

**Enseñanza por investigación en un curso de matemática de nivel  
universitario: los gestos didácticos esenciales**

**Research based Teaching in a mathematic course at university level:  
The fundamental didactic gestures**

---

DIANA PATRICIA SALGADO<sup>1</sup>

MARÍA RITA OTERO<sup>2</sup>

**Resumen**

*Este trabajo presenta resultados de dos implementaciones de un recorrido de estudio e investigación (REI) que parten de una pregunta referida a la matemática y a la economía. Principalmente, se consideran los gestos didácticos característicos de un REI, llamados dialécticas. Las dialécticas se describen cualitativamente y luego se utilizan técnicas estadísticas bivariadas para establecer posibles asociaciones entre ellas. Los gestos didácticos llamados de la lectura y de la escritura son los que más se asocian a los denominados del estudio e investigación y entrar–salir de la matemática hacia la economía y viceversa, así como a establecer qué saberes estudiar y cuánto, para responder las preguntas que surgen durante el recorrido.*

**Palabras clave:** *Teoría antropológica de lo didáctico, Recorrido de estudio e investigación, Dialécticas.*

**Abstract**

*In this paper, we present some results of two study and research path (SRP) implementations which begin with a question related to mathematics and economy. We consider primarily the characteristic didactic gestures of an SRP, called dialectics. They are described qualitatively and then bivariate statistical technics are used to establish possible associations between them. The so-called didactic gestures of reading and writing are the ones most associated with those of the study and research and to go into–out the mathematics and the economy, and also to establish which knowledge to study and how, in order to answer the derived questions in the SRP.*

**Keywords:** *Anthropological theory of the didactic, Study and research path, Dialectics.*

---

<sup>1</sup> Doctora en Enseñanza de las Ciencias-Mención Matemática: Universidad Nacional del Sur, Departamento de Matemática, dsalgado@uns.edu.ar

<sup>1</sup> Doctora en Didáctica de las Ciencias: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), rotero@exa.unicen.edu.ar

## **Resumo**

*Este artigo apresenta os resultados de duas implementações de um percurso de estudo e pesquisa (PEP), que aborda uma pergunta relacionada à matemática e à economia. Principalmente, são considerados os gestos didáticos característicos de um PEP, chamados dialéticos. As dialéticas são descritas qualitativamente e técnicas estadísticas bivariadas são usadas para estabelecer possíveis associações entre elas. Os chamados gestos didáticos da leitura e escrita são os mais associados a os chamados gestos de estudo e pesquisa e com a dialética de entrar e sair da matemática em direção à economia e vice-versa, bem como estabelecer o que estudar e quanto, para responder às perguntas que surgem durante o percurso.*

**Palavras-chave:** *Teoria antropológica da didática, percurso de estudo e pesquisa, dialéticas.*

## Introducción

Numerosos trabajos en diversos referenciales teóricos señalan la importancia de modificar radicalmente la forma de enseñar matemáticas en todos los niveles del sistema educativo. La Teoría Antropológica de lo didáctico (TAD) (CHEVALLARD, 2013) aboga por un cambio del paradigma de enseñanza tradicional, por otro basado en la investigación y el cuestionamiento del mundo. Como parte de su teorización, la TAD formula la noción de Recorridos de Estudio e Investigación (REI), como instrumentos o dispositivos que permitirían superar los problemas del paradigma de enseñanza actual. El desarrollo de un REI requiere la realización de ciertos gestos didácticos, denominados dialécticas cuya ejecución apropiada es inherente a la gestión del mismo. En el ámbito de la TAD, existen investigaciones que desarrollan REI en el nivel universitario (BARQUERO et al, 2016; BARQUERO; BOSCH; GASCÓN, 2013; COSTA; ARLEGO; OTERO, 2014; DORADO AUZ; DÍAZ GÓMEZ, 2014; FONSECA; CASAS; INSUA, 2011; OLIVEIRA LUCAS, 2015; SERRANO; BOSCH; GASCÓN, 2010) pero muy pocas sobre las *dialécticas*, y menos aún sobre cómo se relacionan entre ellas, o sobre cómo ponerlas en funcionamiento (PARRA; OTERO, 2017, 2018; SALGADO; OTERO; PARRA, 2017, 2018).

Esta investigación reporta resultados sobre el desarrollo de un REI en la enseñanza universitaria, cuya pregunta generatriz es *¿cómo calcular los costos de un micro-emprendimiento?* Inicialmente, se ha diseñado, implementado y evaluado un REI codisciplinar a la matemática y a la economía en dos cursos regulares de matemática de nivel universitario (SALGADO; OTERO; PARRA, 2017, 2018, 2019). El objetivo de este trabajo es evidenciar las relaciones o asociaciones detectadas entre las dialécticas durante el desarrollo mencionado, utilizando técnicas de análisis estadístico.

## REI y dialécticas

Un REI comienza cuando el profesor introduce una pregunta Q en sentido fuerte, llamada generatriz, cuyo estudio conducirá al encuentro o reencuentro con organizaciones de una disciplina (recorrido mono disciplinar) o de varias (recorrido codisciplinar), tal como en nuestro caso: la Matemática y la Economía. A partir de Q, se establece una cadena de preguntas y respuestas que son el corazón del proceso de estudio (CHEVALLARD, 2007). Utilizando una metáfora ecológica, la vida de la pregunta generatriz Q y la elaboración de una respuesta posible, requieren construir un medio didáctico M, es decir,

un medioambiente apropiado y una infraestructura que permitan desarrollar y validar una respuesta posible. Dicho ambiente debe ser fabricado y organizado conjuntamente por la comunidad de estudio. En la perspectiva de la TAD, el medio no está construido previamente sino que se va generando a medida que se va elaborando una respuesta a Q, a partir de todos los elementos que se decide incorporar a él porque serían potencialmente útiles para elaborar las respuestas. La construcción de M es tanto una responsabilidad del estudiante como del profesor, siendo este último solo un sistema de información más en la clase (*media*), esto significa que sus informaciones reciben idéntico tratamiento que las de otros, esto es: ningún *media* puede ser validado por el principio de autoridad o “*bajo palabra*” (CHEVALLARD, 2007).

En el proceso de construcción del medio M se activan ciertos gestos didácticos, denominados *dialécticas* (CHEVALLARD, 2007). Las dialécticas tienen dos polos, que se oponen y convocan mutuamente, sin que exista una dualidad entre ellos. Por ejemplo, en la llamada dialéctica de la *difusión y recepción*, difundir y recibir serían acciones contrapuestas, pero la primera acción consiste en dar a conocer una respuesta justificando sus componentes y las elecciones realizadas pero además debe considerar los cuestionamientos, las aceptaciones y la resistencia del resto de la clase, es decir, existe una interacción entre quien difunde y quien recibe una respuesta. Las dialécticas son las siguientes:

*Dialéctica del estudio y la investigación:* Para desarrollar un REI es necesario investigar y estudiar. Se debe investigar cuales saberes entre los disponibles en la institución podrían ser útiles para responder Q. La investigación alcanza un territorio amplio, mientras que el estudio se enfoca más en asuntos específicos.

*Dialéctica de las preguntas y respuestas:* esta dialéctica se manifiesta cuando se formulan preguntas y se elaboran respuestas, ya sea de manera oral o escrita. La primera es habitual en la cultura escolar dominante, mientras la segunda es completamente ajena, una “*rara avis*”. El proceso dialéctico ocurre pues la construcción de una respuesta conduce a la formulación de nuevas preguntas y, a su vez, estas últimas requieren de una respuesta.

*Dialéctica del individuo y del colectivo:* cada miembro de la comunidad de estudio debe esforzarse por estudiar Q y colaborar en la producción de una respuesta conjunta. El estudio colectivo de una pregunta fuerte, conduce a analizar el valor de las respuestas obtenidas en la comunidad de estudio, en lugar de aceptar sin cuestionamiento respuestas impuestas. El estudio colectivo no debe confundirse con el llamado “trabajo en grupos”.

Cada miembro del grupo de estudio puede desarrollar un estudio e investigación, propios, pero sin dejar de contribuir al conjunto.

*Dialéctica del análisis (praxeológico y didáctico) y de la síntesis (praxeológica y didáctica):* todo análisis praxeológico (de una obra involucrada) requiere formular ciertas preguntas (didácticas) relacionadas con la difusión de cierto saber tales como: ¿de dónde viene esta praxeología?, ¿cómo surge en esta institución?, etc., lo cual origina preguntas sobre la praxeología en sí: ¿cómo es la praxeología?

*Dialéctica del entrar y salir del tema:* cuando se buscan respuestas a la pregunta generatriz, se necesita estudiar obras que se incorporan al medio para elaborar una respuesta. Este estudio puede llevar a “salir del tema” o “salir de cierto saber” produciendo incluso el encuentro con otros saberes, para luego reingresar nuevamente al tema. Estas entradas y salidas, incluyen las acciones de analizar y decidir cuáles de estas obras serán consideradas pertinentes para construir una respuesta. El “salir del tema” puede ocurrir dentro de una misma disciplina o incluso entre disciplinas distintas.

