

# Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental

## Analysis of geometric thinking in the development of elementary school

---

ELISABETE RAMBO BRAGA <sup>1</sup>.  
BEATRIZ VARGAS DORNELES <sup>2</sup>

### Resumo

*Este artigo tem como objetivo, a análise do desenvolvimento do pensamento geométrico em estudantes da 8ª série, descrevendo como os níveis do casal van Hiele podem contribuir para a prática cotidiana escolar. Para tal foi aplicado um questionário subdividido em quatro categorias: formas e propriedades, transformação, localização e visualização. Como aporte teórico a essa investigação, foram utilizados os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. Os dados coletados foram apreciados mediante a categorização das respostas dos participantes. Constatou-se que os discentes devem vivenciar atividades que propiciem a elaboração de conjecturas, a validação ou a refutação das mesmas, bem como a compreensão de conceitos, visando ao aprimoramento de seus argumentos.*

**Palavras-chave:** *Senso Espacial. Pensamento Geométrico. Conceitos Geométricos.*

### Abstract

*This article analyzed the development of geometrical thinking in eighty graders to solve geometric problems. For this purpose, a questionnaire was designed with of four open questions, divided into four categories: types and properties, transformation, localization and visualization. As the theoretical framework, we used the development levels of geometric thinking of van Hiele. The collected data were assessed by categorizing participants' answers. The results show that the students should experience activities that provide the development of conjectures, validity or refutation of them, the understanding of concepts, aiming at the improvement of their arguments.*

**Keywords:** *Spatial Sense. Geometric thinking. Geometric concepts.*

### Introdução

Diante do contexto em que se tem dado o ensino de Matemática e, especificamente, da limitada abordagem dos ensinamentos de geometria comumente perpetrada no ambiente escolar, este trabalho tem a intenção de responder à seguinte questão norteadora: que tipo de respostas são utilizadas por alunos da 8ª série do Ensino Fundamental na resolução de problemas geométricos?

De fato, atualmente, em algumas escolas brasileiras, o ensino de geometria é

---

<sup>1</sup>.Colégio Farroupilha – RS - erambo@ibest.com.br

<sup>2</sup>.UFRGS - bvdornel@terra.com.br

desenvolvido apenas no final do ano letivo, sendo, portanto, trabalhado de forma superficial, dando ênfase à memorização das definições e das propriedades geométricas e à aplicação de fórmulas. Além disso, em muitas outras ocasiões, a geometria é abandonada e a justificativa apresentada é a falta de tempo. (ALMOULOU et al, 2004).

Pavanello (1993) ressalta que, a partir da promulgação da Lei 5692/71, as escolas brasileiras obtiveram ampla liberdade para definirem seus currículos e, conseqüentemente, muitos desses estabelecimentos de ensino retiraram a geometria de seus programas ou, então, a deixaram para ser desenvolvida no final do ano letivo. Tal fato fez com que esse ramo da matemática fosse abandonado, gerando certa preocupação entre os docentes dessa área do conhecimento. Contrariamente ao que se vê na prática, é importante lembrar que os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental afirmam que a Geometria *“desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada”* (BRASIL, 1998, p. 122), o mundo no qual vive.

## **1. A Teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico dos van Hiele**

Como aporte teórico central do trabalho optou-se pela Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos van Hiele, que descreve níveis de pensamento geométrico. Pierre M. van Hiele e Dina van Hiele Geoldof são dois educadores holandeses que descreveram “os processos de pensamento usados em contextos geométricos” (WALLE, 2009, p.440). O casal van Hiele, baseado nos resultados obtidos em estudos feitos por Piaget, criou um modelo sequencial e hierárquico, subdividido em cinco níveis que descrevem a aprendizagem de geometria. Sequencial, porque o estudante não atinge um determinado nível sem ter passado pelos níveis anteriores. Hierárquico, porque a progressão dos níveis depende do desenvolvimento do conteúdo e da forma como foi compreendido, não havendo relação com a idade cronológica do indivíduo (PEREIRA, SILVA e MOTTA, 2005).

