

Sólidos geométricos: área e volume de sólidos geométricos

Surface et volume des solides géométriques

REINALDO FORTES ROCHA¹

SUELI CILENE PIRES ROCHA²

Resumo

Desenvolveu-se uma experiência centrado no conteúdo geométrico “Área e volume de Sólidos Geométricos” utilizando o software GeoGebra. Pretendeu-se investigar e propor outras formas de trabalhar a Geometria no Ensino Secundário, através de atividades que o aluno possa experimentar, vivenciar, visualizar, simular e comunicar numa turma. Esta comunicação centra-se na repercussão da utilização do GeoGebra por alunos do 10º ano de escolaridade, de uma Escola do Ensino Secundário de Cabo Verde. Optou-se por um estudo de caso essencialmente qualitativo, com carácter descritivo e exploratório e interpretativo, tendo os investigadores um duplo papel. Conclui-se que o software é muito importante para a Geometria, é de fácil utilização e com ele o professor pode trabalhar com os alunos numa perspectiva construtivista.

Palavras-chave: TIC, GeoGebra, Sólidos Geométricos

Résumé

Une expérience a été centrée sur le contenu géométrique «Surface et volume de solides géométriques» à l'aide du logiciel GeoGebra. L'intention était d'étudier et de proposer d'autres façons de travailler la géométrie dans l'enseignement secondaire, à travers des activités que l'élève peut expérimenter, visualiser, simuler et communiquer dans une classe. Cette communication se concentre sur la répercussion de l'utilisation de GeoGebra par les étudiants de la 10ème année de scolarité, d'une école secondaire au Cap-Vert. Nous avons choisi une étude de cas essentiellement qualitative, avec un caractère descriptif, exploratoire et interprétatif, ayant les chercheurs un double rôle. On conclut que le logiciel est très important pour la géométrie, il est facile à utiliser et, avec lui, l'enseignant peut travailler dans une perspective constructiviste.

Mot-clés TIC, GeoGebra, Solides Géométriques

Introdução

Este capítulo de carácter introdutório inicia-se com a contextualização e justificação do tema, as perguntas de partida, a finalidade e objectivos.

¹ Escola Humberto Duarte Fonseca – reinaldorocha79@hotmail.com

² Escola Salesiana de Artes e ofícios – suelycilene65@gmail.com

Contextualização e justificação do tema

“Aprender Matemática é um direito básico de todas as pessoas” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 17).

Tendo em conta que a matemática desempenha um papel fundamental na formação do indivíduo (APM, 2012), que o uso acelerado das tecnologias na sociedade actual exige um ensino de matemática que contribui para que os alunos se tornem cidadãos capazes, criativos e críticos, torna-se importante que se cria novos meios, novas metodologias para o seu ensino.

Este novo ambiente de aprendizagem pode ser potenciado pelas tecnologias informáticas. De acordo com o *National Council of Teachers of Mathematics - NCTM* (2008), a tecnologia pode melhorar a aprendizagem da Matemática: “a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática; influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos”(p. 26)

Neste âmbito surge este trabalho intitulado “O software GeoGebra como ferramenta de apoio ao ensino e a aprendizagem da geometria”, pretende investigar e propor outras formas de trabalhar a Geometria no Ensino Secundário. Os Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica (ADGD) são propícios para tal. Possibilitam o estudo da Geometria de uma forma atrativa e interativa. Permitem a manipulação e construção de objetos. Propiciam atividades de exploração, investigação e descoberta. A partir de uma única construção nesse ambiente é possível a análise de infinitas situações que podem levar o aluno a formular e a comprovar conjecturas.

GeoGebra, foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, para ser trabalhado desde o ensino básico ao ensino superior. Segundo Silveira (2014) este recurso tem características peculiares. Além de ser gratuito, excelente recurso para a realidade cabo-verdiana, a dupla representação dos objetos na zona algébrica e zona gráfica o diferencia dos outros.

