Resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o GeoGebra

Solving exercises and problems of first-degree polynomial function with and without GeoGebra

ANDRÉ TENÓRIO[1]
ZÉLIA DE SOUZA SANTOS COSTA[2]
THAÍS TENÓRIO[3]

Resumo

A resolução de exercícios e problemas de função do 1º grau com o emprego do software GeoGebra foi investigada. Duas turmas de 1ª série do Ensino Médio participaram da pesquisa. Primeiramente, aulas tradicionais e pré-testes idênticos foram ministrados. Então uma turma recebeu um reforço pedagógico tradicional. Na outra, o software GeoGebra foi utilizado no reforço. Por meio de um pós-teste idêntico para ambas as turmas, com nível de dificuldade similar ao pré-teste, a evolução em exercícios e em problemas foi comparada e as duas formas de complementação pedagógica mostraram-se equivalentes, estatisticamente. Entretanto, com o uso do GeoGebra, o aluno foi inserido em uma prática colaborativa e investigativa, onde vivenciou no, ambiente escolar, momentos diversificados no ensino e na aprendizagem.
Palavras-chave: *GeoGebra; exercícios; problemas.*

Abstract

Solving exercises and problems of first-degree function with the use of GeoGebra software was investigated. Two classes of High School participated. First, traditional lectures and identical pre-tests were administered. So, one class received a traditional pedagogical support. GeoGebra software was handled by students of the other class. The evolution in solve exercises and problems was compared with a similar post-test for both groups, with difficulty level similar to the pre-test. The two teaching methods proved grades statistically equivalents. However, student that used GeoGebra was placed in a collaborative and investigative practice, where lived in, school environment, diversified moments in teaching and learning.
Keywords: *GeoGebra; exercises; problems.*

Introdução

De acordo com o currículo mínimo (RIO DE JANEIRO, 2012) e os parâmetros curriculares nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 2002), função polinomial do 1º grau é um conteúdo importante da disciplina de Matemática, necessário ao desenvolvimento dos conhecimentos discentes.

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação

[1] Instituto Federal do Rio de Janeiro/Universidade Federal Fluminense - tenorioifrj@gmail.com
[2] Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro - zelia_ss@yahoo.com.br
[3] Universidade Federal Fluminense/Universidade Aberta do Brasil - tenoriocalc@gmail.com

> entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática (BRASIL, 2002, p. 12).

Durante o estudo de funções, a resolução de exercícios e problemas deve ser estimulada, de modo a auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem. Exercício demanda a aplicação de fórmulas, regras ou algoritmos treinados em sala de aula (KARAM e PIETROCOLA, 2009; ROMANATTO, 2012). Problema requer interpretação e conhecimento matemático, ou seja, o aluno organiza e expressa matematicamente os dados disponibilizados pelo enunciado de uma questão, e elabora estratégias próprias de resolução (BARROS, 2008; KARAM e PIETROCOLA, 2009; ROMANATTO, 2012).

> Os problemas de aplicação não devem ser deixados para o final desse estudo, mas devem ser motivo e contextos para o aluno aprender funções. A riqueza de situações envolvendo funções permite que o ensino se estruture permeado de exemplos do cotidiano, das formas gráficas que a mídia e outras áreas do conhecimento utilizam para descrever fenômenos de dependência entre grandezas. O ensino, ao deter-se no estudo de casos especiais de funções, não deve descuidar de mostrar que o que está sendo aprendido permite um olhar mais crítico e analítico sobre as situações descritas (BRASIL, 2002, p. 121).

O aluno deve compreender a relação algébrica de dependência entre variáveis e construir e analisar gráficos de funções, além de "*utilizar a função polinomial do 1º grau para resolver problemas significativos*" (RIO DE JANEIRO, 2012, p. 15).

Independentemente da disciplina, resolver problemas é desafiador, pois demanda a análise e a criação de estratégias pelo aluno (BARROS, 2008). Entretanto, empregá-los em aula é uma forma de tornar o aluno agente ativo na construção do conhecimento e estimular o raciocínio, a criatividade, a autonomia, a tomada de decisão, a autoconfiança e o prazer pela descoberta (ROMANATTO, 2012). As etapas exigidas para a solução de um problema estimulam o aluno a desenvolver a interpretação de enunciados e diversas estratégias de resolução matemática, o que propicia o desenvolvimento intelectual (POLYA, 1978; RICHARDS, 1991).

> A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticas, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas (BRASIL, 2002, p. 112 e 113).

As novas tecnologias de informação e comunicação (nTICs) podem ajudar na prática de resolução de exercícios e problemas. Os recursos tecnológicos de informática favorecem a construção do conhecimento matemático e o desenvolvimento do aluno (BÚRIGO, 2012). Pois criam condições interativas de fazer conjecturas e testá-las de modo a organizar o conhecimento, formular estratégias, verificar resultados e reelaborar táticas, caso a anterior não tenha sido válida.

Logo, as nTICs auxiliam o aluno a obter um melhor entendimento por meio da experimentação e visualização, de maneira mais dinâmica e rápida. Como afirmam Borba e Penteado (2001, p. 43), "*O enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido feedback das mídias informáticas*".