No primeiro nível, denominado de visualização (Nível 0), as figuras são avaliadas pela aparência. As crianças as reconhecem e as nomeiam mediante a análise de suas características globais e visuais. Nessa fase, os alunos devem ser estimulados a

“observar, tocar, construir, separar, decompor, compor, [...]”. O objetivo é explorar como as formas são parecidas e diferentes e usar essas ideias para criar classes de formas” (Walle 2009, p. 440). Já, no segundo nível (Nível 1), chamado de análise, os discentes reconhecem as figuras por meio do estudo de suas propriedades. Nessa fase eles avaliam as propriedades geométricas das classes de figuras, sem se deterem a uma forma específica. Por exemplo, uma determinada figura, para ser um retângulo necessita ter quatro ângulos retos, diagonais congruentes e os lados opostos de mesma medida. Entretanto, as características das figuras não são ordenadas, ou seja, um quadrado não é, necessariamente, identificado também, como um retângulo (VAN HIELE, 1984). Nesse caso, os alunos descrevem todas as propriedades dos quadrados, dos retângulos, dos paralelogramos, dos losangos, isoladamente, sem estabelecer relações entre essas figuras; não percebendo, por exemplo, que todo quadrado é um retângulo, é um losango e, também, é um paralelogramo (WALLE, 2009).

No nível seguinte, da dedução informal (Nível 2), as características das figuras são ordenadas de forma a desenvolver relações entre essas propriedades (VAN HIELE, 1984). Outra característica, desse grau, é o surgimento da habilidade, por parte dos discentes, do raciocínio condicional do tipo “se - então”. Os estudantes estabelecem relações do tipo: “se todos os quatro ângulos são retos, a forma deve ser um retângulo (...) se isso é um quadrado, ele tem de ser um retângulo” (Walle 2009, p. 442). O mesmo autor ressalta, ainda, que as observações feitas pelos estudantes, nessa fase, vão além da explicitação das propriedades das figuras, há, também, a apresentação de argumentos lógicos sobre suas características, de forma intuitiva, sem haver preocupação com o rigor (WALLE, 2009).

No nível da dedução (Nível 3), os alunos se utilizam de um sistema lógico de afirmações para, então, deduzirem outras verdades derivadas desse conjunto inicial. Para Walle (2009), esse tipo de raciocínio deve ser característico de um aluno do Ensino Médio que esteja trabalhando com geometria, mais especificamente, com o sistema euclidiano.

O último nível, denominado de rigor (Nível 4), requer um domínio de sistemas dedutivos axiomáticos para a geometria. Normalmente, esse nível, é característico dos especialistas em matemática do Ensino Superior, que trabalham com diferentes sistemas, estabelecendo relações entre eles (WALLE, 2009).

Walle (2009) destaca, ainda, que um indivíduo, para alcançar um determinado grau, necessita vivenciar o pensamento geométrico no referido nível e estabelecer relações que são o foco do pensamento na próxima categoria. Além disso, “os produtos de pensamento em cada nível são os objetos de pensamento do nível seguinte” (Walle 2009, p. 443). De acordo com Van Hiele (1984), educadores e educandos se expressam de forma diferente ao explicitarem seus conhecimentos geométricos, pois eles estão em níveis desiguais quanto ao desenvolvimento do pensamento geométrico. Dessa forma, os discentes acabam aplicando seus conhecimentos em situações restritas, as quais foram elaboradas especificamente para eles. Entretanto, esses mesmos estudantes não conseguem adequar seus conhecimentos em um novo domínio. Ademais, quando a linguagem ou o ensino estiver em níveis diferentes, a comunicação entre professores e alunos fica prejudicada, tendo como consequência, uma aprendizagem baseada na memorização e na repetição (WALLE, 2009).

Walle (2009) ressalta que, atualmente, nos Estados Unidos, os referidos pesquisadores têm influenciado o desenvolvimento do ensino da geometria, tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio, contribuindo para a identificação das diferenças existentes no pensamento geométrico de cada indivíduo e na forma como são estabelecidas tais diversidades.