Neste trabalho, pretende-se mostrar que, se bem utilizado **o software GeoGebra** no ensino da Geometria, é possível obter outras formas agradáveis de ensino e aprendizagem que beneficiam a autonomia do aluno.

A solução da maior parte dos problemas em geometria depende de observar, de compreender as relações entre os objectos em estudo, sugerir uma construção para ele e, a partir dela, criar uma demonstração formal da validade do resultado. Por isso é que se

optou pelo software GeoGebra que constitui um ambiente propício para investigações direcionadas para propostas pedagógicas que visam a construção de atividades que o aluno possa experimentar, vivenciar, visualizar, simular e comunicar.

Através de um novo tipo de atividades na aula de Matemática, os alunos sentirão, pelo contrário, a necessidade de inventar e utilizar novos termos e de construir novos conceitos, quando organizarem os dados das suas explorações e quando discutirem entre si ou com o professor os resultados do seu trabalho (APM, 2009, p.47).

Neste âmbito, considerando as potencialidades das tecnologias informáticas, surgiu este trabalho de investigação, na área da Geometria, que recorre a um ambiente, que pode potenciar um ensino e uma aprendizagem mais ricos, estimulantes, desafiantes, possibilitando aos alunos desenvolver a sua capacidade para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente.

Pretende-se mostrar a potencialidade do Software GeoGebra como mediador no processo de ensino e da aprendizagem da Geometria, quer no que respeita ao desenvolvimento matemático, quer no que concerne à atitude dos alunos perante esta área do saber.

O ambiente em que a Geometria é explorada, influencia formas diferentes da apropriação de saberes.

Aprender Geometria com papel, lápis, régua e compasso é diferente de aprender recorrendo a materiais manipuláveis, que por sua vez é diferente de aprender recorrendo a ADGD, como o GeoGebra. Este liberta-nos de tarefas mecânicas e rotineiras, de construção, medição e cálculos, deixando espaço para um trabalho dinâmico e ativo na Geometria.

Perguntas de Partida

No quadro assim estabelecido, este estudo formulou as seguintes questões de investigação:

- De que forma o uso do software GeoGebra pode contribuir para a aprendizagem da Geometria?
- Que competências foram desenvolvidas pelos alunos?
- Qual a influência do uso do software GeoGebra na atitude dos alunos face à Matemática?

Quais as vantagens do uso do software GeoGebra no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática e em particular da Geometria?

Finalidades e Objetivos

Para responder as perguntas de partida, propôs-se como principal finalidade avaliar o impacto do GeoGebra no desenvolvimento de competências geométricas dos alunos.

Mais concretamente, pretende-se:

- Familiarizar os estudantes no uso das ferramentas do software GeoGebra para exploração de conteúdos geométricos;
- Possibilitar aos estudantes tarefas de visualização e exploração de conceitos da geometria através do ambiente dinâmico e interativo GeoGebra;
- Refletir sobre as potencialidades do GeoGebra como uma ferramenta de apoio ao ensino e aprendizagem da Matemática.
- Promover o aprofundamento do conhecimento geométrico.

Contribuir para uma atitude positiva perante à Matemática

1. Metodologia

Este estudo centrou-se na abordagem dos conteúdos geométricos “Área e volume de Sólidos Geométricos” utilizando o software GeoGebra, visando a aprendizagem de uma amostra de 18 alunos do 10º ano de escolaridade, de uma Escola do Ensino Secundário de Cabo Verde

Atendendo que todo trabalho científico tem como alicerce uma orientação teórica que garanta a sustentação e validação do processo investigativo, considerando as perguntas de partida formuladas e os objetivos traçados, em termos metodológicos optou-se por um estudo de caso (Yin, 2005) essencialmente qualitativo (Ponte, 2006; Stake, 2009), com caráter descritivo e exploratório (Yin, 2005) e interpretativo (Stake, 2009), tendo os investigadores o duplo papel de professor e de observadores.

