

**Erros e obstáculos em torno dos objetos ostensivos de taxas de variação: autoanálises dos discentes da engenharia civil do IFBA – Eunápolis**

**Errors and obstacles around ostentatious objects of variation rates: self-analysis of IFBA civil engineering students - Eunápolis**

---

CELSO EDUARDO BRITO<sup>1</sup>

LUIZ MARCIO SANTOS FARIAS<sup>2</sup>

**Resumo**

*Este trabalho traz a análise de erros e obstáculos como proposta de aprendizagem de objetos matemáticos referentes ao Cálculo Diferencial e Integral I. O objetivo principal é investigar e analisar os erros e obstáculos, detectando sua alocação junto aos registros de representação semiótica (Duval, 2011), através da autoanálise do estudante, para turmas do Curso de Engenharia Civil do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Bahia – Campus Eunápolis, nos anos letivos de 2016 e 2017, em relação a sua aprendizagem dos objetos ostensivos e não-ostensivos de taxas de variação e relacionadas para funções com uma variável real. Se baseando nas análises das produções escritas dos estudantes, ancoradas em uma categorização prévia de erros indicada pelo docente dessa disciplina, e utilizando uma abordagem quanti-qualitativa, foi possível verificar as dificuldades que os discentes encontravam relativas aos erros e obstáculos, bem como classifica-los nos registros semióticos, e elencar os objetos ostensivos e não-ostensivos, com vistas a interferências futuras, no trabalho de doutoramento que pretende investigar o uso de tecnologias digitais, em relação aos problemas de taxas de variação e relacionadas. Por fim trazemos nas conclusões, os resultados positivos proporcionados pela metodologia, bem como a visão discente desse processo.*

**Palavras-chave:** Erros e Obstáculos; Registros Semióticos; Taxas de Variação; Ostensivos e Não-ostensivos.

**Abstract**

*This dissertation presents the analysis of errors and obstacles as a proposal of learning mathematical objects referring to Differential and Integral Calculus I. The main objective is to investigate and analyze the errors and obstacles, detecting their allocation with the semiotic representation registers (Duval, 2011), through student self-analysis, for classes in the Civil Engineering Course of the Federal Institute of Education Science and Technology of Bahia - Campus Eunápolis, in the academic years of 2016 and 2017, in relation to their learning of ostensive and non-ostensive and related to functions with a real variable. Based on the analyzes of students' written productions, anchored in a previous classification of errors indicated by the teacher of this discipline, and using a*

---

<sup>1</sup> Instituto Federal da Bahia, Brasil, [celso\\_ufba@yahoo.com.br](mailto:celso_ufba@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Universidade Federal da Bahia, [lmsfarias@ufba.br](mailto:lmsfarias@ufba.br)

*quantitative-qualitative approach, it was possible to verify the students' difficulties regarding to errors and obstacles, and to list the ostensible and non-ostensible objects, with a view to future interference, in the doctoral work that intends to investigate the use of digital technologies, in relation to the problems of rates of variation and related. Finally we bring in the conclusions, the positive results provided by the methodology, as well as the student view of this process.*

**Keywords:** *Errors and Obstacles; Semiotic Records; Variation Rates; Ostensive and Non-ostensive.*

## **Resumen**

*Este trabajo tiene el análisis de errores y obstáculos como propuesta de aprendizaje de objetos matemáticos referentes al Cálculo Diferencial e Integral I. El objetivo principal es investigar y analizar los errores y obstáculos, detectando su asignación junto a los registros de representación semiótica (Duval, 2011), a través de la autoanálisis del estudiante, para las clases del Curso de Ingeniería Civil del Instituto Federal de Educación Ciencia y Tecnología de Bahía - Campus Eunápolis, en los años lectivos de 2016 y 2017, en relación a su aprendizaje de los objetos ostensibles y no ostensibles de tasas de variación y relacionadas para funciones con una variable real. Se basó en los análisis de las producciones escritas de los estudiantes, ancladas en una categorización previa de errores indicada por el docente de esa disciplina, y utilizando un abordaje cuantitativo, fue posible verificar las dificultades que los discentes encontraban relativas a los errores y obstáculos, en los registros semióticos, y enumerar los objetos ostensibles y no ostensivos, con miras a interferencias futuras, en el trabajo de doctorado que pretende investigar el uso de tecnologías digitales, en relación a los problemas de tasas de variación y relacionadas. Por fin traemos en las conclusiones, los resultados positivos proporcionados por la metodología, así como la visión discente de ese proceso.*

