

A COMBINATÓRIA: ESTADO DA ARTE EM ANAIS DE EVENTOS CIENTÍFICOS NACIONAIS E INTERNACIONAIS OCORRIDOS NO BRASIL DE 2009 A 2013

THE COMBINING: STATE OF THE ART IN PROCEEDINGS OF SCIENTIFIC EVENTS NATIONAL AND INTERNATIONAL OCCURRED IN BRAZIL FROM 2009 TO 2013

MONALISA CARDOSO SILVA¹

CRISTIANE AZEVEDO DOS SANTOS PESSOA²

Resumo

O presente trabalho discute estudos recentes que se referem ao desenvolvimento do raciocínio combinatório, no qual buscou-se analisar, por meio de um levantamento bibliográfico, os artigos científicos publicados em anais de eventos científicos nacionais e internacionais ocorridos no Brasil de 2009 a 2013, visando a discutir o Estado da Arte dessa área. Observa-se um número crescente de estudos que tratam especificamente deste campo, com maior ênfase nos estudos de sondagem que, de um modo geral, evidenciam que os alunos são capazes de desenvolver tal raciocínio desde cedo. As pesquisas apontam a necessidade de propostas de formação continuada para suprir as dificuldades de professores; preparo minucioso dos livros didáticos, os quais deveriam trazer, além de problemas combinatórios, orientação ao professor; a contribuição de softwares educativos para o ensino; e a importância de métodos baseados nas estratégias apresentadas pelos alunos.

Palavras-chave: Raciocínio Combinatório; Estado da Arte; Eventos Científicos.

Abstract

This paper discusses recent studies referred to the development of logical thinking, in which we attempted to analyze, through a literature review, scientific articles published in proceedings of national and international scientific events in 2009 Brazil and 2013 in order to discuss the State of the Art that area. There has been a growing number of studies that deal specifically with this field, with more emphasis on studies probing that, in general, show that students are able to develop such reasoning early. Research indicates the need for continued education of proposals to address the difficulties teachers; thorough preparation of textbooks, which should bring, as well as combinatorial problems, guidance to the teacher; the contribution of educational software for teaching; and the importance of methods based on the strategies presented by the students.

Keywords: Combinatorial Reasoning; State of the art; Scientific events.

Introdução

O raciocínio combinatório é uma forma de pensar que permite que se levantem possibilidades e sejam analisadas as combinações das mesmas, auxiliando na compreensão de conteúdos matemáticos e de outras áreas do conhecimento (PESSOA;

¹ Pedagoga e Mestranda em Educação Matemática e Tecnológica - UFPE, e-mail: monalisacardoso08@yahoo.com.br

² Doutora em Educação – UFPE, Professora do curso de Pedagogia e do Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica - UFPE, e-mail:cristianepessoa74@gmail.com

BORBA, 2010). Portanto, é um tipo de pensamento que deve ser valorizado pela escola desde cedo, pois pode auxiliar os alunos no desenvolvimento do raciocínio lógico, assim como na resolução de diversos tipos de problemas relacionados ou não à Matemática.

De acordo com Pessoa e Borba (2009), apesar das recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), na prática de sala de aula, a maioria dos problemas de *raciocínio combinatório* (*arranjo, combinação e permutação*) são apenas introduzidos formalmente na escola a partir do 2º ano do Ensino Médio. O que se observa é que apenas o do tipo *produto cartesiano* é trabalhado explicitamente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Barreto, Amaral e Borba (2007), evidenciaram em seu estudo que embora os livros didáticos destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental já tragam diferentes problemas de *raciocínio combinatório*, não o fazem sistematicamente e nem explicitamente, não apresentam a distinção desses tipos e não orientam o professor sobre o trabalho com esses problemas. Se esse trabalho com a Combinatória³ não acontece de forma sistemática desde cedo e é adiado para ser problematizado apenas no final na escolarização básica, cai-se no risco de o aluno ser um mero aplicador de fórmulas e posteriormente esquecer sua aplicabilidade. Muitas vezes, este tipo de método influencia os alunos a aplicarem números dados em seus devidos lugares nas fórmulas, entretanto, quando os mesmos se deparam com uma diversidade de tipos de problemas, não apresentam um bom resultado, pois não diferenciam a forma de resolução e de contagem por não identificar o tipo de agrupamento. Se desde cedo os alunos compreendem os invariantes⁴ dos diferentes tipos de problemas combinatórios, eles conseguem desenvolver um raciocínio lógico muito mais criativo e flexível do que se essa aprendizagem for deixada para mais tarde, no Ensino Médio.

O *raciocínio combinatório* é um tipo de pensamento que leva um longo período para ser desenvolvido por envolver diferentes aspectos. Desta forma, o quanto antes for introduzido aos alunos, mais consistente e significativa será a sua compreensão e aprendizado. Este conhecimento é importante para o raciocínio lógico matemático e para a relação com outras áreas do conhecimento, uma vez que sua utilidade vai além da

³ No presente estudo consideramos Combinatória e Análise Combinatória como sinônimos.

⁴ Os invariantes, para Vergnaud (1986) são as propriedades que caracterizam o conceito. O conceito, segundo este teórico, é formado por situações, invariantes e representação simbólicas em estreita conexão.

teoria e da sala de aula. Segundo Guirado e Cardoso (2007), seus métodos são aplicados em diversas áreas como no cálculo das probabilidades, em problemas de transporte, de confecção de horários, de elaboração de planos de produção, de programação linear, de estatística, de teoria da informação, de biologia molecular, de economia, de lógica, etc. Pessoa e Borba (2010) se aproximam ainda mais da realidade dos alunos apontando que os problemas de Combinatória podem ser explorados desde cedo, pois expectativas de um acontecimento, regras de um jogo, escolha de vestimentas, combinações de sucos e sanduíches em uma lanchonete ou de sabores de um sorvete, são ricas situações que podem ser exploradas nos primeiros anos de escolarização sobre Combinatória e Probabilidade.

O *raciocínio combinatório* é de extrema relevância para a compreensão de relações lógico-dedutivas (INHELDER; PIAGET, 1955) e é importante que se sistematize o Estado da Arte de investigações desta área da Matemática, de modo a se entender melhor resultados de pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de conceitos combinatórios, podendo auxiliar na compreensão de como este raciocínio se desenvolve, bem como no planejamento e acompanhamento de processos de ensino e de aprendizagem.

Investigar o que tem sido produzido a respeito desse conhecimento faz-se fundamental, uma vez que essas pesquisas poderão servir de base para uma prática de ensino mais consistente. É desta forma que pesquisas sobre o Estado da Arte se fazem importantes, tendo em vista seu foco investigativo do que já foi pesquisado para que se possa avançar nas investigações e na melhor compreensão dos nossos objetos de pesquisa.