O presente trabalho é constituído pelas seguintes fases metodológicas:

- (1ª) – Revisão da literatura para se contextualizar o problema e fundamentar as análises.
- (2ª) – A recolha e análise de documentos orientadores Cabo-verdianos: Programa de Matemática do Ensino Secundário.
- (3ª) – Exploração do software GeoGebra
- (4ª) – Aplicação do questionário inicial aos alunos

- (5ª) – Implementação da experiência em sala de aula - Abordagem do conteúdo geométrico “Área e volume de sólidos geométricos” utilizando o software GeoGebra.
- (6ª) – Apresentação, análise e discussão dos resultados
- (7ª) - Aplicação do questionário final aos alunos
- (8ª) – Conclusões

A informação recolhida foi alvo de tratamento qualitativo e quantitativo. Assim foram alvo de:

- tratamento qualitativo – documentos, registos no diário de bordo dos autores do trabalho, produções dos alunos nas fichas de trabalho.
- tratamento quantitativo – questionários.

Os dados quantitativos foram tratados e sistematizados com recurso aos softwares Excel e/ou SPSS e apresentados através de tabelas e gráficos.

2. Apresentação e discussão de resultados

Nesta fase vai-se apresentar, analisar e discutir os dados obtidos através de questionários aplicados aos alunos e das suas produções realizadas nas fichas de trabalho. Num primeiro momento apresentam-se os dados do questionário inicial, seguidamente algumas produções realizadas pelos alunos e por fim, analisa-se os dados do questionário final.

2.1. Análise do primeiro questionário

Do total dos inquiridos, nota-se que 9 são do sexo masculino e 9 do sexo feminino. Têm em média 16 anos de idade, como se observa na tabela abaixo.

Tabela 1: Distribuição dos alunos segundo idade e sexo.

Idade dos inquiridos	Sexo					
	Masculino		Feminino		Total	
	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%
15	4	22,2	7	38,9	11	50,0
16	2	11,1	2	11,1	4	12,5
17	2	11,1	0	0,0	2	12,5
18	1	5,6	0	0,0	1	12,5
Total	9	50	9	50	18	100,0

Oito dos alunos assinalaram que gostam da Matemática, e destes, 4 referiram não ser bons alunos nesta disciplina. Dos restantes (10) que não gostam de Matemática, 8 consideraram ser bons alunos em Matemática.

Tabela 2: Cruzamento das variáveis 'tens sido bom aluno em Matemática' e o 'gosto pela Matemática'.

Tens sido bom aluno (a) em Matemática ?	Gostas de Matemática ?		
	Sim	Não	Total
Sim	4	8	12
Não	4	2	6
Total	8	10	18

Quanto à finalidade e frequência de utilização do computador, os resultados indicam que 17 alunos nunca utilizaram o computador para trabalhar com softwares educativos e que a maioria nunca ou raramente usou este instrumento para estudar para os testes e fazer trabalhos. Alguns utilizam-no sempre para jogar, comunicar ou ver filmes, ou seja, para entretenimento.

Tabela 3: Fim e frequência que os alunos utilizam o computador.

Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias vezes	Sempre	Total
Jogar	0	2	7	9	18
Fazer trabalhos	0	10	5	3	18
Pesquisar	1	6	8	3	18
Estudar para os testes	7	8	3	0	18
Utilizar programas educativos	17	1	0	0	18
Comunicar	2	2	10	4	18
Ver filmes	0	2	8	8	18
Ouvir músicas	0	3	8	7	18

