Demonstração da propriedade dos ângulos inscrito e central com auxílio do GeoGebra

Angle Property Demonstration inscribed and central with the help of GeoGebra

NATÁLIA VICTOROVNA KÔRMYSHEVA DIAS FURTADO[1]
ISABEL SÓNIA MARTINS ANDRADE[2]

Resumo

Neste trabalho realiza-se um estudo com os alunos da turma do 9º ano de escolaridade, de uma Escola do Ensino Secundário de Cabo Verde. Nesta comunicação, faz-se uma exposição, descrição e análise das atividades realizadas na referida escola. O objetivo desta pesquisa é conduzir os alunos a demonstrar a propriedade existente entre ângulo inscrito e ângulo central de uma circunferência, que se apoiam no mesmo arco, com recurso ao GeoGebra e, a partir dessa experiência, verificar os conhecimentos adquiridos pelos alunos. Conclui-se que, o software da Geometria Dinâmica é um instrumento indulgente para a formalização da demonstração supramencionada.
***Palavras-Chave**: GeoGebra; ângulo central de circunferência; ângulo inscrito de circunferência.*

Abstract

In this work a study is carried out with the students of the 9th grade, of a Secondary School in Cape Verde. In this communication, there is an exposition, description and analysis of the activities carried out in that school. The objective of this research is to lead students to demonstrate the existing property between the inscribed angle and the central angle of circumference, which rely on the same arc, using GeoGebra and, from this experience, verify the knowledge acquired by the students. We conclude that Dynamic Geometry software is an indulgent instrument for the formalization of the demonstration.
***Keywords**: GeoGebra; central angle of circumference; inscribed angle of circumference.*

Introdução

Hoje, a proliferação das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) a todos os campos da cognição humana, implica uma profunda reflexão sobre as mudanças ou adaptações que devem ser introduzidas no processo ensino/aprendizagem, mas também, sobre a reorganização das estratégias impulsionadoras ao uso desta tecnologia nas escolas (Gonçalves, 2004).

Na mesma linha de raciocínio, os autores Lima e Lins asseveram que:

> … os alunos estão cada vez mais ligados aos computadores e, por isso, uma das formas que encontramos de chamar a atenção deles para a

[1] Universidade de Cabo Verde – email: natalia.furtado@docente.unicv.edu.cv
[2] Escola Secundária Abílio Duarte – email: zamyandrade07@gmail.com

> aprendizagem da Matemática foi o aplicativo GeoGebra. Espera-se com este trabalho perceber o avanço nas aulas de Geometria, como também fazer com que os professores das turmas analisadas possam e continuem utilizando o GeoGebra em suas aulas, quando suas atividades e metas forem bem definidas. (LIMA, 2013, p.1)

É neste contexto, que surgiu a ideia deste trabalho, onde se pretende apresentar resultados de uma pesquisa relacionada com o uso das TIC's no ensino/aprendizagem da geometria plana; um estudo dedicado à geometria da circunferência e, em particular, à relação existente entre os ângulos inscrito e central. Para esse efeito, apresenta-se uma experiência realizada numa Escola Secundária do conselho da Praia, Cabo Verde, com os alunos do 9º ano, onde se perseguiam os seguintes objetivos: i) familiarizar os alunos com o GeoGebra; ii) habilitá-los a construir e medir os ângulos inscrito e central; iii) conduzi-los a demonstrar a propriedade dos ângulos central e inscrito numa circunferência, que subtendem o mesmo arco. Também, examina-se a apropriação pelos alunos do software GeoGebra, com o propósito de ajudá-los a desenvolver o aprendizado.

Assim,

> … a partir de exploração experimental viável somente em ambientes informatizados, os alunos conjeturam e, com o feedback constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjeturas, chegando a resultados que resistem ao "desenho em movimento", passando então para a fase abstrata de argumentação e demonstração matemática. (GRAVINA, 1996, p.2).

Hoje é dado como consensual, particularmente, nas economias em desenvolvimento (DIAS FURTADO *et al.*, 2017, pp.53-60) que os alunos do Ensino Secundário têm medo de demonstrações, em geral, e das demonstrações geométricas, em particular. Dados colhidos da observação empírica testemunham que só o próprio termo 'demonstração' cria, à partida, temor nos alunos. Razão pela qual, já fica justificada a presente pesquisa, que é mais um passo na procura de resolução desse problema crítico existente no processo ensino/aprendizagem da Matemática em Cabo Verde.

