

## **Reflexões acerca da aprendizagem baseada em problemas na abordagem de noções de cálculo diferencial e integral.**

### **Reflections on the problem based learning in the approach of notions of differential calculation and integral**

---

DÉBORA VIEIRA DE SOUZA<sup>1</sup>

ROGÉRIO FERREIRA DA FONSECA<sup>2</sup>

#### **Resumo**

*Neste trabalho, apresentamos reflexões acerca do ensino e aprendizagem de noções de Cálculo Diferencial e Integral. Mediante os aportes teóricos pertinentes, propõe-se atividades para abordar noções de Cálculo, como limites e derivadas, tomando como princípio norteador uma metodologia ativa, no caso, a Aprendizagem Baseada em Problemas (Problem-Based Learning - PBL). Espera-se integrar conteúdos e conceitos matemáticos com as práticas profissionais de universitários, promovendo aprendizagens significativas. Consideramos que por meio da inserção de problemas motivadores, reais ou realísticos, certos entraves observados no ensino e na aprendizagem de Cálculo, podem ser amenizados, bem como contribuir com a construção de conhecimentos transdisciplinares.*

**Palavras-chave:** *Cálculo Diferencial e Integral; Aprendizagem Baseada em Problemas; Ensino e Aprendizagem.*

#### **Abstract**

*This paper presents reflections on the teaching and learning of Differential and Integral Calculus notions. By relevant theoretical contributions, we propose activities to address calculation notions as limits and derivatives, taking as a guiding principle an active methodology in the case, the Problem-Based Learning (Problem Based Learning - PBL). Expected to integrate mathematical content and concepts with the university of professional practices, promoting meaningful learning. We believe that by inserting motivators, real or realistic problems, certain obstacles observed in teaching and learning calculus, can be softened as well as contribute to the construction of disciplinary knowledge.*

**Keywords:** *Differential and Integral Calculus; Problem-Based Learning; Teaching and Learning.*

---

<sup>1</sup> Mestre em Ensino de Ciências e Matemática – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP/SPO. Professora de Matemática nas Faculdades Integradas Campos Salles, [mat\\_debora@yahoo.com.br](mailto:mat_debora@yahoo.com.br).

<sup>2</sup> Doutor em Educação Matemática – PUC/SP. Professor efetivo de Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP/SPO. Professor do quadro permanente no Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática do IFSP/SPO, [rffonseca@ifsp.edu.br](mailto:rffonseca@ifsp.edu.br).

## Introdução

Em meio às diversas mudanças técnico-científicas e às necessidades inerentes à sociedade atual faz-se necessário que os conhecimentos adquiridos sejam produzidos e utilizados além do contexto da sala de aula, sob uma perspectiva transdisciplinar.

Nos diversos níveis de ensino, as preocupações em relação aos processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos são evidenciadas em estudos realizados no âmbito da Educação Matemática. Em relação ao campo universitário, exige-se, cada vez mais, que estudantes sejam preparados tanto pessoal quanto profissionalmente, e que construam não apenas conhecimentos conceituais de determinadas disciplinas isoladas, mas que desenvolvam conhecimentos transdisciplinares articulados a atitudes e habilidades essenciais à sua formação.

Entendemos que o ensino da Matemática Superior, em sua vasta colaboração com a formação dos indivíduos, deve estar atrelado a abordagens metodológicas que favoreçam o enfrentamento de problemas reais que farão parte da prática profissional dos estudantes. Por outro lado, situações problemáticas ligadas a determinadas disciplinas matemáticas, como o Cálculo Diferencial e Integral (CDI), normalmente são associadas aos altos índices de evasão e reprovação universitária (BARUFI, 1999; REIS, 2001; REZENDE, 2003).

Propomos aqui reflexões acerca da abordagem de conceitos de Cálculo Diferencial e Integral por meio de situações que fazem parte de áreas profissionais de determinados cursos, buscando favorecer a participação ativa dos estudantes durante todo o processo de ensino e aprendizagem.

Apresentamos considerações a respeito do ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, e da Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL), com perspectivas de construir conhecimentos transdisciplinares e desenvolver competências conceituais, atitudinais e procedimentais. Propomos como recurso uma metodologia de ensino ativa e diferenciada, a qual procura articular conhecimentos teóricos a possíveis práticas profissionais dos estudantes.

Segundo Ribeiro (2008), a Aprendizagem Baseada em Problemas (Problem-Based Learning - PBL), propõe que tanto aluno quanto professor se deparem com situações desafiadoras, o que ocorre por meio da adoção de problemas reais ou realísticos (aqueles que são passíveis de ocorrer em uma certa área profissional). No PBL, os atores envolvidos participam ativamente de todo processo de construção dos conhecimentos.

Seus ideais se respaldam em ideias construtivistas, e nos conduzem à promoção de conhecimentos transdisciplinares.

Neste artigo procuramos apresentar quais são as potencialidades teóricas (vantagens, desvantagens e obstáculos) do uso da Aprendizagem Baseada em Problemas no ensino de noções de Cálculo Diferencial e Integral, além de contemplar sugestões de situações problema no formato do PBL, com algumas orientações didáticas, as quais podem contribuir para uma produtiva dinâmica de trabalho na sala de aula.

O trabalho aqui apresentado é uma pequena parte de nossa pesquisa, desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática; trata-se de um estudo teórico de cunho bibliográfico, no qual tivemos como norteador o seguinte problema:

Quais são as potencialidades teóricas do uso de uma metodologia ativa, no caso a Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL), no ensino e aprendizagem de noções do Cálculo Diferencial e Integral, possibilitando uma abordagem transdisciplinar e a resolução de problemas reais ou realísticos? (SOUZA, 2016, p. 28).

O uso de problemas reais ou realísticos, condizentes com as realidades profissionais, tem como intenção motivar o interesse pelo objeto de estudo. A dinâmica de trabalho ocorrerá por meio de sessões tutoriais, em pequenos grupos, e o professor assume a postura de tutor ou facilitador da aprendizagem (RIBEIRO, 2008).

## **O ensino de Cálculo e o uso do PBL**

O ensino universitário tem o intuito de formar diferentes profissionais aptos a atuar em suas respectivas áreas, contribuindo para o desenvolvimento da sociedade brasileira, para a colaboração em sua formação contínua e deve também estimular o conhecimento de problemas pertinentes ao mundo atual, conforme a Lei de Diretrizes e Bases do Ensino Superior (BRASIL, 1996).

Todavia, nota-se que diversas propostas de ensino ocorrem de forma fragmentada, sem associação com aspectos da realidade. Fatores estes que podem tornar o ensino monótono, pois as aprendizagens passam a ser mais pontuadas em processos de explicação-exercícios, tornando as aulas exclusivamente expositivas e focadas em processos de transmissão de conhecimentos.

Enfatizamos o quanto há preocupações em relação ao ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral, inclusive quanto a questões associadas aos índices de fracasso na área (IGLIORI, 2007). A urgência em amenizar algumas problemáticas, como os altos

índices de reprovação e de evasão, por exemplo, se faz tão necessária que determinadas universidades passaram a inserir em suas grades curriculares disciplinas que tratam de revisões matemáticas gerais, introduzindo o assunto de Cálculo em suas bases – essas se denominam “Cálculo Zero”, “Pré-Cálculo”, “Cálculo A” (REZENDE, 2003).

