

# O software Geogebra e as possibilidades do trabalho com animação<sup>1</sup>

The software Geogebra and the possibilities of working with animation

---

SANDRA MALTA BARBOSA<sup>2</sup>

## Resumo

*Este artigo tem por objetivo apresentar resultados de uma pesquisa que tem por uma das metas investigar as possibilidades do trabalho com o recurso de animação do software Geogebra, e analisar a relação desses recursos e a produção do conhecimento matemático. A pesquisa, de cunho qualitativo, foi desenvolvida com professores da rede de Ensino, Fundamental e Médio, do Estado do Paraná, na região de Londrina. Os dados foram coletados a partir do desenvolvimento das atividades ocorridas em sala de aula e posteriormente postadas na plataforma Moodle. A análise dos dados sugere que o recurso de animação de figuras geométricas pode levar os alunos/professores à manipulação de objetos matemáticos e a conseqüente reformulação de suas conjecturas acerca da construção e conceitualização dos elementos geométricos.*

**Palavras-chave:** *investigação; tecnologias de informação e comunicação; resolução de problemas.*

## Abstract

*This article aims to present results of a survey that one of the goals is to investigate the possibilities of working with feature animation software Geogebra, and analyze the relationship between these resources and the production of mathematical knowledge. The research, a qualitative, was developed with teachers from the Education, Elementary and Middle Paraná, in the region of Londrina. Data were collected from development activities occurring in the classroom and later posted on the Moodle platform. Data analysis suggests that the use of animation of geometric figures can lead students/teachers to manipulation of mathematical objects and the consequent reshaping of his conjectures about the construction and conceptualization of geometric elements.*

**Keywords:** *research; information technology and communication; problem solving.*

## Introdução

Este artigo objetiva apresentar possibilidades do trabalho com animação do *software* Geogebra e a relação desse recurso com a modificação da produção do conhecimento matemático, de professores de Ensino Básico, quando as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) são inseridas na resolução de problemas matemáticos.

Os resultados apresentados são relativos à investigação acerca da produção do

---

<sup>1</sup> Financiado pela Fundação Araucária

<sup>2</sup> Universidade Estadual de Londrina - sbarbosa@uel.br

conhecimento desenvolvido pelo coletivo formado por alunos/professores e pelas TIC ao explorar atividades relacionadas às funções quadráticas, lineares e trigonométricas, além da manipulação de circunferências e polígonos, a partir de uma imagem fixa, caracterizando-se em uma tarefa investigativa. A análise dos dados considera que o conhecimento matemático é um processo produzido a partir de um coletivo e coloca em destaque a animação, ou os recursos dinâmicos do *software* Geogebra, para abordar e explorar elementos matemáticos.

A metodologia adotada nesta investigação é a qualitativa (ALVES-MAZZOTTI, 1999; ARAÚJO; BORBA, 2004), pois se trata de um estudo em que o objeto está pautado na ação e no comportamento humano, isto é, a partir da perspectiva do indivíduo, sendo esse o intérprete do mundo que o cerca. Os dados são descritivos, em forma de imagens, e não de números ou quantificáveis, pois existe uma preocupação maior pelo processo do que pelos resultados ou produtos, e essa característica é, particularmente, útil para a investigação educacional.

Assim, neste artigo, é apresentado o referencial teórico pertinente à visão de produção do conhecimento matemático como um processo coletivo, bem como os procedimentos metodológicos para a coleta de dados e a conclusão.

## **1. Referencial teórico e metodológico**

Entendendo que a pesquisa qualitativa alia a visão de conhecimento matemático do investigador aos procedimentos adotados na elaboração de atividades e na coleta dos dados, procura-se, no contexto deste artigo, uma possibilidade de trabalho com a animação na produção do conhecimento acerca de elementos matemáticos com a integração das TIC. Entende-se que a produção do conhecimento matemático, que é dinâmico e pautado no processo, pode ser modificada quando as TIC são inseridas no ambiente de ensino e aprendizagem de modo interativo. Assim, a visão de produção do conhecimento, neste artigo, é consistente com a noção de seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), a qual entende que os seres humanos produzem conhecimento junto com determinadas mídias.