**Palabras clave:** *Errores y obstáculos; Registros Semióticos; Tasas de variación; Ostensivos y no ostensivos.*

## **Résumé**

*Ce travail présente l'analyse des erreurs et des obstacles comme une proposition d'apprentissage d'objets mathématiques faisant référence au Calcul Différentiel et Intégral I. L'objectif principal est d'étudier et d'analyser les erreurs et les obstacles, en détectant leur affectation ensemble dans les registres de représentation sémiotique (Duval, 2011), à travers l'auto-analyse des étudiants, de la faculté de l'Ingénierie Civil de l'Institut Fédéral d'enseignement, de science et de technologie de Bahia - Campus Eunápolis, aux années académiques 2016 et 2017, en ce qui concerne l'apprentissage des objets ostensibles et non-ostensibles de taux des variations liées à de fonctions à une variable réelle. En se basant d'analyses des productions écrites par les élèves, ancrées dans une classification antérieure des erreurs indiquées par l'enseignant de cette discipline et en utilisant une approche quanti-qualitative, il a été possible de vérifier les difficultés des élèves en ce qui concerne les erreurs et les obstacles, et d'énumérer les objets ostensibles et non-ostensibles, en vue d'une ingénierie future, dans le travail du doctorat qui a pour objet d'examiner l'utilisation des technologies numériques, en relation avec les problèmes de taux de variation et les problèmes connexes. Enfin, nous apportons les conclusions, les résultats positifs fournis par la méthodologie, ainsi que le point de vue des étudiants sur ce processus.*

*Mots-clés : Erreurs et Obstacles; Registres Sémiotiques; Taux de variation; Ostensive et Non-ostensive.*

## **Introdução**

O estudo dos erros e obstáculos de estudantes, de diversos níveis, é de grande importância para o aprendizado tanto do próprio estudante quanto do professor que se propõe a verificá-los e usá-los de forma favorável no seu processo de ensino. É comum fazer o descarte desses erros, principalmente nas universidades, nos cursos de Cálculo.

Portanto a proposta desse trabalho é abordar o erro e os obstáculos dos discentes como forma metodológica para aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – IFBA, na cidade de Eunápolis, no interior da Bahia, com vistas a investigar a instituição de referência e aplicação para o trabalho de tese de doutoramento, que propõe utilizar tecnologias digitais como dispositivo didático nessa instituição. Essas investigações ocorreram nos semestres letivos de 2016.1 e 2017.1, e observaram dentre outras coisas nas autoanálises de erros, feitas pelos próprios estudantes dessa disciplina, a distribuição e ocorrência desses erros e obstáculos em determinados registros de representação semiótica (Duval, 2011), mediante o olhar sob os objetos ostensivos e não-ostensivos envolvidos nesse processo. A pesquisa pautou-se numa abordagem quanti-qualitativa, que trás informações a partir dos relatos dos discentes e de dados estatísticos em forma de gráficos e porcentagens, acerca especificamente do objeto matemático taxas de variação e taxas relacionadas, para funções de uma variável real.

## **Erros e obstáculos, objetos ostensivos e não-ostensivos e os registros semióticos**

A utilização do erro como instrumento metodológico para o professor é de grande importância, pois este pode servir de intervenção na dificuldade do estudante, para que o mesmo possa superar estas dificuldades. Para Almouloud (2007, p. 134), o professor deve criar condições para “o contrato didático ser estabelecido de modo que o erro, além de aceito, possa ser provocado, com o objetivo de ser explorado em situações de ensino e aprendizagem, ou seja, potencializando as condições de aprendizagem para o aluno”.

Os erros que em sua maioria são provocados por obstáculos, mediante a constituição de conhecimentos provisórios, na aprendizagem do estudante, são difíceis de desfazer, e

podem reaparecer a qualquer momento nessa fase ou em outra do processo do conhecimento matemático. Para Brousseau (1983), em relação ao obstáculo, percebe-se que ele tenta:

Adaptar-se localmente, modificar-se com mínimo de desgaste, otimizar-se num campo reduzido. Isso explica por que transpor um obstáculo exige um trabalho de mesma natureza que a implantação de um conhecimento, quer dizer, interações repetidas e dialéticas do aluno com o objeto do conhecimento (BROUSSEAU, 1983, p. 175 apud ALMOULOU, 2007, p. 135).