Diversos são os recursos possíveis de serem empregados no processo de ensino e aprendizagem, o vídeo (TENÓRIO, LEITE e TENÓRIO, 2014), o retroprojetor, a calculadora, entre outros. Contudo, hoje, computadores e *tablets* se destacam como ferramentas potenciais por serem acessíveis e conhecidos pela maioria dos alunos.

As principais nTICs que podem ser usadas na resolução de exercícios e problemas são jogos digitais e softwares educativos de matemática. A facilidade de manuseio e de entendimento propiciada pelas nTICs permite aos alunos alcançarem níveis de conhecimento mais avançados conforme seu desenvolvimento, além de estimularem à lógica e o raciocínio (COSTA, TENÓRIO e TENÓRIO, 2014). De acordo com Soares (2012), softwares de geometria dinâmica apresentam enorme contribuição para a aprendizagem, pois possuem características importantes como estimular a vontade de aprender do aluno e potencializar a qualidade do material utilizado nas atividades.

O uso de nTICs na resolução de exercícios já foi discutido em alguns estudos (PETLA, 2008; LOPES, 2011; XAVIER, TENÓRIO e TENÓRIO, 2014). Petla (2008) fez uma análise sobre a prática pedagógica docente na resolução de exercícios com o emprego do GeoGebra. Lopes (2011) analisou as potencialidades e as limitações do GeoGebra para o processo de ensino e aprendizagem em trigonometria. Ele destacou as vantagens de softwares de geometria dinâmica favorecerem o dinamismo, a investigação, a construção de figuras, a visualização e a argumentação na resolução de exercícios.

Outros autores discutiram o emprego de nTICs na resolução de problemas (ALLEVATO, 2005; ALLEVATO e ONUCHIC, 2011; DIAS, 2012). Allevato (2005) comparou a resolução de problemas por meio do método de ensino tradicional e do uso de recursos tecnológicos. Allevato e Onuchic (2011) refletiram sobre as implicações de utilizar a resolução de problemas como uma metodologia de ensino de matemática e ainda como associá-la aos recursos computacionais. Dias (2012) destacou o uso benéfico do GeoGebra na resolução de problemas de geometria.

O uso do GeoGebra pelos alunos modifica a forma tradicional de resolução de exercícios. Entretanto, pouco se sabe como essa ferramenta influenciaria as capacidades de modelar matematicamente situações-problema contextualizadas (DIAS, 2012). Análises comparativas da eficácia do GeoGebra como ferramenta para resolução de exercícios e de problemas são desconhecidas por parte dos autores. Este trabalho visou comparar como o GeoGebra influencia o desempenho de alunos na solução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau.

Algumas pesquisas sobre o ensino de funções com o uso do GeoGebra mostram que softwares favorecem a aprendizagem por facilitarem a visualização de gráficos e sua interpretação e a tradução do tipo de função, mas o aluno precisa ser capaz de associar seu conhecimento às informações fornecidas pelo programa (SOARES, 2012).

2 Metodologia

O presente estudo analisou as vantagens e as desvantagens da abordagem construtivista na resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com o software educacional GeoGebra frente ao método de ensino tradicional.

A pesquisa foi desenvolvida no primeiro semestre de 2014 e envolveu 25 alunos de duas turmas de 1ª série do ensino médio de escolas públicas estaduais do Rio de Janeiro. Uma turma foi chamada controle (15 alunos) e outra, alvo (10 alunos). A turma controle foi submetida ao método tradicional de ensino. Nela, os alunos não manipularam o GeoGebra. Na turma alvo, seguiu-se a linha construtivista com o uso do GeoGebra. Os estudantes usaram o software para resolver exercícios e problemas. As etapas de aplicação da pesquisa foram:

1º etapa (duração de 400 minutos): Aulas expositivas ministradas em sala de aula em ambas as turmas.

2º etapa (duração de 100 minutos): Pré-teste idêntico aplicado em sala de aula para as duas turmas, com três exercícios e três problemas.

3º etapa (duração de 300 minutos): Reforço pedagógico baseado na resolução de exercícios e de problemas. A turma controle fez tudo da forma tradicional em sala de aula, as questões foram resolvidas individualmente em sala de aula sem o GeoGebra. A turma alvo, no laboratório de informática, empregou o GeoGebra para resolver os exercícios e os problemas da lista. A lista foi idêntica para às duas turmas.

4º etapa (duração de 100 minutos): Pós-teste idêntico aplicado em sala de aula para as duas turmas, com três exercícios e três problemas, similares em nível de dificuldade aos do pré-teste.

Os alunos da turma alvo responderam, em sala de aula, a um questionário sobre suas percepções com relação ao uso do GeoGebra, o que levou menos de 30 minutos.

O estudo considerou a análise qualitativa e quantitativa.

3 Resultados e Discussão

3.1 Realização da intervenção

A pesquisa foi iniciada em ambas as turmas com a introdução à função polinomial de 1º grau por meio de aulas expositivas. Elas abordaram conceitos como a definição de função do 1º grau, o zero da função, os gráficos crescentes e decrescentes e os coeficientes angular e linear, além de alguns exemplos. Em ambas as turmas, os alunos estavam interessados. Mas, apesar da motivação, apresentaram dificuldades de compreensão.

Os exemplos ajudaram os alunos a entenderem os significados de variável dependente e independente. Alguns tentaram resolvê-los por regra de três, ao relembrarem o conteúdo de anos letivos anteriores, e perceberam a proporcionalidade.