Sabemos que nessa área há dificuldades de compreensão de conceitos advindos da própria Matemática, ou seja, questões inerentes ao desenvolvimento do pensamento matemático avançado. Existem questões ligadas à abstração excessiva de certos conceitos, e há desafios a serem superados quanto às abordagens didático-metodológicas usadas nesses ambientes de aprendizagem. Iglioni (2007) indica que pesquisas associadas aos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo se intensificaram mais nas décadas de 80 e 90, período em que ocorreu também a busca pela reforma do ensino de Cálculo. Nesse momento tornou-se notório o quanto essas questões precisavam ser analisadas tanto nacional quanto internacionalmente.

A abordagem de tópicos de Cálculo é relevante à nossa sociedade e às práticas profissionais. Barufi (1999), afirma que o Cálculo é uma ferramenta bastante útil, pois trabalha com grandezas, com noções de aproximações locais, as quais são assuntos presentes em praticamente todas as áreas de conhecimento.

Todavia, percebe-se que há obstáculos a serem superados em relação à dinâmica da sala de aula e à compreensão de conceitos elementares. Há estudantes que consideram certos tópicos abordados, irrelevantes às suas carreiras, fato este que pode comprometer o nível de aproveitamento das aulas.

Cury (2006) também coloca em evidência que essas preocupações com o ensino de Cálculo vêm se mostrando bem presentes em todos os eventos atuais, tanto os que são ligados à Educação Matemática quanto à área de Engenharia. A pesquisadora esclarece que há vários trabalhos associados às dificuldades dos alunos e, por vezes, tais pesquisas também englobam propostas de soluções visando amenizar essa situação.

Mediante essas considerações, pretendemos expor o potencial teórico de uma metodologia de ensino que busca entrelaçamentos entre teoria e prática, e que pode ser utilizada no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, mediante a adoção de problemas reais ou realísticos. A intenção é que os alunos interajam entre si, que façam descobertas e trabalhem de modo autônomo, por meio de sessões de tutorias.

Se, entendemos que “o Cálculo é uma grande rede que interage com várias outras redes: o próprio conhecimento matemático; a física e as ciências naturais de um modo geral; as ciências sociais e econômicas; o desenvolvimento de novas tecnologias” (REZENDE,

2003, p. 44), então há necessidade de contemplá-lo sob perspectivas ativas e construtivistas. Não há como reproduzi-lo simplesmente com definições de conceitos e listas de exercícios.

Na abordagem do PBL, antes dos conceitos, vem o problema. Já de início, o aluno percebe a necessidade de aprender determinado assunto, ainda que não o conheça, não o domine. Os estudantes precisam dialogar entre si, sentem que pesquisas devem ser realizadas para amparar seus conhecimentos, percebem o quanto podem ser mais autônomos em relação às suas aprendizagens. Ou seja, habilidades e competências concernentes às suas carreiras tendem a ser mais trabalhadas e associam-se a elas, a promoção de novas ressignificações em relação ao ensino e utilidade do Cálculo Diferencial e Integral.

Segundo Rezende (2003), a resolução de problemas pertinentes a otimização (de custos, de áreas, de orçamentos domésticos), a compreensão de situações ligadas ao cálculo de taxas de variação de grandezas, a realização de análises ligadas a problemas de juros ou crescimento de população, dentre outras, são habilidades bastante solicitadas, essenciais para uma efetiva atuação profissional. O PBL, que está diretamente vinculado a situações de determinados campos profissionais, pode contemplar problemas direcionados a questões muito apropriadas às exigências da sociedade contemporânea.

Buscamos construir uma relação dialógica entre saber, aluno e professor (SILVA, 2011), fazendo com que os conhecimentos apreendidos tenham caráter transdisciplinar.

### **Contemplando o ensino de Cálculo sob algumas perspectivas construtivistas**

Repensar práticas educacionais na área de Cálculo por meio de aprendizagens significativas é algo expressivo no contexto atual. Entendemos aprendizagens significativas como a promoção de aprendizagens que ampliam e reorganizam ideias já existentes na estrutura mental, criando a capacidade de relacionar e construir novos conhecimentos (MOREIRA, 2013).

Aliar teoria e prática está intimamente ligado a uma efetiva qualidade educacional. Segundo Klein e Souza (2013), essa qualidade está associada às concepções que o sistema exerce tanto sobre o indivíduo como às suas aprendizagens e conhecimentos adquiridos. A proposta de utilizar o PBL, por meio da organização de atividades que envolvem problemas reais ou realísticos, busca integrar saberes sociais e experienciais, em

consonância com ideias de Levi S. Vygotsky (2007; 2005; 1978) e Marta Khol de Oliveira (1993).

Trabalhar com ideias de reconstrução e reelaboração de significados por meio da troca de experiências entre o grupo cultural em questão é uma das estratégias defendidas por Vygotsky (OLIVEIRA, 1993). A Aprendizagem Baseada em Problemas é uma metodologia de ensino que, dentre seus pressupostos, possui essa característica. Sua estruturação possui inferências cognitivas e sociais que ajudam os estudantes a construir uma extensiva e flexível base de conhecimentos; possibilita o desenvolvimento efetivo de habilidades de resolução de problemas; colabora com o desenvolvimento de habilidades autodirigidas e aprendizagem ao longo da vida; propicia que os estudantes se tornem colaboradores efetivos e intrinsecamente motivados para aprender (HMELO-SILVER, 2004).

Mesmo tendo suas origens em Faculdades de Medicina, em universidades renomadas como a McMaster, no Canadá, os ideais do PBL propagaram-se pelo meio acadêmico, inclusive em outros cursos universitários (Enfermagem, Arquitetura, Direito, Engenharia, entre outros).

Isso porque sua proposta alia conhecimentos teóricos e práticos e visa o desenvolvimento de competências conceituais, atitudinais e procedimentais. Essa metodologia de ensino é pautada na adoção de problemas abertos e mal estruturados. São eles que permitem que os estudantes estejam próximos de suas possíveis realidades profissionais.

Com a mediação do tutor, os grupos formados podem identificar suas necessidades de aprendizagem, realizar o levantamento de hipóteses e reelaborar seus conhecimentos. Cada grupo deve participar das sessões tutoriais, as quais substituem as aulas convencionais. Nelas os alunos trocam experiências e compartilham os estudos realizados. Em cada encontro, é preciso delegar papéis e propor tarefas de estudos e planos de ação, em busca da resolução do problema. O grupo elege um coordenador, o qual irá conduzir as discussões e decisões do grupo, além de eleger um relator, que se responsabilizará pelos registros a respeito do encontro. Importante destacar que esses papéis devem ser rotativos, possibilitando que todos os integrantes da equipe se coloquem nessas funções.