1. Metodologia

Nesta pesquisa propusemo-nos utilizar com uma metodologia de natureza qualitativa, recorrendo-nos ao estudo de caso. A professora assumiu o papel de orientadora e observadora-participante, que assistiu a todas as aulas ministradas, objeto do presente trabalho. Para tanto, com o propósito de explicitar, mais claramente, aquilo que são os obstáculos inerentes ao aprendizado, utilizamos a teoria proposta por Fischbein em 1993, onde o objeto geométrico é tratado como tendo duas componentes, sendo que uma conceitual e outra figural:

> A componente conceitual, através de linguagem escrita ou falada, com maior ou menor grau de formalismo, dependendo do nível de axiomatização com que se está trabalhando, expressa bem as propriedades que caraterizam uma certa classe de objetos. Já a componente figural corresponde à imagem mental que associamos ao conceito, e que no caso da Geometria, tem a caraterística de poder ser “manipulada” através de movimentos como translação, rotação, e outros, mas mantendo invariantes certas relações. A harmonia entre estas duas componentes é que determina a noção correta sobre o objeto geométrico. (GRAVINA, 1996, p.3)

Na verdade, por se caraterizar como uma pesquisa bibliográfica, as ideias aqui defendidas encontram amparo nos estudos realizados por vários pesquisadores, entre os quais, citamos, neste texto, as colocações de Gonçalves, quando comenta que:

> … apesar da prática dominante nos processos de ensino/aprendizagem ser, ainda, a que corresponde a um modelo de transmissão do conhecimento, há hoje um consenso generalizado na investigação em educação que é necessário substituir essa prática por outra que esteja mais de acordo com um modelo construtivista da aprendizagem. De acordo com a perspetiva construtivista da aprendizagem, é fundamental reconhecer que o aluno constrói o seu próprio conhecimento, a partir do que já sabe e do que é capaz de fazer, inserido em contextos sociais, culturais e funcionais. (GONÇALVES, 2004, p.2)

Na mesma linha de raciocínio, Lima e Lins, (2013:1-2) asseveram que:

> … dentre as mais variadas metodologias do ensino de Matemática, a que mais nos chama a atenção é o uso do computador nas aulas, a partir de softwares educativos, porque estes fazem com que o aluno desenvolva capacidades que caraterizam atos próprios do “fazer matemático”, como experimentar, representar, analisar e concluir. (LIMA, 2013, pp.1-2)

Foi neste contexto, que durante as aulas e sessões propedêuticas, aplicaram-se as fichas de trabalhos, com incidência sobre dois objetos, a saber: (i) primeiramente, sobre as ferramentas do GeoGebra, e em seguida, (ii) sobre a familiarização dos alunos com esse software. Os alunos manusearam as ferramentas e executaram as tarefas elaboradas pela professora. Durante as sessões, reparou-se que os alunos mostraram um grande interesse em aprender a trabalhar com o GeoGebra. Aplicaram-se, também, três fichas de trabalho, sendo que cada uma delas se relacionava a uma tarefa, em concreto: a primeira foi destinada à verificação pelos alunos das propriedades entre ângulos inscrito e central, utilizando para tanto a Folha de Cálculo, de forma a identificar a propriedade existente entre eles; a segunda tarefa visava orientar os alunos na demonstração de tal propriedade e, consequentemente, formular o respetivo teorema. Esse era o principal objetivo desta investigação.