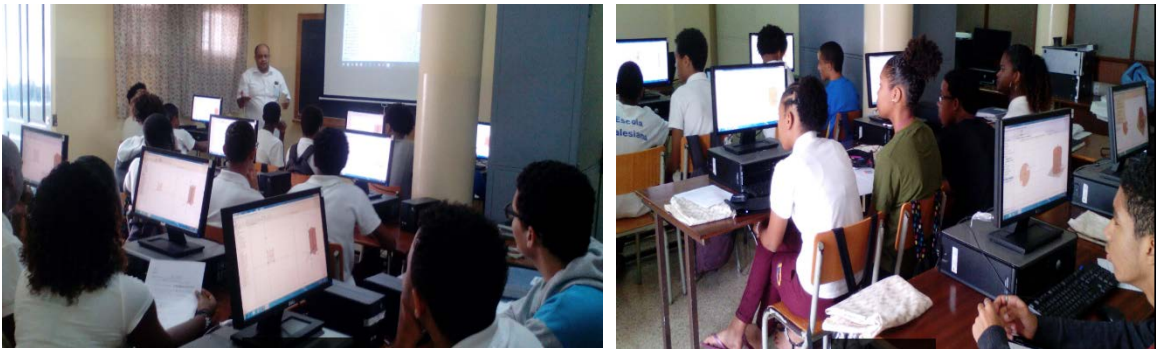
2.2. Abordagem da unidade didáctica

Desenvolvemos a experiência em 3 (três) aulas com duração de duas horas cada, sendo que todas as tarefas nelas desenvolvidas decorreram na sala de informática de uma Escola do Ensino Secundário de Cabo Verde.

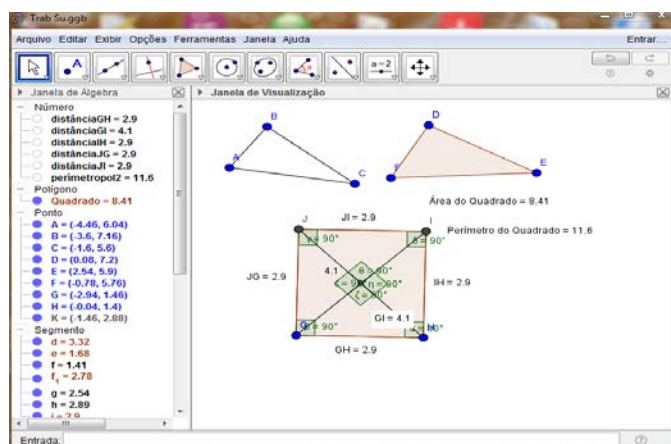
2.2.1. Descrição das aulas

Todas as aulas tiveram duração de duas horas cada, sendo a **primeira** destinada a ganhar destreza na utilização do computador e exploração do software GeoGebra, embora todos afirmaram que já utilizaram o computador.

Foi disponibilizada a cada aluno (grupo de dois) uma Ficha de Trabalho N° 1 e um quadro com todos os elementos da barra de ferramentas do software GeoGebra (Anexo I).




Os professores, através de um computador ligado a um projetor davam os apoios necessários, para além dos apoios individuais.



Trabalho aluno A: familiarização com o software GeoGebra

A **tarefa 1** permitiu-lhes construir algumas figuras planas, levando-os a fazer as seguintes conclusões:

11. Altera a medida do comprimento do lado com a ferramenta “Mover”  e regista as alterações que observaste nas restantes medidas. Alteram-se as propriedades do quadrado, nomeadamente os lados e os ângulos.



12. Completa, usando as palavras “as diagonais”, “os ângulos”, “os lados”:


“Um quadrado possui os ângulos e lados iguais”.

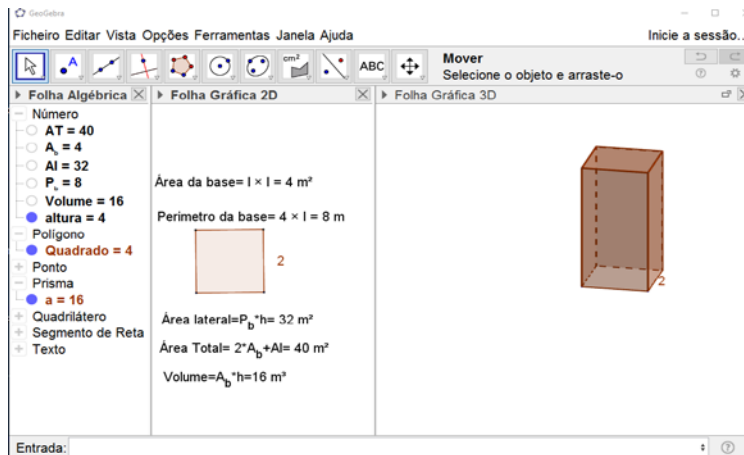
“Num quadrado as diagonais são perpendiculares e de igual comprimento”.