Em consonância com Walle, Nunes (2010) também destaca que a teoria supracitada tem influenciado o currículo de geometria americano nos últimos tempos. Nunes (2010) apresenta uma pesquisa que teve como objetivo a compreensão das potencialidades didático-matemáticas do emprego da metodologia de resolução de problemas, nos processos de ensino e aprendizagem de geometria, com alunos do Curso de Licenciatura em Matemática. Para a pesquisadora, os níveis de pensamento geométrico dos van Hiele “descrevem como nós pensamos e que tipos de ideias geométricas nós pensamos ao invés de quanto conhecimento nós temos.” NUNES (2010, p. 400). A pesquisa realizada por Nunes (2010) aponta dificuldades dos participantes na interpretação de problemas e no uso de argumentação sobre as propriedades geométricas. Além disso, a pesquisadora destaca a existência de lacunas no conhecimento da Geometria Euclidiana. Para Nunes (2010), tais obstáculos são oriundos da formação escolar desses futuros professores, desde o Ensino Fundamental. Já o estudo realizado por Veronese (2009) analisou o ensino da geometria ministrado na 5ª série do Ensino Fundamental. Com base no Modelo dos van Hiele, a pesquisadora destaca que o ensino seqüencial, baseado em tal

modelo, possibilita a apreciação do professor quanto ao nível de pensamento de seus estudantes e possibilidade de elaboração de sequências didáticas que busquem o avanço nos níveis. Já o trabalho investigativo realizado por Pontes (2007), com professores da 8ª série, aponta que esses participantes consideraram que o ensino da geometria promove o desenvolvimento do raciocínio dedutivo. Tal aspecto, de acordo com Veronese (2009), é respaldado pelos estudos dos van Hiele.

Pereira, Silva e Motta (2005), por sua vez, também realizaram uma investigação com estudantes de 5ª e 6ª séries, tendo como fundamentação teórica a Teoria dos van Hiele. Os sujeitos dessa pesquisa foram submetidos a um pré-teste, seguido de uma intervenção pedagógica e da aplicação de um pós-teste. A apreciação dos dados revelou que, no término do processo interventivo, os discentes apresentaram uma significativa evolução nos níveis de pensamento propostos pelo referido modelo, indicando, dessa maneira, as vantagens de sua utilização. Os autores destacam, ainda, que a Teoria dos van Hiele obteve sucesso na descrição de situações do cotidiano do ambiente escolar e no desenvolvimento do currículo. Inoue (2004), em outro estudo, observou que os níveis de pensamento geométrico apresentados por van Hiele foram empregados em várias pesquisas brasileiras. A pesquisadora também optou por fundamentar sua dissertação de mestrado no modelo dos van Hiele ao abordar o tema: a formação do conceito de quadriláteros com alunos de 6ª série. A análise dos dados demonstrou o aprimoramento dos níveis de pensamento geométrico nos participantes de uma intervenção proposta.

Com base nas pesquisas citadas, o presente trabalho também priorizou o estudo dos níveis de pensamento geométrico descritos por van Hiele, a fim de analisar as respostas apresentadas por alunos que estão em fase de conclusão do Ensino Fundamental.

## **2. Método**

A investigação valeu-se da descrição de informações coletadas, a partir da aplicação de um questionário com perguntas abertas, permitindo a captação de informações sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico de cada um dos respondentes.

Tais dados foram analisados mediante o estabelecimento de avanços teóricos ocorridos, procurando, desse modo, buscar uma compreensão mais aprofundada desses elementos, identificando unidades de significado para, então, organizá-las em categorias emergentes. Pode-se dizer que as classes “[...] são obtidas, mediante um processo

interpretativo, diretamente do material de campo” (Fiorentini e Lorenzato 2006, p. 135). Já para Gomes (1998), a categorização está associada à ideia de classificar ou de seriar por meio do agrupamento de elementos, de ideias ou de expressões que explicitem características comuns referentes a um determinado conceito.

A pesquisa foi desenvolvida com vinte alunos da 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola particular da capital gaúcha, sendo que todos esses estudantes ingressaram nesse estabelecimento na Educação Infantil ou na 1ª série do Ensino Fundamental. Essa escolha foi motivada pela necessidade de apreciação do tipo de argumentação utilizada pelos discentes que trabalharam com geometria no decorrer dos oito anos que compõem esse nível de ensino.