Com efeito, durante as aulas, à medida que iam sendo registradas as perguntas feitas pelos alunos, iam sendo simultaneamente analisados os documentos produzidos pelos mesmos, para que se cumprissem as tarefas propostas. Assim, no início das atividades, os alunos apresentaram algumas dificuldades no manuseio das ferramentas do GeoGebra, no entanto, durante o decurso das aulas, observou-se uma melhoria significativa, o que os levou a terem mais confiança na realização das tarefas e, consequentemente, a economizarem o tempo de sua execução. Ao longo das aulas, inferiu-se que os alunos iam paulatinamente aumentar os níveis de clareza de raciocínio e de autoconfiança na execução das tarefas, o que, *de per se*, significa que aprenderam os conceitos de ângulo central e ângulo inscrito numa circunferência, bem como as propriedades que os relacionam. Posto isto, através do recurso ao Software da Geometria Dinâmica, foram colocados os seguintes objetivos para os alunos:

- Incentivar a utilização do GeoGebra na compreensão do conceito de ângulo inscrito e central de uma circunferência, na medição dos ângulos e cálculo da razão das suas amplitudes;

- Demonstrar a relação existente entre ângulo inscrito e ângulo central, que se apoiam no mesmo arco da circunferência, por meio do GeoGebra;

- Promover o desenvolvimento da sua abstração geométrica e do raciocínio dedutivo.

Ora, levando em consideração o facto de que os alunos do 9º ano de escolaridade não tiveram nenhum contacto prévio com o GeoGebra, as primeiras atividades foram de carater propeudêutico. Para tal, foi apresentada a *Janela* do GeoGebra com comandos, menus, Folha Gráfica, Folha Algébrica, Folha de Cálculo e Campo de Entrada.

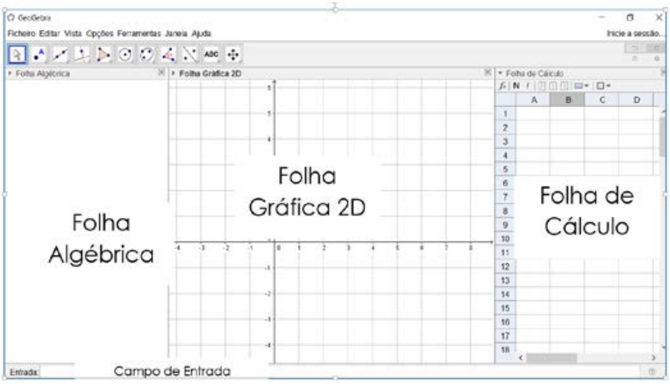


FIGURA 1: Janela do GeoGebra
FONTE: produção própria

Em seguida, foi proposto aos alunos executarem uma ficha de trabalho com tarefa para familiarização com o software. Da referida ficha, constam as atividades do tipo: traçar as retas paralelas e as retas perpendiculares; construir polígonos e circunferências; medir ângulos e gravar as suas amplitudes para a Folha de Cálculo, etc. No decurso dessas atividades, os alunos discutiram e trocaram entre si opiniões sobre as construções propostas e sobre a medição de objetos geométricos. Dessa maneira, se criou nos alunos interesse de trabalhar com o Software.

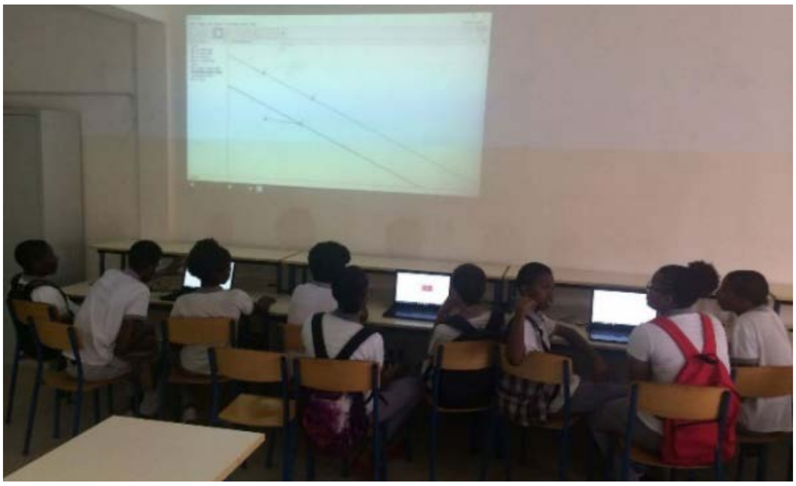


FIGURA 2: Alunos numa sessão de familiarização com GeoGebra
FONTE: produção própria

Na aula seguinte, os alunos cumpriram a **primeira tarefa** de construção e medição de ângulos inscrito e central de uma circunferência, que subtendem o mesmo arco, com o propósito de confirmação da relação entre eles.