*Dialéctica del paracaidista y de las trufas:* esta metáfora proviene del historiador Emmanuel Leroy-Ladurie, quien aludía a los historiadores como paracaidistas y buscadores de trufas. En el primer caso, se refiere a explorar en extensas áreas del saber y en el segundo, a la búsqueda dirigida a encontrar “tesoros enterrados”. El “explorador” toma distancia del problema, inspecciona desde afuera, pero en algún momento deberá acercarse lo suficiente para encontrar la solución. En un proceso de estudio se inspeccionan grandes áreas del saber hasta encontrar aquel que es la “pepita de oro” para responder a un problema.

*Dialéctica de las cajas negras y cajas claras:* se refiere a establecer cuáles son los saberes relevantes para responder a la pregunta generatriz y cuánto es necesario profundizar en ellos o encontrar un nivel de gris adecuado. Los saberes relevantes resultarán más “claros”, mientras que los otros se dejarán en la “oscuridad”.

*Dialéctica de la “excripción” textual y de la inscripción textual o de la lectura y de la escritura:* Consiste en analizar reescribir solo la parte útil de las respuestas encontradas. Estas son analizadas y evaluadas para luego reescribirlas, desarrollarlas e interpretarlas con relación al problema que se intenta resolver.

*Dialéctica de la conjetura y de la prueba o del medio-media:* Está relacionada con la validación del saber en un REI. Todo saber es conjetural y como tal, debe ponerse a prueba. Un *media* es cualquier sistema que emite mensajes a un cierto público, por ejemplo el curso de un profesor, un programa de televisión, un libro de texto, un sitio en

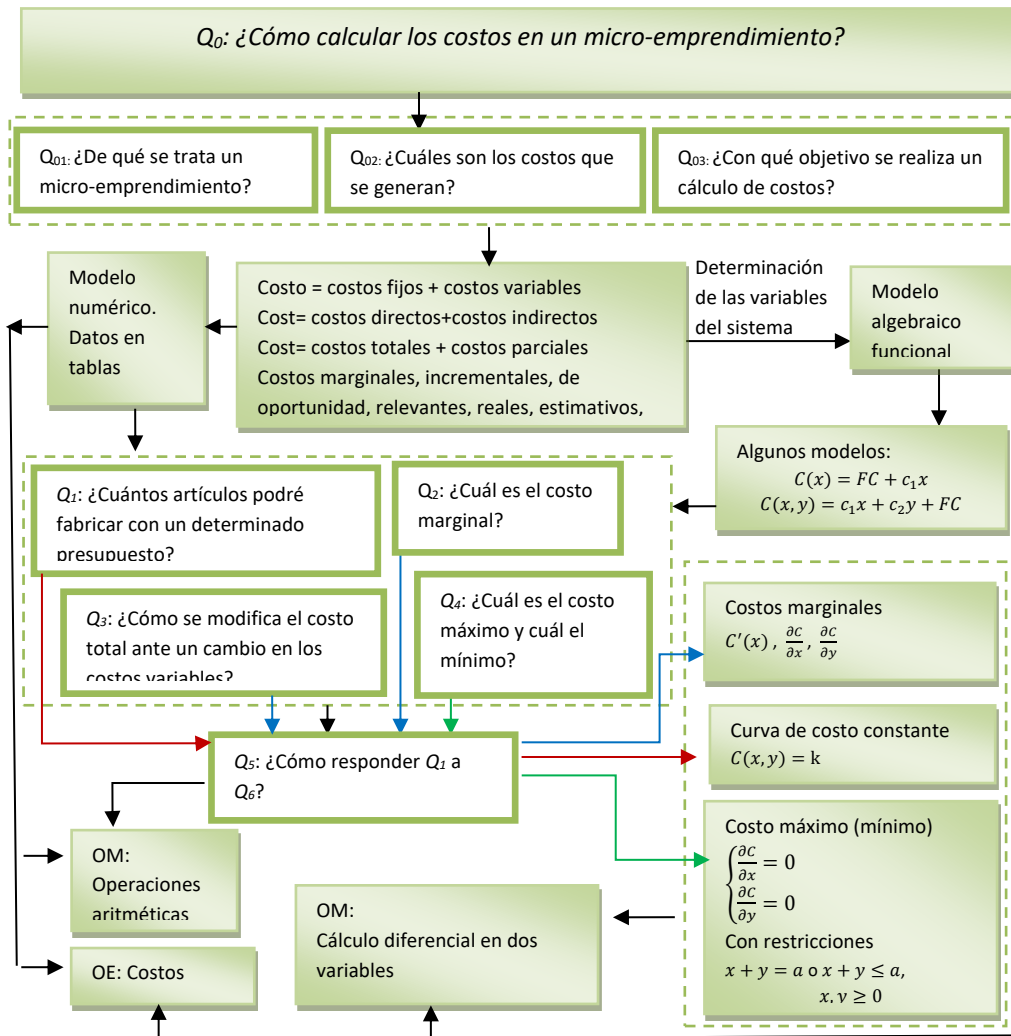
Internet, etc., pero ninguno de ellos es verdadero “per se”. Su incorporación al medio dependerá de un proceso de validación. En la enseñanza basada en la investigación y el cuestionamiento del mundo, el *medio* no es conocido de antemano, sino que se construye a medida que se desarrolla el REI.

*Dialéctica de la difusión y recepción*: se refiere a la comunicación y justificación de la respuesta obtenida por la comunidad de estudio. Difundir significa explicar las respuestas obtenidas y convocar a su cuestionamiento para determinar si son o no aceptadas por el resto de la comunidad. No se trata de una difusión narrativa, sino epistémica. Es decir que se justifica cada respuesta obtenida, cada obra utilizada o cada camino recorrido en la construcción de una respuesta.

## **EL REI y el Modelo Epistemológico de Referencia**

El Modelo Epistemológico de Referencia (MER) consiste en la identificación, análisis y descripción de todas las obras matemáticas o extra-matemáticas que podrían estudiarse al abordar la búsqueda de respuestas a la pregunta generatriz. El MER diseñado muestra que la pregunta generatriz  $Q_0$  es abierta y generadora de múltiples preguntas que resultan en el estudio e investigación de organizaciones matemáticas (OM) y económicas (OE). Además fue posible detectar dos caminos que permitirían encontrar respuestas a  $Q_0$  y derivadas (ver Figura 1), uno siguiendo un modelo numérico y uno algebraico funcional. Considerando este último, la búsqueda de respuestas a las preguntas derivadas conduciría al estudio de organizaciones matemáticas en torno al cálculo diferencial en dos variables (SALGADO, OTERO, PARRA, 2019).

Figura 1: Preguntas generatriz y derivadas. Posibles organizaciones matemáticas o económicas a construir o reconstruir en el REI



Fuente: elaboración propia

El modelo algebraico funcional fue elegido en ambas implementaciones de REI. La pregunta generatriz permitió el encuentro con organizaciones matemáticas relativas al Cálculo diferencial en dos variables, que son parte del programa de estudio, y económicas referidas a costos (SALGADO, OTERO, PARRA, 2019).

## Metodología

El recorrido se implementó en dos cursos de matemática correspondientes a las carreras de Licenciatura en Administración de Empresas, Contador Público y Licenciatura en Economía. En cada clase se recolectaron los protocolos de los estudiantes, que trabajaron en grupo, y el profesor llevó un diario de notas de campo. Las clases fueron reconstruidas a partir de los escritos de los estudiantes y del diario del profesor y constituyen la unidad

de análisis. Cada clase se segmentó en episodios tomando como marca, que durante la clase se realice un nuevo tipo de tarea, se cambie el actor principal o se estudie una nueva noción matemática o un nuevo elemento tecnológico-teórico. Los episodios segmentan un discurso escrito de la clase armado a partir de los protocolos y del diario del profesor que colabora con la identificación de la secuencia temporal y con la identificación del actor principal.