A realização do presente trabalho tem como ponto de partida a hipótese da crescente produção científica na área do desenvolvimento do *raciocínio combinatório* registrada nos anais de diversos eventos e em publicações em periódicos nacionais, realizadas nos últimos anos. Desta forma, buscou-se analisar, por meio de um levantamento bibliográfico, os artigos científicos publicados sobre o *raciocínio combinatório* em anais de eventos científicos nacionais e internacionais ocorridos no Brasil nos anos de 2009 a 2013, visando à reflexão sobre o Estado da Arte dessa área.

2 Revisão da Literatura

2.1 A Combinatória e suas relações

Merayo (2001) defende que a Análise Combinatória é a técnica de saber quantos objetos há em um conjunto sem realmente ter que contá-los, porque essa técnica não necessita listar ou enumerar todos os elementos que formam o conjunto. Dessa maneira, a contagem na Análise Combinatória não é vista meramente como enumeração direta de elementos, mas como determinação de possibilidades sem necessariamente levantar todos os casos possíveis.

Sobre o *raciocínio combinatório* Teixeira (2013) o descreve da seguinte forma,

Para os nossos propósitos, podemos dizer que raciocínio combinatório é um conjunto de ações cognitivas, não inatas ao sujeito, que permitam a ele encaminhar procedimentos de seleção, partição ou colocação, de objetos, pessoas, números ou letras, combinando-os adequadamente de modo que o resultado dessas ações tenha significado, obedeça a sistematizações e sua representação possa ser feita utilizando diferentes linguagens - língua materna (a primeira língua que se aprende, pode ser Libras ou de Sinais), verbal, matemática, gráfica ou na forma de tabelas – como meio de produzir, expressar e comunicar ideias, interpretando diferentes intenções e situações. (TEIXEIRA, 2013, p. 5).

Desta forma, compreende-se que o *raciocínio combinatório* é concebido quando se trata do ato de combinar, associar, juntar ou compor elementos de um dado conjunto. São habilidades de um raciocínio desenvolvido antes mesmo de que seja preciso usar operações combinatórias mais formais para a resolução de tais problemas.

Para Lopes e Coutinho (2009), o desenvolvimento do raciocínio combinatório é importante por trabalhar uma situação na qual há várias possibilidades de construção de agrupamentos e de caminhos, fornecendo um tipo específico de interpretação quando deve-se considerar os resultados possíveis para cada um desses agrupamentos ou caminhos.

Conforme tais definições, concorda-se com Pessoa e Borba (2010), que defendem que a Combinatória nos permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, a partir de determinadas estratégias, como desenhos, listagens, árvore de possibilidades ou fórmulas. Por exemplo, pode-se saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis em uma dada situação sem necessariamente ter que contá-los um a um.

Para classificar os problemas combinatórios em uma organização única, Pessoa e Borba (2008) se basearam na Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1986). Essa Teoria considera que existem muitos fatores que influenciam na formação e

desenvolvimento dos conceitos, que surgem a partir de problemas a resolver. Portanto, é necessário que se ofereçam situações diversas para a resolução de problemas, para que, assim, os alunos possam fazer reflexões, estabelecendo relações e construindo novas aprendizagens. Vergnaud (1986) defende que todo conceito é constituído por três dimensões: as situações que dão *significado* ao conceito, os *invariantes* (relações e propriedades) que se mantêm constantes nas diversas situações e as *representações* utilizadas para simbolizar o conceito.

Como afirmado acima, Pessoa e Borba (2008) classificam os problemas que envolvem raciocínio combinatório em uma organização única, assumindo os seguintes significados: *produto cartesiano*, *combinação*, *arranjo* e *permutação*. Essa classificação foi baseada em Merayo (2001) e classificações anteriores (NUNES; BRYANT, 1997; VERGNAUD, 1983 e 1991 e BRASIL - PCN, 1997). Tais significados foram considerados como característicos do pensamento combinatório, contribuindo, dessa forma, para a reflexão teórica da necessidade de se considerar este conjunto de significados no ensino e aprendizagem da Combinatória no Ensino Básico.

Baseando-se em Pessoa e Borba (2009), no Quadro 1 estão colocados os *significados* presentes na Combinatória (tipos de problemas), com seus exemplos e *invariantes* (relações e propriedades que se mantêm constantes).

Quadro 1. Caracterização dos *significados* (tipos) de problemas combinatórios, exemplos de situações-problema e de *invariantes*.

	Exemplos de Situações-problema	Invariantes
Produto Cartesiano	Ana Paula vai viajar e levará em sua mala 4 blusas (verde, amarela, rosa e vermelha) e duas calças (preta e azul). Quantas combinações de roupas diferentes ela pode formar combinando cada calça com cada blusa?	- Dado dois (<i>ou mais</i>) conjuntos distintos (com n e com p elementos), os mesmos serão combinados para formar um novo conjunto. - A natureza dos conjuntos é distinta do novo conjunto.
Permutação simples (sem repetição)	Calcule o número de anagramas da palavra AMOR.	- Todos os n elementos do conjunto serão usados; - A ordem dos elementos gera novas possibilidades.
Arranjo simples (sem repetição)	O quadrangular final da Copa do Mundo será disputado pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras distintas podemos ter os três primeiros colocados?	- Tendo n elementos, poderão ser formados agrupamentos ordenados de 1 elemento, 2 elementos, 3 elementos.... p elementos, com $0 < p < n$ - A ordem dos elementos gera novas possibilidades.

Combinatória simples (sem repetição)	Três alunos (Mário, Raul e Júnior) participam de um concurso em que serão sorteadas duas bicicletas iguais. Quantos resultados diferentes podem ser obtidos no concurso?	- Tendo n elementos, poderão ser formados agrupamentos ordenados de 1 elemento, 2 elementos, 3 elementos.... p elementos, com $0 < p < n$ - A ordem dos elementos não gera novas possibilidades.
--------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Pessoa e Borba (2009)

Os problemas podem ser resolvidos por meio de diferentes formas de *representação*: desenhos, listagens, árvores de possibilidades, tabelas, fórmulas, dentre outras, como constatado em estudos de sondagens como os de Pessoa e Borba (2009), Pessoa, Borba e Santos (2010) e Pessoa e Santos (2011). As diferentes formas de *representação simbólica* ocorrem tanto no que se refere às soluções apresentadas pelos alunos quanto na proposição da questão.

O tipo de problema, no que se refere aos *significados* envolvidos, é uma variável importante no processo de resolução e de compreensão de um conceito, pois, dependendo do problema, o aluno se utiliza de relações lógicas diferentes. É por essa razão que, apostando no uso de significados variados, o aluno poderá utilizar relações lógicas diferentes podendo ser mais simples ou complexa do ponto de vista da compreensão da lógica do problema.

A forma de *representar* um problema nos dá indícios da maneira como o aluno o está compreendendo. Assim, além de ajudá-lo a compreender, o tipo de problema poderá também gerar formas diferentes de representação. Baseado nisso, é necessário que a escola esteja atenta à necessidade de diversificação das situações para que o aluno possa pensar sobre um determinado conceito a partir de diferentes perspectivas.