A seguir, foi implementada a **segunda tarefa** – parte principal dessa investigação – demonstração da relação entre ângulos inscritos e central de uma circunferência, isto é: numa circunferência, a medida do ângulo central é igual ao dobro da medida do ângulo inscrito que subtende o mesmo arco (propriedade **ACeI**), como é o caso, por exemplo, do ângulo central situado no interior do ângulo inscrito (**caso N1**). A tarefa consitiu: i) na construção de uma circunferência, ii) em desenhar os ângulos inscrito e central, e iii) em dividi-los por uma semirreta. Inferência: A partir dos desenhos construídos, a reflexão sobre a demonstração tende a tornar-se "mais viva" – dinâmica e interessante, por conta de maiores níveis de objetividade e de interação entre os alunos e destes com o professor (FURTADO E GONÇALVES, 2015, p.337). Em conformidade com as etapas 1, 2, 3, 4 e 5 da ficha de trabalho foram construídos os elementos que fazem parte da tarefa. Relativamente ao triângulo BCA colocaram-se questões, cujas respostas constituiam, efetivamente, os primeiro passos da demonstração pretendida (Quadro 1).

Ficha de trabalho		
Objetivo: Demonstrar a relação entre ângulo central e inscrito no arco de uma circunferência. Nesta atividade iremos construir ângulo central e inscrito e mostrar que um é dobro do outro usando as ferramentas do GeoGebra.		
Etapas da tarefa	**Comandos**	**Procedimentos**
1. Construir uma circunferência de centro A e raio a escolha.	Circulo (dados centro e raio)	Abrir a folha gráfica 2D, folha algébrica escolher o comando círculo (comando oculto círculo dados centro e raio), clicar na zona gráfica 2D e a circunferência fica assim traçada.
2. Marcar três pontos B, D e C sobre a circunferência (no sentido horário)	Novo ponto	Escolher o comando novo ponto, em cima da circunferência clicar e os pontos ficam assim determinados.
3. Desenhar um ângulo ao centro e outro inscrito passando por esses pontos, central BAD e inscrito BCD.	Segmento de reta	Escolher o comando segmento de reta, clicar em cima dos pontos consecutivamente; os ângulos ficam assim determinados. Ocultar os rótulos.
4. Traçar uma semirreta passando pelo vértice C do ângulo inscrito e pelo vértice A do ângulo central ou centro da circunferência (dividindo assim o ângulo central e inscrito em dois ângulos).	Semirreta (dois pontos)	Escolher o comando semirreta (dois pontos) clicar em cima dos dois vértices e a semirreta fica assim determinada. Ocultar o rótulo.
5. No triangulo BCA medir os ângulos B e ACB.	Ângulo	Escolher o comando ângulo, clicar em cima de três pontos e os ângulos ficam assim determinados.

Depois da realização das etapas 1, 2, 3, 4 e 5 da tarefa, qual é a conclusão tirada sobre: 1) classificação do triângulo BCA quanto aos lados, justificando: ____________________ 2) as amplitudes dos ângulos ABC e BCA: ____________________ 3) a soma das amplitudes dos ângulos ABC e BCA: ____________________	Definição de triângulo isósceles Propriedade de triângulo isósceles

Quadro 1. Construção e estudo do triângulo BCA

Seguidamente, foi construído e medido o ângulo BAF. Após à observarvação dos resultados obtidos da medição e dos cálculos efetuados, os alunos chegaram à confirmação da propriedade do ângulo externo de um triângulo (Quadro 2).

6. Encontrar o ponto F da interseção da semirreta CA e a circunferência.	Novo ponto	Escolher o comando novo ponto, no comando oculto interseção de dois objetos, clicar em cima da semirreta e da circunferência; o ponto F fica assim determinado. Ocultar o outro ponto E da interseção, que coincide com o ponto C.
7. Medir o ângulo BAF.	Angulo	Escolher o comando ângulo, clicar em cima dos três pontos: B, A, F consecutivamente; o ângulo fica assim medido.