Trabalhamos algumas funcionalidades desse recurso, nomeadamente os segmentos de reta e a construção de figuras planas, utilizamos as ferramentas de medição para determinar o comprimento dos lados, o perímetro e a área que, de seguida, foram confirmados com cálculos.

Na **segunda aula** trabalhamos a **Ficha de trabalho2 – Sólidos com duas bases (Prisma e cilindro Retos) (Tarefa 1), (Anexo II)**




Com a ferramenta polígono regular  começamos por construir um quadrado, na folha gráfica 2D, de seguida utilizamos a ferramenta extrusão para prisma ou cilindro  na folha gráfica 3D, construímos um prisma quadrangular.


Utilizando a ferramentas de medição , determinamos o comprimento da aresta do quadrado. O perímetro da base, a área da base, a área lateral, a área total e o volume foram calculados inserindo as respetivas fórmulas na zona de comando, os resultados obtidos foram de seguida confrontados, pelos alunos, com cálculos.

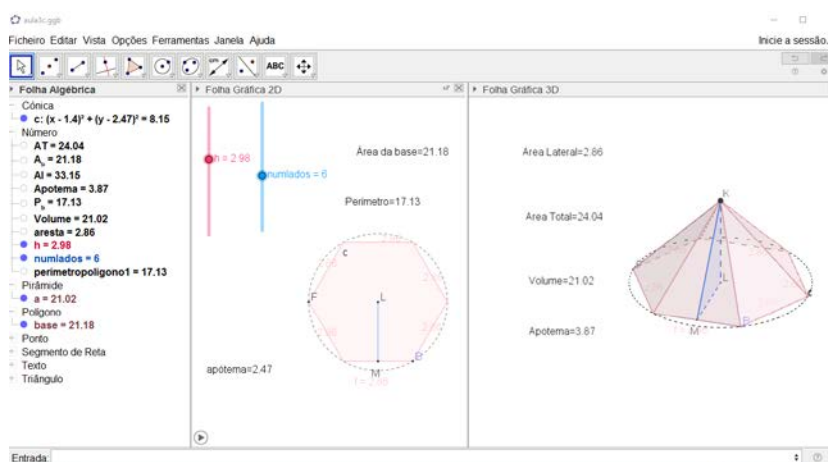


Trabalho aluno K: construção de um prisma reto com o software GeoGebra

Na **terceira aula (última)** trabalhamos a **Ficha de trabalho3 – Sólidos com uma base (Pirâmide e Cone Retos), (Anexo III).**

Na folha gráfica 2D e com a ferramenta seletor , começamos por criar os seletores “**numlados**” (número de lados do polígono da base) e “**h**” (altura do sólido). Assumimos 2 pontos **A** e **B** e fazendo uso da ferramenta polígono regular  construímos um polígono que contém os pontos anteriores e número de lados igual “**numlados**”. Na folha gráfica 3D, utilizamos a ferramenta extrusão  para pirâmide ou cone e construímos uma pirâmide de altura “**h**”.

Utilizando a ferramentas de medição,  determinamos o comprimento da aresta do polígono da base. O perímetro da base, a área da base, a área lateral, a área total e o volume foram calculados inserindo as respectivas fórmulas na zona de comando, cujos resultados obtidos foram confirmados, pelos alunos, com cálculos.