Os diferentes *invariantes* que são elementos fundamentais para que se compreendam as lógicas implícitas em cada significado da Combinatória, também interferem na forma de compreensão por parte do aluno, pois se ele consegue percebê-los, a interpretação de um problema pode ser uma e se ainda não há a percepção dos invariantes do conceito, a maneira de lidar com o problema é outra. Um aluno que não consegue compreender a lógica que está por trás do que o problema pede, não consegue perceber relações implícitas no problema, poderá se utilizar de estratégias que não respondem ao que o problema solicita.

Quando a Combinatória é pensada e trabalhada a partir das experiências dos alunos, a construção deste conhecimento é facilitada, possibilitando que os mesmos desenvolvam um raciocínio gradativo e reflexivo até que cheguem a desenvolver

situações mais complexas. Seu ensino não deve limitar-se ao uso de fórmulas, sendo estas importantes, sim, em níveis mais avançados de abstração, mas em constante problematização desde os anos iniciais de escolarização, levando os educandos a descobrirem um método próprio e adequado na identificação da situação-problema (NINA; MENEGASSI; SILVA, 2009).

É neste pensamento sobre a importância da resolução de problemas no trabalho com a Combinatória que os autores Huete e Bravo (2006) afirmam que,

o objetivo da resolução de problemas não é a busca particularizada de uma solução específica, mas o ato de facilitar o conhecimento das habilidades básicas, os conceitos fundamentais e a relação entre ambos. É desenvolver naturalmente habilidades para resolver, mediante determinadas categorias, uma gama de problemas. (HUETE; BRAVO, 2006, p.73).

De acordo com Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (1998) para resolver um problema de combinatória, é preciso postura (colocar-se no papel da pessoa que deve resolver o problema), divisão (dividir as decisões a serem tomadas em decisões mais simples, sempre que possível) e o não-adiamento de dificuldades.

Sobre a aprendizagem e o desenvolvimento do raciocínio combinatório, de um lado temos Inhelder e Piaget (1955) que acreditam na aprendizagem a partir do avanço dos estágios de desenvolvimento, no caso apenas no estágio das operações formais e a defesa de Fischbein (1975) pela compreensão da Combinatória apenas quando se recebe o ensino formal. Neste sentido, acreditamos na importância de um ensino sistemático da Combinatória para o desenvolvimento deste raciocínio, contudo, percebe-se que antes do ensino formal as crianças são capazes de resolver problemas desta natureza com base no conhecimento extraescolar, pela maturidade adquirida e o desenvolvimento cognitivo.

2.2 Estado da Arte e a Combinatória

Em pesquisa anterior Borba, Rocha, Martins e Lima (2009) investigaram o Estado da Arte em Combinatória de 2004 a 2008 e perceberam um número relativamente pequeno de estudos que tratam especificamente deste campo, constatando como sendo necessárias mais investigações sobre o desenvolvimento – dentro e fora da escola – do *raciocínio combinatório*. Os estudos revisados pelas autoras apontaram a necessidade de maior investimento na formação de professores, que os livros didáticos e outros recursos precisam ampliar os tipos de problemas abordados e também de que mais orientações se tornam necessárias para que professores saibam como melhor

explorar as situações propostas em manuais e em recursos tecnológicos, como softwares educativos.

A realização do Estado da Arte é bastante pertinente, uma vez que:

[...] essa compreensão do estado de conhecimento sobre um tema, em determinado momento, é necessária no processo de evolução da ciência, afim de que se ordene periodicamente o conjunto de informações e resultados já obtidos, ordenação que permita indicação das possibilidades de integração de diferentes perspectivas, aparentemente autônomas, a identificação de duplicações ou contradições, e a determinação de lacunas e vieses. (SOARES, 1989, p. 3).

As pesquisas do tipo Estado da Arte podem ser entendidas:

[...] como de caráter bibliográfico, elas parecem trazer em comum o desafio de mapear e de discutir certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários. (FERREIRA, 2002, p. 258).

O Estado da Arte em pesquisas científica se faz importante pra que se tenha referência do que já se tem descoberto sobre determinado assunto, evitando que desta forma sejam feitas investigações desnecessárias e avance-se no que ainda se faz necessário investigar. Este tipo de pesquisa possibilita a melhoria e amplitude de novos conhecimentos, fundamentais para uma compreensão consistente sobre a área pesquisada. É desta forma que, identifica-se o que ainda existe de lacuna nas pesquisas e também, mostra-se o que tem sido trabalhado na área, quais os campos mais pesquisados, qual a abordagem metodológica utilizada, dentre outros aspectos.

Em relação ao método, o Estado da Arte tem:

uma metodologia de caráter inventariante e descritivo da produção acadêmica e científica sobre o tema que busca investigar, à luz de categorias e facetas que se caracterizam enquanto tais em cada trabalho e no conjunto deles, sob os quais o fenômeno passa a ser analisado. (FERREIRA, 2002, p. 258).

Haddad (2000 apud CUNHA NETO; LOPES; OLIVEIRA JÚNIOR, 2011) destacam que esse tipo de pesquisa constitui uma avaliação quantitativa e qualitativa do conhecimento em um determinado momento, seja ele referente a um campo da ciência ou a uma determinada técnica, e permite, em um recorte temporal definido, sistematizar uma determinada área de conhecimento, reconhecer os principais resultados da

investigação, identificar temáticas e abordagens dominantes e emergentes, bem como lacunas e campos inexplorados abertos à pesquisa futura.

Trata-se de um tipo de pesquisa de caráter desafiador o qual exige do pesquisador mapear e discutir certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, de forma reflexiva a tentar responder quais aspectos e dimensões vem sendo destacados e privilegiados nos diferentes momentos e locais e de que formas têm sido produzidas essas pesquisas.

3 Objetivo geral

Analisar, por meio de um levantamento bibliográfico, os artigos científicos publicados sobre o *raciocínio combinatório* em anais de eventos científicos nacionais e internacionais ocorridos no Brasil nos anos de 2009 a 2013, montando o Estado da Arte dessa área.

3.1 Objetivos específicos

Analisar e categorizar o que tem sido trabalhado sobre Combinatória, o que é mais pesquisado, quais os principais tipos de pesquisa e qual a abordagem metodológica utilizada.

Identificar o que ainda existe de lacuna e de possíveis avanços, quando se compara com o estudo anterior, nas pesquisas sobre o *raciocínio combinatório*.

4 Método

Inicialmente foi realizado um levantamento de estudos publicados no período de 2009 a 2013 em anais de eventos nacionais e internacionais ocorridos no Brasil. O período escolhido justificava-se pelo estudo anterior de Borba, Rocha, Martins e Lima (2009), no qual foi feita uma investigação em estudos nos anos de 2000 a 2008 e foi identificado um número relativamente baixo de estudos na área e apontando maior necessidade de investimento na formação docente referente ao domínio deste conhecimento, apoio no conhecimento intuitivo do aluno para um melhor ensino e ampliação dos tipos de problemas abordados nos livros didáticos e na utilização de outros recursos.