Tabla 1: Variables y modalidades

Variables	Modalidades	Códigos de referencia
D <sub>1</sub> Estudio e Investigación	Búsquedas de respuestas en diferentes medias	D1BR
	Estudio de respuestas disponibles	D1ER
	No funciona D <sub>1</sub>	D1NO
D <sub>2</sub> Individuo y Colectivo	Discusión colectiva en la comunidad de estudio	D2DC
	Discusión y toma de decisiones grupales	D2DG
	No funciona D <sub>2</sub>	D2NO
D <sub>3</sub> Análisis (praxeológico y didáctico) y síntesis (praxeológica y didáctica)	Análisis de organizaciones matemáticas o económicas	D3AO
	Síntesis de organizaciones matemáticas o económicas	D3SO
	Análisis y síntesis de organizaciones matemáticas o económicas	D3AS
	No funciona D <sub>3</sub>	D3NO
D <sub>4</sub> Entrar y Salir del Tema	Entrada y salida a distintas organizaciones matemáticas o económicas	D4ME
	Entradas y salidas dentro de la matemática	D4MM
	No funciona D <sub>4</sub>	D4NO
D <sub>5</sub> Paracaidistas y Trufas	Inspección de las preguntas	D5IP
	Inspección de respuestas disponibles	D5IR
	No funciona D <sub>5</sub>	D5NO
D <sub>6</sub> Cajas negras y cajas claras	Selección de saberes pertinentes	D6SP
	Determinación del nivel de <i>gris</i> adecuado	D6NG
	No funciona D <sub>6</sub>	D6NO
D <sub>7</sub> Lectura y Escritura	Lectura de respuestas disponibles	D7LR
	Transcripción de respuestas parciales	D7TR
	Elaboración de respuestas	D7ER
	No funciona D <sub>7</sub>	D7NO
D <sub>8</sub> Media-Medio	Participación del equipo docente como media aportando ayudas al estudio	D8PM
	Participación del equipo docente incorporando al medio un nuevo elemento para su cuestionamiento	D8ED
	Participación del grupo de alumnos incorporando al medio un nuevo elemento para su cuestionamiento	D8GA
	No funciona D <sub>8</sub>	D8NO
D <sub>9</sub> Difusión y Recepción	Difusión epistémica oral	D9OR
	Difusión epistémica escrita	D9ES
	No funciona D <sub>9</sub>	D9NO
D <sub>10</sub> Preguntas y respuestas	Formulación de preguntas	D10PR
	Elaboración y transmisión de respuestas	D10RE
	No funciona D <sub>10</sub>	D10NO
IMPL Implementación	Implementación 1	IMPL1
	Implementación 2	IMPL2
AP Actor Principal	Profesor	P
	Equipo docente	ED
	Estudiante	A
	Grupo de estudiantes	GA
	Comunidad de estudio	CE

Fuente: Elaboración propia



Siguiendo los criterios de análisis exploratorio de datos (LEBART, MORINEAU, FÉNELON, 1985), los episodios se categorizan para construir variables nominales y sus respectivas modalidades que se detallan a continuación en la Tabla 1.

Luego se realiza un análisis de tablas cruzadas mediante el software SPAD® para detectar relaciones significativas entre las variables y en tal caso, establecer el grado de asociación (LÓPEZ ROLDÁN, FACHELLI, 2015).

A continuación se describen las variables y sus modalidades.

**D<sub>1</sub>: Dialéctica del estudio e investigación.** Esta variable designa a los episodios en los que se realizan búsquedas en diferentes medias y estudio de organizaciones matemáticas o económicas para dar respuesta a las preguntas. Las modalidades son:

D1BR: *Búsquedas de respuestas en diferentes medias.* Se investiga en diferentes libros, en Internet, en el material teórico de la cátedra, etc.

D1ER: *Estudio de respuestas disponibles.* Se estudian organizaciones matemáticas o económicas potencialmente útiles, por ejemplo, funciones de dos variables, derivabilidad, derivada direccional, extremos relativos, costos, costos marginales, etc.

D1NO: Identifica a los episodios en los que no funciona D<sub>1</sub>.

**D<sub>2</sub>: Dialéctica del individuo y del colectivo.** Se argumenta acerca de las respuestas obtenidas en cada grupo de estudiantes, o cuando la argumentación se realiza hacia toda la comunidad de estudio, diferenciándose la opinión de cada grupo. Se identifican tres modalidades:

D2DC: *Discusión colectiva en la comunidad de estudio.* Se difunden resultados hacia la comunidad de estudio produciéndose una discusión entre todos los integrantes. Por ejemplo, cuando cada grupo presentó las distintas maneras de calcular costos en un micro-emprendimiento.

D2DG: *Discusión y toma de decisiones grupales.* Indica aquellos episodios en los que se toman decisiones o se argumentan resultados en el interior de cada grupo de estudiantes, lo que conduce a obtener una decisión grupal. Por ejemplo, cuando los estudiantes discutieron qué micro-emprendimiento considerar para formular un modelo de función de costo.

D2NO: Identifica a los episodios en los que no funciona D<sub>2</sub>.

**D<sub>3</sub>: Dialéctica del análisis (praxeológico y didáctico) y síntesis (praxeológica y didáctica).** Esta variable identifica el funcionamiento de D<sub>3</sub> evidenciándose en el análisis praxeológico para decidir qué saberes estudiar y una síntesis praxeológica que determina cómo y en qué medida estudiar esos saberes. Se identifican las siguientes modalidades:

D3AO: *Análisis de organizaciones matemáticas o económicas*. Se produce un análisis de qué estudiar de una obra matemática o económica para dar respuesta a las preguntas. Por ejemplo, cuando se analiza la praxeología de las derivadas parciales para decidir qué es lo útil para calcular costos marginales.

D3SO: *Síntesis de organizaciones matemáticas o económicas*. Se realiza una síntesis praxeológica. Por ejemplo, cuando los estudiantes sintetizan cuáles son los distintos tipos de costos que se producen en un micro-emprendimiento.

D3AS: *Análisis y síntesis de organizaciones matemáticas o económicas*. Indica la toma de decisiones respecto a qué y cómo estudiar una obra, tanto por parte de los estudiantes como del equipo docente. Por ejemplo, cuando se analiza y sintetiza la praxeología de las derivadas parciales para decidir qué es lo útil para responder las preguntas.

D3NO: Identifica aquellos episodios en los que no funciona D<sub>3</sub>.

**D<sub>4</sub>: Dialéctica del entrar y salir del tema.** El estudio e investigación provoca el ingreso a distintas organizaciones matemáticas o económicas para luego regresar al problema inicial. Las modalidades son:

D4ME: *Entrada y salida a distintas organizaciones matemáticas o económicas*. Se investigan organizaciones matemáticas o económicas, para luego decidir si éstas contribuían o no a una respuesta colectiva. Por ejemplo, los estudiantes consideraron distintos tipos de costos, entre ellos el costo marginal, y luego ingresaron a la matemática para formular una función de costo y calcular costos marginales mediante el cálculo de derivadas parciales.

D4MM: *Entradas y salidas dentro de la matemática*. Se producen entradas y salidas dentro de la matemática. Un ejemplo de ello está dado por decidir estudiar la continuidad de la función de costo luego del cálculo de las derivadas parciales de ella.

D4NO: Identifica a los episodios en los que no funciona D<sub>4</sub>.

**D<sub>5</sub>: Dialéctica del paracaidista y de las trufas.** Se inspecciona la pertinencia de una disciplina, área o praxeología y se seleccionan los saberes considerados útiles. Se definen tres modalidades:

D5IP: *Inspección de las preguntas Q<sub>0</sub> y derivadas*. Se inspeccionan los saberes para definir cuál es el adecuado para responder las preguntas. Por ejemplo, cuando los estudiantes ingresaron al estudio del cálculo diferencial en dos variables para hallar costos marginales y optaron por calcularlos a través del cálculo de derivadas parciales.

D5IR: *Inspección de respuestas disponibles*. Se realiza una inspección profunda de un saber. Por ejemplo, cuando se indagó sobre si el cálculo de los costos marginales usando

derivadas parciales arrojaba un resultado real o aproximado, para lo cual estudiaron la diferencia entre cambio real y aproximado de una función de dos variables.

D5NO: No funciona D<sub>5</sub>.

**D<sub>6</sub>: Dialéctica de las cajas negras y cajas claras.** Se determina cuáles son los saberes adecuados y hasta qué nivel de profundidad es necesario aclararlos. Se detectan tres modalidades:

D6SP: *Selección de saberes pertinentes.* Se decide estudiar sólo los saberes útiles para dar respuesta a las preguntas. Un ejemplo es el momento en el que los estudiantes deciden estudiar la derivabilidad de las funciones de dos variables y dejar de lado la continuidad por no aportar información útil al problema.

D6NG: *Determinación del nivel de gris adecuado.* Se selecciona el saber adecuado y se decide hasta qué nivel será estudiado. Por ejemplo, se decidió realizar un estudio estimativo de costos y no un estudio exhaustivo.

D6NO: No funciona D<sub>6</sub>.

**D<sub>7</sub>: Dialéctica de la lectura y escritura.** Caracteriza a los episodios en los que ocurre una lectura en diferentes medias y una extracción y transcripción de la información necesaria. Se definen cuatro modalidades:

D7LR: *Lectura de respuestas disponibles.* Se realiza una búsqueda y lectura de información para extraer los saberes adecuados y descartar los que no son útiles. Hubo lectura de organizaciones matemáticas referidas al cálculo en dos variables (derivabilidad, continuidad, diferenciabilidad, regla de la cadena, etc.) y económica referida al cálculo de costos (costos marginales, totales, fijos, variables, etc.)