## **2.1. Descrição e análise do questionário aplicado**

Em relação à aplicabilidade do modelo dos van Hiele no processo de ensino aprendizagem, Walle (2009) destaca que o fator que mais influencia no desenvolvimento do pensamento geométrico - por meio dos níveis - é a experiência geométrica de cada indivíduo. Dessa forma, atividades que visem à exploração e o diálogo com o conteúdo do nível subsequente podem contribuir para o aprimoramento do nível de pensamento geométrico nos estudantes. Tais aspectos, portanto, podem ser observados no planejamento das atividades escolares e, conseqüentemente, avaliados, no intuito de aprimorar e ou de reformular as práticas pedagógicas. Nesse sentido, o trabalho ora proposto tem como objetivo a análise do desenvolvimento do pensamento geométrico em estudantes da 8ª série, descrevendo como os níveis do casal van Hiele podem contribuir para a prática cotidiana escolar.

Para a elaboração do referido instrumento, primeiramente, foi feita uma análise dos tópicos de geometria desenvolvidos na escola supracitada. Na Tabela 1, apresenta-se a listagem desses conteúdos em cada uma das séries do Ensino Fundamental, bem como os respectivos objetivos.

**Tabela 1 – Distribuição dos conteúdos e objetivos de geometria por série**

Série	Conteúdos	Objetivos
1 <sup>a</sup>	Quadrado, triângulo e retângulo	Identificar e representar o quadrado, o triângulo e o retângulo.
2 <sup>a</sup>	Figuras planas	Identificar e classificar figuras planas de acordo com as suas propriedades.
3 <sup>a</sup>	Figuras planas e espaciais	Identificar e classificar figuras planas (triângulo, retângulo, círculo, quadrado, losango, paralelogramo, pentágono e hexágono) e espaciais (cubo, pirâmide, paralelepípedo, esfera, cone e cilindro).
4 <sup>o</sup>	Figuras espaciais	Identificar vértices, arestas e faces do cubo, da pirâmide e do paralelepípedo.
5 <sup>a</sup>	Ângulos Área e Perímetro	Reconhecer ângulos retos, rasos, agudos, obtusos e ângulos de uma volta. Resolver problemas que envolvam área e perímetro do quadrado e do retângulo.
6 <sup>a</sup>	Área e Perímetro Ângulos	Determinar área e perímetro de quadriláteros e triângulos para aplicar esses conceitos na resolução de problemas. Aplicar as propriedades dos ângulos para resolver situações-problema.
7 <sup>a</sup>	Ângulos Triângulos e Quadriláteros	Reconhecer, representar e relacionar os ângulos alternos internos, alternos externos, colaterais internos e externos e ângulos opostos pelo vértice, a partir dos ângulos correspondentes. Reconhecer as propriedades dos triângulos e quadriláteros. Aplicar as propriedades da soma dos ângulos de triângulos e quadriláteros para resolver situações-problema.
8 <sup>a</sup>	Teorema de Pitágoras Área e perímetro do círculo Teorema de Tales Relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo	Resolver problemas empregando a relação de Pitágoras. Aplicar os conceitos de comprimento da circunferência e área do círculo na resolução de problemas. Aplicar o Teorema de Tales na resolução de problemas. Resolver problemas empregando as relações métricas e trigonométricas do triângulo retângulo.

É pertinente destacar que as atividades que compõe tal instrumento basearam-se nos níveis de pensamento geométrico descritos pelos van Hiele e nos princípios estabelecidos pelo *Nacional Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) para currículo de geometria na Educação Básica. De acordo com van Hiele, os alunos, ao concluírem o Ensino Fundamental, deveriam ter desenvolvido até o nível da dedução informal, uma vez que no Ensino Médio eles devem estar aptos a trabalhar com uma geometria dedutiva (WALLE, 2009). Já, a NCTM subdividiu o ensino da geometria em quatro grandes temas: formas e propriedades, transformações, localização e visualização (WALLE, 2009).

O primeiro tópico refere-se à análise das propriedades das figuras planas e espaciais e das relações existentes entre esses atributos. O segundo aspecto visa ao estudo das translações, das reflexões, das rotações, das simetrias e do conceito de semelhança; enquanto o terceiro assunto está relacionado à geometria das coordenadas. E o último item objetiva o reconhecimento das relações entre os objetos planos e espaciais, bem como a habilidade de desenhar e identificar objetos sob diferentes perspectivas.