Essa interação e adaptação constantes elencadas pelo autor devem ser mediadas pelo docente, sendo favoráveis a uma dialogia do estudante frente ao objeto matemático. E para evocar os objetos matemáticos, o estudante usa objetos ostensivos e os não-ostensivos. O ostensivo é mais corriqueiro no processo de resolução das tarefas na atividade matemática, pois para Bittar e Kaspary (2013, p. 1425) “é aquele, como seu próprio nome sugere que é perceptível, que se “faz mostrar” por algum órgão dos sentidos”. Referem-se a sons, imagens, escritas, dentre outros estados ligados diretamente aos sentidos. Já o não-ostensivo é aquele que não é perceptível aos sentidos, como as ideias, os conceitos, as intuições, dentre outros que são ligados a uma determinada organização matemática.

No momento de evocar um objeto ostensivo, o estudante indiretamente também lida com o não-ostensivo, pois “todo objeto não-ostensivo será reconhecido por meio de ao menos um objeto ostensivo, e todo objeto ostensivo manipulado fará referência a, ao menos, um objeto não-ostensivo” (BITTAR, KASPARY, 2013, p. 1425). Portanto, ao aplicar uma determinada técnica para resolução de uma dada tarefa, estamos manipulando ostensivos, direcionados pelos conhecimentos dos não-ostensivos.

Além disso, entender em qual registro de representação o erro ou obstáculo se enquadra pode ser útil de diversas formas tanto para o processo de ensino, quanto para o de aprendizagem, junto à matemática. Para Duval (2011, p.70), “um registro é, evidentemente, um sistema semiótico, mas um sistema semiótico particular que não funciona nem como código, nem como sistema formal. Ele se caracteriza essencialmente, pelas operações cognitivas específicas que ele permite efetuar”.

Essa caracterização de quais operações cognitivas está em jogo, frente ao objeto matemático estudado (geralmente os ostensivos), e mais ainda, frente aos erros e obstáculos relativos àquele objeto no processo de aprendizagem do estudante, é de suma importância para o docente poder traçar estratégias didáticas com interações mais bem-sucedidas. Frente a isso, determinar qual o tipo de representação traz mais entaves nesse

processo para o discente, é necessário. Pois, “distinguir e classificar os tipos de representação semiótica utilizados na matemática é a primeira etapa para elaborar uma ferramenta de análise cognitiva das atividades matemáticas” (DUVAL, 2011, p. 68).

Para estudar as representações dos objetos ostensivos nos diferentes tipos de registros semióticos precisamos levar em consideração duas definições essenciais na análise desses objetos do saber:

**Definição 5:** O **tratamento** de uma representação é a transformação desta em outra representação no mesmo registro no qual foi formada. O tratamento é, portanto, uma transformação interna num registro.

**Definição 6:** A **conversão** de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro. (HENRIQUES, ALMOULOU, 2016, p. 469)

Ao lidar com os objetos matemáticos, os estudantes têm grande dificuldade em fazer o tratamento adequado no referido registro, seja ele em língua materna, algébrico, gráfico ou numérico, conforme classificação de Henriques e Almouloud (2016). Além do processo de tratamento em determinado registro semiótico, que contém comumente diversos entraves, que são explicitados por erros ou obstáculos dos estudantes, ocorre também em muitos momentos, empecilhos no processo de conversão entre representações de registros distintos. Pois, “mudar de registro de representação não é só mudar o conteúdo da representação de um objeto, é mudar as operações semióticas a realizar para transformar o conteúdo da nova representação” (DUVAL, 2011, p. 73).

## **A proposta metodológica da análise de erros e obstáculos**

A pesquisa pautou-se na investigação de análises de erros e obstáculos feitas pelos discentes do curso de Engenharia Civil, do IFBA, campus Eunápolis, nos semestres letivos de 2016.1 e 2017.1, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Participaram desse processo 29 estudantes na turma de 2016 e 21 na de 2017, que autoanalisavam seus erros em avaliações escritas, ocorrendo continuamente durante todo o semestre letivo.