Os eventos investigados no presente estudo foram:

- ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática (2010 e 2013);
- SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (2009 e 2012);
- CIAEM – Conferência Interamericana de Educação Matemática (2011);

- SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (2012);

O Ebrapem – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – é um evento nacional importante na área de Educação Matemática, porém não foi utilizado para análise tendo em vista que algumas das pesquisas estão/estavam em andamento e em sua maioria aparecem com seus devidos recortes nos outros eventos analisados.

Após este levantamento de estudos sobre o *raciocínio combinatório*, foram feitas leituras minuciosas buscando identificar o que vem sendo trabalhado em cada pesquisa, agrupando-as, desta forma, nas seguintes categorias: 1) estudos de sondagem com alunos de diferentes níveis de ensino; 2) relatos de experiência; 3) estudos com professores; 4) estudos de intervenções com alunos de diferentes níveis de ensino; 5) estudos com a utilização de recursos.

Através do mapeamento e da distribuição destes estudos nessas categorias, buscamos fazer uma análise qualitativa e discutir tais produções acadêmicas no campo da Combinatória, de forma reflexiva, buscando responder quais aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados no referente período e locais de publicação e de que formas têm sido produzidas essas pesquisas para que assim pudéssemos verificar o que ainda existe de lacunas nos estudos nesta área.

5 Apresentação e análise dos dados

O quadro, a seguir, apresenta o quantitativo de estudos identificados, nos eventos listados anteriormente, que se relacionam de modo direto com o raciocínio combinatório, ou seja, que trazem discussões especialmente relacionadas a este conteúdo.

Quadro 2. Quantitativo de estudos sobre o raciocínio combinatório identificados nos eventos pesquisados

Evento	Sigla	Ano de realização	Número de trabalhos identificados, respectivamente em cada ano
Encontro Nacional de Educação Matemática	ENEM	2010 e 2013	06 e 15
Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática	SIPEM	2009 e 2012	01 e 03
Conferência Interamericana de Educação Matemática	CIAEM	2011	13
Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática	SIPEMAT	2012	05

Levando-se em consideração a totalidade de estudos identificados nos eventos pesquisados pode-se afirmar que existe um quantitativo considerável de pesquisas relacionadas ao raciocínio combinatório nos últimos anos. Esses dados ganham maior significado comparando-os com o estudo anterior de Borba, Rocha, Martins e Lima (2009), no qual as autoras, pesquisando em vinte e dois eventos ocorridos em um período de nove anos, encontraram apenas 34 trabalhos na área e neste estudo atual, em apenas seis eventos nos últimos cinco anos, encontramos 43 produções.

Se compararmos apenas os eventos investigados em ambas as pesquisas, visualizamos ainda mais tais avanços. De 2000 a 2008 foram encontrados 25 trabalhos relacionados ao raciocínio combinatório nos eventos ENEM, SIPEM, CIAEM e SIPEMAT e de 2009 a 2013, 43 trabalhos nos mesmos eventos. Vale ressaltar, ainda, que no estudo atual os eventos aconteceram em menor número de vezes, como podemos visualizar no quadro a seguir:

Quadro 3: Comparação entre o quantitativo de estudos sobre o raciocínio combinatório nos eventos em comum em estudo anterior (BORBA; ROCHA; MARTINS; LIMA, 2009) e atual

Evento	Ano de realização (2000 a 2008)	Número de trabalhos identificados	Ano de realização (2009 a 2013)	Número de trabalhos identificados
ENEM	2001, 2004 e 2007	14	2010 e 2013	21
SIPEM	2003 e 2006	03	2009 e 2012	04
CIAEM	2003e 2007	01	2011	13
SIPEMAT	2006 e 2008	07	2012	05
Total		25		43

Analisando em que áreas estes estudos identificados foram desenvolvidos, apresentamos na Tabela 1, a seguir, o quantitativo em porcentagem por categorias abordadas:

Tabela 1. Porcentagem por tipo de estudo publicado sobre o raciocínio combinatório

Categoria	Estudos de sondagem	Relatos de experiência	Estudos com professores	Estudos de intervenções	Estudos com a utilização de recursos
Total	17	8	6	5	7

Fonte: As autoras

Podemos perceber que os estudos de sondagem apresentam um percentual maior de pesquisas entre os trabalhos encontrados, o que mostra o interesse dos pesquisadores em investigar os conhecimentos prévios dos estudantes para que a partir destes resultados, por exemplo, tome-se como base para futuras intervenções de acordo com o que se evidencia e assim melhorar a construção deste conhecimento. Este tipo de caminho foi trilhado por Pessoa e Santos (2012) e Pessoa e Silva (2012), estudos nos quais as autoras se basearam em estudos de sondagem anteriores para desenvolver intervenções de ensino em turmas de 5º e 9º ano, respectivamente.

Os relatos de experiência apresentam-se em 8 dos 43 trabalhos encontrados sobre o raciocínio combinatório, o que demonstra a preocupação dos professores em compartilhar as experiências vivenciadas com seus alunos que são importantes para a qualidade de suas aulas e a partir dos resultados expor novas possibilidades de ensino. Em menor quantidade estão os estudos com a utilização de recursos 7, estudos com professores 6 e estudos de intervenções 5 dos 43 trabalhos. Isto evidencia que estas áreas ainda estão sendo exploradas para melhor trabalho com a Combinatória, entretanto já vem apontando excelentes resultados.

A seguir, são apresentados os principais achados das investigações realizadas, de acordo com as cinco categorias nas quais os estudos foram agrupados. Lembrando que foram considerados todos os estudos que tratavam de Combinatória nos eventos investigados e as categorias sugeriram das características dos próprios estudos.

5.1 Estudos de sondagem com alunos dos diferentes níveis de ensino

Os estudos de sondagem se apresentam como um importante instrumento para a melhoria da qualidade de ensino, pois é a partir das investigações sobre a compreensão dos alunos em relação a determinado conhecimento que se pode ter uma base de como transformar a realidade, e no que diz respeito ao desenvolvimento do raciocínio combinatório não é diferente. Dentre os estudos investigados foi encontrado um número expressivo de pesquisas nesta categoria e que ainda se expressam qualitativamente por abranger os diferentes níveis de ensino, ou seja, por investigar o conhecimento de alunos ao longo de toda a Educação Básica, como recomendado em documentos oficiais, assim como, de futuros professores que irão ensinar Combinatória.

Matias, Santos e Pessoa (2011) investigaram como crianças da Educação Infantil resolvem problemas de arranjo, analisando se as mesmas percebiam seus invariantes, assim como as estratégias utilizadas por elas. Utilizando, em entrevistas

clínicas, fichas de acordo com os enunciados, as autoras puderam perceber que apesar da dificuldade encontrada pelos alunos em esgotar as possibilidades pode-se inferir que crianças na Educação Infantil possuem um raciocínio combinatório, que poderia ser mais bem desenvolvido dependendo do estímulo que podem ter no ambiente escolar ou extraescolar. Os resultados apontaram para a possibilidade de compreensão dos invariantes do arranjo pelos alunos pesquisados e que, desta forma, mesmo na Educação Infantil os alunos são capazes de estabelecer ricas e interessantes relações para a resolução de problemas, especificamente, neste caso, de problema combinatório.