D7TR: *Transcripción de respuestas parciales.* Se realiza una búsqueda en diferentes medias y posterior escritura. Los estudiantes extraen lo que consideran pertinente para responder las preguntas y las transcriben en sus carpetas, a modo de resumen o síntesis, elaboran los resultados obtenidos y los interpretan.

D7ER: *Elaboración de respuestas.* Se escriben respuestas o se reelabora una respuesta final.

D7NO: No funciona D<sub>7</sub>.

**D<sub>8</sub>: Dialéctica del media-medio.** Caracteriza a los episodios en los que los diferentes sistemas de información son puestos a prueba y las respuestas obtenidas son cuestionadas, transformadas e incorporadas al medio. Se definen cuatro modalidades:

D8PM: *Participación del equipo docente como media aportando ayudas al estudio.* El equipo docente responde consultas respecto a las técnicas del cálculo diferencial en dos variables: derivabilidad, cálculo de extremos, etc.

D8ED: *Participación del equipo docente incorporando al medio un nuevo elemento para su cuestionamiento.* El equipo docente incorpora un nuevo elemento al medio o una propuesta pertinente para continuar en la búsqueda de respuestas. Por ejemplo, cuando la profesora propuso considerar un modelo de función de costo de dos variables.

D8GA: *Participación del grupo de alumnos incorporando al medio un nuevo elemento para su cuestionamiento.* Los estudiantes incorporan un nuevo elemento al medio, una nueva información (*media*) o una propuesta que permite la discusión en la comunidad de estudio. Por ejemplo, cuando un estudiante propuso calcular la razón de cambio del costo a través del cálculo de una derivada direccional.

D8NO: No funciona D<sub>8</sub>.

**D<sub>9</sub>: Dialéctica de la difusión y recepción.** Se refiere a los episodios referidos a la difusión argumentada, oral o escrita, de las respuestas obtenidas en la comunidad de estudio. Se definen tres modalidades:

D9OR: *Difusión epistémica oral.* Se realiza una difusión oral de respuestas a las preguntas formuladas, siendo estas respuestas argumentadas en diferentes organizaciones matemáticas o económicas. Se manifiesta, por ejemplo, cuando los estudiantes escuchan, opinan y cuestionan las contribuciones de los demás grupos.

D9ES: *Difusión epistémica escrita.* Se realiza una producción escrita argumentada en organizaciones matemáticas o económicas.

D9NO: Señala a aquellos episodios en los que no funciona D<sub>9</sub>.

**D<sub>10</sub>: Dialéctica de las preguntas y respuestas.** Se formulan preguntas o se explicitan respuestas en forma escrita u oral. Las modalidades son:

D10PR: *Formulación de preguntas.* Se formulan preguntas derivadas de Q<sub>0</sub> u otras sub-derivadas, que ocurrieron principalmente en los primeros episodios de cada implementación.

D10RE: *Elaboración y transmisión de respuestas.* Se construyen respuestas transmitidas en forma oral o escrita.

D10NO: No funciona D<sub>10</sub>.

**IMPL: Implementación.** Señala a qué implementación corresponde un episodio. Siendo dos las implementaciones llevadas a cabo, las modalidades son: IMPL1 (Implementación 1) e IMPL2 (Implementación 2).

**AP: Actor principal.** Identifica cuál es el integrante de la clase que interviene como actor principal de un episodio: el profesor, el equipo docente (profesor y auxiliares de docencia), un estudiante, uno o más grupos de estudiantes o la comunidad de estudio. Las modalidades son: P (Profesor), ED (Equipo docente), A (Estudiante), GA (Grupo de estudiantes) y CE (Comunidad de estudio).

## **Asociaciones entre las variables**

El análisis estadístico bivariado (LÓPEZ-ROLDÁN; FACHELLI, 2015) permite detectar la existencia de asociaciones entre las variables y analizar su mutua dependencia. Considerando las 12 variables nominales de esta investigación, se determina qué combinaciones entre ellas, tomadas de a dos, presenta una asociación significativa, lo que permite detectar cómo se distribuyen las modalidades de una variable con respecto a las modalidades de otra. Para ello se examinan las tablas de contingencia de Burt con la información de las distribuciones de frecuencias, utilizando el software SPAD®. La significación estadística de cada asociación se determina mediante la prueba de Chi-cuadrado ( $p\text{-valor} < 0,001$ ), que es una prueba de independencia que permite contrastar las frecuencias observadas con las esperadas, suponiendo que las variables fueran independientes: si el  $p$ -valor es cercano a 1 significa que las variables son independientes, si el  $p$ -valor es cercano a cero establece la no independencia o asociación entre las variables. Las variables que presentan un  $p$ -valor menor a 0,001 se consideran significativamente asociadas. Este análisis, se completa con el cálculo del estadístico V de Cramer para establecer la intensidad de la relación: los valores próximos a 0 indican la *no asociación o independencia* entre las variables y los próximos a 1, una *asociación fuerte o asociación perfecta*. Por último, la interpretación de las asociaciones entre las variables se realiza mediante la elaboración de gráficos de barras que muestran cómo se desagregan las modalidades de una variable con respecto a las modalidades de otra.

## **Resultados**

En la Tabla 2 figuran los pares de variables con una relación estadísticamente significativa ( $p\text{-valor} < 0,001$ ), ordenadas en orden decreciente según el grado de asociación, y el coeficiente V de Cramer correspondiente.

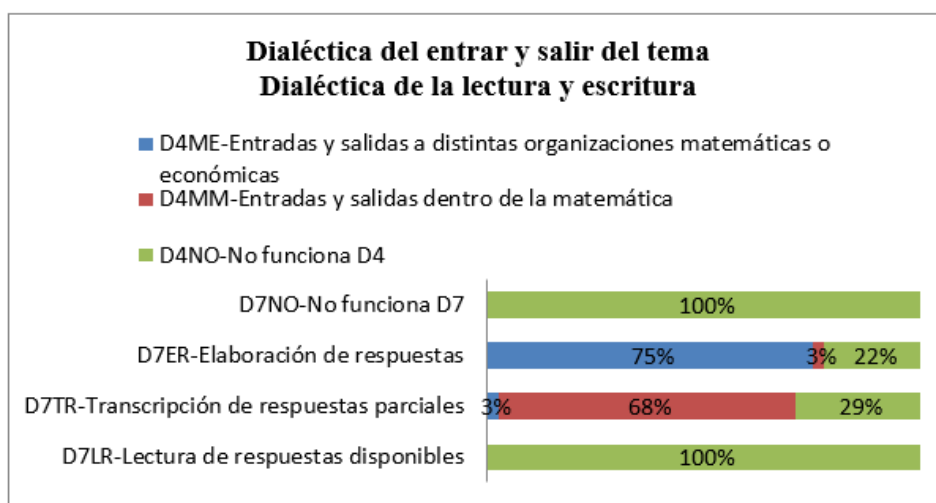
Tabla 2: Variables relacionadas con más alto grado de significación

VARIABLES ASOCIADAS	V de Cramer
D5: Dialéctica del paracaidista y de las trufas y D6: Dialéctica de las cajas negras y cajas claras	1
D4: Dialéctica del entrar y salir del tema y <b>D7: Dialéctica de la lectura y escritura</b>	0,809
D9: Dialéctica de la difusión y recepción y D10: Dialéctica de las preguntas y respuestas	0,649
D3: Dialéctica del análisis y síntesis praxeológica y didáctica y D4: Dialéctica del entrar y salir del tema	0,642
D6: Dialéctica de las cajas negras y cajas claras y <b>D7: Dialéctica de la lectura y escritura</b>	0,572
D8: Dialéctica del medio-media y AP: Actor principal	0,567
D1: Dialéctica del estudio e investigación y <b>D7: Dialéctica de la lectura y escritura</b>	0,545
D2: Dialéctica del individuo y del colectivo y D3: Dialéctica del análisis y síntesis praxeológica y didáctica	0,533
D4: Dialéctica del entrar y salir del tema e IMPL: Implementación	0,339

Fuente: Elaboración propia

La asociación entre dos variables indica que existe una correlación entre ellas, si por ejemplo,  $D_i$  es una dialéctica asociada a otra  $D_j$ , el funcionamiento de  $D_i$  llama al de  $D_j$  y viceversa. A continuación se describen las asociaciones de la dialéctica de la lectura y escritura, destacando la vinculación que ésta tiene con la del entrar y salir del tema, con la de las cajas negras y cajas claras y con la del estudio e investigación. La descripción de los gráficos se realiza comenzando desde la barra horizontal inferior hacia la superior.