Ao se constituir um ambiente com computador, existem várias maneiras de usá-lo na produção do conhecimento. Para Borba e Villarreal (2005), os computadores e humanos não são considerados separadamente, constituindo-se unidades disjuntas. Para os

autores, os computadores não são apenas assistentes dos humanos ao se fazer Matemática, pois eles mudam a natureza do que é feito, sugerindo que diferentes coletivos de humanos com mídias produzem diferentes matemáticas. A Matemática produzida por humanos com papel e lápis é qualitativamente diferente da produzida por humanos com computadores, a partir de explorações dos recursos e experimentações. Borba e Villarreal (2005), ao proporem que a produção do conhecimento ocorre a partir da noção de coletivo pensante seres-humanos-com-mídia, fundamentam-se nas ideias de reorganização de Tikhomirov (1981) e na visão de coletivo pensante de Lévy (1993).

A teoria de reorganização proposta por Tikhomirov (1981) baseia-se na ideia de que a ferramenta não é simplesmente adicionada à atividade humana, mas transforma-a. O autor defende que os processos mentais, no ser humano, mudam quando os processos da atividade prática mudam. “*Como resultado do uso do computador, a transformação da atividade humana ocorre e novas formas de atividade emergem*” (TIKHOMIROV, 1981, p.271). O autor argumenta que o computador proporciona novas possibilidades à atividade humana, como *feedbacks* e resultados intermediários que não podem ser observados externamente e, assim, o processo de produção do conhecimento é modificado. A estrutura da atividade intelectual humana é alterada pelo uso do computador, reorganizando os processos de criação, de busca, de armazenamento de informações e confirmação e refutação de conjecturas.

Para Lévy (1993), o conhecimento é produzido pela simulação e pela experimentação. A manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário de um programa uma espécie de intuição, e de imaginação, sobre as relações de causa e efeito presentes em um determinado modelo. O autor enfatiza que, à medida que a informatização avança, melhorando suas interfaces, novas habilidades aparecem e a cognição se transforma. Para o autor, nenhum tipo de conhecimento é independente do uso das tecnologias intelectuais (oralidade, escrita e informática) e apenas é possível pensar dentro de um coletivo, pois o pensamento já é a realização desse coletivo.

Corroborando com Borba e Villarreal (2005), Steinbring (2005) argumenta que a produção do conhecimento matemático ocorre, fundamentalmente, no contexto da construção social e no processo de interpretação individual. O conhecimento matemático não é previamente dado, mas construído por meio de atividades sociais e interpretações individuais. A prática do ensino e da aprendizagem matemática é caracterizada pela variedade de construções e de interpretações matemáticas. A natureza

do conhecimento matemático é sempre olhada no contexto cultural, onde são desenvolvidos os sinais e os símbolos, tanto quanto sua interpretação.

Para Steinbring (2005), aprender Matemática requer olhar a Matemática como um processo ativo de construção, o qual, através da interpretação interativa dos conceitos e notações matemáticas, desenvolve um novo conhecimento. O autor entende que sinais matemáticos, símbolos, princípios e estruturas só podem ser significativamente interpretados em uma cultura emergente, que questiona a unidade da Matemática no processo de ensino e aprendizagem. *“Se o conhecimento matemático (sinais, símbolos, princípios, estruturas etc.) puder apenas ser interpretado significativamente a partir de um ambiente cultural específico, então não existe apenas uma simples, mas muitas diferentes formas de matemática”* (STEINBRING, 2005, p.16). Essas muitas diferentes formas de matemática, à qual Steinbring (2005) se refere, com a interpretação interativa dos conceitos e das notações matemáticas, podem ser potencializadas por um ambiente escolar em que alunos e professores utilizam as TIC.