Pessoa e Borba (2009) analisam a compreensão do raciocínio combinatório por alunos do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. Participaram do estudo alunos de duas escolas particulares e duas escolas públicas, com um total de 568 alunos. Cada aluno resolveu, individualmente, uma ficha contendo oito problemas envolvendo o raciocínio combinatório (dois de cada tipo: produto cartesiano, combinação, arranjo e permutação). Os quatro primeiros problemas envolviam números que levavam a maior número de possibilidades na solução e os quatro últimos envolviam menos possibilidades, de modo que em cada tipo de problema o aluno entrava em contato com problemas de maiores e de menores possibilidades envolvidas. A análise efetuada evidenciou que alunos dos anos iniciais aos dos anos finais do Ensino Básico são capazes de compreender problemas de raciocínio combinatório e que seus desempenhos são influenciados pelo tipo de escola que frequentam, pelo período de escolarização, pelo tipo de problema combinatório que estão resolvendo (e implicitamente pelas propriedades e relações envolvidas em cada tipo de problema), pela forma de representação simbólica utilizada para a resolução das situações, bem como pela ordem de grandeza dos números envolvidos. Desta forma as autoras concluíram que antes da introdução formal ao raciocínio combinatório, alunos desenvolvem compreensões sobre problemas dessa natureza e desenvolvem interessantes estratégias que devem ser aproveitadas pela escola para ajudá-los a avançar na compreensão dos diversos tipos de problemas e no seu desenvolvimento conceitual.

Silva (2013), por sua vez, investigou estudantes de Pedagogia resolvendo problemas de combinatória envolvendo o princípio aditivo e multiplicativo. A autora buscava analisar as estratégias e o desempenho destes estudantes na resolução dos diferentes tipos de problema de raciocínio combinatório (produto cartesiano, arranjo,

permutação e combinação) e a compreensão dos mesmos a respeito da diferença de resolução pelo princípio aditivo ou multiplicativo. Participaram deste estudo 20 estudantes do curso de Pedagogia de uma universidade pública, cursando do 7º ao 9º período. Cada estudante resolveu, individualmente, uma ficha contendo oito problemas envolvendo o raciocínio combinatório (dois de cada tipo: produto cartesiano, combinação, arranjo e permutação). Os quatro primeiros problemas continham respostas através do princípio aditivo, e os quatro últimos envolviam o princípio multiplicativo na resolução. Foi feita uma análise quantitativa e qualitativa dos acertos totais, dos tipos de respostas e estratégias utilizadas nas resoluções, através das correções das respostas dadas por eles em cada problema. Os sujeitos pesquisados apresentaram um bom resultado quanto à compreensão dos princípios da Combinatória, não havendo diferença significativa entre o desempenho de um tipo para o outro. Foram utilizadas estratégias válidas com destaque para a listagem. Essa compreensão é importante para que em sua prática os mesmos possam ministrar esse conteúdo desde cedo para os alunos ensinando a partir de estratégias, pois estes têm a capacidade de aprender de forma consistente este conhecimento tão importante para a formação.

Os métodos abordados nos trabalhos encontrados são, em sua maioria, testes elaborados pelos pesquisadores que se apropriam ao nível de escolarização, análise de resoluções de alunos e entrevistas clínicas.

De modo geral, os estudos identificados mostram que os alunos são capazes de desenvolverem o raciocínio combinatório antes mesmo da sua introdução formal e as estratégias apresentadas por eles podem servir como base para intervenções mais próximas da sua forma de pensar. As estratégias não formais para resolver tais problemas aparecem como uma forma significativa de ensinar e aprender combinatória até por professores em formação, pois em suas resoluções fazem o uso da listagem, por exemplo, de forma bem sucedida.

5.2 Relatos de experiência

Os relatos de experiência identificados mostram algumas propostas bem sucedidas por professores com seus alunos. Entre tais experiências algumas utilizam em seu método materiais como jogos para o seu desenvolvimento. Teixeira (2013) apresenta um trabalho desenvolvido com crianças de 10 anos de idade, utilizando Blocos Lógicos. O autor teve como intuito que os alunos construíssem, classificassem, identificassem e contassem os elementos de diferentes coleções de objetos selecionados

do material concreto Blocos Lógicos, para a apropriação e o desenvolvimento do raciocínio combinatório. Utilizaram-se árvores de possibilidades para o desenvolvimento de noções básicas relacionadas com a Combinatória, de maneira a favorecer a apropriação de procedimentos e conceitos para um dos significados da multiplicação, que é a ideia Combinatória. Para o autor, essa vivência com tipos de situações-problema como a que foi proposta permite que, mais adiante, o aluno se aproprie de novos conceitos desenvolvidos nos outros anos da Educação Básica. As situações sugeridas, por mais simples que possam parecer, trouxeram possibilidades que não exigem outros conhecimentos de Matemática que não o de cálculos aritméticos simples, e estão apropriadas para níveis cognitivos de conhecimento a partir dos 10 anos de idade, sugerindo os primeiros contatos com enumeração, generalização e pensamento sistemático.

Outros relatos expõem a respeito de experiências no qual o professor trabalha a resolução de problemas. Lima e Miranda (2013) propuseram a seus alunos o uso de diferentes registros de representação na resolução de problemas que envolvem Análise Combinatória. O trabalho foi desenvolvido junto a uma turma da 2ª série do Ensino Médio de uma escola estadual. Foram planejadas algumas atividades acerca de problemas envolvendo Análise Combinatória, visando à formação de habilidades e o desenvolvimento do raciocínio combinatório, que podem ser adquiridos ao longo da vida escolar do estudante. Durante essas aulas os autores procuraram não privilegiar o uso de fórmulas e o cálculo mecânico e desta forma, deram ênfase ao uso da árvore de possibilidades, desenhos, esquemas, construção de tabelas e outros processos intuitivos como ferramentas para produzir soluções. Ao fim, chegaram à conclusão que o estudo aponta que é compensador desenvolver atividades que estimulem os alunos a utilizar diferentes registros de representação para resolver situações que envolvem problemas de contagem. Os estudantes adquiriram certa facilidade em coordenar registros variados de representação e à medida que resolviam os problemas propostos pela sequência de atividades, os mesmos foram exercitando o raciocínio combinatório e se habituando ao uso de diferentes registros e suas transformações, inclusive identificando situações em que um registro mostrava ser mais eficiente ou adequado do que outro.