Durante as aulas, houve dúvidas em relação aos coeficientes angular e linear de um gráfico de uma função do 1º grau. Mas logo os alunos entenderam a relação entre o coeficiente angular e um gráfico crescente ou decrescente e a forma de identificar o coeficiente linear em um gráfico ao reconhecê-lo como o ponto onde a reta intersecta o eixo y. Isso facilitou a resolução de algumas questões de fixação, exploradas após o término das aulas expositivas. A maioria teve boa participação, apesar das dificuldades.

1. Classifique as funções em crescentes ou decrescentes, justificando. a) $f(x) = 2x+5$ b) $f(x) = -x+1$ c) $y = -x-5$	3. Determine a função $f(x) = ax+b$, sabendo que $f(1) = 5$ e $f(-3) = -7$.

Quadro 1. Alguns exercícios de fixação.

O exercício 1 (quadro 1) foi considerado o mais fácil pelos alunos, que ao observarem o valor do coeficiente angular, logo reconheciam se a função era crescente ou decrescente. O exercício 3 (quadro 1) foi o mais difícil de ser resolvido, pois muitos tiveram dificuldade em montar um sistema de equações e resolvê-lo, um pré-requisito de matemática que nem todos sabiam.

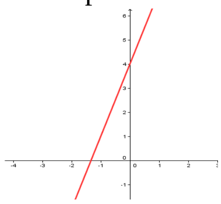
Tabela 1: Médias das notas por questão do pré-teste nas turmas controle e alvo.

Turma	Questões (Cada questão valeu 1,67 pontos)						Nota total
	Exercícios			Problemas			
	1	2	3	4	5	6	
Controle	0,56	1,09	1,17	0,30	0,50	0,71	4,32
Alvo	0,50	1,07	1,08	0,20	0,50	0,60	3,95

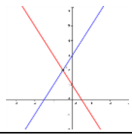
Os alunos também tiverem dificuldades em solucionar todos os problemas, por não conseguirem interpretá-los e expressar algebricamente o começo da solução. Grande parte não conseguiu encontrar a lei de formação de uma função. Para Barros (2008), Karam e Pietrocola (2009) e Romanatto (2012), a interpretar problemas é um ponto crítico na compreensão dos alunos.

Após ministrar o conteúdo e resolver os exemplos, o pré-teste foi aplicado. Nas duas turmas, os alunos cometeram praticamente os mesmos erros e acertos (Tabela 1).

1. a) (0,28 pontos) Ao observar o gráfico abaixo, você pode dizer se ele representa uma função polinomial do 1º grau?
b) (0,28 pontos) Quem é a raiz (ou zero) dessa função?
c) (0,27 pontos) Ela é crescente ou decrescente? Por quê?
d) (0,28 pontos) Podemos destacar o coeficiente linear?
e) (0,28 pontos) E o angular?
f) (0,28 pontos) Qual seria a lei de formação dessa função?



3. (1,67 pontos) Observando o gráfico de duas funções f(x) = -2x+1 e g(x) = 2x+3. Percebe-se que o ponto A é a interseção dessas duas funções. Quem são as coordenadas desse ponto A?



Quadro 2. Alguns exercícios do pré-teste.

De todas as questões, o exercício 3 (Quadro 2) foi o resolvido mais facilmente, apesar de alguns errarem o valor da abscissa. Dos exercícios, o menor rendimento foi na questão 1 (Quadro 2). A maioria não soube identificar os coeficientes linear e angular da reta que representava o gráfico da função do 1º grau. Além disso, muitos acharam que a função era decrescente pelo valor da raiz ser negativo e não conseguiram encontrar a lei de formação da função.

A resolução da questão 5 (Quadro 3) também foi problemática. A maioria esqueceu que já havia no tanque 8 litros de gasolina, portanto, muitos erraram a lei de formação da função e, consequentemente, a construção da tabela e do gráfico.

4. No mês de novembro, comprei em uma loja algumas camisetas. Estas estavam custando R$ 10,00 à	5. Ao abastecer um carro de corrida, os mecânicos perceberam que o tanque continha 8 litros de combustível. A bomba injetava 3 litros de gasolina por

vista e a prazo o valor pago por cada camiseta aumentava 10%. a) (0,5 pontos) Qual é a fórmula da função se a compra foi a prazo? b) (0,67 pontos) Construa o gráfico da função. c) (0,5 pontos) O gráfico seria diferente se a compra fosse à vista?	segundo. O abastecimento durou 6 segundos. Com essas informações, construa: a) (0,5 pontos) Uma tabela relacionando o tempo em segundos, t(s), e o volume de combustível em litros, V(l). b) (0,5 pontos) Um gráfico relacionando o tempo t(s) e o volume de combustível V(l). c) (0,67 pontos) Qual é a função que determina a relação entre tempo e volume.

Quadro 3. Alguns problemas do pré-teste.

Na questão 4 (Quadro 3), a grande dificuldade foi encontrar a lei de formação da função usando a porcentagem, pois muitos simplesmente ignoraram os 10%.