Julgamos que essa dinâmica do PBL colabora com a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), sustentada por Vygotsky. Segundo o psicólogo, a ZDP:

É a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento

potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou colaboração com companheiros mais capazes. (VYGOTSKY, 2007, p. 97)

Isto é, se temos como propósito abordar tópicos de Cálculo usando uma metodologia ativa, buscamos trabalhar com os conhecimentos que os alunos já têm a respeito de determinados assuntos, sejam eles matemáticos ou não. A partir daí, pode-se aspirar um desenvolvimento mais além, que seja construído entre pares de estudantes e com orientações do tutor, que possa mediar essas aprendizagens.

Destacamos, de acordo com Oliveira (1993), que os processos de aprendizado mobilizam os processos de desenvolvimento e, isso se dá de “fora para dentro”. O PBL tem como intenção propiciar uma aprendizagem além da resolução de problemas e almeja transpor práticas de aplicações de exemplos feitas somente após a apresentação de certos conceitos.

Entendemos que essas concepções aproximam o sujeito (universitário) de seu objeto de estudo (formação profissional e noções de CDI). E, com isso, pode haver mais motivação para o estudo e significado naquilo que se aborda. Nesse sentido,

Um dos pontos essenciais pertinentes à percepção humana é “a percepção de objetos reais [...]. Por esse termo eu entendo que o mundo não é visto simplesmente com cor e forma, mas também como um mundo com sentido e significado. (VYGOTSKY, 2007, p. 24)

Portanto, a Matemática, em especial no Ensino Superior, pode ser apresentada com direcionamentos voltados às futuras realidades profissionais dos estudantes. Problemas no formato do PBL adotam a função desses objetos reais (ou realísticos) que Vygotsky enfatiza. Sendo assim, com essas perspectivas, é provável que o ensino de Cálculo faça mais sentido e, com isso, se construam outros significados para algo que é útil, tanto aos estudantes quanto à sociedade.

### **Algumas relações entre o PBL e outras metodologias de ensino**

As práticas educacionais atuais englobam o uso de diferentes metodologias de ensino, que também pretendem trabalhar com resolução de problemas e com a produção de aprendizagens significativas. Essas abordagens contemplam direcionamentos contextualizados e interdisciplinares. A dinâmica das aulas é mais interativa. O aluno assume uma postura mais ativa e o professor se coloca como mediador do processo de ensino e aprendizagem.

Dentre essas propostas, podemos destacar a Modelagem Matemática (MM) e a Resolução de Problemas (RP).

Considerando a Modelagem Matemática, ressaltamos o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos aplicados a diferentes situações problema. Entre as potencialidades dessa metodologia encontram-se o favorecimento da aprendizagem significativa, a promoção de habilidades e atitudes elementares, essenciais à formação de um indivíduo crítico e participativo.

Segundo Bassanezi (2011, p. 24), a Modelagem Matemática é:

Um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos [...] a modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na sua linguagem usual. (BASSANEZI, 2011, p. 24)

De acordo com essa concepção, considera-se que a MM busca vínculos entre a Matemática e suas aplicações. É a metodologia que consiste “na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2011, p. 16). Para que sejam problemas motivadores propõe-se que os assuntos abordados sejam de interesse dos alunos, o que pode estimulá-los a aprender.

Biembengut e Hein (2013) descrevem que os processos de resolução desses problemas, exigem formulações matemáticas detalhadas. O trabalho com símbolos e relações matemáticas envolvidas é que irá traduzir um fenômeno em questão ou um problema de situação real, o que é compreendido como modelo matemático.

Esses fatores nos levam a considerar que a MM aborda situações reais ou simuladas, mas não necessariamente que sejam ligadas a áreas profissionais. Também pontuamos que seu foco é mais específico, pois há um predomínio do uso de conceitos e modelos matemáticos, mesmo tendo um aspecto interdisciplinar.

No caso da Resolução de Problemas, aplicada ao campo da Matemática, “o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico, e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado” (ONUHCIC; ALLEVATO, 2011, p. 85).

Desta maneira, a opção pelo trabalho com a Aprendizagem Baseada em Problemas não se contrapõe a nenhuma dessas outras abordagens metodológicas. Nossa escolha deve-se a dois fatores elementares: o PBL, necessariamente, precisa estar vinculado aos possíveis campos de atuação profissional dos universitários e a dinâmica das aulas ocorre através

das sessões tutoriais. Julgamos que essas perspectivas podem possibilitar a promoção de conhecimentos transdisciplinares, pois foca além dos conceitos matemáticos em questão a articulação entre diferentes áreas do conhecimento.

O problema no formato do PBL propicia o desenvolvimento de uma visão holística, muito além da compreensão de uma disciplina específica. Seu trabalho com conceitos pontuais serve para mostrar aos alunos como conhecimentos de diferentes áreas estão relacionados e como os mesmos são necessários para uma atuação profissional mais crítica e efetiva. Suas intencionalidades resgatam e reforçam também atitudes, valores e comportamentos essenciais à formação dos indivíduos.

Embora haja diferenças pontuais entre tais metodologias de ensino, percebemos o quanto há objetivos e aspectos em comum. A seguir, apresentaremos um quadro que envolve aspectos contemplados por essas metodologias de ensino.

Quadro 1 – Aspectos contemplados pelas metodologias de ensino

<b>Aspectos</b>	<b>Metodologias</b>
Situação apresentada (problema): clara, fechada e estruturada – operacional.	RP; MM
Situação apresentada (problema): aberta e pouco estruturada.	RP; MM; PBL
Construção e análise de modelos matemáticos.	MM; PBL
Dinâmica da aula: individual ou em grupos de alunos.	RP; MM; PBL
Formalização final, possivelmente realizada pelo professor.	RP; MM; PBL
Trabalho com o problema em grupos.	RP; MM; PBL
Trabalho com o problema de forma individual ou em grupos.	RP; MM;
Estabelecimento de um plano e execução do mesmo já em etapas iniciais de análise do problema.	RP; MM; PBL
Processo de validação e modificação.	RP; MM; PBL
Trabalho em equipe e desenvolvimento de habilidades de cooperação, respeito mútuo.	RP; MM; PBL
Autoavaliação.	MM; PBL; RP
Apenas situações reais ou simuladas abordam conteúdos matemáticos.	MM; PBL
Compreensão do papel social e cultural da Matemática em diferentes contextos.	RP; MM; PBL
Trabalho com previsões de situações.	RP; MM; PBL
Buscam-se propostas de resolução para os problemas.	RP; MM; PBL
Utilização de conhecimentos prévios.	RP; MM; PBL
Há leitura, análise e discussão dos problemas apresentados (em grupos).	RP; MM; PBL
Relações interdisciplinares atenuadas pelas situações.	RP; MM; PBL
Apresentação do problema com intuito de enfocar e motivar os estudantes.	RP; MM; PBL
Alunos participam ativamente do processo de aprendizagem.	RP; MM; PBL
Procuram aliar conhecimentos teóricos com alguma situação prática.	RP; MM; PBL
Explora exclusivamente situações relacionadas à prática profissional.	PBL
Realização de sessões tutoriais.	RP; MM; PBL
Sessões de tutorias necessariamente com revezamento de papéis.	PBL

Fonte: Quadro elaborado pelos autores (2016)

## Estruturando nossa proposta

A partir das considerações anteriores, elaboramos um problema de acordo com os preceitos do PBL, e como estudo de apoio adaptamos um problema contextualizado, disponibilizado em materiais de estudos voltados à área de CDI. A utilização do material de estudo de apoio é opcional e dependerá das escolhas didáticas do professor (tutor).