Os relatos de experiência apontam, de forma geral, a necessidade de o professor buscar suporte em materiais diversificados, tais como jogos e revistas para tornar suas aulas mais atrativas e significativas para seus alunos. Outro aspecto

importante é a utilização de problemas matemáticos com a reflexão e socialização das resoluções dos alunos, tendo apoio nas estratégias que os mesmos apresentam para a construção significativa do conhecimento.

5.3 Estudos com professores

Os trabalhos encontrados sobre estudos com professores referentes ao raciocínio combinatório se subdividem em duas categorias: sondagem sobre o que os professores sabem sobre a Combinatória e/ou seu ensino e sobre propostas de formação específica para tal conceito.

Estudos como o de Rocha (2011), investigaram o desempenho de professores na resolução de problemas combinatórios. Nele, a autora trabalhou com professores de matemática dos diferentes níveis de ensino em relação aos problemas de arranjo e combinação. Por meio das entrevistas semiestruturadas sobre as semelhanças e diferenças entre os problemas, assim como na análise que os professores fizeram sobre a resolução dos alunos, pôde-se perceber que os docentes dos diferentes níveis de ensino apresentam dificuldades, sobretudo de diferenciar problemas de arranjo e de combinação. Essas dificuldades podem ser justificadas por lacunas de conhecimento específico na formação de professores, como também da experiência de ensino. Observou-se ainda que as lacunas no conhecimento específico do conteúdo interferem na avaliação das estratégias, principalmente no que diz respeito à compreensão sobre as dificuldades dos alunos. Com isso a autora defende uma nova proposta de formação continuada que aborde aspectos como os diferentes significados dos problemas combinatórios e outras possíveis representações, a fim de promover o desenvolvimento do raciocínio combinatório nos diferentes níveis de ensino.

Em outra pesquisa, Rocha (2012) investigou entre docentes do Ensino Fundamental seus conhecimentos sobre combinatória e seu ensino a partir de uma entrevista semiestruturada na qual foram abordados os tipos de problemas combinatórios e às questões relativas ao seu ensino e as dificuldades de sistematização das listagens de possibilidades encontradas em estudos anteriores. A autora chegou à conclusão de que para a condução de um trabalho que permita maior desenvolvimento do raciocínio combinatório, é necessário, um maior aprofundamento do conhecimento das estruturas combinatórias, do conhecimento relativo à aprendizagem dos alunos e de suas estratégias de resolução, ressaltando-se a necessidade de mais trabalhos científicos relacionados no conhecimento de combinatória e seu ensino.

Assis (2013), em outra perspectiva de estudo com professores, porém baseada nos resultados anteriores, buscou analisar o efeito de uma formação continuada sobre combinatória, baseada nos significados, invariantes e representações simbólicas dos problemas combinatórios, e as possíveis representações para resolução destes problemas. Analisando as entrevistas iniciais com os professores, os resultados parciais da pesquisa apontam para uma dificuldade no reconhecimento e trabalho da Combinatória, percebendo, assim, que a formação continuada em Combinatória é uma ação importante, pois possivelmente ajudará as professoras a refletirem sobre esse conteúdo que deve ser trabalhado desde os anos iniciais.

Os métodos dos estudos foram desenvolvidos por meio de entrevistas semiestruturadas, testes com problemas combinatórios e análise de resolução de alunos.

Pode-se perceber que as pesquisas publicadas nos últimos anos sobre o raciocínio combinatório evidenciam, como no estudo anterior de Borba, Rocha, Martins e Lima (2009), a necessidade de maior investimento na formação de professores. Porém esta lacuna parece começar a ser preenchida com base na proposta do estudo de Assis (2013) apresentando tal formação baseada nas dificuldades apresentadas pelos professores e no que os alunos apresentam já saber, pois em intervenções com alunos baseadas nos pilares propostos por esta autora, Pessoa e Silva (2012) perceberam avanços expressivos no desenvolvimento do pensamento e compreensão dos alunos a respeito da Combinatória.

5.4 Estudos de intervenções com alunos de diferentes níveis de ensino

Esta categoria de pesquisa sobre o raciocínio combinatória apresenta, ainda que em menor quantidade, uma grande evolução de estudos na área. Podemos verificar que de forma bem sucedida, as propostas de intervenções alcançaram importantes resultados para o ensino deste conceito.

Os estudos são nos diferentes níveis: Barreto e Borba (2011) na Educação de Jovens e Adultos, Pessoa e Santos (2012) no Ensino Fundamental I (5º ano), Pessoa e Silva (2012) no Ensino Fundamental II (9º ano), Pinheiro, Abar e Sá (2012) e Rosa e Neves (2013) no Ensino Médio.

Os estudos têm em comum o trabalho com a resolução de problemas como ponto de partida para a aprendizagem da Combinatória. Outro aspecto importante em algumas das pesquisas são as intervenções baseadas em resultados de estudos anteriores

no qual as estratégias bem sucedidas encontradas são trabalhadas. Pessoa e Santos (2012) e Pessoa e Silva (2012) deram destaque para quatro tópicos percebidos, a listagem como estratégia, a sistematização da listagem, o enfoque nas propriedades invariantes de cada significado do problema e a generalização, envolvendo os quatro significados da Combinatória (arranjo, combinação, permutação e produto cartesiano). Como resultados observaram-se avanços em todos os tipos de problemas após as intervenções e que os alunos desenvolveram um raciocínio combinatório eficiente que pode ser trabalhado desde cedo.

Estas intervenções, assim como as outras encontradas também apontam para um ensino que venha a romper a perspectiva tradicional no qual se trabalham apenas com fórmulas. Pinheiro, Abar e Sá (2012) trabalharam com uma sequência didática baseada na resolução de problemas, buscando verificar se a utilização deste método proporcionava condições favoráveis para o desenvolvimento das habilidades básicas da Análise Combinatória. Entre os resultados destacaram a importância do uso do princípio fundamental da contagem para romper com o método tradicional de ensino e que no aspecto geral a sequência didática proporcionou condições favoráveis para o desenvolvimento das habilidades básicas da Combinatória no nível escolar.

Todas as pesquisas de intervenção constaram em seu método de pré-teste, intervenção e pós-teste, obtendo resultados significativos para o desenvolvimento do conceito pesquisado, apresentando-se assim como propostas eficientes de ensino da Combinatória.

5.5 Estudos com a utilização de recursos

Os estudos sobre o raciocínio combinatório nesta categoria abordam a análise de livros didáticos e a utilização de softwares para o ensino.