Gráfico 1: Variables  $D_4$  y  $D_7$

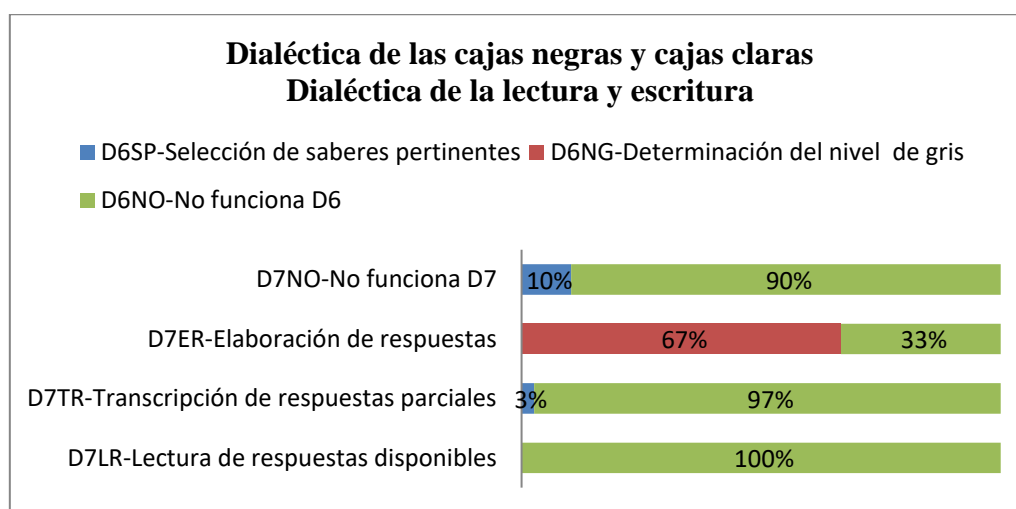


Fuente: Elaboración propia

El gráfico 1 muestra cómo se desagregan las modalidades de D<sub>4</sub>: *Dialéctica del entrar y salir del tema* en función de las de D<sub>7</sub>: *Dialéctica de la lectura y escritura*. En los episodios donde se realiza una lectura de respuestas disponibles (D7LR), no funcionó D<sub>4</sub> (D4NO). En los episodios donde se transcribe información (D7TR), se produjeron entradas y salidas dentro de la matemática (D4MM) y en el 29% no funcionó D<sub>4</sub> (D4NO). Entre los episodios caracterizados por elaborar respuestas (D7ER), ocurrieron principalmente entradas y salidas dentro de la matemática y la economía (D4ME). Por último, en los casos en los que no funcionó D<sub>7</sub> tampoco lo hizo D<sub>4</sub>.

Estos resultados indican que las entradas y salidas de la matemática a la economía o viceversa condujeron a elaborar respuestas, mientras que las entradas y salidas dentro de la matemática hicieron necesaria la transcripción de nociones encontradas en los distintos sistemas de información, lo que no siempre condujo a obtener respuestas. Además, las lecturas realizadas no siempre implicaron entradas y salidas ni en la matemática ni en la economía.

Gráfico 2: Variables D<sub>6</sub> y D<sub>7</sub>



Fuente: Elaboración propia

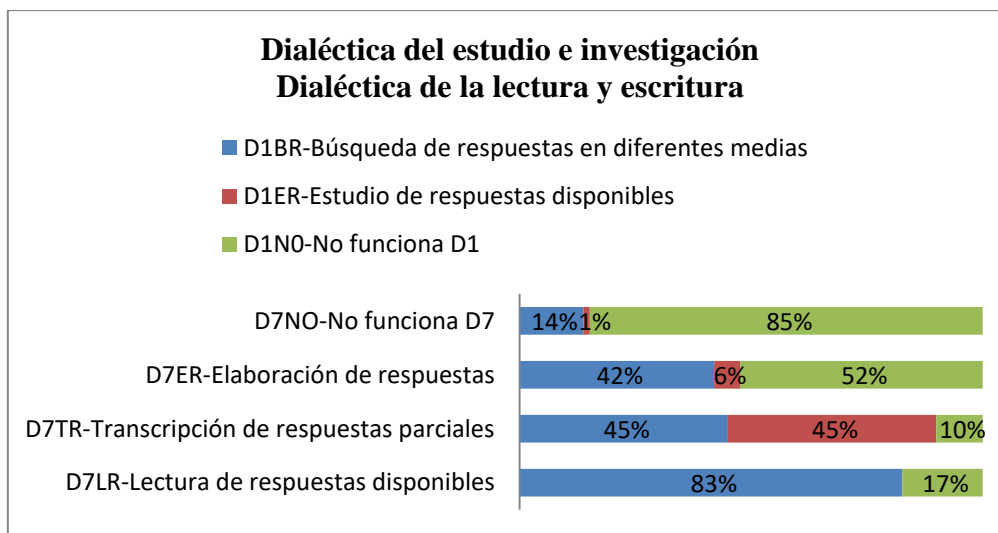
El gráfico 2 muestra cómo se desagregan las modalidades de D<sub>6</sub>: *Dialéctica de las cajas negras y cajas claras* en función de las de D<sub>7</sub>: *Dialéctica de la lectura y escritura*. Cuando se realizó una lectura de información útil en la clase (D7LR), no funcionó D<sub>6</sub> (D6NO). Si hubo una transcripción de respuestas (D7TR) extraídas de distintos sistemas de información, tampoco funcionó D<sub>6</sub> (D6NO). Si se realizó una elaboración de respuestas (D7ER), en general, fue necesario determinar cuánto estudiar de un saber (D6NG). Por último, si no se hizo presente D<sub>7</sub>, en la mayoría de los casos tampoco D<sub>6</sub>.

Estos resultados permiten concluir que, cuando hubo elaboración de respuestas en gran medida se determinó cuánto estudiar de los saberes pertinentes para la construcción de respuestas. En los episodios donde se leyó y se escribió o transcribió, en un amplio porcentaje no funcionó D<sub>6</sub>. Se observa que la dialéctica de las cajas negras y cajas claras no funcionó.

El gráfico 3 muestra cómo se desagregan las modalidades de la variable D<sub>1</sub>: *Dialéctica del estudio e investigación* en función de las modalidades de D<sub>7</sub>: *Dialéctica de la lectura y escritura*. Cuando se leyeron diferentes sistemas de información (D7LR), se realizó principalmente una búsqueda de respuestas (D1BR). Si hubo escritura o transcripción (D7TR), ocurrió en general para buscar respuestas (D1BR) o para estudiar los resultados disponibles (D1ER). Si se elaboraron respuestas (D7ER), se investigó para llegar a ellas (D1BR), pero en mayor medida, no hubo ni estudio ni investigación (D1NO). En los episodios donde no funcionó D<sub>7</sub> (D7NO), en general, no funcionó D<sub>1</sub> (D1NO).

Esta correlación evidencia que la lectura de diferentes sistemas de información ocurre cuando se investiga para encontrar respuestas a las preguntas formuladas, además, la búsqueda de información útil para responder las preguntas, requiere leer, transcribir esa información para elaborar las respuestas. Se observa que cuando no hubo estudio e investigación, tampoco ocurrió la lectura y escritura de información.

Gráfico 3: Variables D<sub>1</sub> y D<sub>7</sub>



Fuente: Elaboración propia

De las relaciones descritas de D<sub>7</sub> con D<sub>4</sub>, D<sub>6</sub> y D<sub>1</sub>, se interpreta que la lectura, escritura y reescritura conduce a investigar y estudiar los distintos saberes, incluso saliendo de ellos, y a determinar en qué medida estudiarlos. Y aquí es importante el gesto de escribir



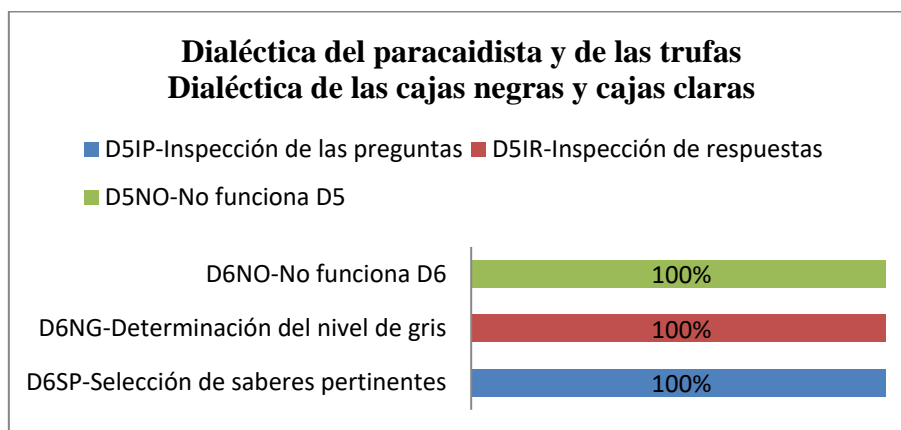
que no es una copia textual sino una elaboración y reelaboración de respuestas a partir de la información disponible.

A continuación se describe el resto de las asociaciones, ordenadas según su intensidad.