O docente disponibilizava num grupo de rede social, na internet, as resoluções completas das avaliações escritas aplicadas, com permissão dos estudantes, que assinaram termos de consentimentos livres e esclarecidos, pois a pesquisa está amparada pelo conselho de ética da instituição. Além de analisar seus erros e obstáculos, conforme categorização prévia, estabelecida pelo professor, o discente também avaliava o instrumento aplicado, quanto ao tempo e adequação do que é ensinado pelo docente no processo, além do seu avanço em relação a resultados anteriores. As análises, assim como as avaliações, eram

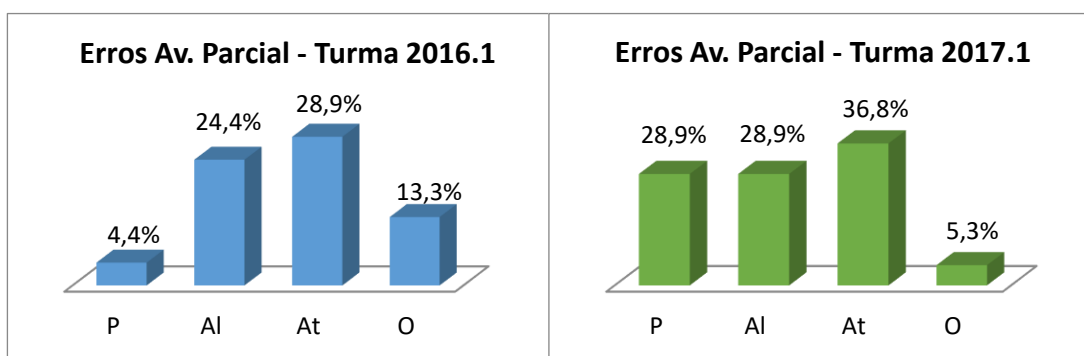
pontuadas com notas regulares na disciplina, e a correção do instrumento avaliativo pelo docente ocorria apenas após o discente fazer a entrega de sua análise. Com isso, o professor poderia ter um olhar mais criterioso e por vezes flexível, ao efetuar as correções dessas avaliações.

Os dados foram levantados de forma quanti-qualitativa, versando sobre os erros e obstáculos descritos pelos discentes, bem como na visão docente, levando em consideração também os tipos de registros de representação semiótica (Duval, 1999), nos quais poderiam ser alocados esses erros. Aqui, em nosso trabalho faremos as explicitações dos levantamentos relativos aos objetos matemáticos ostensivos e não-ostensivos, das aplicações de derivadas de uma variável real, especificamente taxas de variação e taxas relacionadas.

### Autoanálises de erros: olhar discente acerca das taxas de variação

Ao analisar os erros e obstáculos dos estudantes, nas turmas de Cálculo I, verificamos que de 45 erros indicados pelos 29 discentes de 2016.1, e 38 indicados na turma de 2017.1, na avaliação parcial que abarcou três situações problema específicas sobre taxas de variação e taxas relacionadas, para funções de um variável real, a maioria dizia respeito a erros relativos à atenção (At), seguidos de erros de conhecimentos atuais (Al), no referente ao objeto matemático abordado nas questões, como pode ser observado nos gráficos da figura 1.

Figura 1 – Erros dos Estudantes de Cálculo – Av. Parcial



Fonte: Autor

Esses montantes indicados como maiores entre os erros ocorrem em grande parte, na manipulação dos objetos ostensivos, provenientes de esquecimento de sinais, unidades de medidas, por não leitura apropriada do enunciado, ligados aos erros de atenção e não apropriação do conteúdo, principalmente no que se refere às taxas relacionadas, conforme

o depoimento da estudante A, na figura 2. Os erros de atenção podem ser classificados no registro da língua materna, pois em sua maioria são causados pela leitura equivocada do estudante no enunciado da tarefa. Outro registro de grande enquadramento dos erros é o algébrico que comporta quase que a totalidade dos casos relativos aos conhecimentos atuais, ao verificar o quanto o discente tem dificuldades na manipulação das fórmulas matemáticas utilizadas nos problemas, além das regras e processos de derivação das funções envolvidas (figura 3, estudante B) e desenvolvimento de equações, no processo de transformação neste registro, configurando problemas de erros prévios (P).

Figura 2 – Análise do Estudante A na 1ª questão da parcial sobre taxas

Na primeira questão não vi dificuldade em resol-  
 ve-la, pelo contrário, consegui interpretar e formular o  
 desenvolvimento. Entretanto, fiquei confusa em relação  
 a uma informação dada na questão pois não sabia  
 onde usá-la. Isso porque não consegui relacioná-la  
 com a resolução. Ao tentar usar a regra da cadeia  
 achei que não seria possível pois na minha concep-  
 ção faltava informação, logo, achei a área do triân-  
 gulo equilátero e multipliquei pelo  $dt$  informação  
 no problema e não tive a ideia de relacionar  
 $\frac{dA}{dt}$ , daí não tive resultado satisfatório.