Nos livros dos anos iniciais do Ensino Fundamental Barreto e Borba (2010), buscando observar como são tratados problemas de raciocínio combinatório em livros e manuais do professor de 1ª a 4ª série (atuais 2º a 5º anos de escolarização básica) aprovados pelo PNLD 2007 (BRASIL, 2006) e analisando se há uma preocupação em abordar esse conteúdo levando em consideração variedades nas três dimensões de conceitos propostas por Vergnaud (significados, invariantes e representações simbólicas), verificaram que nas cinco coleções de livros de Matemática analisadas, os significados com maiores percentuais totais de apresentação foram a combinação e o produto cartesiano. Elas perceberam que houve uma boa variação das representações

simbólicas utilizadas, mas que os autores não trabalharam as propriedades invariantes da Combinatória, nem chamaram a atenção do professor sobre os diferentes significados envolvidos. As autoras evidenciaram, desta forma, que embora os livros didáticos destinados aos anos iniciais do Ensino Fundamental já tragam diferentes problemas de raciocínio combinatório, não apresentam a distinção desses tipos, constatando, assim, que há pouco trabalho sistemático com o raciocínio combinatório antes do 2º ano do Ensino Médio e que para um trabalho mais efetivo em sala de aula, os livros didáticos poderiam orientar melhor os professores sobre diferentes aspectos da Combinatória a serem considerados.

Oliveira e Coutinho (2013), por sua vez, analisando os livros aprovados em 2013 apontaram que as análises realizadas permitiram inferir que o tratamento dado pelos autores aos conteúdos desde campo não é sequencial, o que dificulta o aprofundamento do conhecimento dos alunos. Observaram, ainda, que na maioria das coleções, ele não é abordado no campo do Tratamento da Informação, mas sim como aplicação do princípio multiplicativo.

Analisando as grandezas numéricas nas questões de raciocínio combinatório nos livros dos anos finais do Ensino Fundamental, Gomes e Gitirana (2011), evidenciaram que de uma maneira geral a diversidade das ordens de grandeza tanto dos conjuntos quanto dos resultados pode não ser considerada significativa, visto que mesmo a ordem de grandeza dos resultados apresentando uma boa diversidade, as questões e suas respectivas formas de resolução propostas nos livros didáticos analisados, parecem não contribuir para a sistematização do raciocínio combinatório, pois dão margem à simples obtenção do resultado sem a construção de um sentido para o aprendiz.

De maneira geral, os estudos com livro didático apontam a necessidade de um preparo minucioso deste recurso no que diz respeito ao que as pesquisas apontam como necessário para um satisfatório trabalho com a Combinatória tendo este material como apoio. Sendo assim uma boa variação das representações simbólicas utilizadas, exploração das propriedades invariantes da Combinatória e orientação aos professores em relação aos diferentes significados envolvidos em cada técnica.

Um novo campo para o ensino da Combinatória que vem sendo explorado é a utilização de *software*, que se apresenta como uma perspectiva inovadora e atrativa para o ensino em sala de aula. Azevedo, Costa e Borba (2011) investigaram o impacto do

software Árbol no raciocínio combinatório com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e perceberam que mesmo a partir de um baixo desempenho em Combinatória, alunos em período inicial de escolarização, podem ter algumas dificuldades superadas a partir do uso de *softwares*, em particular o Árbol. Destacam que o *software* utilizado permitiu que os alunos utilizassem uma forma de representação – árvore de possibilidades – na qual puderam refletir sobre a estrutura das situações, uma vez que ficaram livres da responsabilidade de listar todos os possíveis casos. Os autores ainda enfatizam que com a participação constante do professor, grandes progressos podem ser obtidos em um curto período de trabalho, como o vivenciado com a turma na qual foram coletados dados que revelaram um significativo aumento de respostas corretas.

As pesquisas com a utilização destes novos recursos mostram que através do uso de materiais tecnológicos, os alunos podem ser incentivados à reflexão de novas estratégias de resolução de questões. O trabalho com os *softwares* educativos poderá servir como uma nova possibilidade para a disseminação do conhecimento combinatório desde a infância, uma vez que estimula o interesse de crianças a adultos, pois se trata de um recurso prazeroso que, por meio de manipulações, podem tornar a aprendizagem mais concreta. Vale ressaltar que as pesquisas apontam a necessidade de que o professor esteja bem preparado, de forma a fazer melhor uso do recurso.

6 Conclusões

Investigando os estudos recentes sobre o raciocínio combinatório e assim montando o Estado da Arte nesta área, pode-se concluir que existe uma produção que vem crescendo não só quantitativamente como de forma qualitativa, trazendo grandes contribuições para o ensino-aprendizagem da Combinatória.

Os trabalhos apontam, a partir dos estudos de sondagem, que os alunos são capazes de desenvolver o raciocínio combinatório desde cedo, mesmo que não se tenha realizado um trabalho formal em sala de aula. Da mesma forma, suas estratégias de resolução são importantes de serem observadas para que se construam métodos de ensino mais próximas de suas formas de pensar e assim construir um aprendizado significativo. Estes aspectos são trabalhados de forma bem sucedida nas intervenções encontradas, nas quais os pesquisadores têm como base no ensino as estratégias não formais e na resolução de problemas.

Por outro lado, os estudos revisados apontam a necessidade de maior investimento na formação docente quanto ao ensino e aprendizagem da Combinatória, para que os mesmos possam realizar tal trabalho desde os anos iniciais, tendo como suporte os conhecimentos intuitivos dos alunos e não só nos anos finais do Ensino Médio com as fórmulas, como evidenciado por Borba, Rocha, Martins e Lima (2009). Outro aspecto também apontado por essas autoras e encontrado no presente estudo é a necessidade de um trabalho cuidadoso no preparo dos livros didáticos, para que este recurso, tão utilizado no dia a dia das salas de aula, possa atender a critérios importantes para a construção e desenvolvimento eficiente do raciocínio combinatório. Ou seja, os livros precisam possuir boa variação das representações simbólicas utilizadas, exploração das propriedades invariantes da Combinatória e orientação aos professores em relação aos diferentes significados envolvidos em cada técnica.

Entretanto, em vista a essas lacunas, foi encontrado um estudo que propõe uma formação para professores, baseada nas dificuldades apresentadas pelos docentes. Além disso, no que se refere a estudos de intervenção, estes vêm, de um modo geral, se baseando, no que os alunos apresentam já saber, apoiando-se em pilares como os significados, invariantes e representações simbólicas dos problemas combinatórios, e as possíveis representações para resolução destes problemas. Da mesma forma, novos recursos tecnológicos também aparecem como um novo suporte para o ensino da Combinatória, como os softwares educativos, apresentando-se um caminho instigante à reflexão e ao aprendizado dos alunos.

Os relatos de experiência mostram o interesse do professor em buscar formas de ensinar que sejam mais atrativas para seus alunos, buscando suporte em diversificados recursos para o ensino, assim como a resolução de problemas para a aprendizagem.

Pesquisas como esta trazem contribuições para a Educação Matemática, e em mais específico sobre o raciocínio combinatório, uma vez que as evidências aqui encontradas poderão servir de base para uma prática de ensino mais consistente, auxiliando assim na compreensão de como este raciocínio se desenvolve, no planejamento e acompanhamento de processos de ensino e de aprendizagem e que se possa avançar nas investigações e na melhor compreensão dos nossos objetos de pesquisa.