A seguir são apresentadas as apreciações feitas a partir da análise do questionário aplicado, referentes às tarefas realizadas. A primeira atividade está relacionada à aprendizagem de formas e propriedades. A referida tarefa teve como objetivo a análise da compreensão dos alunos no que tange à classificação dos quadriláteros e o estabelecimento das relações existentes entre essas figuras, mediante a apreciação da veracidade de quatro afirmações.

### **Questão 1**

*Classifica como verdadeiras (V) ou falsas (F) as seguintes sentenças e apresenta um argumento que justifique a tua decisão.*

a) ( ) *Todo retângulo é um paralelogramo.*

As respostas dadas pelos discentes foram organizadas em categorias, conforme mostra a Tabela 2.

**Tabela 2 – Distribuição das repostas do item a da questão 1**

Categorias	Alunos	Percentual (%)
A – Descreveram as características do retângulo e concluíram que essas atendem a definição de paralelogramo	2	10
B – Identificaram as características do paralelogramo no retângulo	12	60
C – Descreveram apenas as características do paralelogramo	2	10
D – Justificaram de maneira incorreta	1	5
E – Classificaram a afirmação incorretamente	3	15
Total	20	100,0

Na categoria A, encontram-se reunidas as respostas que justificam que o retângulo possui todos os ângulos de  $90^\circ$  e, portanto, seus lados opostos são paralelos. Essa última característica é a definição de paralelogramo. As respostas agrupadas na categoria B justificam que o retângulo possui os lados opostos paralelos e, conseqüentemente, atende à definição de paralelogramo. Já, na categoria C, os discentes limitaram-se a

descrever as características do paralelogramo sem relacioná-las com as do retângulo.

b) ( ) *Todo quadrado é um retângulo.*

Para análise desse item, as respostas foram reunidas e categorizadas conforme mostra a Tabela 3.

**Tabela 3 – Distribuição das repostas do item b da questão 1**

Categorias	Alunos	Percentual (%)
A – Descreveram características do quadrado e concluíram que essas atendem a definição de retângulo	8	40
B – Identificaram as características do retângulo no quadrado	6	30
C – Classificaram a afirmação incorretamente	6	30
Total	20	100,0

A seguir, são explicitados alguns exemplos de respostas para as categorias destacadas na tabela acima:

Categoria A: “Como todo quadrado tem ângulos congruentes, assim como todo retângulo, todo quadrado é retângulo.” e “Todo quadrado possui ângulos iguais, características dos retângulos.”

Categoria B: “Todos os ângulos do quadrado são de 90°.” e “Um quadrado possui os quatro ângulos iguais.”

c) ( ) *Todo retângulo é um quadrado.*

Esse item foi respondido corretamente por 90% dos participantes. Suas justificativas fizeram uso de contraexemplos, afirmando que existem retângulos que não possuem todos os lados congruentes.

Responderam de forma incorreta 10% dos discentes.

d) ( ) *Todo quadrado é um losango.*

Com base nas respostas dadas, foram construídas as seguintes categorias, descritas na Tabela 4 a seguir.

**Tabela 4 – Distribuição das repostas do item c da questão 1**

Categorias	Alunos	Percentual (%)
A – Descreveram características do quadrado e concluíram que essas atendem a definição de losango	1	5
B – Identificaram as características comuns entre quadrado e losango	12	60
C – Justificaram de maneira incorreta, relacionando com a posição do quadrado	2	10
D – Justificaram de maneira incorreta, sem relacionar as duas figuras	1	5
E – Classificaram a afirmação incorretamente	4	20
Total	20	100,0

Na categoria A, encontra-se um único representante que descreve as características do quadrado e conclui que essas estão presentes no losango; enquanto as respostas reunidas na categoria B reconhecem que os lados do quadrado e os lados do losango são congruentes. Nas categorias C e D, encontram-se as justificativas incorretas, sendo que na categoria C os alunos direcionam incorretamente suas justificativas para o posicionamento das figuras no plano. E, na categoria D, um discente descreve, apenas, as características do quadrado, sem relacioná-las com a do losango.

Constatou-se, portanto, que os alunos, em sua maioria, perceberam as relações existentes entre o paralelogramo, o retângulo, o losango e o quadrado; no entanto, apresentaram dificuldades em justificar suas respostas, não destacando as relações inclusivas existentes entre esses quadriláteros. Tal resultado, evidencia a importância de um trabalho escolar que propicie o desenvolvimento da linguagem geométrica na forma verbal e escrita, objetivando, desse modo, a formação conceitual.

