7 (sete) apresenta temas históricos sobre as geometrias e as topologias, e os artigos específicos referem-se às geometrias algébrica, analítica, Euclídiana e não-Euclídiana, descritiva, e projetiva. Nesta parte também aparecem temas sobre topologia geométrica e algébrica e ainda sobre vetores e combinatória. As partes 8 (oito) e 9 (nove) são referentes à história de temas físicos e os artigos dissertam sobre mecânica clássica, hidrodinâmica e hidráulica, elasticidade, astronomia, astrofísica, cosmologia e meteorologia, problemas de balística, o pêndulo e seu uso em relógios, cartografia e geodesia, óptica e instrumentos ópticos, estudos sobre a luz, eletricidade, termodinâmica, magnetismo, relatividade, mecânica quântica, cristalografia, química e matemática, biomatemática, etc. A parte 10 (dez) diz respeito à história da teoria de probabilidades e da estatística e suas aplicações nas ciências sociais, com artigos específicos sobre a história de métodos de combinatória, sobre a aplicação de métodos estatísticos em diferentes áreas científicas, como a psicologia, a genética, a agronomia, a medicina. Nesta décima parte da Enciclopédia também estão presentes importantes estudos sobre a organização social da probabilidade e da estatística e sobre teorias econômicas. A parte 11 (onze) é dedicada à história da educação matemática em nível superior e das instituições. Nesta parte são apresentados artigos sobre diferentes países europeus e sobre o continente americano. A parte 12 (doze) apresenta temas que relacionam a matemática e a cultura com textos sobre etnomatemática, matemática recreativa, numerologia, arte e arquitetura, matemática e literatura, matemática e poesia, filatelia e historiografia da matemática, etc. A última parte, a de número 13 (treze), é a parte conclusiva da obra, onde são apresentadas uma cronologia, notas biográficas dos personagens presentes nos artigos e uma excelente lista bibliográfica sobre assuntos de história da matemática.

Para concluir, é importante destacar novamente que a obra *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences* representa o fortalecimento de um novo pensamento historiográfico da matemática, onde se abre um novo campo para a pesquisa, e a divulgação desta, sobre temas relativos à história da matemática produzida por povos, cujos pensamentos científicos não estão diretamente ligados ao tradicional centralismo europeu.

.....

Katz, Victor J. 1993 (2^a ed. 1998, 3^a ed. 2008). *A History of Mathematics – an introduction*. New York: Harper Collins College Publishers. xiv + 786 páginas. ISBN: 0-673-38039-4. (2^a Edição ISBN: 0-321-01618-1).

O livro *A History of Mathematics – an introduction*, de Victor Katz é, pode-se dizer, um dos principais livros textos de história da matemática que foi produzido na última década. É um livro apropriado para cursos de matemática de nível superior e serve tanto para os alunos, quanto para os professores de destes cursos que pretendem aprofundar

estudos sobre a história dos conteúdos que lecionam. A principal característica deste texto, que o diferencia dos outros da mesma ordem de classificação, é a ênfase dada à utilização de textos originais de matemática para a apresentação histórica de determinados temas. Os exercícios apresentados nos finais dos capítulos também, em sua maioria, são problemas que constam nos textos históricos mencionados e que foram propostos por importantes personagens do mundo matemático. A adoção de uma estética moderna em termos gráficos, proporciona ao leitor um agradável visual e facilita a leitura. O livro possui formato diferenciado dos demais. A forma quadrada de suas páginas, permite que o autor adote uma forma bem original de apresentação dos temas históricos com a introdução, nas margens das páginas, de informações paralelas ao tema desenvolvido. A introdução de verbetes biográficos acerca dos personagens importantes ao tema apresentado é feita de forma também original, com as biografias colocadas estrategicamente em caixas dentro do texto. A história da matemática presente na filatelia é apresentada paralelamente durante o texto, com a introdução de selos que contém imagens de famosos personagens do mundo matemático. A apresentação do desenvolvimento histórico de alguns conteúdos matemáticos é acompanhada de pormenorizadas explicações sobre tal conteúdo, que exige do leitor certa profundidade matemática para sua compreensão. Este fator classifica o livro de tal forma que um melhor aproveitamento deste se dá quando sua utilização for nos últimos semestres de um curso de graduação.

A apresentação do conteúdo histórico se dá de forma cronológica e obedece o estilo clássico, ou seja, a maior ênfase é dada à matemática desenvolvida a partir da Renascença na Europa. Quatro grandes partes compõem o texto, e estas são divididas em períodos determinados. A primeira parte é referente ao período que antecede o século VI, a segunda parte abrange do século VI ao século XV, a terceira parte do século XV ao século XVIII e a quarta e última parte do século XVIII ao século XX. Especificamente, os conteúdos apresentados em cada uma destas partes são: Na parte 1 (um) os assuntos históricos desenvolvidos dizem respeito à origem da matemática, com capítulos sobre o processo de contagem, geometria e aritmética elementar, rudimentos de cálculos de astronomia, o surgimento de equações lineares e quadráticas em diferentes culturas na antiguidade. A partir de então, esta parte é dominada pela apresentação da matemática na Grécia abrangendo um período de cerca de 1000 anos, entre os séculos VI a. C. e IV A.D. A parte 2 (dois), intitulada Matemática Medieval, diz respeito à história da matemática na China, Índia, países árabes e Europa Medieval. Nesta parte há um capítulo, batizado pelo autor de inter-capítulo, onde são apresentados assuntos históricos referentes às regiões da América, da África e do Pacífico. Os capítulos referentes às partes 3 (três) e 4 (quatro) são apresentados de forma estritamente cronológicos, por exemplo, álgebra na Renascença, álgebra no século XVII, álgebra no século XIX. O mesmo acontece com a geometria, com a análise, com a probabilidade, etc. Nestes capítulos, a apresentação dos conteúdos históricos é acompanhada de detalhadas informações sobre o desenvolvimento conteúdo matemático. Um capítulo importante na última parte do livro diz respeito aos aspectos históricos da matemática do século XX, com ênfase aos paradoxos da teoria de conjuntos, à topologia, às novas ideias da álgebra e aos métodos computacionais e suas aplicações.

Artigo recebido em 22 de agosto de 2012