Após a realização da etapa 7, qual é a conclusão tirada sobre o ângulo externo BAF e a soma dos dois ângulos internos não adjacentes ABC e BCA do triângulo: ____________________	**Propriedade:** Num triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos internos não adjacentes.

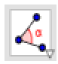
Quadro 2. Medição do ângulo BAF

Analogamente ao procedimento acima descrito, foi considerado o triângulo DCA (Quadro 3).

8. No triângulo DCA medir os ângulos CDA e ACD.	Ângulo 	Escolher o comando ângulo, clicar em cima de três pontos e os ângulos ficam assim determinados.
Depois da realização da etapa 8, qual é a conclusão tirada sobre: 1) classificação do triângulo DCA quanto aos lados, justificando: ____________________ 2) as amplitudes dos ângulos CDA e ACD: ____________________ 3) a soma das amplitudes dos ângulo CDA e ACD: ____________________		Definição de triângulo isósceles Propriedade de triângulo isósceles

Quadro 3. Estudo do triângulo DCA

Desenvolvendo a demonstração, foram cumpridas as etapas 9 e 10 (Quadro 4).

9. Medir o ângulo FAD.	Ângulo 	Escolher o comando ângulo, clicar em cima de três pontos e os ângulos ficam assim determinados
Após a realização da etapa 9, qual é a conclusão tirada sobre o ângulo externo FAD e a soma dos dois ângulos internos não adjacentes CDA e ABD do triângulo: ____________________		**Propriedade:** Num triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos internos não adjacentes.
10. Renomear os ângulos da base do triangulo ABC por α, α_1 e do triangulo ACD por β, β_1.	Rato direito	Clicar em cima do rato direito, escolher renomear, escolher os referidos ângulos.

Quadro 4. Medição do ângulo FAD

As últimas instruções foram realizadas em conformidade com o Quadro 5.

Após a realização da etapa 10, qual é a conclusão tirada sobre os ângulos BAF e FAD, em relação a α e β: ____________________ Se considerarmos as somas dos ângulos BAF e FAD, α e β, e os ângulos central BAD e inscrito BCD, qual é a conclusão tirada? ____________________	**Propriedade:** Num triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos internos não adjacentes.

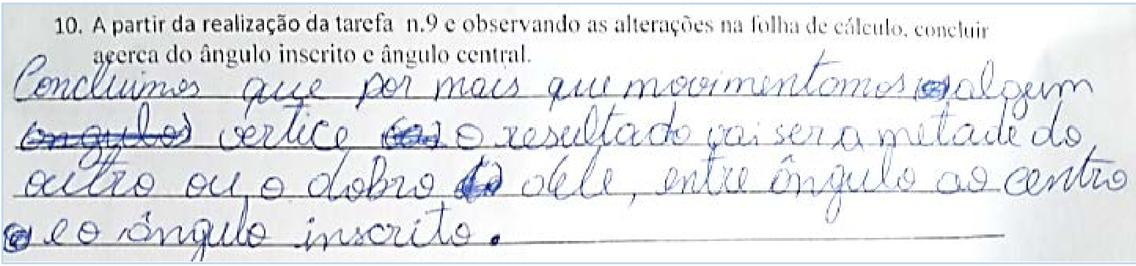
Quadro 5. Conclusão da tarefa

Finalizando, os alunos compararam a soma de dois ângulos que formam o ângulo central com a soma de dois ângulos inscritos numa circunferência e que subtendem o mesmo arco e, assim, concluíram que o primeiro era o dobro do segundo. Dessa maneira, foi efetuada a demonstração, com apoio do Software GeoGebra. Foi uma aula de consolidação da matéria dada.