O problema a seguir contempla aspectos de algumas áreas profissionais, essa situação poderia ser utilizada em cursos de Graduação voltados a atuação com questões relacionadas ao Meio Ambiente, Biologia, Química, entre outros.

Figura 1 – Incêndio em tanques de combustível

- O problema: *Impactos ambientais causados por poluentes químicos*



Fonte: [http://www.omundodaquimica.com.br/control\\_e\\_fogo](http://www.omundodaquimica.com.br/control_e_fogo) (2016)

O incêndio que teve início em um dos tanques de combustível de uma indústria, no bairro do Alemoa, cidade litorânea de São Paulo, que gerou diversas explosões em outros tanques causou vários prejuízos naturais. Os impactos ambientais do incêndio que atingiu seis tanques poderão durar muitos anos, contaminando as águas, manguezais, plantas e animais.

Além disso, com a emissão de poluentes na atmosfera, existe a possibilidade de ocorrência de chuvas ácidas, o que comprometeria a vegetação da serra do Mar. Estimase que bilhões de litros de água que foram usados no resfriamento dos tanques voltaram para o ecossistema aquático com resíduos do combustível e dos produtos químicos que compõem a espuma usada para debelar o fogo.

De acordo com a Companhia Ambiental do Estado (Cetesb), na época do incêndio a quantidade de oxigênio disponível na água foi reduzida dramaticamente e a temperatura subiu  $7^{\circ}\text{C}$  do tolerável para os peixes, o que causou a morte de oito toneladas deles.

Realize uma pesquisa para indicar os impactos ambientais causados pelo incêndio relatado no início, e busque desenvolver um modelo matemático para fazer previsões sobre o tempo que será necessário para que os impactos sejam minimizados.

### **Estudo de apoio para o problema em questão<sup>3</sup>**

Para incentivar os estudos dos impactos ambientais causados pelo incêndio descrito na situação anterior, e indicar algumas informações e dados que serão necessários para iniciar tais estudos, vamos propor a análise e resolução do caso de uma Petroquímica que poluiu uma Baía:

A Petroquímica Ltda., companhia especializada no tratamento de resíduos poluentes derramou, acidentalmente, uma grande quantidade do Agente Oleoso na Baía Bonita. Feitas medições após o acidente, concluiu-se que a concentração do Agente Oleoso nas águas da baía era de 10 ppm (partes por milhão).

Na baía existem manguezais que, por sua flora e fauna características, são considerados zonas de proteção ambiental. Infelizmente, não é possível remover por meios mecânicos o Agente Oleoso que polui os manguezais: corre-se o risco de causar danos ainda maiores ao ecossistema local.

Além disso, a pesca na baía constitui o único meio de sobrevivência para diversas colônias de pescadores que vivem ao seu redor. Devido à contaminação dos peixes pelo Agente Oleoso, a pesca na baía foi proibida.

Numa tentativa de ressarcir, em parte, os danos causados ao meio ambiente e o prejuízo sofrido pelos pescadores, moveu-se uma ação popular contra a Petroquímica para o estabelecimento de uma multa a ser investida em Programas de Despoluição da baía e em auxílio às famílias desempregadas.

Após uma cuidadosa análise da situação, cientistas ambientalistas, garantiram que a baía tem uma capacidade de se autodepurar a uma taxa de 20% ao ano. Baseando-se nesta hipótese, estabeleceram, então, o seguinte modelo matemático para a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo:

---

<sup>3</sup> Este estudo de apoio foi inspirado e adaptado do capítulo 6 do livro *Aprendendo Cálculo com Maple*, de Angela Rocha dos Santos e Waldecir Bianchini. Ano: 2002. Disponível em: <[http://www.im.ufrj.br/waldecir/calculo1/calculo1pdf/capitulo\\_06.pdf](http://www.im.ufrj.br/waldecir/calculo1/calculo1pdf/capitulo_06.pdf)>. Acesso em: 12 maio 2015.

$$p(1) = 10$$

$$p(n+1) = 0,8p(n)$$

(Este é um exemplo de um sistema dinâmico discreto)

Utilize este modelo, para fazer as seguintes previsões indicadas no quadro 2:

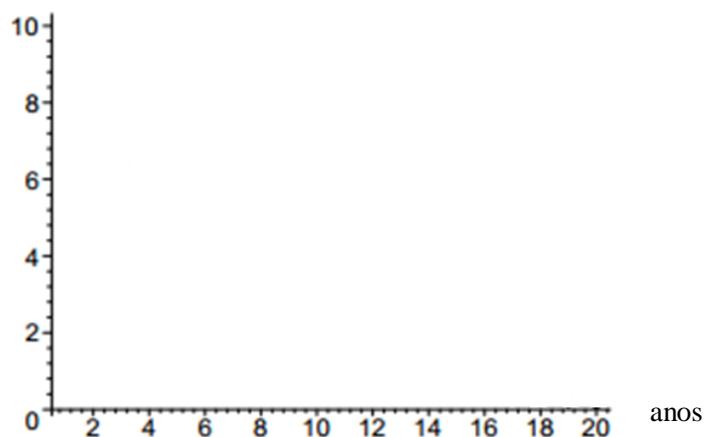
Quadro 2 – Previsão do total de poluentes ao longo dos anos

Ano	Poluente (ppm)						
1		6		11		16	
2		7		12		17	
3		8		13		18	
4		9		14		19	
5		10		15		20	

Fonte: Adaptado de SANTOS; BIANCHINI (2002, p. 94)

A partir dos dados indicados no quadro anterior, construa um gráfico para indicar as previsões calculadas por você:

Figura 2 – Elaboração gráfica das relações entre poluentes ao longo dos anos ppm



Fonte: Adaptada de SANTOS; BIANCHINI (2002, p. 94)

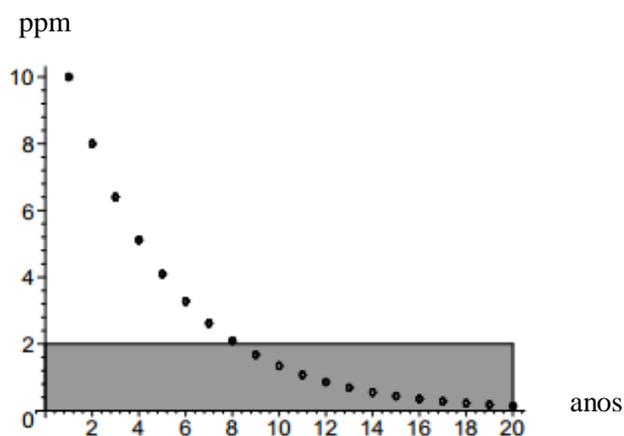
Suponha que de posse destes dados, os advogados da Petroquímica, em defesa do seu cliente, alegaram junto ao tribunal que não houve um dano real ao meio ambiente provocado pelo derramamento do Agente Oleoso na baía, porque ao final de algum tempo o nível de poluição da baía retornaria ao seu padrão inicial. Para fundamentar esta linha de argumentação, usaram o fato de que  $\lim_{n \rightarrow \infty} p(n) = 0$ , explicando que traduzia em termos matemáticos precisos o que aconteceria com a concentração do Agente Oleoso ao longo do tempo. Além disso, explicaram também que a expressão anteriormente citada indica,

matematicamente, que após um certo tempo a concentração do Agente Oleoso ficará muito próxima de zero.