El gráfico 4 muestra cómo se desagregan las modalidades de D<sub>5</sub>: *Dialéctica del paracaidista y de las trufas* en función de las de D<sub>6</sub>: *Dialéctica de las cajas negras y cajas claras*. Toda vez que se inspeccionaron las preguntas (D5IP) se debió determinar cuáles eran los saberes útiles para responderlas (D6SP). Si se realizó una inspección de resultados disponibles (D5IR) fue necesario determinar cuáles saberes estudiar y cuáles no (D6NG). Por último, los episodios en los que no funcionó D<sub>5</sub>, tampoco lo hizo D<sub>6</sub>.

De esta correlación se observa una asociación perfecta entre las modalidades de las variables D<sub>5</sub> y D<sub>6</sub>. Investigar desde grandes áreas del saber para responder las preguntas hizo necesario seleccionar los saberes útiles para ello. Además, toda vez que se detectó el saber conveniente para encontrar una respuesta se determinó cuánto estudiar de él para responder el problema. Por último, cuando no se inspeccionaron grandes áreas ni se profundizó en detalle, tampoco se seleccionaron saberes adecuados.

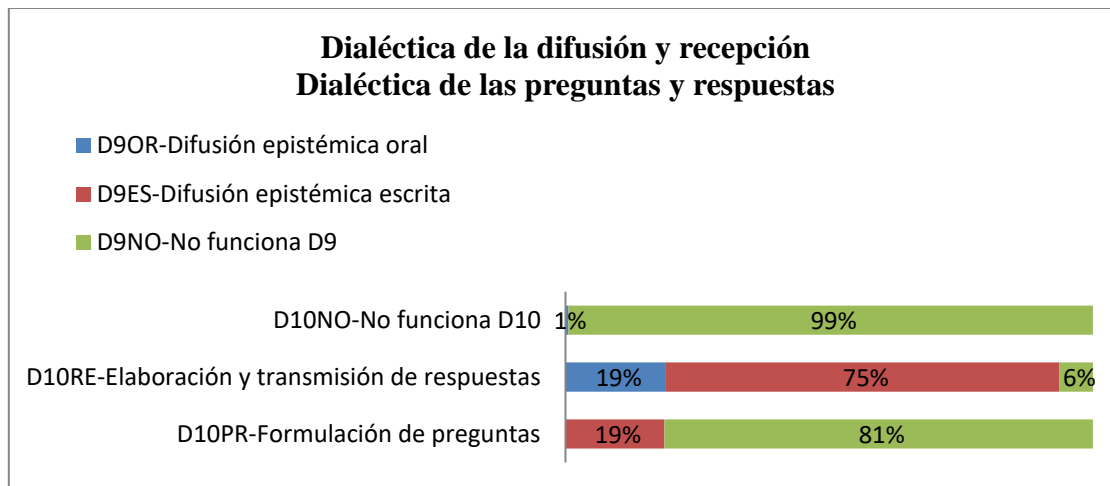
Gráfico 4: Variables D<sub>5</sub> y D<sub>6</sub>



Fuente: Elaboración propia

El gráfico 5 muestra cómo se desagregan las modalidades de D<sub>9</sub>: *Dialéctica de la difusión y recepción* en función de las de D<sub>10</sub>: *Dialéctica de las preguntas y respuestas*. Las preguntas formuladas (D10PR), en general no fueron difundidas (D9NO). La difusión de preguntas ocurrió en pocos episodios y fue realizada en forma escrita (D9ES). Si se elaboraron y transmitieron respuestas (D10RE), la difusión se realizó, en general, en forma escrita (D9ES). Por último, si no funcionó D<sub>10</sub>, tampoco lo hizo D<sub>9</sub>.

Gráfico 5: Variables D<sub>9</sub> y D<sub>10</sub>

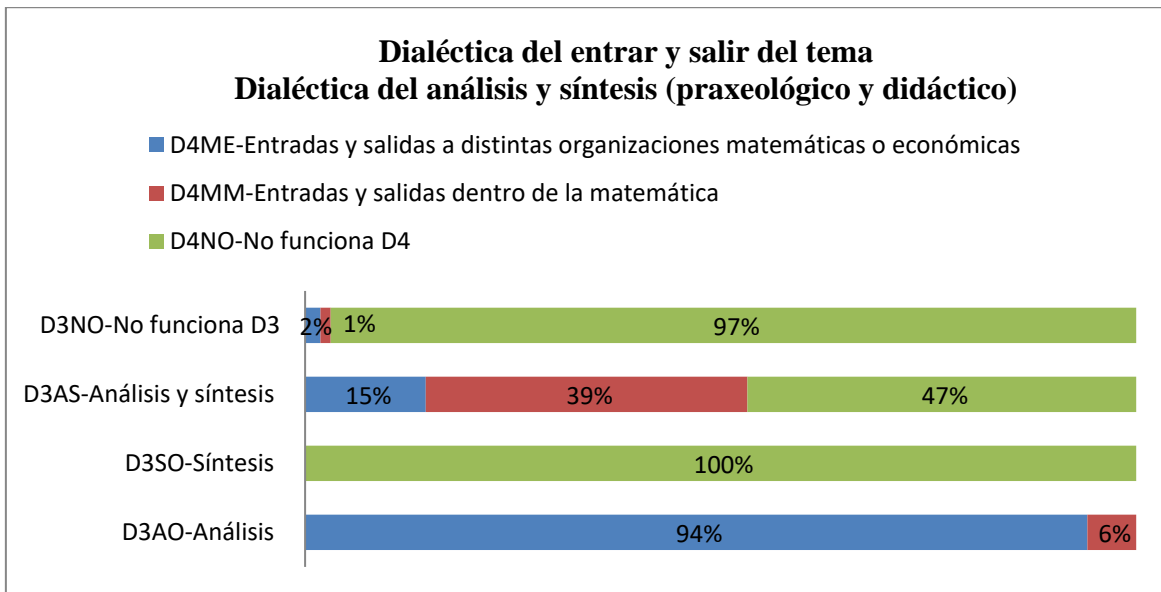


Fuente: Elaboración propia

De estos resultados se interpreta que la difusión epistémica oral ocurrió en gran medida para transmitir las respuestas obtenidas en la comunidad de estudio y generar un cuestionamiento. Además, la difusión epistémica escrita tuvo que ver principalmente con el proceso de elaboración y transmisión de respuestas, y en menor medida con la formulación de preguntas, considerando que las preguntas derivadas de la generatriz y formuladas por los estudiantes fueron transmitidas en forma escrita principalmente en las primeras sesiones del REI. Por último, en aquellos episodios en los que no hubo difusión y recepción, tampoco ocurrió la dialéctica de las preguntas y respuestas.

El gráfico 6 muestra cómo se desagregan las modalidades de  $D_4$ : *Dialéctica del entrar y salir del tema* en función de las modalidades de  $D_3$ : *Dialéctica del análisis y síntesis (praxeológico y didáctico)*. Cuando se analiza qué saberes matemáticos o económicos son útiles para responder las preguntas ( $D_{3AO}$ ), se estudia en la matemática y luego en la economía o viceversa ( $D_{4ME}$ ). Toda vez que se realizó una síntesis de esos saberes ( $D_{3SO}$ ) no hubo entradas y salidas de tema ( $D_{4NO}$ ). Cuando ocurrió tanto el análisis como la síntesis de esos saberes ( $D_{3AS}$ ) se realizaron entradas y salidas de la matemática a la economía o viceversa ( $D_{4ME}$ ), o dentro de la matemática ( $D_{4MM}$ ) pero en mayor medida no funcionó  $D_4$  ( $D_{4NO}$ ). Por último, en los episodios en los que no funcionó  $D_3$  ( $D_{3NO}$ ), en general, tampoco funcionó  $D_4$  ( $D_{4NO}$ ).