De maneira análoga, Inoue (2004) destaca a relevância do uso da linguagem geométrica em sala de aula. A autora afirma que

“a observação das ações dos alunos, assim como a linguagem utilizada para a descrição ou justificativa destas ações mostra a importância da verbalização na geométrica como forma de associar à palavra à formação conceitual”. (INOUE, 2004, p. 170).

## **Questão 2**

A segunda questão visou à identificação das propriedades dos polígonos regulares com base na simetria de rotação, contemplando a aprendizagem sobre as transformações. A tarefa foi introduzida pelo seguinte texto:

*É muito comum a utilização de ladrilhos com a forma de polígonos regulares para o revestimento de pisos. No entanto, nem todos os polígonos regulares podem ser utilizados para cobrir uma superfície plana, sem que haja falhas ou sobreposições de ladrilhos. A Figura 1 ilustra um modelo retangular que pavimenta o plano e a Figura 2 exemplifica um modelo heptagonal que não pavimenta o plano.*



Figura 1 – Ladrilhos retangulares

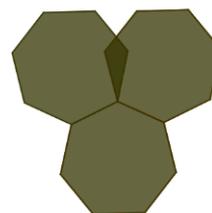


Figura 2 – Heptágonos regulares

*Dona Paula quer refazer o piso de sua cozinha, utilizando um único tipo de polígono regular, sem que haja sobreposições ou espaços em branco. Quais destes polígonos Dona Paula poderá escolher? Justifica cada uma das tuas opções.*



Ângulo interno:  $60^\circ$



Ângulo interno:  $108^\circ$



Ângulo interno:  $120^\circ$



Ângulo interno:  $90^\circ$



Ângulo interno:  $135^\circ$

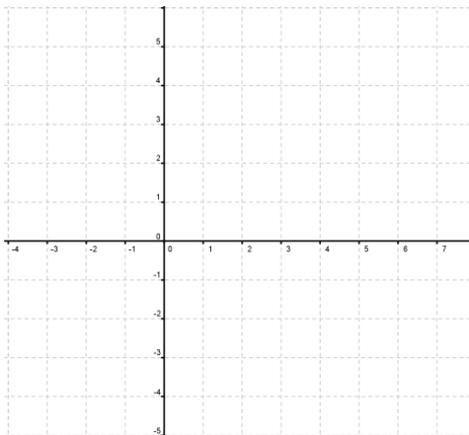
Em relação a essa questão, 70% dos estudantes responderam corretamente a todos os itens, justificando que em torno de um ponto tem-se  $360^\circ$  e, para que um polígono

regular contorne esse ponto, sem haver sobreposições ou falhas, o seu ângulo interno deve ser divisor de  $360^\circ$ . Apenas 5% dos discentes, fizeram uso do desenho para compor o ladrilho e, assim, justificar suas respostas. Já 20% apresentaram justificativa correta apenas para o triângulo equilátero, quadrado e hexágono regular que são polígonos que possibilitam cobrir o piso, não justificando os demais itens; enquanto 5% assinalaram o triângulo equilátero e o quadrado, apresentando justificativas corretas em ambos os itens, mas não assinalaram o hexágono regular. Verificou-se, portanto, que a maioria dos estudantes apresentou um desempenho satisfatório na resolução dessa questão, demonstrando compreensão das mudanças de posição de figuras geométricas planas. Para Nunes (2010) as diferentes perspectivas de se observar um objeto constituem um aspecto importante do desenvolvimento do raciocínio geométrico. Nesse quadro, Inoue (2004) destaca a necessidade de capacitar os discentes para a compreensão dos conceitos geométricos, para o entendimento dos “porquês”. Evita-se, assim, a repetição de situações didáticas, mediante a elaboração de atividades variadas de aprendizagem.

### Questão 3

A aprendizagem sobre a localização foi contemplada na terceira atividade que teve como objetivo a localização de pontos no plano cartesiano e a aplicação da relação pitagórica para calcular a distância entre dois pontos.