Dessa forma, o processo de produção do conhecimento, especificamente do conhecimento matemático, modifica-se qualitativamente. A Matemática produzida pelos alunos e professores, quando utilizam papel e lápis, é diferente daquela produzida com a utilização das TIC, na qual a manipulação de elementos geométricos e a visualização têm seu destaque.

A abordagem visual de um conceito matemático pode ser considerada, atualmente, como um dos elementos que caracterizam novos modos ou estilos de produção do conhecimento. Para Guzmán (2002), o uso da visualização é benéfico do ponto de vista da apresentação para outros e da manipulação ao resolver problemas.

Visualização surge deste modo, não só como algo absolutamente natural no nascimento do pensamento matemático, mas também na descoberta de novas relações entre objetos matemáticos e, também, no processo de transmissão e comunicação que é próprio à atividade matemática (GUZMÁN, 2002, p.2-3).

Para Borba e Villarreal (2005), o componente visual parece ser o principal foco desde que os computadores passaram a ter monitor de vídeo. A visualização, realçada pelas TIC, pode alcançar uma nova dimensão, onde a animação e a dinamicidade, proporcionadas pelos recursos computacionais, constituem um elemento primordial, quando as imagens são vistas de forma dinâmica e interpretadas pelos alunos e professores em outras formas de produzir o conhecimento.

## **2. Contexto do projeto**

Com o desenvolvimento do Programa de Iniciação Científica das Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (PIC-OBMEP), iniciado em 2006, muitos professores de Matemática das Escolas Públicas procuraram a coordenação para saber mais sobre esse projeto e o material trabalhado. Esses professores, voluntariamente, começaram a mostrar interesse pelo material, pela forma de trabalho e também pela participação de seu aluno em projetos que envolviam a Universidade Pública. Uma vez conhecidos os conteúdos e a apresentação do PIC-OBMEP, surgiu a necessidade da discussão detalhada de conteúdos matemáticos. Os professores mostraram-se empenhados em discutir Matemática com profundidade, com os materiais oriundos da OBMEP.

Assim, formou-se o Grupo de Estudo e Trabalho das Olimpíadas de Matemática (GETOM), com professores preocupados em desenvolver atitudes relacionadas ao trabalho com Matemática: levantar ideias matemáticas, estabelecer relações, saber se comunicar ao falar ou escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, promover conexões entre temas matemáticos e exteriores à própria Matemática, ampliar a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles. Com o desenvolvimento do projeto, outras metas foram sendo acrescentadas, tais como aprofundamento das discussões em ambientes virtuais de aprendizagem (AVA) e a utilização das TIC, particularmente a aprendizagem de softwares matemáticos educativos, proporcionando a inclusão digital.

O GETOM, idealizado em 2007, funciona voluntariamente desde agosto desse ano, objetivando atender a uma demanda contínua de professores interessados em discutir Matemática por meio da Resolução de Problemas e das TIC, utilizando o material teórico fornecido pela OBMEP. Esse Grupo é constituído por professores de Matemática da rede pública de ensino, dos níveis Fundamental e Médio, oriundos de Londrina e região, alunos monitores do curso de Licenciatura em Matemática e docentes do Departamento de Matemática da UEL. Os encontros presenciais são aos sábados e ocorrem uma vez por mês. Além dos encontros presenciais, o GETOM conta com apoio da plataforma Moodle, com fóruns para as discussões virtuais e postagem de atividades.