Fonte: Análise de Erros do Estudante A

Figura 3 – Análise do Estudante B na 2ª questão da parcial sobre taxas

Questão 2: No momento de derivar " $A = C \cdot L$ " não me  
 atentei que era uma derivada da multiplicação, fazendo  
 com que cometesse um erro de conhecimento prévio, e  
 tendo como resultado diferente do certo.

$$\underset{\text{errado}}{\frac{dA}{dt} = \frac{dc}{dt} \cdot \frac{dL}{dt}} \neq \underset{\text{certo}}{\frac{dA}{dt} = \frac{dc}{dt} \cdot L + \frac{dL}{dt} \cdot c}$$

Fonte: Análise de Erros do Estudante B

O estudante B, em sua resolução, na figura 4, conforme indicou em sua análise na figura 3, evocou de forma incorreta o objeto ostensivo escrito para o cálculo da derivada do produto, montou a função área corretamente, contendo duas variáveis, mas ao lidar com



algoritmo da referida derivada se equivocou, apenas considerando o produto das derivadas das variáveis da função. Os não-ostensivos utilizados pelo estudante, correspondendo a área da figura plana e o conceito de retângulo, explicitado pelo ostensivo desenhado pelo discente, bem como o conceito de taxa de variação relacionada a derivada, foram corretamente aplicados.

Figura 4 – Resolução da 3ª questão da parcial sobre taxas do Estudante B

$(A = 200 \text{ cm}^2)$   $\frac{dL}{dt}$   
 $\frac{dL}{dt} = 3$   
 $\frac{dC}{dt} = 8$   
 $A = C \cdot L$   
 $\frac{dA}{dt} = \frac{dC}{dt} \cdot \frac{dL}{dt}$   
 $\frac{dA}{dt} = 8 \cdot 3$   
 $\frac{dA}{dt} = 24 \text{ cm}^2/\text{s}$

Fonte: Análise de Erros do Estudante B

Na figura 5, o estudante C assinala a sua conduta errônea ao considerar para resolução da questão à utilização de uma fórmula geral para cálculo de área de triângulo que não era adequada naquele tipo de tarefa, sendo necessária à adaptação para a especificidade de triângulos equiláteros, causando um erro no registro algébrico. Outros erros (O) são considerados pelos discentes em menor número, para essa parcial, correspondendo a situações de falta de tempo, favorável a responder as questões.

Figura 5 – Análise do Estudante C na 1ª questão da parcial sobre taxas

No desenvolvimento da prova: Na questão 1, vi que precisava descobrir o valor de  $\frac{dA}{dt}$  que era igual ao produto de  $\frac{dC}{dt} \cdot \frac{dL}{dt}$ , o valor de  $\frac{dL}{dt}$  a questão dava, porém quando fui derivar a área em relação ao lado usei a fórmula geral para triângulo, mas a questão queria do triângulo equilátero eu sabia que estava errado mas eu não sabia como vir a outra fórmula (erro de conhecimentos prévios) com isso botei

Fonte: Análise de Erros do Estudante C

Retomando a fala do estudante C, conforme figura 5, e observando sua resolução da questão da parcial (figura 6), aplicada na turma de 2017.1, a dificuldade encontrada pelo



discente, que conhece o não-ostensivo do conceito de área de um triângulo, mas não consegue evocar o ostensivo para a fórmula específica de um triângulo equilátero, estando ligado a outros não-ostensivos (teorema de Pitágoras, definição de mediana, etc), é a confusão na manipulação da altura do triângulo, não conseguindo colocá-la em função do lado e chegar a esse objeto. Esse estudante usa corretamente o ostensivo para cálculo da regra da cadeia, evocando a manipulação de derivadas das funções parametrizadas, o que não gera sucesso, pelo erro anteriormente cometido com a área.