*Localiza, no plano cartesiano abaixo, os pontos:  $A(-3; 1)$ ,  $B(2;6)$  e  $C(2;1)$  e une-os.*

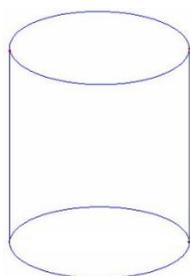


*Determina o perímetro do triângulo ABC.*

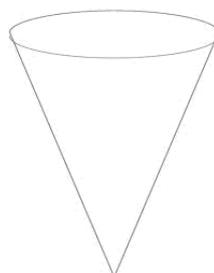
Todos os respondentes localizaram corretamente os pontos no plano cartesiano, sendo



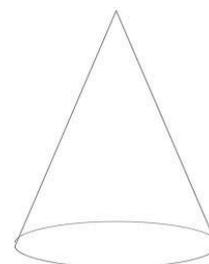
*A figura a seguir mostra três reservatórios com a mesma capacidade e a mesma altura. Supõe que em cada um desses reservatórios há uma torneira enchendo-os com uma mesma vazão da água constante.*



(1)



(2)



(3)

*Sabe-se que a altura da água nos três reservatórios aumenta à medida que transcorre o tempo; entretanto há diferenças significativas em relação ao aumento mais rápido ou mais lento do nível de água, conforme o tipo de reservatório.*

*Analisa a forma de cada um dos reservatórios e descreve, em cada caso, o comportamento do nível da água no decorrer do tempo.*

Ao analisar as respostas dadas ao primeiro item dessa questão, constatou-se que 65% dos respondentes analisaram corretamente o avanço do nível de água, sem relacionar com a forma do reservatório. Enquanto que 20% dos estudantes responderam de maneira correta, relacionando o nível da água com a forma do reservatório. Responderam incorretamente 5% dos participantes e não responderam 10%. Já, na análise feita para o segundo reservatório, verificou-se que 60% dos discentes responderam corretamente, sem apresentar uma justificativa e 25% apresentaram uma justificativa baseada no formato do reservatório. Ressalta-se, ainda, que responderam de maneira inadequada 10% e não responderam 5%. É pertinente destacar que as respostas apresentadas para o terceiro reservatório, mantiveram os mesmos percentuais do primeiro reservatório.

A análise dos dados revelou que os discentes, ao descreverem o comportamento do nível da água nos recipientes, apresentaram dificuldades em elaborar justificativas. Por vezes suas respostas eram incompletas e careciam de maior consistência.

De maneira análoga, a pesquisa realizada por Nunes (2010) mostrou que alunos do Curso de Licenciatura em Matemática também demonstraram dificuldades na

elaboração de argumentos, de justificativas, de conjecturas e de generalizações. A pesquisadora afirma, ainda, que esses obstáculos podem ser provenientes da “insegurança no domínio de conceitos e de conteúdos matemáticos específicos.” (NUNES, 2010, p. 331, 332). Para Nunes (2010), muitos dos participantes se limitaram a reproduzir procedimentos conhecidos e a aplicar técnicas operatórias. Tal obstáculo revela que esses discentes tendem a repetir os modelos apresentados na Educação Básica e até mesmo no Ensino Superior.

### **Considerações finais**

Esse foi um estudo exploratório inicial, que visou reconhecer o tipo de respostas que os alunos utilizam para justificar a resolução de diferentes problemas geométricos. De forma semelhante aos estudos realizados por Nunes (2010), a análise dos protocolos de registros dos participantes revelou que a maioria das justificativas, em língua materna, carece de argumentação dedutiva e do raciocínio condicional; já as questões que exigiram justificativas baseadas na realização de cálculos apresentaram um melhor índice de desempenho. Desse modo, os resultados obtidos demonstram a necessidade do aprimoramento contínuo das estratégias utilizadas pelos professores no ensino de geometria, de forma a propiciar aos alunos o desenvolvimento do senso espacial e do pensamento geométrico. Tal desenvolvimento pode ser alcançado mediante a aplicação de tarefas que propiciem a elaboração de conjecturas, a validação ou a refutação das mesmas, a compreensão de conceitos e, principalmente, o aprimoramento de argumentos lógicos. Concordamos com Veronese (2009) quando esta autora afirma que o ensino da Geometria desenvolve a argumentação e a percepção de espaços (VERONESE, 2009).