Trabalho aluno C: construção e estudo de uma Pirâmide reta com o software GeoGebra

Uma das várias vantagens encontradas no software GeoGebra é conseguir visualizar todos os passos de construção de forma sequencial usando o comando “Protocolo de Construção”

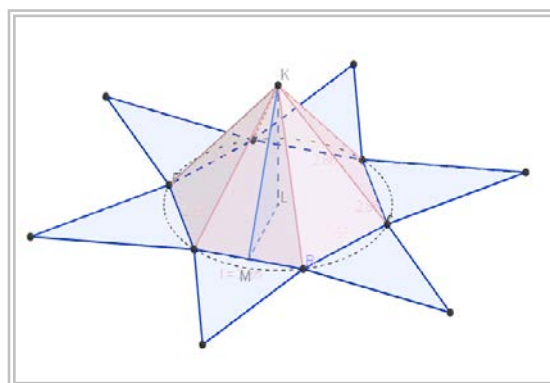
Nº	Nome	Descrição	Valor
1	número n		$n = 2.98$
2	número numlados		numlados = 6
3	Ponto A	Ponto em EixoOx	$A = (-0.03, 0)$
4	Ponto B	Ponto em EixoOx	$B = (2.82, 0)$
5	Polígono base	Polígono[A, B, numlados]	base = 21.18
5	Segmento de Reta f	Segmento de Reta [A, B] de Polígono base	$f = 2.95$
5	Segmento de Reta g	Segmento de Reta [B, C] de Polígono base	$g = 2.86$
5	Ponto C	Polígono[A, B, numlados]	$C = (4.25, 2.47)$
5	Ponto D	Polígono[A, B, numlados]	$D = (2.82, 4.95)$
5	Ponto E	Polígono[A, B, numlados]	$E = (-0.03, 4.95)$
5	Ponto F	Polígono[A, B, numlados]	$F = (-1.48, 2.47)$
5	Ponto G	Polígono[A, B, numlados]	G não definido(a)
5	Ponto H	Polígono[A, B, numlados]	H não definido(a)
5	Ponto I	Polígono[A, B, numlados]	I não definido(a)
5	Ponto J	Polígono[A, B, numlados]	J não definido(a)

Trabalho aluno C: protocolo de construção pirâmide anterior

Durante a confirmação dos cálculos apresentaram dúvidas em identificar a apótema do polígono da base, quando este tem número de lado superior ou igual 5 e a apótema da pirâmide, dúvidas estas, que acabaram por ser esclarecidas.

Também ficaram vencidos, porém não convencidos, aquando do cálculo da área lateral da pirâmide, o que levou os professores a adiantar uma exposição de planificação de sólidos em GeoGebra, conceito adquirido desde o ensino básico.

Por este processo, determinaram a área de um dos triângulos das faces laterais e multiplicaram-na pelo “numlados”.



Trabalho aluno C: planificação pirâmide anterior

Fazendo uma apreciação das aulas, poder-se-á dizer que foram aulas bastantes proveitosas, visto que os objetivos preconizados foram amplamente alcançados.

Durante as aulas os alunos fizeram algumas intervenções/comentários interessantes, que passamos a citar:

- “Aprender a Geometria utilizando o computador é muito divertido e aprendemos mais rápido.”
- “Se eu tivesse que desenhar tantas figuras/sólidos, ia demorar muito tempo e de certeza que faria muitos borrões no meu caderno.”
- “É muito fácil fazer cálculos no computador.”
- “Quanto mais contato tenho com GeoGebra, mais vontade tenho de ir para a área Ciências e Tecnologia”

2.3. Análise do segundo questionário

Com este questionário, pretendemos recolher dados e informações passíveis de averiguar a utilização do software GeoGebra.

Todos os alunos inquiridos (18) afirmam que a melhor forma de aprender Matemática é “resolvendo exercícios com ajuda do computador”, o que parece indicar que os alunos preferem aprender a Matemática com auxílio do computador.

Tabela 4: A melhor forma de aprender a Matemática.