A maior dificuldade de ambas as turmas foi a interpretação dos problemas. Contudo, muitos alunos não conseguiram resolver as questões, tanto exercícios quanto problemas, por falta de atenção, dificuldade na análise de gráficos e não terminar a leitura dos enunciados. Xavier, Tenório e Tenório (2014) citaram a pouca concentração dos alunos como um óbice à aprendizagem de matemática.

Após o pré-teste, as turmas passaram por um reforço pedagógico sobre o conteúdo, mas com abordagens distintas. O reforço recebido pela turma controle obedeceu a uma abordagem tradicional acompanhada da aplicação de uma lista de questões em sala de aula. Na turma alvo, a abordagem foi construtivista com o uso do GeoGebra no laboratório de informática.

A turma controle fez uma lista de doze questões (seis exercícios e seis problemas) em sala de aula, com o auxílio do professor.

Os alunos tiveram bastante dificuldade, pois acharam, de maneira geral, as questões difíceis, principalmente, os problemas. Nos exercícios, houve muitos erros.

A maioria dos alunos considerou o exercício 1 o mais fácil (Quadro 4). Os exercícios 2, 4 e 6 foram considerados os mais difíceis (Quadro 4). No exercício 2, os alunos não conseguiram encontrar a lei de formação da função a partir dos pontos dados. No 4, não souberam montar o sistema de equação e encontrar os valores dos coeficientes angular e linear. No 6, acharam que teriam de encontrar o ponto P e não atribuíram valores para x de modo a encontrar y, assim não chegaram a resposta certa.

<table>
<tr><td colspan="2">1- (Questão retirada de FTD, p. 28) Sendo f(x) = -5x+m, determine o valor de m de modo que a intersecção do gráfico de f com o eixo das abscissas seja o ponto de abscissa 3.</td></tr>
<tr><td>2- (Questão retirada de COLÉGIO SALESIANO) Determine a lei da função cuja reta intersecta os eixos em (-8,0) e (0,4) e verifique:
a) Se a função é crescente ou decrescente;</td><td>6- (MACK-SP) O ponto P pertence ao gráfico cartesiano da função dada por f(x) = -x+30. A soma das coordenadas de P é:</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>b) A raiz da função;
c) o gráfico da função.</td><td rowspan="2">a. 30
b. Negativa, se $x < 30$
c. Sempre negativa
d. Zero, se $x = 30$
e. Impossível de ser determinada com a informação dada.</td></tr>
<tr><td>4- (Questão retirada de COLÉGIO SALESIANO) Escreva a função afim $f(x) = ax+b$, sabendo que: $f(1) = 5$ e $f(-3) = -7$
a) $f(-1) = 7$ e $f(2) = 1$ b) $f(1) = 5$ e $f(-2) = -4$</td></tr>
</table>

Quadro 4. Alguns exercícios da lista de questões.

Apenas uma aluna tentou resolver os problemas, mas não chegou aos resultados corretos. Suas principais dificuldades envolveram não identificar as variáveis e não conseguir obter a lei de formação das funções. De modo geral, os alunos evitaram resolver os problemas, por não gostarem de ler e interpretar os enunciados.

Durante a resolução das questões, os alunos foram instruídos a desenharem os gráficos das funções. Um comentou: "[...] *montar o gráfico da função é legal, é mais fácil*." Outro, entretanto, disse não saber usar a régua e "*fazer gráfico então que não tinha como*". Isso repercute a falta de aulas de desenho geométrico, sem as quais muitos não desenvolvem habilidades para usar régua, esquadros, transferidor e compasso. Contudo, segundo a percepção do docente, é necessário trabalhar com instrumentos de desenho para obter um melhor desempenho. A maioria gostou de montar os gráficos, apesar das dificuldades em localizar pares ordenados.

Antes do início das atividades com o software, os alunos da turma alvo responderam, em sala de aula, um questionário sobre o uso do computador e a aprendizagem, o que demorou menos de 30 minutos.

A maioria possuía um computador (90%) e usava-o em atividades escolares (80%), como pesquisas para trabalhos. Contudo, nunca haviam usado softwares educativos na aprendizagem de matemática. Quase todos achavam que as atividades de Matemática seriam mais interessantes se um recurso tecnológico fosse empregado (80%), porque tornariam as aulas mais atrativas e dinâmicas. Alguns conheciam o GeoGebra apenas por curiosidade (30%), mas não sabiam manipulá-lo, nem o utilizavam em seus estudos. Para Borba e Penteado (2001) e Búrigo (2012), as nTICs estimulam os alunos a participarem da construção do conhecimento.

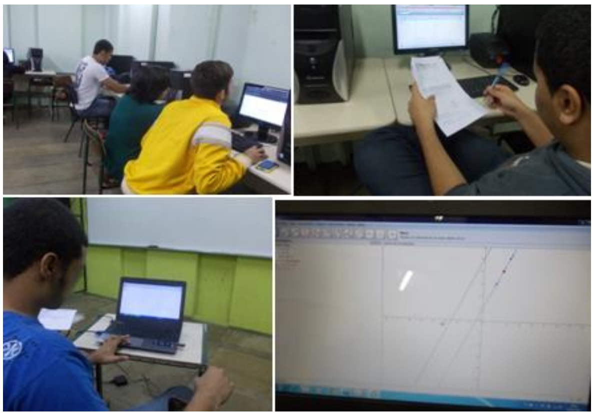


FIGURA 1: Fotos de algumas atividades realizadas com o GeoGebra.