Referências

- ASSIS, Adryanne (2013). **Formação docente: a compreensão da combinatória a partir dos significados, invariantes e representações simbólicas**. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba.
- AZEVEDO, Juliana; COSTA, Elisio; BORBA, Rute (2011). **O impacto do software Árvor no raciocínio combinatório**. Anais da VIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife.
- BARRETO, Fernanda; AMARAL, Fábio; BORBA, Rute (2007). Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de séries iniciais. **Caderno de Trabalhos de Conclusão de Curso de Pedagogia**. Recife: UFPE, v. 2, p. 1-21.
- BARRETO, Fernanda; BORBA, Rute (2010). **Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos dos anos iniciais**. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador.
- ____ (2011). **Intervenções de combinatória na educação de jovens e adultos**. Anais da VIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife.
- BORBA, Rute; ROCHA, Cristiane; MARTINS, Glaucete; LIMA, Rita (2009). **O que dizem estudos recentes sobre o raciocínio combinatório**. In: Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 10. 02-05 jun. 2009, Ijuí. Anais... Ijuí: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Rio Grande do Sul.
- BRASIL, MEC (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. 1º e 2º ciclos. Brasília: Secretaria de Ensino Fundamental.
- ____ (2006). **Guia do Livro Didático 2007: Matemática (séries / anos iniciais do ensino fundamental)**. Brasília.
- CUNHA NETO, Júlio Henrique; LOPES, Yale de Angelis; OLIVEIRA JÚNIOR, Ailton Paulo (2011). **O Estado da Arte em Educação Estatística das Séries Finais do Ensino Fundamental ao Ensino Superior de 2000 a 2011**. Anais do I Encontro Regional de Educação Estatística do Triângulo Mineiro: Experiências e Expectativas – Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba – MG.
- FERREIRA, Norma Sandra de Almeida (2002). As pesquisas denominadas “Estado da Arte”. **Educação e Sociedade**, ano 23, n. 79, ago.
- FISCHBEIN, Efraim (1975). **The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children**, Reidel, Dordrecht.
- GOMES, Tâmara; GITIRANA, Verônica (2011). **Grandezas numéricas em questões de raciocínio combinatório do 6º ao 9º ano**. Anais da VIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife.
- GUIRADO, João Cesar; CARDOSO, Evelyn (2007). **Análise combinatória: da manipulação à formalização de conceitos**. Anais do IX Encontro Paranaense de Educação Matemática. Paraná.
- HADDAD, Sérgio (2000). **O Estado da Arte das pesquisas em educação de jovens e adultos no Brasil: a produção discente da pós-graduação em educação no período 1986 – 1998**. São Paulo: Ação Educativa.

- HUETE, Sábchez; BRAVO, Fernández (2006). **O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed.
- INHELDER, Barbara; PIAGET, Jean (1955). **De la logique de l'enfant à la logique se l'adolescent**. Paris: Presses Universitaires de France.
- LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César (1998). **A matemática do Ensino Médio**. Rio de Janeiro: SBEM, v. 2.
- LIMA, Tereza; MIRANDA, Dimas (2013). **O uso de diferentes registros de representação na resolução de problemas que envolvem análise combinatória**. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba.
- LOPES, Celi Espasandin; COUTINHO, Silva. Leitura e escrita em educação estatística. In: LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair Mendes. (Org.) (2009). **Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidade**. Campinas, SP: Mercado das Letras.
- MATIAS, Patrícia; SANTOS, Missilane; PESSOA, Cristiane (2011). **Crianças de Educação Infantil resolvendo problemas de arranjo**. Anais da VIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife.
- MERAYO, Felix (2001). **Matemática Discreta**. Madri: Editora Thomson Paraninfo S.A.
- NINA, Clarissa; MENEGASSI, Maria; SILVA, Mercedes (2009). Análise combinatória: experiências de sala de aula. **Boletim Gepem**, n° 55 – jul/dez, pg. 195-208.
- NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter (1997). **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas.
- OLIVEIRA, Eliana; COUTINHO, Cileda (2013). **Combinatória nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais: uma análise do PNLD 2013**. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba.
- PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute (2008). **Como crianças de 1ª à 4ª série resolvem problemas de raciocínio combinatório?** Anais do 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Recife.
- _____ (2009). Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp, v. 17, jan-jun.
- _____ (2009). **A compreensão do raciocínio combinatório por alunos do 2º ano do ensino fundamental ao 3º ano do ensino médio**. Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Brasília.
- _____ (2010). O Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório na Escolarização Básica. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v.1, n.1. 2010. Disponível em: <http://emteia.gente.eti.br/index.php/emteia/article/view/4> Acesso em: 10 ago. 2013
- PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute; SANTOS, Laís Thalita Bezerra dos (2010). **Conceitos-em-ação mobilizados por alunos do 5º ano de Escolarização Básica diante de situações combinatórias**. Projeto de pesquisa. Programa Institucional de Bolsa de Iniciação Científica, UFPE.

PESSOA, Cristiane; SANTOS, Laís (2011). **O que fazem alunos do 5º ano de escolarização básica diante de situações combinatórias?** Anais do XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife.

____ (2012). **Listagem, invariantes, sistematização e generalização: um caminho para o ensino de combinatória em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental.** Anais do III Simpósio Internacional de Educação Matemática. Fortaleza.

PESSOA, Cristiane; SILVA, Monalisa (2012). **Invariantes, generalização, sistematização e estratégias bem sucedidas: o ensino da combinatória no 9º ano do Ensino Fundamental.** Anais do III Simpósio Internacional de Educação Matemática. Fortaleza.

PINHEIRO, Carlos; ABAR, Celina; SÁ, Pedro (2012). **Aprendizagem de análise combinatória por meio da resolução de problemas como ponto de partida.** Anais do III Simpósio Internacional de Educação Matemática. Fortaleza.

ROCHA, Cristiane (2011). **Conhecimentos de Professores que ensinam Matemática sobre Problemas de Arranjo e Combinação.** Anais da VIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife.

____ (2012). **Ensino de Combinatória: expectativas de professores que atuam no Ensino Fundamental.** Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis.

ROSA, Maria Aparecida; NEVES, Sandra (2013). **Análise combinatória: uma proposta de ensino usando o princípio fundamental da contagem.** Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba.

SILVA, Monalisa (2013). **Estudantes de pedagogia resolvendo problemas de combinatória envolvendo o princípio aditivo e multiplicativo.** Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba.

SOARES, Magda (2013). **Alfabetização no Brasil – O estado do conhecimento.** Brasília: INEP/MEC.

TEIXEIRA, Paulo Jorge Magalhães (2013). **Os Blocos Lógicos e o Desenvolvimento do Raciocínio Combinatório.** Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba.

VERGNAUD, Gérard (1983). Multiplicative structures. In: Lesh, R. & Landau, M. (Eds.). **Acquisition of mathematics: Concepts and processes.** New York: Academic Press.

____ (1986). **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas.** Análise Psicológica, 1, pp. 75-90.

____ (1991). **El niño, las matemáticas y la realidad - Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.** Mexico: Trillas.

Recebido em mar./2014; aprovado em dez./2015