O promotor da ação achou que havia alguma coisa errada nesta história, “justificada matematicamente”, mas não sabia como contestar os argumentos matemáticos apresentados. Uma de suas assistentes chamou atenção para o verdadeiro significado matemático da expressão  $\lim_{n \rightarrow \infty} p(n) = 0$ .

A assistente argumentou que, embora depois de muitos anos a concentração do Agente Oleoso realmente se aproximasse de zero, os peixes e o restante da fauna e da flora aquáticas estavam contaminados e impróprios para o consumo. Por este motivo a pesca na baía seria proibida até que a concentração do Agente Oleoso fique abaixo de 2 ppm. Para fundamentar seu raciocínio apresentou o seguinte gráfico, ilustrativo da situação descrita:

Figura 3 – Concentração do Agente Oleoso ao longo dos anos



Fonte: Retirada de SANTOS; BIANCHINI (2002, p. 94)

Assim, pelos dados apresentados pelos ambientalistas e pelo gráfico apresentado na figura 3, ela concluiu que transcorreriam oito longos anos até que a baía pudesse ser liberada para a pesca. Propôs, então que fosse cobrada da Petroquímica uma multa de 10 milhões de reais por cada ano em que a pesca estivesse proibida. Pelos dados apresentados, a multa total devida seria de 80 milhões de reais.

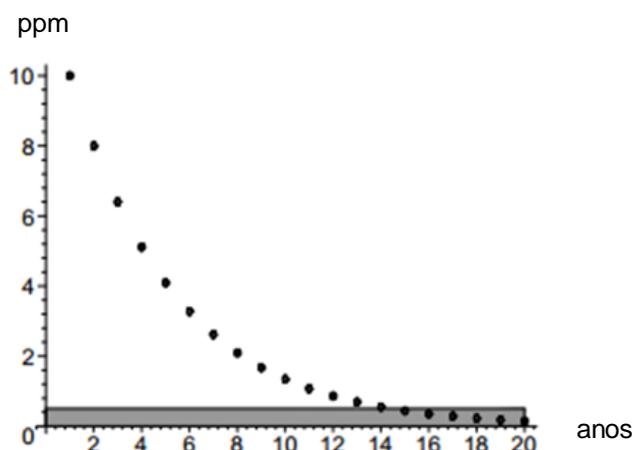
Além disso, a assistente da promotoria afirmou que a interpretação matemática dada pelos advogados da Petroquímica estava correta, mas era apenas uma pequena parte da história. O significado mais preciso, neste caso, da expressão  $\lim_{n \rightarrow \infty} p(n) = 0$  é que para qualquer nível de concentração C do Agente Oleoso haverá um tempo T, que pode estar muito,

muito longe no futuro, tal que para todo  $t \geq T$ , isto é, para qualquer tempo posterior a  $T$ , teremos que  $|p(n)| < C$ .

Dessa maneira, para que a pesca pudesse ser liberada teríamos que ter  $C = 2$  ppm e, neste caso,  $T = 9$  anos.

O promotor então argumentou que, embora o nível de 2 ppm fosse adequado para a liberação da pesca na baía, a fauna e a flora, especialmente dos manguezais, só se recuperariam completamente quando o nível de concentração do Agente Oleoso ficasse abaixo de 0,5 ppm e apresentou o gráfico a seguir:

Figura 4 – Nível de concentração do Agente Oleoso ao longo dos anos



Fonte: Retirada de SANTOS; BIANCHINI (2002, p. 95)

Concluindo, então, que este nível só seria atingido quando  $t \geq 14$ .

Tendo em vista os argumentos apresentados por ambas as partes, o juiz condenou a Petroquímica a pagar uma multa de 140 milhões de reais.

É possível determinar quanto tempo deve-se esperar até que a concentração de poluentes fique abaixo do nível indicado, nos seguintes casos? Em caso afirmativo determine quanto tempo será necessário, em caso negativo justifique.

(a) A concentração atual é de 15 ppm e cai a uma taxa de 30% ao ano. O nível tolerável de poluição é de 0,5 ppm.

(b) A concentração atual é de 15 ppm e cai a uma taxa de 10% ao ano. O nível tolerável de poluição é de 0,1 ppm.

No julgamento acima, apesar de todos os interessados terem concordado com a multa estipulada, muitos especialistas discordaram do nível aceitável de poluição. Para cada um dos especialistas consultados este nível seria de:

- Para o Especialista A o nível aceitável de poluição é de 12 ppm;
- Para o Especialista E o nível aceitável de poluição é de 3 ppm;
- Para o Especialista Q o nível aceitável de poluição é de: 1 ppm;

Qual seria o valor da multa que a Petroquímica deveria pagar levando em conta a opinião de cada um dos especialistas consultados?

Em geral, qual é o nível de poluição aceitável para que seja permitido o contato da água com o corpo humano, por exemplo, para banhar-se?

Ainda em relação ao julgamento, os advogados da Petroquímica apelaram da sentença alegando que a baía já apresentava um nível de poluição antes do derramamento do Agente Oleoso. Supondo que a concentração de agentes poluidores na baía é normalmente de 0,1 ppm, os ambientalistas obtiveram o seguinte modelo matemático para prever a concentração de poluentes ao longo do tempo:

$$p(1) = 10$$

$$p(n + 1) = 0,1 + 0,8(p(n) - 0,1)$$

Este modelo, em vez de levar em conta a quantidade de poluição da baía, estima a diferença entre o nível de poluição atual e o nível de poluição natural 0,1. Em outras palavras, se o nível aceitável é  $C$ , a Petroquímica será multada por cada ano no qual  $|p(n) - 0,1| \geq C$ . Levando em conta este modelo, determine por quantos anos a Petroquímica deverá ser multada se o nível tolerado é de 0,05 ppm.

### **Algumas orientações didáticas**

Com base nas considerações tecidas anteriormente, desenvolvemos (ou melhor, adaptamos) problemas contextualizados, reais ou realísticos, associados a possíveis atuações profissionais de estudantes (de determinados cursos de graduação). Esses problemas foram estruturados no formato do PBL, contemplando noções de Cálculo Diferencial e Integral.

Nossas considerações em relação à dinâmica da sala de aula num contexto PBL, baseiam-se nas ideias de Ribeiro (2008) e Araújo e Arantes (2009). Buscamos apresentar apenas uma sugestão para docentes de como iniciar uma abordagem por meio do PBL.

Consideramos fundamental a conscientização acerca dos objetivos da metodologia e do trabalho a ser feito. Os alunos precisam entender que todo processo se dá por meio de tutorias e possíveis consultorias, as quais substituem as aulas tidas como tradicionais, proporcionando um ambiente mais dinâmico e interativo.

Para tanto, os alunos deverão ser organizados em pequenos grupos, em torno de 4 ou 5 pessoas (recomenda-se que no PBL, os grupos não sejam formados com mais de oito alunos, para não comprometer a eficácia do processo).