Após o questionário, os alunos foram apresentados ao GeoGebra, com o auxílio do datashow. O docente mostrou como empregar alguns de seus recursos e como usar as ferramentas do software para o estudo da função polinomial de 1º grau. Os alunos ficaram ansiosos para começarem a explorar o GeoGebra e tiveram a oportunidade de manipulá-lo individualmente em computadores.

Durante todo o reforço, a turma alvo teve aulas no laboratório de informática (Figura 1). Os alunos gostaram de empregar o software, pois a aula foi diferente do habitual, e buscaram realizar atividades propostas. Contudo, alguns salientaram a dificuldade de usá-lo para expressar algebricamente as questões.

Os alunos resolveram uma lista de doze questões (seis exercícios e seis problemas) semelhantes a da turma controle, mas com o auxílio do software.

Houve algumas dificuldades, porém, os alunos acharam mais fácil resolver as atividades no GeoGebra por não precisarem construir gráficos manualmente. A visualização rápida de diferentes gráficos também permitiu uma melhor compreensão. Lopes (2011) destacou o GeoGebra como um recurso importante na visualização de gráficos.

De todas as questões, o exercício 4 foi o de mais fácil resolução (Quadro 5). Os alunos compreenderam quando a função é crescente ou decrescente apenas ao observar o valor do coeficiente angular. Outras questões da lista consideradas fáceis pela turma alvo foram os exercícios 1, 2 e 6 (Quadro 5), porque os alunos construíram os gráficos com facilidade no GeoGebra e a partir da construção chegaram às respostas. Entretanto, houve dúvidas para encontrar o zero da função no exercício 2.

1- (Questão adaptada de COLÉGIO SALESIANO) Utilizando o GeoGebra construa	2- (Questão adaptada de COLÉGIO SALESIANO) Construa o gráfico da função f: IR $\rightarrow$ IR definida por $f(x) = 5x-3$ pelo GeoGebra. A partir dele, responda as

o gráfico da função f(x) = 4x+5. Determine x tal que f(x) = 7 ao observar esse gráfico.	questões abaixo: a) Verifique se a função é crescente ou decrescente; b) O zero da função; c) O ponto onde a função intersecta o eixo y.
4- Utilizando o GeoGebra construa o gráfico das seguintes funções e classifique-as em crescente ou decrescente: a) y = 5x-8 b) y = x+2 c) y = -3-x d) y = 9+3x e) y = -3x	6- Seja a função h(x) = 2x+1. Construa o gráfico de h(x) no campo de entrada do GeoGebra. A seguir, execute cada comando e anote o que acontece com o gráfico de h(x). a) Multiplique h por -1. b) Multiplique h por 2. c) Subtraia 1 em h. d) Subtraia 2 em h. e) Some 3 em h.

Quadro 5. Alguns exercícios da lista de questões com o uso do GeoGebra.

Em alguns exercícios, os alunos tiveram dificuldade em encontrar a lei de formação de uma função a partir de coordenadas dadas e de visualizar o intervalo onde uma função seria positiva ou negativa.

10- (Questão adaptada de CARDY) Uma pessoa, pesando atualmente 70 kg, deseja voltar ao peso normal de 56 kg. Suponha que uma dieta alimentar resulte em um emagrecimento de exatamente 200g por semana. Descubra em seu caderno a lei da função de emagrecimento dessa pessoa. Depois construa o gráfico da função com o uso do GeoGebra e responda em quantas semanas a pessoa alcançará seu objetivo. a. 67 semanas b. 68 semanas c. 69 semanas d. 70 semanas e. 71 semanas	12- (Questão adaptada de FTD) Uma loja vai realizar uma promoção em que todos os produtos terão desconto de 7%. Nessa situação, o preço de promoção de cada produto é função do preço normal. Obtenha em seu caderno a sentença que permite calcular o preço de promoção P em função do preço normal x. Usando o GeoGebra construa o gráfico e comprove o resultado.

Quadro 6. Alguns problemas da lista de questões com o uso do GeoGebra.

Em ambas as turmas, as resoluções das questões discutidas durante o reforço foram finalizadas pelo professor, de modo que todos pudessem acompanhar seus desenvolvimentos. Os alunos tiveram mais dificuldade em resolver os problemas que os exercícios. Apenas alguns tentaram de fato solucionar os problemas. Barros (2008), Karam e Pietrocola (2009) e Romanatto (2012) sinalizaram a maior dificuldade dos alunos em resolver problemas que exercícios.

A participação dos alunos da turma alvo foi maior que da turma controle. As maiores dificuldades foram interpretar os enunciados, desenvolver uma estratégia para a resolução e encontrar as leis de formação das funções.

Os problemas considerados mais fáceis foram aqueles onde encontrar a lei de formação da função demandava uma estratégia simples. Nesses, os erros derivaram da falta de atenção em efetuar cálculos algébricos. Ninguém conseguiu solucionar os problemas 10 e 12 (Quadro 6), pois tiveram dificuldades em encontrar a sentença para calcular o peso e não souberam trabalhar com a porcentagem e o preço da promoção, respectivamente.

Após o reforço pedagógico, o pós-teste foi aplicado às duas turmas. A tabela 2 mostra as notas médias dos alunos da turma controle e da turma alvo por questão no pós-teste.