Figura 6 – Resolução da 3ª questão da parcial sobre taxas do Estudante C

The handwritten work shows the following steps:

$$\frac{dh}{dt} = ? \quad \frac{dl}{dt} = 15 \text{ cm/s} \quad l = 8 \text{ cm} \quad A = \frac{l \cdot h}{2} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{h}{l} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{8}{8} = 1$$

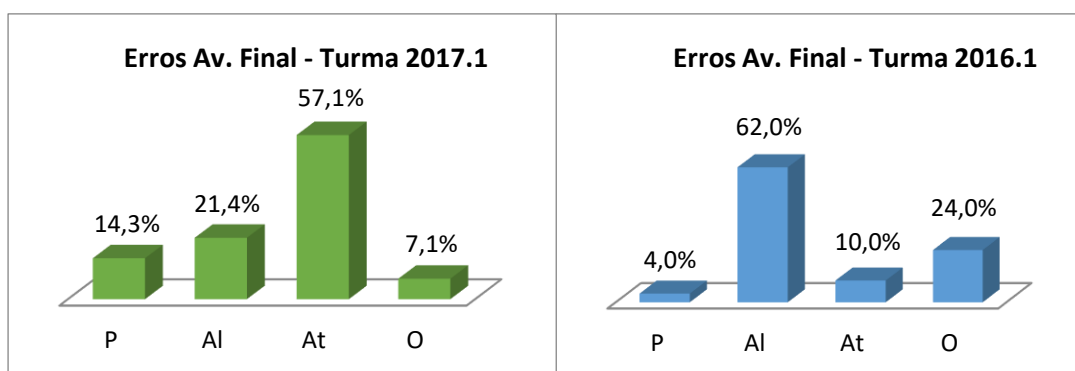
$$\frac{dA}{dt} = \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{dh}{dt} \cdot \frac{dl}{dt} \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 1,5 \times 4 \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 6 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

To the right, there is a diagram of an equilateral triangle with side length  $l$  and height  $h$ .

Fonte: Análise de Erros do Estudante C

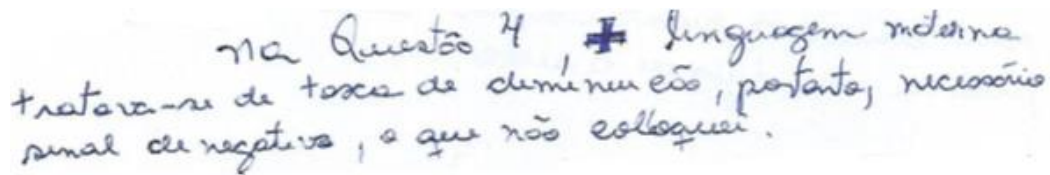
Em relação à avaliação final do último crédito, que contemplava dentre outros objetos matemáticos, os problemas com taxas de variação e taxas relacionadas. Na turma de 2016.1, observamos maiores entraves na aplicação da tarefa que envolvia três alternativas bem exploradas e dependiam de observação de uma determinada figura, que lembrava uma secção pelo diâmetro de um tanque semiesférico e que precisava ser cheio a certa taxa por unidade de tempo, conforme destacamos a partir dos erros dos estudantes, na figura 7. Ainda na mesma figura, são trazidos os erros ocorridos na turma de 2017.1, numa prova similar de final de crédito semestral, que facilmente explicita uma diminuição frente aos considerados no ano anterior, pois se tratava de uma situação bem mais trivial e de fácil aplicação do conhecimento matemático, bem discutido pelo docente em sala.

Figura 7 – Erros dos Estudantes de Cálculo – Av. Final



A avaliação na turma de 2017.1 trouxe relativo à questão de taxas, muitos erros de atenção afirmados pelos estudantes e destacado na figura 7, principalmente no campo do registro de língua materna, ao fazer leitura insuficiente do enunciado da tarefa, que fez com que o discente não se atentasse para, por exemplo, a unidade de medida ou mesmo o sinal de decrescimento da taxa, como indica o estudante D, na figura 8.

Figura 8 – Análise do Estudante D na 4ª questão da final do crédito

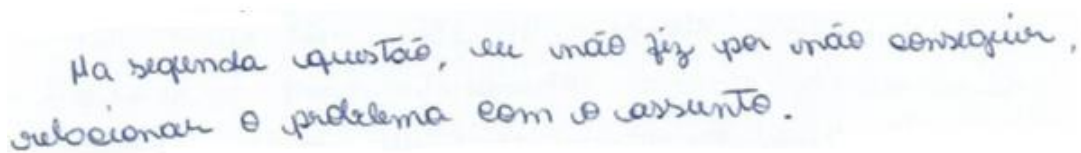


na questão 4, + linguagem materna  
tratava-se de taxa de diminuição, portanto, necessário  
sinal de negativo, o que não coloquei.