2. Apresentação e discussão de Resultados

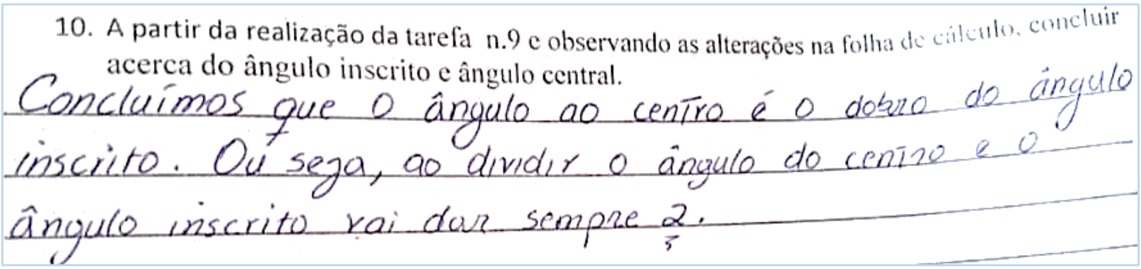
Realizando as etapas da tarefa de demonstração da notável propriedade dos ângulos inscrito e central de uma circunferência, foram registados todos os resultados na *Janela* do GeoGebra, mais exatamente, na Folha Geométrica e na Folha de Cálculo, bem assim os procedimentos de construção – no Protocolo de Construção.

Todos os alunos conseguiram construir circunferências e os angulos acima referidos, mediram-nos e discutiram os resultados obtidos, tirando as conclusões sobre a sua grandeza. Por fim, as amplitudes dos ângulos foram gravadas na Folha de Cálculo, sendo que um ângulo em cada coluna. Na terceira coluna da Folha de Cálculo foi gravado o quociente entre os angulos central e inscrito. Aplicando o comando 'mover aos pontos dos ângulos', foram registadas as alteações na Folha de Cálculo e tiradas as conclusões sobre as amplitudes dos mesmos. Assim, foi constatado que a razão entre a amplitude do ângulo central e do ângulo inscrito numa circunferência, que subtendem o mesmo, é sempre igual a dois (Figura 3 e Figura 4).


10. A partir da realização da tarefa n.9 e observando as alterações na folha de cálculo, concluir acerca do ângulo inscrito e ângulo central.

Concluimos que por mais que movimentamos algum ~~ângulos~~ vertice o resultado vai ser a metade do outro ou o dobro dele, entre ângulo ao centro e o ângulo inscrito.

FIGURA 3: Conclusão do 1º aluno
FONTE: produção própria


10. A partir da realização da tarefa n.9 e observando as alterações na folha de cálculo, concluir acerca do ângulo inscrito e ângulo central.

Concluímos que o ângulo ao centro é o dobro do ângulo inscrito. Ou seja, ao dividir o ângulo do centro e o ângulo inscrito vai dar sempre 2.

FIGURA 4: Conclusão do 2º aluno
FONTE: produção própria

O quadro final da demonstração da propriedade dos ângulos inscrito e central baixa apresentado na figura seguinte:

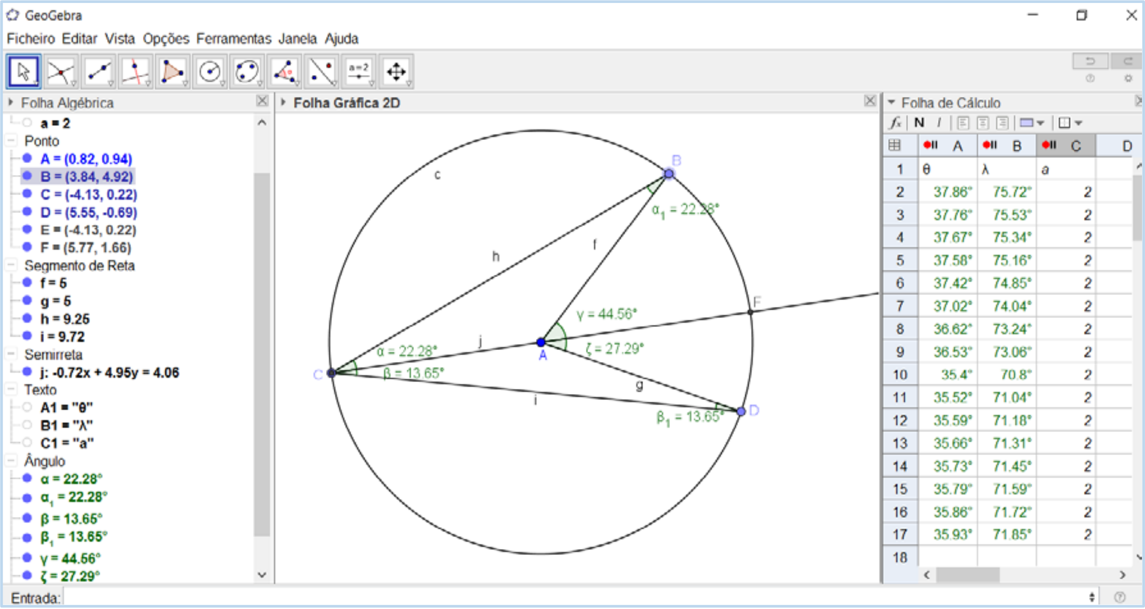


FIGURA 5: Apresentação final da tarefa
FONTE: produção própria

Respondendo às questões colocadas na **segunda tarefa**, os alunos constituiram a demonstração da propriedade dos ângulos inscrito e central, formulada no seguinte teorema: Numa circunferência, a medida do ângulo central é igual ao dobro da medida do ângulo inscrito que subtende o mesmo arco. Portanto, apresenta-se de seguida, o quadro que sintetiza essa experiência:

Notações feitas pelos alunos	Passos da demonstração
Depois da realização das etapas 1, 2, 3, 4 e 5 da tarefa, qual é a conclusão tirada sobre: 1) classificação do triângulo BCA quanto aos lados, justificando: ΔBCA é isósceles logo $BA=AC=r=5$ 2) as amplitudes dos ângulos ABC e BCA: $\measuredangle ABC = \measuredangle BCA = 27,7°$ 3) a soma das amplitudes dos ângulos ABC e BCA: $\measuredangle ABC + \measuredangle BCA = 55,41°$	1. O triângulo BCA é isósceles, pois, $AC = AB = r$, pela definição do triângulo isósceles 2. $\measuredangle ABC = \measuredangle BCA$, pela propriedade do triângulo isósceles
Após a realização da etapa 7, qual é a conclusão tirada sobre o ângulo externo BAF e a soma dos dois ângulos internos não adjacentes ABC e BCA do triângulo: O ângulo externo BAF e a soma dos dois ângulo não adjacentes ABC e BCA é que ~~∡BF~~ $\measuredangle BAF = \measuredangle ABC + \measuredangle BCA = 55,41°$	3. $\measuredangle BAF = \measuredangle ABC + \measuredangle BCA$, conforme à propriedade: num triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos internos não adjacentes.
Depois da realização da etapa 8, qual é a conclusão tirada sobre: 1) classificação do triângulo DCA quanto aos lados, justificando: Triângulo isósceles $DC=CB=d$ 2) as amplitudes dos ângulos CDA e ACD: $\measuredangle CDA = \measuredangle ACD = 26,25°$ 3) a soma das amplitudes dos ângulo CDA e ACD: $\measuredangle CDA + \measuredangle ACD = 52,5°$	4. O triângulo DCA é isósceles, pois $DC = CB = r$, pela definição do triângulo isósceles

	5. $\measuredangle CDA = \measuredangle ACD$, pela propriedade do triângulo isósceles
Após a realização da etapa 9, qual é a conclusão tirada sobre o ângulo externo FAD e a soma dos dois ângulos internos não adjacentes CDA e ABD do triângulo: o ângulo externo FAD é a soma dos dois ângulos internos ñ adjacentes CDA e ABD é que ∡FAD = ∡ADC + ∡ACD	6. $\measuredangle FAD = \measuredangle ADC + \measuredangle ACD$, conforme à propriedade: num triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos internos não adjacentes.
Após a realização da etapa 10, qual é a conclusão tirada sobre os ângulos BAF e FAD, em relação a α e β: A conclusão tirada é que ∡BAF = ∡α + ∡α e ∡FAD = ∡β + ∡β Se considerarmos as somas dos ângulos BAF e FAD, α e β, e os ângulos central BAD e inscrito BCD, qual é a conclusão tirada? 2(α+β) = ∡BAF + ∡FAD = ∡BAD	7. $\measuredangle BAD = \measuredangle BAF + \measuredangle FAD = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = 2\measuredangle BCD$

Quadro 1. Demonstração da propriedade ACeI

Conclusão

De acordo com as atividades realizadas, conclui-se que os alunos mostraram uma maior clareza de raciocínio, destreza na realização das atividades e uma boa compreensão da matéria. A notável propriedade, ora considerada pressupõe, ainda, dois casos de posicionamento dos vértices dos ângulos inscrito e central que subtendem o mesmo arco: **caso N2** - vértice do ângulo central, que é o centro da circunferência, está num dos lados do ângulo inscrito (esse lado é diâmetro da circunferência dada); e **caso N3** - tal vértice está fora do ângulo inscrito. Nas demonstrações dos casos mencionados, pode ser utilizada a mesma construção em GeoGebra, realizada para a demonstração do **caso N1**.