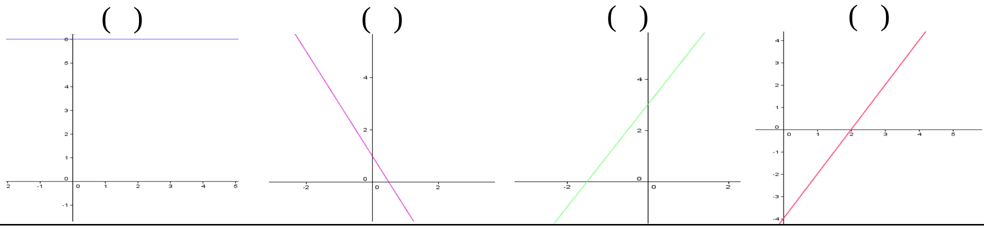
Tabela 2: Médias das notas por questão do pós-teste nas turmas controle e alvo.

Turma	**Questões** (Cada questão valeu 1,67 pontos)						Nota total
	Exercícios			Problemas			
	1	2	3	4	5	6	
Controle	0,90	0	1,67	1,24	0,81	0,80	5,43
Alvo	1,67	0	1,67	1,35	0,82	0,66	6,17

A turma controle teve um rendimento menor do que a alvo, apesar de ambas acertarem e errarem as mesmas questões.

1. Associe as funções aos seus gráficos.
a) (0,42 pontos) f(x) = 2x-4, b) (0,42 pontos) f(x) = 6,
c) (0,42 pontos) f(x) = 1-2x, d) (0,41 pontos) f(x) = 3+2x

( ) ( ) ( ) ( )



2. (1,67 pontos) Uma função f é dada por f(x) = ax+b, em que a e b são números reais. Se f(-1) = 3 e f(1) = -1, determine o valor de f(3).

3. Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R$ 1.000,00 e uma parte variável que corresponde a uma comissão de 20% do total de vendas que ele fez durante o mês.
a) (1,0 ponto) Expressar a função que representa seu salário mensal.
b) (0,67 pontos) Calcular o salário do vendedor durante um mês, sabendo-se que vendeu R$ 10.000,00 em produtos.

Quadro 7. Exercícios do pós-teste.

Os exercícios 1 e 3 foram considerados mais fáceis (Quadro 7). No exercício 1, a turma alvo não errou. Entretanto, alguns alunos da turma controle tiveram dificuldades em identificar a equação da reta pertinente a cada gráfico. O item d foi o mais acertado no exercício 1 pela turma controle. Nenhum aluno conseguiu fazer o exercício 2 (Quadro 7), apenas o deixaram em branco.

O problema 4 (Quadro 8) foi reputado o mais fácil por ambas as turmas. Entretanto, muitos erraram o item b por não somarem a entrada do parque ao valor gasto. O problema 6 foi o com maior índice de erros (Quadro 8). Muitos alunos realizaram erradamente operações matemáticas básicas ou não souberam montar a tabela, multiplicaram o tempo pela posição de origem e somaram o valor da velocidade.

4. Um parque de diversões cobra R$ 10,00 a entrada e R$ 4,00 para andar em cada brinquedo. Luíza tem R$ 50,00.
a) (0,25 pontos) Em quantos brinquedos no máximo ela consegue brincar no parque?
b) (0,25 pontos) Se ela andasse em 3 brinquedos. Quanto gastaria?
c) (0,25 pontos) Gastando R$ 50,00, ela andou em quantos brinquedos?
d) (0,5 pontos) É possível generalizar, ou seja, criar uma relação entre o preço pago (y) com a quantidade de brinquedos (x)?
e) (0,42 pontos) É possível sintetizar essas informações em um gráfico?

6. Uma formiga se move sobre uma régua em linha reta na direção crescente dos centímetros com velocidade constante de 2 cm por segundo. Supondo que, quando começamos a observar a formiga, ela se encontra a 4 cm da origem.
a) (0,67 pontos) Nessas condições, organize os dados na tabela abaixo:

Tempo (segundos)	Posição (cm)
0	...
1	...
2	...
3	...
5	...
10	...
x	...

b) (0,5 pontos) Crie uma lei de formação da movimentação da formiga.
c) (0,5 pontos) Construa um gráfico mostrando a movimentação da formiga.

Quadro 8. Alguns problemas do pós-teste.

De modo geral, o rendimento dos alunos foi pior nos exercícios que nos problemas do pós-teste. Segundo a percepção do docente, isso ocorreu devido ao exercício 2, ao qual os alunos acharam complicado e não tentaram resolver. Apesar da complementação pedagógica, eles ainda sentiram dificuldades em associar os valores de x a f(x).

3.2 Percepções dos alunos sobre o uso do GeoGebra em aula

Depois da manipulação do software educativo GeoGebra, a turma alvo respondeu a um questionário de opiniões. Segundo as percepções discentes, atividades com recursos tecnológicos representam uma forma diferente de aprender Matemática (100%). Para Búrigo (2012), utilizar nTICs é uma forma de inovar no ensino e na aprendizagem. Nesse contexto, eles acharam que o GeoGebra auxiliou na construção do conhecimento (100%) e gostaram de utilizá-lo na resolução de exercícios e problemas (80%), apesar de duas alunas não terem facilidade em usar o computador.