Desde o início cada grupo deve eleger um coordenador e um relator (ou secretário). O coordenador atua como líder da equipe. Já o relator tem a função de registrar os pontos mais importantes das reuniões, além de pontuar quais serão as tarefas de cada membro antes dos próximos encontros. Ressaltamos que é preciso haver rotatividade de papéis entre os participantes do grupo, a fim de trabalhar atitudes e comportamentos essenciais às atuações profissionais, além de evitar a monopolização de alguns e descompromisso de outros.

Alguns aspectos gerais também precisam ser esclarecidos. Existem três aspectos que são elementares em uma dinâmica de trabalho com o PBL. São elas: a análise do problema e o planejamento da pesquisa; o desenvolvimento das ações que levarão à resolução do problema; a socialização dos conhecimentos produzidos e a produção de relatórios (ARAÚJO; ARANTES, 2009). Vejamos:

### **Análise do problema e planejamento da pesquisa**

Nessa fase é necessário apresentar aos alunos uma visão geral sobre a situação que eles têm em mãos e o quanto a mesma está próxima de suas futuras realidades profissionais. Isso se dá por meio da leitura coletiva do problema, apresentação do contexto e registro de possíveis palavras ou termos desconhecidos, que deverão ser pesquisados posteriormente. O interesse pelo problema deve ser despertado e os grupos tendem a perceber que há lacunas em seus conhecimentos; logo, faz-se necessária a realização de pesquisas acerca do assunto abordado.

Parte-se, então, para a execução de um mapeamento e busca de informações sobre o problema: surgem organizações de ações e trocas de experiências entre os membros da equipe. Destacamos, também, que essa etapa deverá contemplar a elaboração de hipóteses e definições das estratégias para responder ao problema, considerando o tempo disponível para executá-las. Esse tempo depende da carga horária da disciplina e do planejamento do tutor (professor). Pode-se sugerir também que os grupos elaborem um projeto (de pesquisa), dependendo das intencionalidades do tutor.

## **Ações que levarão à resolução do problema**

Nessa etapa ocorre o desenvolvimento de estudos, pesquisas e intervenções em favor do problema, contando com possíveis consultorias de outros profissionais (ou professores). Nas análises que serão realizadas em momentos posteriores, descreveremos mais detalhadamente como essa fase poderá ocorrer.

A dinâmica do plano de aulas no formato PBL dificilmente se restringe a um único momento. Após o primeiro contato com o problema, no qual surgirão indagações, hipóteses e alguns planos de ação, os discentes precisam se reencontrar a fim de apresentar e discutir tudo o que foi desenvolvido (o que pode ter sido feito ao longo de uma semana, por exemplo). Com materiais de estudos em mãos, ou seja, com as pesquisas realizadas, os grupos discutem sobre suas descobertas e, com embasamentos teóricos, compartilham suas informações com os outros membros da equipe.

O tutor, realizando suas orientações, analisa as interpretações dos alunos e possibilita encaminhamentos a respeito do trabalho com conceitos envolvidos, mesmo que englobe outras áreas de conhecimento. Todavia, esse tutor precisa analisar se a escolha das variáveis, das decisões adotadas pelos alunos não irá levar à construção de conhecimentos incompatíveis. Previsões e análises das dificuldades também devem ser uma das preocupações desse facilitador, tanto em relação aos conhecimentos gerais como ao comportamento que cada grupo possa apresentar.

Reiteramos que cada um desses apontamentos, analisados de modo processual, pretendem diagnosticar a aquisição de conhecimentos transdisciplinares e, precisam, assim, ser muito bem estruturados.

## **Socialização dos conhecimentos produzidos e produção de relatórios**

Essa será a última etapa do trabalho com problemas no formato PBL. Essa socialização se dá por meio do compartilhamento dos conhecimentos produzidos, com os demais grupos e com o tutor envolvido. Propõe-se a apresentação de um relatório acadêmico-científico, no qual conste a trajetória do projeto desenvolvido, as pesquisas realizadas e os resultados obtidos ao final da proposta.

Importante destacar também sugestões a respeito do processo de avaliação dessas aulas. Como pesquisadores, evidenciamos que há preocupações tanto em relação à avaliação processual quanto à avaliação formativa, reiterando que nossa proposta PBL busca abarcar competências conceituais, atitudinais e procedimentais.

Araújo e Arantes (2009) sugerem como avaliações a produção e análise de relatórios. Uma nota seria atribuída a um relatório científico parcial e a outra faria referência ao relatório científico final. Realizada uma média entre ambas, tem-se, então, a média final de cada estudante. Segundo esses autores, para que esses relatórios sejam elaborados, cada um deles deve compor as avaliações de todos os envolvidos no processo. Ou seja, no relatório parcial, deve constar a avaliação do tutor, a autoavaliação do estudante e a avaliação que o grupo faz de cada membro da equipe. Associadas a essas análises também irão constar as notas dadas à produção do relatório científico em si e à apresentação feita durante os seminários. É importante considerar na avaliação a postura e participação dos estudantes nas sessões de tutoria. Lembrando que para cada item apresentado pode-se atribuir ponderações diferentes.

Como pretendemos abordar tópicos matemáticos nessa proposta de ensino, pode-se atribuir também notas voltadas a parte de compreensão e aplicação de conceitos. Na verdade, tudo isso irá depender dos critérios avaliativos a serem adotados pelo tutor, mediante sua própria experiência como docente.

Os conhecimentos adquiridos são pontuados pelos próprios estudantes. E o tutor ao longo do projeto tende a identificar se os novos conhecimentos realmente estão sendo construídos. Ou seja, os métodos de resolução a serem adotados vão sendo institucionalizados durante todos os encontros, e no final, há uma formalização geral dos trabalhos desenvolvidos. Devolutivas e discussões entre os membros do grupo e o tutor devem ser feitas no desenrolar do processo e também após a concretização do mesmo. Realiza-se a etapa de validação das soluções, momento este em que há abertura para a exposição das ideias e troca de experiências com os outros grupos e, na sequência, ocorrerem as avaliações gerais. A ideia é que esses estudantes notem o quanto a apreensão do problema pode colaborar para o desenvolvimento de suas competências em relação a conceitos, atitudes e comportamentos.

A seguir realizaremos algumas considerações mais específicas, segundo as características da situação aqui sugerida.

Neste problema há questões associadas à área ambiental, ao entendimento de reações químicas elementares, questões relacionadas à economia, ética, dentre outras.

O problema é apresentado a cada grupo. Recomenda-se a leitura compartilhada. Mediante a compreensão dos estudantes, o tutor começa a realizar suas inferências, com a intenção de que as primeiras questões de aprendizagem sejam identificadas, solicitando também que indiquem palavras ou termos desconhecidos pelos integrantes dos grupos.