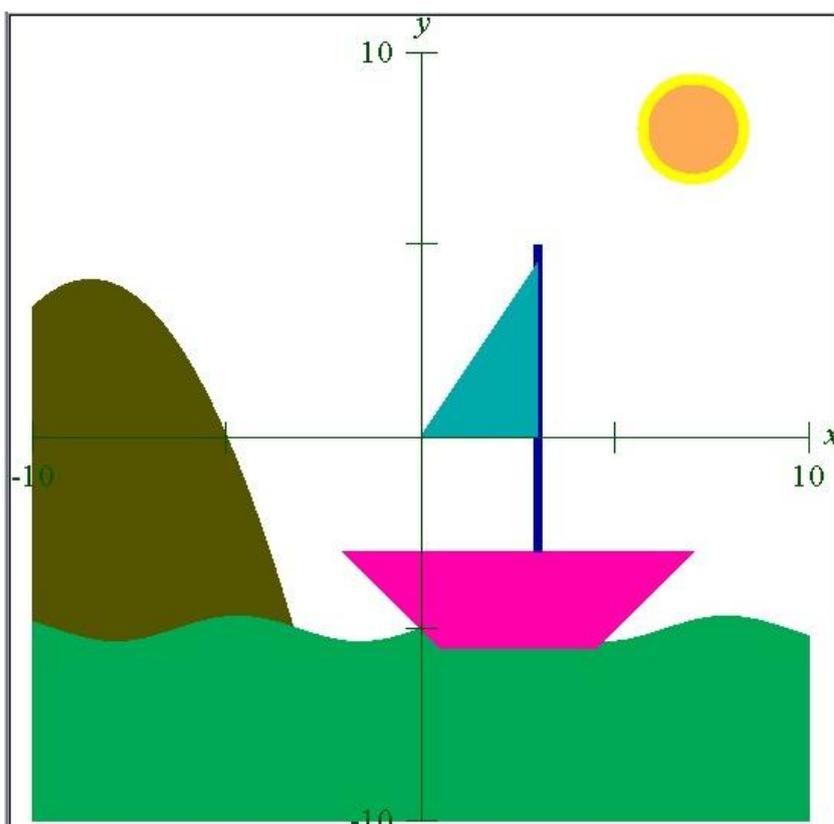
Em 2011, ocorreram quatro encontros presenciais, em uma sala de aula e no laboratório

de informática do Departamento de Matemática da UEL, além das discussões virtuais na plataforma Moodle, com inserção de atividades elaboradas.

As discussões, tanto presencial quanto virtual, enriquecem as atividades desenvolvidas, pois como defendem Alro e Skovsmose (2006), a qualidade da comunicação na sala de aula influencia a qualidade da aprendizagem de Matemática, que pode ser expressa em termos de relações interpessoais, pois, muito mais do que uma simples transferência de informação, o ato de comunicação em si mesmo tem um papel de destaque no processo de aprendizagem. “Aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais” (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p.12).

O diálogo, presente na sala de aula, não é uma forma de transmissão, mas um modo de interação, no qual a responsabilidade pelo processo de aprendizagem é de todos. O princípio fundamental é aprender a aprender. No contexto do GETOM, são discutidas várias atividades com o intuito de aprendizagem dos recursos do *software* juntamente com os conceitos matemáticos envolvidos.

Um das atividades proposta, a ser apresentada no contexto deste artigo, toma por base a reprodução, de forma dinâmica, da imagem da paisagem a seguir.



**Figura 1:** Paisagem.

Nessa imagem podem ser observados alguns elementos matemáticos “disfarçados”. A montanha, que é representada por uma parábola de concavidade para baixo, deu início a uma discussão sobre o estudo de funções quadráticas. Já o mar, representado por uma senoide, fomentou a discussão sobre funções trigonométricas, especificamente, seno e cosseno. O sol, representado por dois círculos, incentivou o estudo de equações de circunferência. O barco, representado por um trapézio e um triângulo retângulo, instigou o estudo de polígonos. Também podem ser observadas regiões pintadas, dando a ideia da desigualdade.