Fonte: Análise de Erros do Estudante D

Já para a turma de 2016.1, onde foi abordada uma questão mais rebuscada sobre os objetos matemáticos dessa pesquisa, ao observar a figura 7, vemos a predominância de erros de conhecimentos atuais, pois, muitos estudantes não conseguiram se quer interpretar o enunciado da tarefa, acarretando entraves no registro de língua materna, como indicam os estudantes E e F, respectivamente nas figuras 9 e 10.

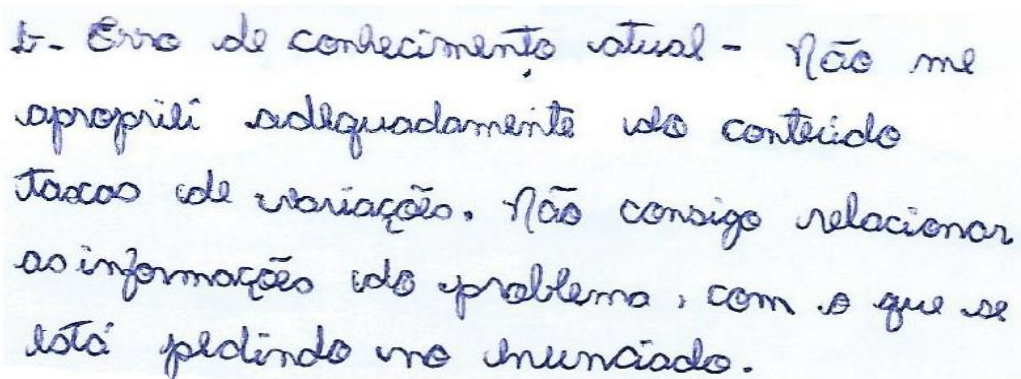
Figura 9 – Análise do Estudante E na 2ª questão da final do crédito



na segunda questão, eu não fiz por não conseguir,  
relacionar o problema com o assunto.

Fonte: Análise de Erros do Estudante E

Figura 10 – Análise do Estudante F na 2ª questão da final do crédito



b- Erro de conhecimentos atual - Não me  
apropriei adequadamente do conteúdo  
taxas de variações. Não consigo relacionar  
as informações do problema, com o que se  
está pedindo no enunciado.

Fonte: Análise de Erros do Estudante F

O estudante G, na resolução da questão 4, em sua avaliação final, na turma de 2017.1, ao mobilizar o ostensivo para o cálculo da taxa de variação da área do círculo, incorre num erro no registro algébrico, não explicitando as variáveis (área e raio) em relação ao tempo. Observa-se que o estudante consegue evocar o ostensivo prévio, referente a área de um círculo, mas relativo ao atual para cálculo da taxa, encontra dificuldades, inclusive mostrando uma tentativa de usar a definição de derivadas, conforme sua resolução.

Figura 11 – Resolução da 4ª questão da parcial sobre taxas do Estudante G

Taxa  $\rightarrow$  0,05 cm/déc  $\rightarrow$  1,0 cm

Área do Círculo

$$Ae = \pi R^2$$
$$Ae = 2\pi R$$
$$Ae = 2\pi (0,05 \text{ cm})$$
$$Ae = 0,1\pi \text{ cm}^2$$

$\frac{dA}{dt} = 1,0 \text{ cm}^2/\text{déc}$

Seja  $Ae = \pi R^2$  Então:

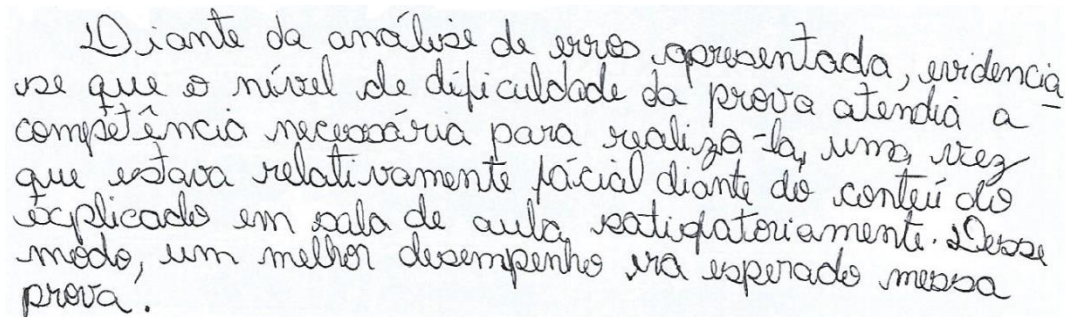
$$\Delta A = \frac{2\pi r - (0,05)}{1,00 - 0,95} = \frac{2,05}{0,05} = 41 \text{ cm}^2/\text{déc}$$