O tutor poderá complementar as questões levantadas pelos estudantes com indagações como: “Quais são os aspectos mais relevantes nesse problema”; “Que conhecimentos o grupo acredita que estejam envolvidos nessa situação?”; “Todas as informações pertinentes aos conteúdos matemáticos foram dadas?”; “Quais dimensões além do campo matemático esse problema possui?”; “Que tipo de ligações existe com as questões profissionais?”; “Que estratégias o grupo pode usar para propor alguma resolução?”; etc. Essa fase é crucial na proposta PBL, pois os alunos são confrontados com uma situação nova. Por meio das primeiras discussões, dos conflitos gerados a partir dessa situação, juntamente com os questionamentos do tutor e dos membros do próprio grupo, desequilíbrios cognitivos podem surgir, e então é necessário analisar que conhecimentos já existem a respeito dessa situação. Ou seja, trabalha-se com um levantamento de informações prévias e com a identificação de questões de aprendizagem (de ordem conceitual, social e psicológica).

A partir dessa primeira mediação, o tutor pode listar quais são os conhecimentos já adquiridos por esses alunos e como os mesmos interagem entre si. Logo, serão realizadas orientações a respeito das indagações. Dessa forma, há como identificar quais variáveis são elementares no problema e quais provavelmente serão adotadas para que estudos complementares possam contribuir para sua resolução.

Explicações iniciais realizadas pelos grupos são interpretadas como hipóteses. E estas, por sua vez, precisam ser investigadas. Assim, estudos referentes ao problema precisam ser aprofundados. As primeiras ideias envolvendo planos de ação começam a aparecer. Quais conhecimentos são necessários para que o problema seja resolvido?; A respeito das questões ambientais, jurídicas, éticas, que aspectos precisam ser inevitavelmente considerados?; O que vocês acreditam que está implícito nessa situação?; dentre outras. Na proposta PBL, é necessário ter uma visão holística a respeito da análise e interpretação do problema. Os grupos devem, então, estabelecer suas prioridades de estudos e seus objetivos de aprendizagem, pois afinal, nesta metodologia de ensino, espera-se que os próprios estudantes mobilizem seus conhecimentos.

Todo esse processo envolve a mediação do tutor. E as considerações mais relevantes precisam ser registradas. Com isso, após a delegação de tarefas, em parcerias ou de forma individual, e com o apontamento de alguns planos de ação, pode-se propor a realização de um relatório do encontro ao final dessa reunião.

O problema em questão envolve noções de limites. Como sugestão de trabalho, o tutor pode propor referências bibliográficas a respeito do assunto; incentivar as relações de

ajuda mútua para compreender conceitos; fornecer materiais de estudo complementares; disponibilizar espaços para que os estudantes aprofundem seus conhecimentos (bibliotecas, salas de monitoria, plantão de dúvidas), entre outras formas de estudo. Durante a dinâmica do PBL, o tutor pode também realizar encontros com uma característica mais expositiva a respeito dos principais conceitos, sem infringir a autonomia.

Ao trazer para discussão algo sobre limite, como a compreensão da expressão  $\lim_{n \rightarrow \infty} p(n) = 0$ , por exemplo, os alunos precisarão ter em mãos os recursos e pesquisas que realizaram. O intuito é que, de modo autônomo, os estudantes mobilizem seus conhecimentos, verificando o que compreenderam, identificando suas concepções sobre o assunto.

Esse pode ser um momento para que se aborde a importância da Matemática aplicada a situações realísticas, que se evidencie o quanto certos conhecimentos são relevantes.

No problema em questão é possível identificar conhecimentos prévios a respeito da análise de tabelas e gráficos, e suas interpretações sobre o comportamento das funções dadas.

Como questionador e provocador, o tutor pode, por exemplo, retomar o problema e os gráficos construídos, permitindo que os alunos percebam o que acontece com a concentração de poluentes à medida que os anos se passam. Para isso, sugerimos alguns questionamentos: O que significa a afirmação “Após um certo tempo a concentração do Agente Oleoso ficará muito próxima de zero”?; Como esta frase se relaciona com os gráficos? É verdadeira a ideia de que os valores da concentração de poluentes irão zerar em algum momento? Matematicamente, como isso pode ou não ser refutado?

A fim de discutir a definição matemática de limite, o tutor pode também explorá-la graficamente, fazendo-o de forma coletiva, o com o intuito de clarificar possíveis incompreensões iniciais.

Com essa etapa de esclarecimentos e discussões, novos estudos devem ser encaminhados. Surgem rediscussões entre os participantes e busca-se integrar as ideias matemáticas ao problema dado. Após os estudos necessários e indicados (o que pode se concretizar ao longo de vários encontros, dependendo da ênfase dada ao problema, das orientações fornecidas pelo tutor, do cronograma e flexibilidade das aulas, do trabalho e interpretação dos membros da equipe, dentre outros fatores), os estudantes devem apresentar quais as propostas de soluções para o problema analisado.

Essa fase pode ser feita mediante sugestões de soluções apresentadas ao tutor, a partir de suas mediações em cada grupo. Conseqüentemente, as estratégias de resolução e desenvolvimento de todo percurso, podem ser apresentadas à turma de modo geral – com a adoção de recursos audiovisuais, exposição de trabalhos/projetos, explanação dos modelos projetados. Os discentes têm a oportunidade de rever suas considerações e de analisar os argumentos utilizados para defendê-las. Há uma formulação geral a respeito dos conceitos matemáticos envolvidos e das propostas de soluções para o problema dado. Logo, faz-se necessário validá-las.

Com os questionamentos dos demais integrantes da sala e apontamentos feitos pelo tutor, e outros integrantes do processo de avaliação (professores de outras áreas, por exemplo), é possível verificar a viabilidade das soluções apresentadas. Modificações podem ser realizadas, caso haja necessidade. E, com isso, ocorrem os processos de avaliações, descritos anteriormente. Para que isso seja ainda mais eficaz, o tutor deve oportunizar aos estudantes uma participação efetiva, de modo que percebam suas atuações ao longo do processo, seu desempenho, seu compromisso com a equipe, evolução ao longo da dinâmica, dentre outras observações.

A adoção/adaptação do problema abordado tem como objetivo colaborar com a formação de profissionais que de alguma forma atuem em questões relacionadas ao meio ambiente. Sendo este o caso, esse profissional precisa estar dotado de uma base sólida de conhecimentos teóricos e práticos ligados a diferentes áreas, como Matemática, Física, Química e Biologia, contemplando também uma visão crítica e global de aspectos políticos, econômicos, sociais e culturais.

### **Considerações finais**

O ensino universitário precisa estar articulado a diferentes conhecimentos. Noções de Cálculo Diferencial e Integral são essenciais às demandas da sociedade contemporânea. Todavia, algumas preocupações em relação aos processos de ensino e aprendizagem dessa área, como os altos índices de evasão e reprovação universitária, demonstram que novos encaminhamentos necessitam ser estudados.

Perante nossos embasamentos teóricos e de nosso interesse pelo trabalho com metodologias ativas de ensino, consideramos que a construção de ambientes propícios a aprendizagens significativas pode amenizar inquietações a respeito de problemáticas atuais relacionadas ao ensino e aprendizagem de noções de Cálculo Diferencial e Integral.

Enfatizamos aqui a necessidade de entrelaçamentos entre conhecimentos teóricos e práticos, vinculados às futuras atuações profissionais dos estudantes.