Todos os alunos consideraram boas as atividades com o uso do GeoGebra desenvolvidas na pesquisa. Além disso, 80% prefeririam resolver futuramente as questões em aula com o Geogebra, porque ele auxiliaria na compreensão do conteúdo matemático e mostraria de forma mais ágil os resultados dos cálculos efetuados. Alguns gostariam de empregá-lo também nas provas, pela facilidade na construção de gráficos. Petla (2008), Lopes (2011) e Dias (2012) destacaram o GeoGebra como um recurso capaz de captar a atenção do aluno e tornar os conteúdos matemáticos mais interessantes.

Segundo a percepção do docente, os alunos acharam o software um recurso didático valioso. A maioria (80%) gostaria, inclusive, de aprender outros conteúdos com o uso do computador.

3.3 O GeoGebra na resolução de exercícios e de problemas

A tabela 3 mostra as médias de pontuação nos exercícios e nos problemas para as turmas controle e alvo. Nas duas, houve um aumento da média após o reforço pedagógico. Contudo, na turma alvo o avanço foi maior. Isso provavelmente ocorreu pelo uso do software, o que ocasionou uma participação melhor dos alunos, pois as aulas ficaram mais dinâmicas e interessantes. Tal percepção é condizente com Lopes (2011) e Soares (2012).

Tanto na turma controle quanto na turma alvo houve um grande avanço entre as notas do pré-teste e do pós-teste para os problemas, com destaque para a turma alvo. O reforço pedagógico e, consequentemente o maior tempo de discussão do conteúdo, pode ter ajudado os alunos a se sentirem mais confiantes no desenvolvimento de estratégias próprias de aplicação dos conhecimentos matemáticos.

Tabela 3: Médias de pontuação das turmas nos exercícios e nos problemas.

Comparação	**Médias de pontuação**		
Turma controle	Exercícios	Problemas	Notas totais
Pré-teste	2,81	1,51	4,32
Pós-teste	2,57	2,86	5,43
Turma alvo	Exercícios	Problemas	Notas totais
Pré-teste	2,65	1,30	3,95
Pós-teste	3,34	2,83	6,17

Para as análises estatísticas, a normalidade das amostras de avanços foi previamente verificada por meio do teste de Shapiro-Wilk com nível de significância de 1%. As quatro amostras de avanços foram: exercícios e problemas da turma controle e exercícios e problemas da turma alvo. Cada amostra de avanço foi obtida pela diferença de notas individuais no pós-teste e no pré-teste. Nos exercícios, estatisticamente (mesmo para nível de significância de 10% no teste t de amostra simples), não houve um avanço entre a nota do pré-teste e do pós-teste para ambas as turmas. As turmas não conseguiram resolver um dos exercícios propostos no pós-teste, o que prejudicou o desempenho de ambas. Contudo, o destaque da turma alvo ocorreu devido um exercício sobre a análise de gráficos. Segundo os depoimentos dos alunos foi mais fácil entender o conteúdo de função do 1° grau devido à facilidade em construir e visualizar gráficos com o auxílio do GeoGebra.

Nos problemas, estatisticamente (teste t de amostra simples com nível de significância de 1%), houve um avanço entre a nota do pré-teste e do pós-teste para ambas as turmas. Na comparação entre os avanços das turmas nos problemas, não foi possível discerni-los estatisticamente (mesmo para nível de significância de 10% no teste t não pareado de amostra dupla). Logo, não foi encontrada evidência quantitativa que apontasse qualquer vantagem de uma abordagem sobre a outra.

O estudo mostrou a importância de proporcionar aos alunos um ambiente mais dinâmico, enriquecedor e motivador para o processo de ensino e aprendizagem por meio da inserção de um recurso tecnológico, o software GeoGebra. Constatou-se que, em um ambiente no qual a utilização do recurso se torna possível, os exercícios e os problemas de funções são desenvolvidos de forma natural pelos alunos, pela habilidade deles em utilizar a tecnologia, o que proporcionou maior interação e troca de experiências.

Considerações Finais

O uso de nTICs pode ajudar no ensino e aprendizagem de funções, importante conteúdo matemático da Educação Básica. Pesquisas (BORTOLOSSI, 2012; DIAS, 2012) já apontaram os benefícios do emprego do software educativo GeoGebra, inclusive no ensino de função do 1º grau (SOARES, 2012). Esta pesquisa propôs comparar a resolução de exercícios e problemas de função do 1º grau sem e com o software.

Durante as aulas tradicionais sobre o conteúdo de função polinomial de 1º grau, os alunos mostraram dificuldades em compreender o significado dos coeficientes angular e linear. Na resolução de questões, muitos não conseguiam identificar as variáveis, localizar pares ordenados no plano cartesiano, encontrar a lei de formação de uma função, identificar os coeficientes linear e angular, associar valores de x a f(x) e analisar gráficos. Os alunos solucionaram mais facilmente exercícios que problemas. Na resolução de problemas houve dificuldade em interpretar os enunciados e descrevê-los algebricamente, o que aponta a necessidade de propor atividades concernentes à leitura e à escrita.