Gráfico 6: Variables D<sub>3</sub> y D<sub>4</sub>



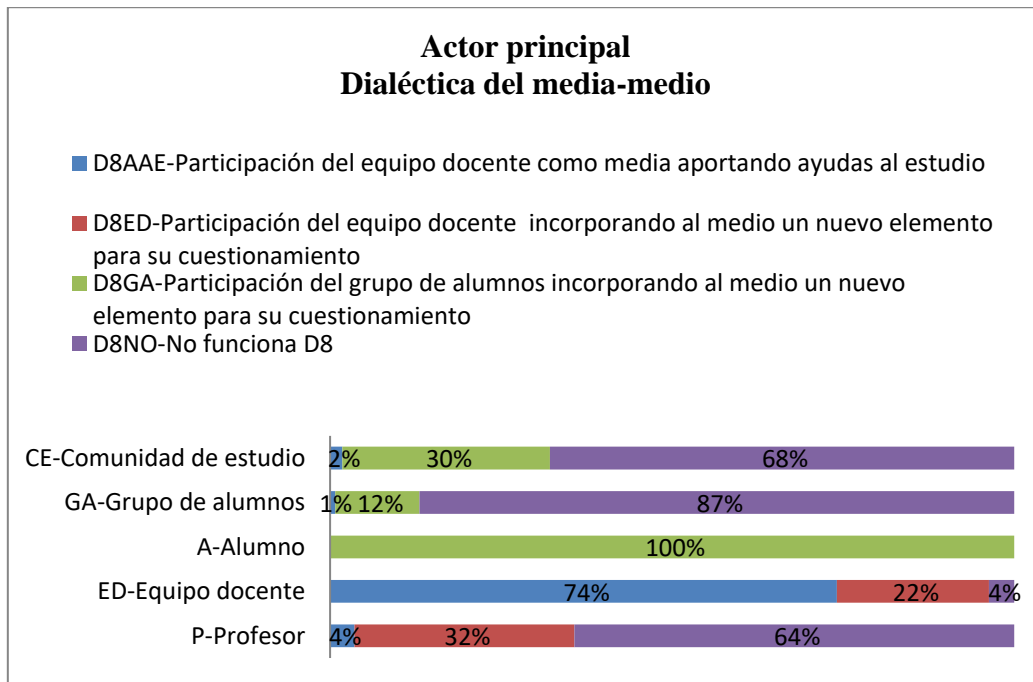
Fuente: Elaboración propia

Toda vez que se analizó cuáles organizaciones matemáticas o económicas estudiar, se requirió entrar y salir de ellas, sobre todo en un primer encuentro con la pregunta. Por su parte, al decidir cuánto estudiar de esas organizaciones, no se registraron entradas y salidas de tema. Las decisiones sobre qué y cuánto estudiar de la matemática o de la economía, implicaron profundizar en el estudio de ellas, el estudio fue principalmente dentro de la matemática. Finalmente, cuando no se discutió qué y cuánto estudiar de matemática o de economía, raramente hubo entradas y salidas de tema.

El gráfico 7 muestra cómo se desagregan las modalidades de D<sub>8</sub>: *Dialéctica del medio-media* en función de las de la variable AP: *Actor principal*. Cuando el profesor fue el actor principal en la clase, en general no funcionó la dialéctica del medio-media. Si el equipo docente intervino como actor principal, su participación se produjo para aportar ayudas al estudio (D8AAE) o para incorporar algún elemento que generara discusión (D8ED). Si un alumno fue el actor principal, esto ocurrió cuando los alumnos incorporaron elementos para su cuestionamiento (D8GA). Si el grupo de alumnos o la comunidad de estudio intervino como el actor principal provocando alguna discusión, en la mayoría de los episodios, no funcionó la dialéctica del medio-media.

Esta correlación indica que los elementos puestos a prueba para su cuestionamiento, en general fueron incorporados por el equipo docente, algún alumno y en menor medida, el profesor.

Gráfico 7: Variables AP y D8

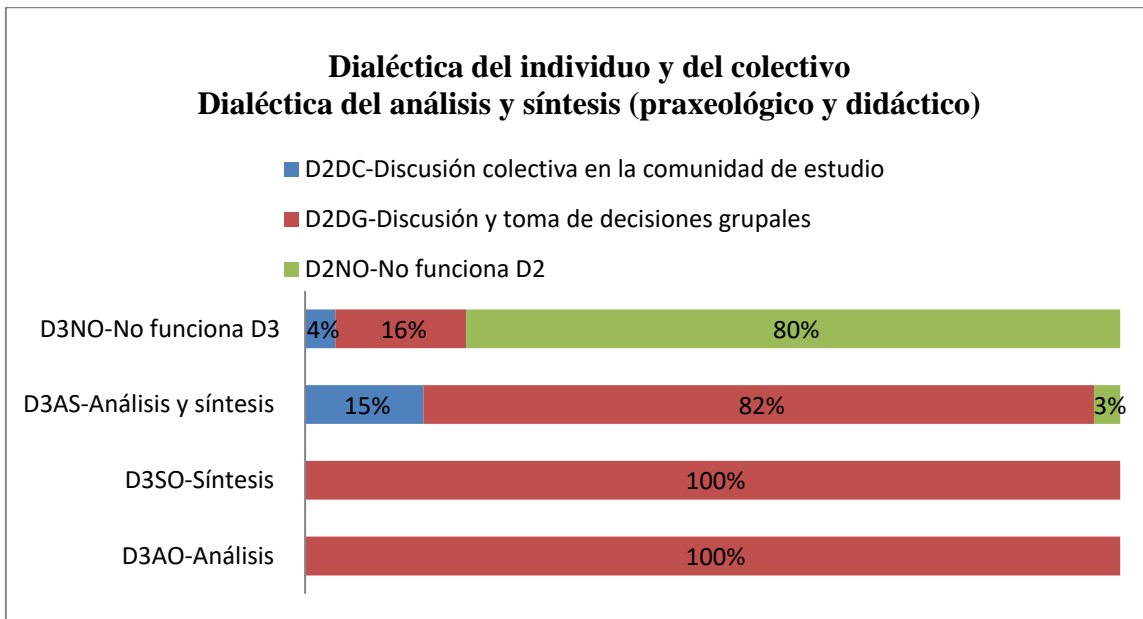


Fuente: Elaboración propia

El gráfico 8 muestra cómo se desagregan las modalidades de D<sub>2</sub>: *Dialéctica del individuo y del colectivo* en función de las modalidades de D<sub>3</sub>: *Dialéctica del análisis y síntesis (praxeológico y didáctico)*. Toda vez que se analizó qué saberes matemáticos o económicos estudiar (D<sub>3</sub>AO), cuánto estudiar de ellos (D<sub>3</sub>SO) o ambos (D<sub>3</sub>AS), se produjeron discusiones grupales entre los estudiantes (D<sub>2</sub>DG) y en un bajo porcentaje de episodios ocurrió la discusión en la comunidad de estudio. Por último, si no funcionó D<sub>3</sub> (D<sub>3</sub>NO), en general, no funcionó D<sub>2</sub> (D<sub>2</sub>NO).

Siempre que se discutió con todos los integrantes de la comunidad de estudio se decidió, se analizó, qué saberes matemáticos o económicos era pertinente estudiar y cómo hacerlo. Se observa que la ausencia de discusiones entre los integrantes de la comunidad de estudio provocó la ausencia de cuestionamiento sobre qué estudiar de la economía y de la matemática y cómo estudiarlo.

Gráfico 8: Variables D<sub>2</sub> y D<sub>3</sub>

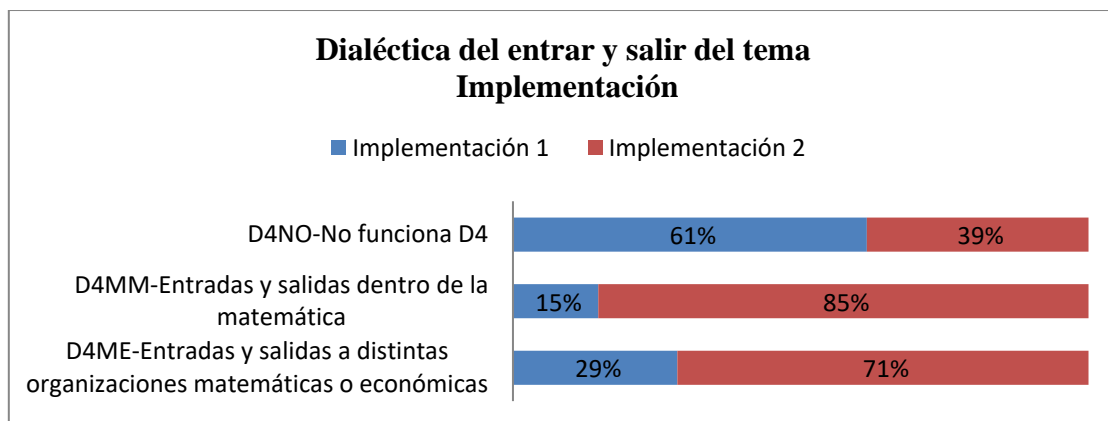


Fuente: Elaboración propia

El gráfico 9 muestra cómo se desagregan las modalidades de la variable IMPL: *Implementación* en función de las de D<sub>4</sub>: *Dialéctica del entrar y salir del tema*. En la IMPL2 hubo mayor cantidad de entradas y salidas de la matemática a la economía y viceversa (D4ME) y dentro de la matemática (D4MM). Además, en la primera implementación casi no existieron entradas y salidas del tema.

Esta correlación evidencia que en la IMPL2 existieron mayor cantidad de entradas y salidas del tema para responder las preguntas y en consecuencia un mejor funcionamiento de D<sub>4</sub>.