Sugerimos contemplar noções de Cálculo Diferencial e Integral, como limites e derivadas, por meio da adoção da Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL). Essa é uma metodologia ativa de ensino, na qual não há necessidade de sugerir drásticas modificações no contexto da sala de aula (ANGELO; BERTONI, 2011).

Para tanto, apresentamos reflexões acerca do ensino de Cálculo e do PBL. Conseqüentemente, indicamos um exemplo de problema estruturado no formato PBL, a fim de direcionar o trabalho do docente que porventura deseje explorar essa metodologia de ensino (com característica construtivista e transdisciplinar). Nosso propósito é enriquecer a dinâmica da sala de aula, ressignificando saberes na área de Cálculo, aliando este campo de conhecimento com perspectivas atitudinais e procedimentais.

Observamos que pode haver vantagens, desvantagens, assim como a existência de vários obstáculos em meio a realização/concretização dos direcionamentos pontuados. Como vantagens, sob a ótica dos alunos, percebe-se que: são mais motivados a aprender, tornam-se mais comprometidos com suas aprendizagens; há uma maior significação em relação aos conceitos trabalhados e, o que foi aprendido, passa a ser mais duradouro, não pela prática de memorizações; há um reconhecimento maior de que os conceitos são úteis às suas carreiras (desenvolvem habilidades e competências elementares ao seu campo profissional); desenvolvem habilidades essenciais ao trabalho em equipe; tendem a comunicar-se eficientemente, de modo oral, escrito e gráfico; aumento da capacidade de resolução de problemas; possibilita mudanças de posturas e atitudes; tornam-se mais críticos e autônomos; dentre outras (RIBEIRO, 2008).

No caso do professor, pontuamos como vantagens de trabalho: a ampliação de sua rede de conhecimentos e pesquisas; interação com outras áreas de conhecimento (e com outros profissionais); torna-se mais flexível e motivador; seus potenciais pessoais e profissionais são ainda mais mobilizados; adota uma postura de facilitador da aprendizagem e, mesmo que não seja especialista em determinados assuntos, pode promover direcionamentos gerais; dentre outras habilidades.

Como desvantagens (obstáculos/entraves), listamos que: podem ocorrer possíveis imprecisões acerca do conhecimento de teorias mais avançadas; os alunos podem sentir-se frustrados por não desejarem trabalhar em grupos; dificuldades do professor em abordar conteúdos de diversas áreas do conhecimento por meio de problemas ou mesmo para direcionar o trabalho em grupos; há uma preocupação maior em relação ao tempo

disponível para realização de pesquisas fora da sala de aula; dificuldades em relação ao uso/organização de espaços para se promover as interações entre os grupos; dificuldade do docente em elaborar/construir problemas motivadores que estejam associados às profissões e, ainda, com aspecto transdisciplinar; etc. (RIBEIRO, 2008).

Nossa pesquisa tem uma característica peculiar. No meio acadêmico, observamos publicações científicas a respeito do uso do PBL em diversos cursos universitários. No entanto, não encontramos estudos ou pesquisas promovendo a integração entre essa metodologia e a área de CDI.

O uso do PBL mostra-se pertinente às necessidades dos estudantes, dos professores e do próprio Ensino de Matemática e aproxima os sujeitos de seus objetos de estudo. A partir dele, novas indagações podem emergir. Esperamos que as considerações tecidas neste artigo possam encaminhar novas discussões sobre o uso de metodologias ativas nos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.

## Referências

ANGELO, M. F.; BERTONI, F. C. *Análise da aplicação do método PBL no processo de ensino e aprendizagem em um curso de engenharia de computação*. Revista de ensino de engenharia, v. 30, n. 2, p. 35-42, 2011.

ARAÚJO, U. F.; ARANTES, V. A. *Comunidade, conhecimento e resolução de problemas: o projeto acadêmico da USP Leste*. In: ARAÚJO, U. F.; SASTRE, G (Orgs). *Aprendizagem baseada em problemas no ensino superior*. 2. ed. São Paulo: Summus, 2009, p. 101-121.

BARUFI, M. C. B. *A Construção/negociação de significados no curso universitário inicial de cálculo diferencial e integral*. 1999. 184 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. *Modelagem matemática no ensino*. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. *Lei de Diretrizes e Bases da Educação*. Lei nº 9394, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394\\_ldbn1.pdf](http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf)>. Acesso em: 13 maio 2015.

CURY, H. N.; BISOGNIN, E. *Calculando o volume de um sólido: como a análise de erros pode auxiliar professores a elaborar atividades de ensino para calouros na engenharia*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 24., 2006, Passo Fundo. Anais... Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2006.

- HMELO-SILVER, C. E. *Problem-based learning: what and how do students learn?*. Educational Psychology Review, v. 16, n. 3, p. 235-266, sep. 2004.
- IGLIORI, S. B. C. *Uma contribuição para o ensino-aprendizagem de noções do cálculo diferencial integral*. Encontro Nacional de Educação Matemática, IX. Minas Gerais. 2007.
- KLEIN, A. M.; SOUZA, L. L. *Aprendizagem baseada em problemas*. Jornal Unesp. São Paulo, mar 2013, ano XXVII, n. 286. Disponível em: <[http://www.unesp.br/aci\\_ses/jornalunesp/acervo/286/forum-laurence-duarte-colvara](http://www.unesp.br/aci_ses/jornalunesp/acervo/286/forum-laurence-duarte-colvara)>. Acesso em: 25 maio 2015.
- MOREIRA, M. A. *Aprendizagem significativa em mapas conceituais*. Porto Alegre: UFRGS. *Textos de apoio ao professor de Física*, v. 24, n. 6, 2013. Disponível em: <[http://www.if.ufrgs.br/public/tapf/v24\\_n6\\_moreira\\_.pdf](http://www.if.ufrgs.br/public/tapf/v24_n6_moreira_.pdf)>. Acesso: 04 jan. 2016.
- OLIVEIRA, M. K. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione, 1993.
- ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. *Pesquisa em resolução de problemas: caminhos e novas perspectivas*. Bolema, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005> . Acesso: 27 abr. 2015.
- REIS, F. da S. *A tensão entre o rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. 2001. 302 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.
- REZENDE, W. M. *O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. 2003. 450 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.
- RIBEIRO, L. R. de C. *Aprendizagem baseada em problemas (PBL): uma experiência no ensino superior*. São Carlos: EdUFSCAR, 2008.
- SANTOS, A. R.; BIANCHINI, W. *Aprendendo Cálculo com Maple*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2002.
- SILVA, B. A. *Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do cálculo*. *Educação Matemática e Pesquisa*. São Paulo, v. 13, v. 3, p. 393-413, 2011.
- SOUZA, D. V. *O ensino de noções de Cálculo Diferencial e Integral por meio da Aprendizagem Baseada em Problemas*. 2016. 159 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, São Paulo.
- VYGOTSKY, L. S. *Interaction between learning and development*. In: *Mind and society*. Cambridge, p. 79-91, 1978. Disponível em: <<http://www.psy.cmu.edu/~sieglervygotsky78.pdf> >. Acesso em: 20 maio 2015.
- VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

VYGOTSKY, L.S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

Texto recebido: 07/02/2016  
Texto aprovado: 25/02/2017