A reprodução dessa atividade foi desenvolvida com o *software* Geogebra e postada na plataforma Moodle. Durante o desenvolvimento dessa atividade, alguns parâmetros foram sugeridos para os coeficientes da função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

*P1 – O a tem que ser negativo!*

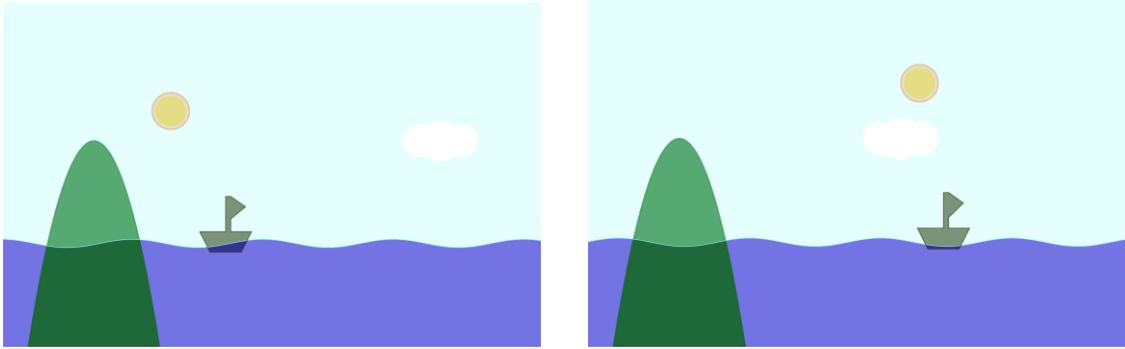
Mas apenas esse argumento não foi suficiente, pois a montanha ficou muito alta e pontuda.

*P2 – A montanha tem que ficar mais ‘gordinha’ e mais perto do eixo x.*

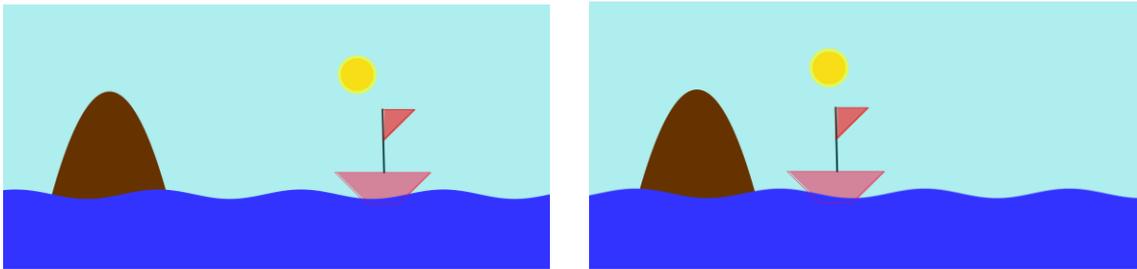
Como cada professor tinha “seu próprio desenho”, foi dada a liberdade para cada um desenvolvê-lo como bem quisesse. Desse modo, as discussões tiveram como mote a imagem, porém para finalizá-la, as discussões giraram em torno dos elementos matemáticos. Também foi explorada a criatividade de cada um em relação às cores escolhidas.

Após discutirem e acharem a melhor expressão algébrica para a “montanha” partiu-se para a discussão da função  $f(x) = a.\text{sen}(bx + c) + d$ , onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  foram representados por controles deslizantes. Ao se variar esses coeficientes, é possível notar que o comportamento da função se modifica. Nesse caso, a variação do coeficiente  $d$ , faz com que “suba ou abaixe a maré”. Já a variação do coeficiente  $a$ , faz com que o “mar tenha ondas mais suaves ou mais fortes”, a variação do coeficiente  $b$ , faz “o mar ficar mais revoltado ou mais calmo” e a variação do coeficiente  $c$  é o que dá o movimento para “a praia”.

Além das funções, também existia o “sol” e o “barco” que poderiam ter um movimento crescente ou decrescente. As imagens a seguir, embora estáticas, mostram momentos distintos da movimentação do mar, do sol, da nuvem e do barco.