Gráfico 9: Variables D<sub>4</sub> e IMPL



Fuente: Elaboración propia

## Discusión de los resultados

De todos estos resultados, se concluye que la dialéctica  $D_7$ , *de la lectura y escritura* es la que más interactúa y en alguna medida depende de otras, tales como  $D_1$ , *del estudio y de la investigación*,  $D_4$ , *del entrar y salir del tema* y  $D_6$ , *de las cajas negras y cajas claras*. La asociación con la dialéctica *del entrar y salir del tema* muestra que las entradas y salidas de la matemática a la economía o viceversa, para elaborar respuestas a las preguntas, hicieron necesaria la lectura y escritura de saberes, indicando que se requiere leer, escribir, reescribir, elaborar, reelaborar la información disponible para arribar a las respuestas. La asociación de  $D_7$  con la dialéctica *de las cajas negras y cajas claras* indica que el funcionamiento de ambas en simultáneo ocurrió cuando al elaborar respuestas en forma escrita se determinó el nivel de gris adecuado de los saberes útiles, dejando oscuros aquellos que no aportan información relevante. La asociación de  $D_7$  con la dialéctica *del estudio y de la investigación* indican que al estudiar e investigar se realizaron lecturas de la información disponible, transcripción, elaboración y reelaboración de respuestas hasta llegar a un resultado definitivo.

El hecho de que la dialéctica de la lectura y la escritura ( $D_7$ ) tenga tanta incidencia en el desarrollo del REI es significativo, puesto que los estudiantes no están habituados a leer y elaborar por sí mismos durante las clases, sino más bien se limitan a copiar la información que entrega el profesor (único media), generalmente en forma oral. Contrariamente a esta práctica, el REI requiere que los estudiantes analicen información escrita y elaboren por sí mismos las respuestas expresándolas por escrito, generando de esta manera conocimiento personal. Este hecho es muy relevante, porque la escritura epistémica es difícil de gestionar en una cultura tradicionalmente logocéntrica, que fomenta la lectura, pero no la escritura, siendo esta última esencial en los procesos de algebrización y matematización.

Las dialécticas *del paracaidista* y *de las trufas* y *de las cajas negras y cajas claras* tuvieron una correlación significativa muy fuerte ( $V=1$ ). Este resultado indica que buscar respuestas, comenzando desde grandes áreas hasta encontrar la disciplina, área o praxeología adecuada, requirió seleccionar los saberes pertinentes dejando de lado aquellos que no eran útiles. Esto implica que, de persistir este nivel de asociación, en futuros estudios podría suprimirse una de estas dialécticas.

La dialéctica *de la difusión y recepción* se encuentra fuertemente relacionada con la *de las preguntas y respuestas*, esto podría deberse a que a la difusión argumentada en

distintos saberes matemáticos o económicos se realizó con el objeto de dar respuesta a las preguntas.

La dialéctica *del análisis (praxeológico y didáctico) y síntesis (praxeológica y didáctica)* se asocia fuertemente con la *del entrar y salir del tema* ya que toda vez que se realizó un análisis (o síntesis) praxeológico y didáctico, por ejemplo, para decidir qué estudiar de una praxeología (o cómo), fue necesario entrar-salir del tema para elaborar una respuesta a una pregunta. Estas entradas-salidas quedan justificadas por tratarse de un REI codisciplinar por lo que cada respuesta, aunque podía resolverse con un cálculo matemático, debía ser interpretada dentro de un contexto económico.

La dialéctica *del media-medio* se asocia significativamente con la variable *actor principal*, indicando que la incorporación al medio de posibles respuestas está determinada por la intervención de los actores principales que conforman el medio.

La dialéctica *del individuo y del colectivo* tiene una relación significativa fuerte con la *del análisis (praxeológico y didáctico) y síntesis (praxeológica y didáctica)*. Las discusiones en la comunidad de estudio o dentro de cada grupo permitieron decidir qué estudiar y la utilidad de ese saber para elaborar respuestas.

La variable *Implementación* se asocia significativamente con la dialéctica *del entrar y salir del tema*, remarcando diferencias en la gestión de esta dialéctica en las dos implementaciones y evidenciándose un mejor funcionamiento de ella en la segunda. Este resultado destaca un mejor compromiso de los estudiantes para responder la pregunta generatriz y sus derivadas, relacionadas con un problema económico, lo que provocó el estudio tanto en la matemática como en la economía. Esta evolución favorable del dispositivo REI podría explicarse a partir de la mayor experiencia del profesor para gestionarlo.

## **Conclusión**

En este trabajo se describen las dialécticas y se analizan las asociaciones entre ellas en dos implementaciones de un REI codisciplinar a la matemática y a la economía en el nivel universitario. Se destaca la asociación entre la dialéctica de la lectura y escritura con la del entrar y salir del tema, con la de las cajas negras y cajas claras y la del estudio y la investigación. Los estudiantes debieron leer, escribir, reescribir, elaborar ellos mismos las respuestas, estudiando en la matemática y en la economía entrando y saliendo de estas disciplinas y determinando qué y cuánto estudiar de los saberes pertinentes. Los

resultados muestran la importancia de la lectura pero principalmente de la escritura como gestos propios de un REI, estas prácticas son ajenas a la enseñanza en la universidad y se potencian en este tipo de dispositivos didácticos. Se destaca el hecho de que estas dialécticas surjan en un ámbito donde predomina el paradigma monumentalista, gracias a la implementación del REI codisciplinar. Este trabajo también constituye un avance en las técnicas utilizadas para analizar el REI basadas en el funcionamiento de las dialécticas.

## Referencias

BARQUERO, B.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. The ecological dimension in the teaching of mathematical modelling at university. *Recherches en Didactique de Mathématiques (RDM)*, Grenoble, v. 33, n. 3, p. 307-338, diciembre 2013.

BARQUERO FARRÀS, B.; RUIZ-MUNZÓN, N.; MONREAL GALÁN, J.I.; BARAJAS, M. Un Recorrido de Estudio e Investigación sobre la comparación de realidad y previsión de la evolución de los usuarios de Facebook. *Revista del CIDUI*, 2016, n. 3, 2016.

CHEVALLARD, Y. Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. Javier García (Éd.), *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico*, Universidad de Jaén, p. 705-746, 2007.

CHEVALLARD, Y. Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 2, p. 161-182, junio 2013.

COSTA, V.; ARLEGO, M.; OTERO, M. R. Enseñanza del Cálculo Vectorial en la Universidad: propuesta de Recorridos de Estudio e Investigación; Universidad de Vigo; *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria*, v. 7, n. 1, 20-40, 2014.

DORADO, I.; DÍAZ, J. L. La matemática como herramienta de modelización para dar respuesta a situaciones problema. Repositorio digital de documentos en educación matemática, 2014. Recuperado el 29 sept 2019, de <http://funes.uniandes.edu.co/5810/>



FONSECA, C.; CASAS, J. M.; INSUA, M. A. El matemático como un profesional en los Recorridos de Estudio e Investigación. *ARBOR Ciencia, Pensamiento y Cultura*, v. 187, n. 3, p. 279-284, 2011.

LEBART, L.; MORINEAU A.; FENÉLON, J. P. Tratamiento Estadístico de Datos. Barcelona: Marcombo, 1985.

LÓPEZ ROLDÁN, P.; FACHELLI, S. Análisis de tablas de contingencia. En P. López Roldán y S. Fachelli, *Metodología de la Investigación Social Cuantitativa*. Bellaterra (Cerdanyola del Vallès): Dipòsit Digital de Documents, Universitat Autònoma de Barcelona. Capítulo III.6. 1a edición, 2015.

OLIVEIRA LUCAS, C. Una posible “razón de ser” del cálculo diferencial elemental en el ámbito de la modelización funcional. Tesis doctoral. Universidad de Vigo. Departamento de Matemática Aplicada I, 2015.

PARRA, V.; OTERO, M. R. Enseñanza de la matemática por recorridos de estudio e investigación: indicadores didáctico-matemáticos de las “dialécticas”. *Educación matemática*, v. 29, n. 3, p. 9-49, México, diciembre 2017.

PARRA, V.; OTERO, M. R. Antecedentes de los recorridos de estudio e investigación (REI): características y génesis. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, v. 13, p. 1-18, diciembre 2018.

SALGADO, D.; OTERO, M. R.; PARRA, V. Gestos didácticos en el desarrollo de un recorrido de estudio e investigación en el nivel universitario relativo al cálculo: el funcionamiento de las dialécticas. *Revista Perspectiva Educacional*, Valparaíso, v. 56, n. 1, p. 84-108, enero 2017.

SALGADO, D.; OTERO, M. R.; PARRA, V. Research and study paths at the university: a Praxeological Model of Reference related to costs calculation. *Pre-proceeding 6ème Congrès International sur la Théorie Anthropologique du Didactique (CITAD6)* (pp. 326-338), Autrans, Université de Grenoble, January 2018.

SALGADO, D.; OTERO, M. R.; PARRA, V. A praxeological model of reference related to costs calculation: comparison with the ones developed in a research and study path at university level. *Revista UNION*, n. 55, p. 54-70, abril 2019.

SERRANO, L.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. Cómo hacer una previsión de ventas. Propuesta de un recorrido de estudio e investigación en un primer curso universitario de administración y dirección de empresas. En A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade & C. Ladage (Eds.), Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action Montpellier, Francia: IUFM de l'Académie de Montpellier, p. 835-857, 2010.

Recebido : 30/09/2019

Aprovado : 05/11/2019