É possível, nesse contexto, pensar a exploração da multiplicidade de olhares sob as figuras planas e espaciais, a fim de que se perceba tais formas sob diferentes pontos de vista. Pode-se, também, estimular o trabalho com translações, reflexões e simetrias, objetivando a análise das propriedades das figuras geométricas. Além disso, o emprego do sistema de coordenadas figura como outra possibilidade de utilização, pois permite descrever a localização dessas figuras no espaço, fazendo com que haja visualização das transformações ocorridas. Em consonância com Nunes (2010), consideramos que o ensino da geometria visa o desenvolvimento do raciocínio lógico e da habilidade de argumentação, evitando, dessa forma, o uso excessivo da aplicação de técnicas

operatórias.

É pertinente destacar a importância da observação, por parte dos discentes, da geometria que os cerca, no intuito de partir do modo experimental e intuitivo para o dedutivo. Outro aspecto, ainda, a ser explorado é aplicação dos conceitos geométricos em novas situações-problema. Para Pontes (2007) o uso de situações contextualizadas favorece o desenvolvimento da linguagem, da criatividade e do raciocínio dedutivo. Dessa forma, enfatiza-se a necessidade do aprimoramento do processo de ensino e aprendizagem de geometria no decorrer do Ensino Fundamental, abrindo, portanto, outras perspectivas para o ensino da mesma, que não sejam baseadas no domínio de definições e de propriedades e na aplicação de fórmulas.

A contrapelo de uma educação que tem negado a importância da geometria, buscou-se valorizar essa área do conhecimento matemático para resgatá-la como ferramenta potencializadora do raciocínio hipotético-dedutivo. Dessa forma, em consonância com os estudos de Inoue (2004) e Nunes (2010), podemos dizer que o modelo dos van Hiele pode contribuir para a práxis docente, à medida que auxilia na análise do nível de pensamento geométrico no qual se encontram os estudantes e na perspectiva de elaboração de atividades que possibilitem o avanço desses discentes nos níveis propostos pela referida teoria.

## Referências

ALMOULOUD, Sadd Ag et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, São Paulo. Ano 10, nº. 27, p. 94-108, set/out/Nov/dez. 2004. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf> >. Acesso em: 20 set. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 3º e 4º Ciclos*. Brasília, 1998.

FIORENTINI, DARIO; LORENZATO, Sergio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006.

VAN HIELE. Pierre. Summary of Pierre van Hiele's dissertation entitled: The Problem of Insight into the Subject – Matter of Geometry. In: FUYS, David; GEDDES Dorothy; TISCHLES Rosamond. *English translation of selected writings of Dina van Hiele – Geldof and Pierre M. van Hiele*. Washington: COPYRIGHT, 1984. p. 237-252.

GOMES, Romeu. A análise de dados em pesquisa qualitativa. In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). *Pesquisa Social: teoria método e criatividade*. Petrópolis: Vozes 1998. p. 67-80.

INOUE, Rosa Kazuko Miyasake. *O processo de formação do conceito de quadriláteros, envolvendo alunos de uma 6ª série do Ensino Fundamental*. 2004. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - CEHCOM, Itajaí, 2004.

NUNES, Célia Barros. *O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática*. 2010. 430 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP, Rio Claro, 2010.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetike*, v. 1, n.º. 1, p. 7-18, mar. 1993. Disponível em: <<http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=29>>. Acesso em: 14 set. 2010.

PEREIRA, Gislaine A.; SILVA Sandreane P.; MOTTA, Walter S. O Modelo van Hiele de Ensino de Geometria aplicado à 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. *FAMAT em Revista*. Uberlândia: FAMAT, 2005. p. 21-50.

PONTES, Márcia de Oliveira. *Interação entre estruturas algébricas e geométricas na prática pedagógica do professor de matemática de 8ª série do Ensino Fundamental*. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - UECE, Fortaleza, 2007.

VERONESE, Paula Cristina de Faria. *O ensino de geometria no ciclo II do Ensino fundamental: um estudo analítico*. 2009. 261 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - UEJMF, Marília, 2009.

WALLE, John A. van. O pensamento e os conceitos geométricos. In: WALLE, John A. van. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. São Paulo: Papirus, 2009. p. 438-484.