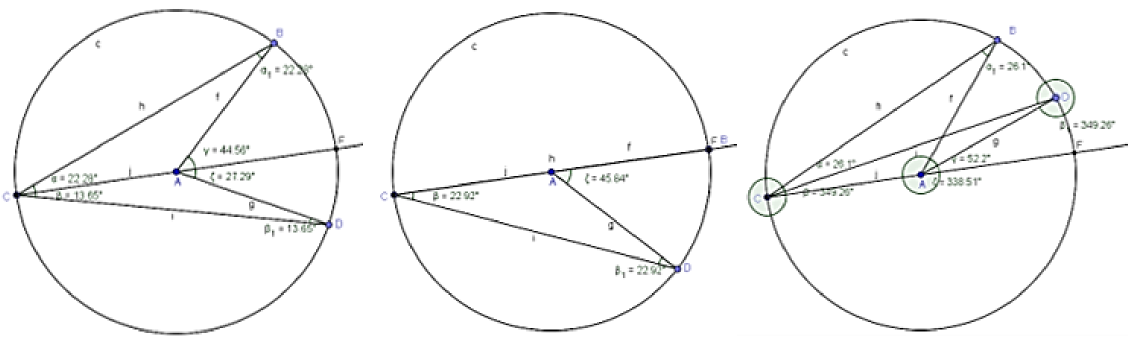


FIGURA 6: Casos possíveis na demonstração da propriedade **ACeI**
FONTE: produção própria

Salienta-se, também, a importância da realização das fichas de tarefas com o GeoGebra nas Escolas Secundárias. No decorrer desse trimestre, tem-se observado um relativo crescimento intelectual e científico por parte dos alunos, bem como dos professores.

Em relação à utilização do GeoGebra, pôde-se verificar o quanto esta ferramenta tem favorecido e simplificado o processo de ensino/aprendizagem dos conceitos estudados na presente pesquisa, ao despertar, justamente, mais curiosidade e dinâmica na realização das atividades propostas, tornando-as mais atrativas. A partir do desenvolvimento da atividade principal, realizada nas aulas verificou-se um significativo avanço no estudo, por parte dos alunos, o que se tem verificado em cada uma das fichas de trabalho aplicadas em sala de aula.

Referências

DIAS FURTADO, J., GARCÍA-CABRERA, A. M. e GARCÍA-SOTO, M. G. (2017). Empreendedorismo em Economias em Desenvolvimento – Uma Aplicação ao Setor Turístico. Editora Dias Furtado, Lda, Praia, Cabo Verde.

FURTADO, N. V. K. D. E GONÇALVES, T. V. K. M. (2015). GeoGebra na descoberta de potencialidades cognitivas de problemas geométricos, *II Colóquio cabo-verdiano de Educação. Políticas e práxis da Educação nas perspetivas e em contextos pós-coloniais* – CEDU2015, Praia, 24 e 25 de abril, pp. 329–341.

GONÇALVES DA CRUZ, D. (2004). A utilização do ambiente dinâmico numa perspetiva construtivista para abordagem nos conteúdos de geometria analítica no ensino médio. *VIII encontro nacional de educação matemática*. Recife, julho de 2004, pp. 15-18.

GRAVINA, M. A. (1996). Geometria Dinamica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria. *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação,* Belo Horizonte, Brasil, novembro de 1996, pp. 1–13.

LIMA, M. L. DA S. E LINS, F. A. (2013). Uma proposta para o ensino e aprendizagem de geometria no ensino médio utilizando o Software GeoGebra. *VII CIBEM,* Montevideo, Uruguay, 16-20 de setembro de 2013.