Fonte: Análise de Erros do Estudante G

São perceptíveis as dificuldades dos estudantes no que tange a manipulação dos objetos matemáticos taxas de variação e relacionadas, ostensivos e não-ostensivos, ao lidar com as tarefas propostas em avaliações escritas. Esquecimentos, e apropriações inadequadas do conteúdo específico são os mais comuns nesse processo. Grande parte dos erros encontra-se ao tratar ostensivos no campo do registro algébrico, quando o discente consegue converter a tarefa, mediante leitura do enunciado, no campo da língua materna, mas não é capaz de fazer o tratamento, ao manipular com derivadas, fórmulas de objetos matemáticos (figuras espaciais ou planas, leis de funções etc.) que são prévios para o desenvolvimento desse tratamento, mesmo, muitas vezes conseguindo evocar esses objetos não-ostensivos. Isso acontece em 55% aproximadamente, dos casos de erros das questões que foram observadas (registro algébrico). Já nos referentes ao registro número essa aproximação percentual cai para 21,5% e na língua materna, temos 16,3%, com apenas 7,2% classificados no registro gráfico, por erros gerados na interpretação incorreta da figura geométrica que dá suporte a tarefa proposta.

Porém, a aplicação das autoanálise de erros e obstáculos em Cálculo, nos serve para investigar as causas mais comuns ao lidar com certos objetos matemáticos, sejam eles ostensivos ou não, e é aprovado pela totalidade dos discentes, como é explicitado no relato do estudante A, na figura 12 a seguir:

Figura 12 – Análise do Estudante A sobre a Av. Parcial de Taxas



Diante da análise de erros apresentada, evidencia-se que o nível de dificuldade da prova atendeu a competência necessária para realizá-la, uma vez que estava relativamente fácil diante do conteúdo explicado em sala de aula, satisfatoriamente. Desse modo, um melhor desempenho era esperado nessa prova.

Fonte: Análise de Erros do Estudante A

## Conclusões

A importância de conhecer os erros e obstáculos encontrados pelos estudantes em suas práticas em sala de aula é de suma importância para fazer inferências no processo de ensino e de aprendizagem. Especificamente no que tange aos objetos matemáticos ostensivos e não ostensivos de taxas de variações, pudemos observar as dificuldades de interpretação, bem como em manipulações algébricas, durante o tratamento desse tipo de tarefa. Para o estudante a autoanálise de erros permite também avaliar o seu desempenho no geral, em determinado instrumento avaliativo, bem como se esse está condizente com o abordado pelo docente em sua prática de sala de aula.

Além de ser um importante dispositivo didático de aplicação imediata na sala de aula, a autoanálise de erros, também se torna riquíssima sob o olhar da Didática da Matemática que possibilita, inferir institucionalmente e conhecer melhor o campo de pesquisa para possíveis intervenções, através de instrumentos experimentais, o que é o objetivo final do futuro trabalho de tese ancorado no estudo didático desses objetos matemáticos explicitados aqui nessa pesquisa.

Portanto, continuar essas pesquisas proporciona conhecer não só as dificuldades enfrentadas pelos estudantes, mas sim auto avaliar o fazer docente continuamente, levando a caminhos que possam contribuir cada vez mais com a aprendizagem no ensino superior, através de interferências didáticas que sejam significantes.

## Referências

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BITTAR, M. KASPARY, D. **Ostensivos como instrumento no estudo das operações de Adição e de subtração dos números naturais**. Actas del VII CIBEM. p. 1424 – 1434, 2013;

BOSH, M. CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Objet d'étude et problématique***. *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.19, n°1, 1 - 37. 1999.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas**. Tradução: Marlene Alves Dias. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2011;

HENRIQUES, A. ALMOULOU, S. A. **Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple**. *Ciênc. Educ.*, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.