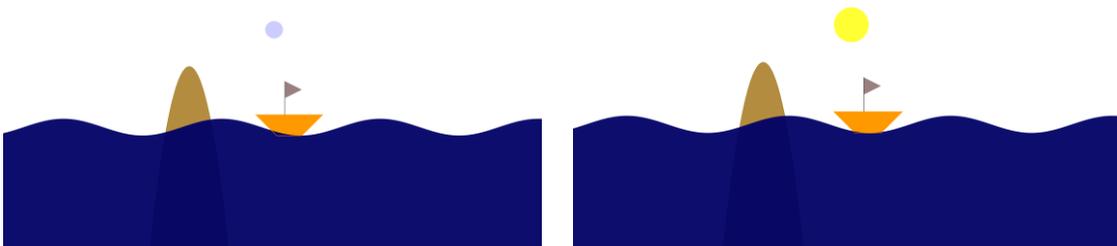
**Figura 2:** Paisagem em movimento.



**Figura 3:** Paisagem em movimento.

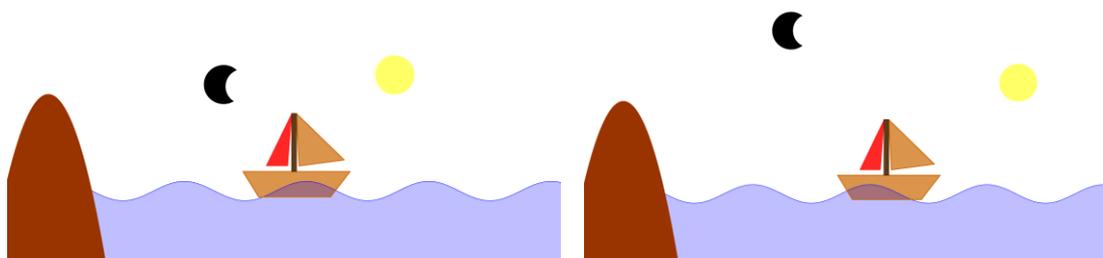
Devido ao entusiasmo das discussões, surgiu a ideia de fazer o movimento do “sol e da lua”. Como fazer o movimento de tal forma que o sol e a lua não se encontrem? Uma resposta a essa pergunta levou à discussão sobre os sentidos de horário e de anti-horário.

As imagens a seguir mostram momentos distintos em que aparece a “lua” e posteriormente o “sol”.



**Figura 4:** Paisagem em movimento.

Em outros momentos, quando os professores ficaram mais familiarizados com a imagem e com o software, eles diversificaram os movimentos e outros elementos foram surgindo, como mostra a figura a seguir.



**Figura 5:** Paisagem em movimento.

### 3. Análise e discussão dos resultados

É possível notar que a reprodução da imagem demanda trabalhar com funções e geometria de forma dinâmica. Ao desenvolver essa atividade com o *software* Geogebra, os professores se depararam com alguns elementos geométricos oriundos da animação. A dinamicidade, presente no contexto do uso do *software* Geogebra, desencadeou interpretações e estabeleceu uma sinergia com as propriedades geométricas e as expressões algébricas.

Os dados mostraram que o recurso de animação do Geogebra teve um papel fundamental na verificação das conjecturas, pois a imagem pôde ser manipulada de forma dinâmica. Essa dinamicidade possibilitou aos professores a desconstrução de uma ideia de geometria vista como “desenho”, passando a ter relevância a geometria vista como um processo de construção a partir de dados de uma imagem estática. Pode-se notar que a observação e a análise da construção foram feitas junto com o computador, sugerindo que a simulação de “marés” e de “trajetória do sol” foi produzida por um coletivo seres-humanos-com-mídias, assim como sustentam Borba e Villarreal (2005). Conforme afirmam esses autores, não é o ser humano sozinho que pensa, o coletivo, formado por humanos e mídias, é que pensa. E nesse sentido todo o ambiente físico, as pessoas, as TIC e o conteúdo interagem na produção do conhecimento.