Alguns alunos empregaram instrumentos de desenho para construir gráficos no caderno. Entretanto, apesar de gostarem da atividade, tiveram dificuldades devido à falta de habilidades em desenho geométrico. Os alunos que empregaram o GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem nunca tinham usado softwares para aprender matemática, embora tivessem computadores e o usassem em atividades escolares.

A maioria mostrou-se motivado em resolver exercícios e problemas de função pelo uso do recurso tecnológico, o qual despertou um interesse maior durante as aulas e tornou o aprendizado prazeroso. Os alunos gostaram de empregar o software e prefeririam resolver questões em aulas e em avaliações com ele. As expressões dos alunos enquanto trabalhavam com o GeoGebra foram marcantes, além de acharem as atividades investigativas boas, eles puderam aprender melhor com a rápida visualização na construção dos gráficos.

Em ambas as turmas, o reforço pedagógico melhorou o desempenho na resolução de problemas, sem, contudo, afetar o rendimento em exercícios. Estatisticamente, o uso do software não mostrou vantagens tanto nos exercícios quanto nos problemas. O avanço entre a pontuação do pré-teste e do pós-teste para os problemas, provavelmente, ocorreu devido ao maior tempo de discussão do conteúdo durante o reforço.

Apesar disso, a pesquisa apontou o GeoGebra como um recurso importante para o processo de ensino e aprendizagem de matemática e os alunos o citaram como benéfico ao aprendizado. A maioria gostaria, inclusive, de aprender outros conteúdos com ele.

Referências bibliográficas

ALLEVATO, N.S.G. (2005). *Associando o computador à resolução de problemas fechados:* análise de uma experiência. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

ALLEVATO, N.S.G.; ONUCHIC, L.R. (2011). Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98.

BARROS, C.P.M. (2008). *Análise de atitudes de alunos na educação de jovens e adultos em situação de resolução de problemas.* Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifica Universidade Católica, São Paulo.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. (2001). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: editora Autêntica.

BORTOLOSSI, H.J. (2012). Criando conteúdos educacionais digitais interativos em matemática e estatística com o uso integrado de tecnologias GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, São Paulo, vol. 1, p. 28-35.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA. (2002). *Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio + Orientações Educacionais Complementares:* ciência da natureza, matemática e suas tecnologias, Brasília. MEC.

BÚRIGO, E.Z. (2012). *A Matemática na escola: novos conteúdos, novas abordagem.* Porto Alegre: Editora da UFRGS.

CARDY. *Exercícios função de 1º grau.* Disponível em: <http://www.profcardy.com/exercicios/assunto.php?assunto=Fun%E7%E3o%20do%201%BA%20Grau>**.** Acesso em 21 dez. 2014.

COLÉGIO SALESIANO SÃO GONÇALO. (2012). *Lista de Função Polinomial do 1º grau.* Disponível em: <http://www.cssg.g12.br/sitecssg/www.cssg.g12.br/images/stories/2012/pdfs/ListaAtivddeRecupMat1anoProfClaudia.pdf>. Acesso em 21 dez. 2014.

COSTA, B.J.F.; TENÓRIO, T.; TENÓRIO, A. (2014). A Educação Matemática no Contexto da Etnomatemática Indígena Xavante: um jogo de probabilidade condicional. *Boletim de Educação Matemática*, v. 28, n. 50, p. 1095-1116.

DIAS, M.S.S. (2012). Resolução de problemas geométricos no GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, São Paulo, vol. 1, p. 1-15.
FTD. *Função polinomial do 1º grau.* Disponível em: <http://www.csajaboticabal.org.br/imagens/userfiles/files/FTD%201%C2%BA%20ano/V1eV2/MatV228_46.pdf>. Acesso em 21 dez. 2014.

KARAM, R.A.S.; PIETROCOLA, M. (2009). Habilidades técnicas versus habilidades estruturantes: resolução de problemas e o papel da matemática como estruturante do pensamento físico. *Alexandria*, Santa Catarina, v. 2, n. 2, p. 181-205.

LOPES, M. (2011). Potencialidades do software Geogebra no ensino e aprendizagem de trigonometria. III Encontro Regional em Educação Matemática.

PETLA R.J. (2008). *GeoGebra - possibilidades para o ensino de matemática.* Programa de desenvolvimento educacional, Secretaria Estadual de Educação do Paraná.

POLYA, G. (1978). *A arte de resolver problemas.* Rio de Janeiro: Interciência.

RICHARDS, J. (1991). Mathematical Discussion. In: von Glaserfeld, E. (Ed.). *Radical constructivism in Mathematical Education.* Dordrecht: Kluwer, 13-51.

RIO DE JANEIRO. SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO. (2012). *Currículo Mínimo 2012 Matemática.* 2012.

ROMANATTO, M.C. (2012). Resolução de problemas nas aulas de Matemática. *Revista Eletrônica de Educação,* São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p. 299-311.

SOARES, L.H. (2012). Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo,* São Paulo, p. 1-15.

TENÓRIO, T.; LEITE, R.M.; TENÓRIO, A. (2014). Séries televisivas de investigação criminal e o ensino de ciências: uma proposta educacional. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias,* v. 13, n. 1, p. 73-96.

XAVIER, S.A.; TENÓRIO, T.; TENÓRIO, A. (2014) Uma proposta de ensino-aprendizagem das leis dos senos e dos cossenos por meio do software Régua e Compasso. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 7, n. 3, p. 158-190.