Além disso, o projeto propiciou aos professores atividades de familiarização com os recursos do *software* e, aos poucos, o desenvolvimento de atividades mais complexas. Ao tentar desenvolver a atividade com o *software*, os professores discutiram os conceitos geométricos, pois para qualquer construção que não fosse adequada, o *software* propiciava um *feedback* muito rápido e o professor podia perceber que para fazer o que queria deveria modificar os coeficientes.

Nesse processo, muitas vezes, existe uma mudança, qualitativamente diferente para cada mídia e, dependendo do *feedback*, novamente é repensado tudo, em um movimento. Essa mudança, como proposto por Tikhomirov (1981), é uma reorganização que transforma toda a atividade humana. As investigações geométricas, realizadas pelos professores para conseguir animar a imagem, expandiram suas percepções em vários aspectos, pois eles desenvolveram um movimento de busca pela resolução, precisando aprender a lidar com as ferramentas do *software*, rever e aprofundar conhecimentos geométricos, além de aprimorar sua forma de utilização do recurso de animação.

### **Considerações finais**

Com este artigo, pretendeu-se desenvolver algumas reflexões acerca da possibilidade da utilização das TIC e sobre como um *software*, como o Geogebra, pode estar associado a algumas resoluções de problemas em sala de aula de Matemática. Nesse caso, foram desenvolvidas algumas possibilidades de adequar o tipo de problema, que algumas vezes é resolvido essencialmente de forma algébrica, a uma resolução geométrica desenvolvida de forma lúdica com o computador. A imagem abordada era estática, mas tinha elementos que permitiam uma abstração matemática, e ao ser desenvolvida com o *software*, que envolvia animações aplicadas aos coeficientes, constituiu-se uma oportunidade para os professores produzirem um conhecimento matemático acerca de funções seno, cosseno e quadrática, além de elementos geométricos como circunferências e polígonos.

As atuais pesquisas recomendam um trabalho consciente com a utilização das TIC, seja com investigação ou resolução de problemas. Existe uma necessidade de renovar práticas e de propor atividades que estimulem os professores e, conseqüentemente, os alunos a pensar, analisar resultados, elaborar e apresentar conclusões bem fundamentadas. Desse modo, professores e alunos podem vivenciar experiências e processos de produção de conhecimento diferentes daqueles a que estão, normalmente, acostumados.

É necessário escolher, ou elaborar, problemas adequados aos conteúdos para que seja possível aproveitar as possibilidades que o uso das TIC oferece. A inserção das TIC no ambiente de ensino e aprendizagem da Matemática dá um novo sentido à noção de investigação e resolução de problemas. As TIC podem proporcionar aos professores a

resolução de problemas mais complexos, menos usuais, mais interessantes e ricos do ponto de vista da aprendizagem e também do ensino.

É notório que não é apenas o ser humano que pensa, o coletivo, formado por humanos e mídias, é que pensa. E nesse sentido todo o ambiente físico, as pessoas, as TIC e o conteúdo interagem na produção do conhecimento matemático. Nesse processo, muitas vezes, existe uma mudança qualitativamente diferente para cada mídia e, dependendo do *feedback*, o processo é novamente refeito, em um movimento constante.

## Referências

- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. (2006) *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J. (1999) O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. 2.ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning. Parte II, p.107-188.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. (2004) Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica. Cap.1, p.25-45. 120 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 9).
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. (2005) *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer. 232 p. (Mathematics Education Library, 39).
- GUZMÁN, M. (2002) The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. In: International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level, 2., Hersonissos. *Proceedings of 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level*. Hersonissos: University of Crete, 2002. p.1-24. Disponível em: <<http://www.math.uoc.gr/~ictm2/>> Acesso em: 9 mai. 2007.
- LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. (1993). Tradução de C. I. Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34. 208 p. (Coleção Trans).
- STEINBRING, H. (2005) *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: an epistemological perspective*. Dordrecht: Springer. 236 p. (Mathematics Education Library, 38).
- TIKHOMIROV, O. K. (1981) The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (Ed.) *The concept of activity in sovietc psychology*. New York: M. E. Sharpe. p.256-278.