Parâmetros	Freq.	%
Fazendo, no caderno, exercícios passados pelo professor	0	0
Estudando no livro	0	0
Repetindo no caderno, os exercícios do livro	0	0
Resolvendo no quadro	0	0
Resolvendo exercícios com a ajuda do computador	18	100,0
Total	18	100,0

Em relação ao gosto dos alunos pela exploração dos conteúdos geométricos com o GeoGebra, a esmagadora maioria (17) assinalou gostar “muito” e 1 aluno indicou gostar “bastante”.

Tabela 5: Gosto dos alunos pela exploração dos conteúdos geométricos com o GeoGebra.

	Frequência	%
Nada	0	0
Pouco	0	0
Bastante	1	6,0
Muito	17	94,0
Total	18	100,0

Relativamente às questões espelhadas na tabela seguinte, pretendemos recolher a opinião dos alunos, sobre as potencialidades oferecidas pela utilização do GeoGebra. Dos parâmetros, “O uso de softwares dinâmicos de Geometria a Matemática pode”:

- **Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;**

Os dados da tabela evidenciam que a maioria (16) dos alunos, afirma “concordar completamente”, 2 “concorda parcialmente”, sendo que “discordar parcialmente” e “discordar completamente” não foram assinaladas.

- **Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio;**

17 dos alunos, afirmaram “concordar completamente” e 1 “concorda parcialmente”, nenhum “discorda parcialmente” nem “discorda completamente”;

- **Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras;**

Verificamos que todos os alunos, afirmaram “concordar completamente”.

- **Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;**

Verificamos que 17 dos alunos, afirmaram “concordar completamente”, nenhum “concorda parcialmente”, 1 “discorda parcialmente” e “discordar completamente” não foi assinalada.

- **Contribuir para se perceber melhor a importância da Matemática;**

A maioria (15) dos alunos, afirma “concordar completamente”, 2 dizem “concordar parcialmente”, 1 “discorda parcialmente” e nenhum “discorda completamente”;

- **Potenciar o desenvolvimento do raciocínio geométrico**

Dezasseis (16) dos alunos, dizem “concordar completamente”, 1 “concorda parcialmente” e 1 “discorda parcialmente”;

- **Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela;**

A maioria (15) dos alunos, afirma “concordar completamente”, 2 dizem “concordar parcialmente”, nenhum “discorda parcialmente” e 1 “discorda completamente”;

- **Diminuir a distração dos alunos nas aulas;**

Sete (17) dos alunos, afirmaram “concordar completamente” e 1 diz “concordar parcialmente”.

- **Aumentar o interesse pelas aulas de Matemática.**

Os dados da tabela evidenciam que todos (18) os alunos, unanimemente, afirmaram “concordar completamente”.

Tabela 6: Opinião dos alunos sobre a contribuição, ou não, do uso de softwares em diversos parâmetros

O uso de softwares a Matemática pode:	Discordo	Discordo	Concordo	Concordo
	Completamente	Parcialmente	Parcialmente	Completamente
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;	0	0	2	16
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio;	0	0	1	17
Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras;	0	0	0	18
Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;	0	1	0	17
Contribuir para se perceber melhor a importância da Matemática;	0	1	2	15
Potenciar o desenvolvimento do raciocínio geométrico	0	1	1	16
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controle sobre ela;	1	0	2	15
Diminuir a distração dos alunos na sala de aula;	0	0	1	17
Aumentar o interesse pelas aulas de Matemática.	0	0	0	18

Destes resultados constata que os parâmetros mais valorizados foram: ‘Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras’ e ‘Aumentar o interesse pelas aulas de Matemática’ com 18 registros de acordo absoluto.

Estes resultados permitem-nos concluir que os objetivos propostos foram alcançados. Os alunos mostraram-se muito satisfeitos com a nova forma de trabalhar a Geometria.

Os mesmos afirmaram que o software GeoGebra facilitou-lhes a compreensão do conteúdo geométrico proposto. Igualmente, manifestaram interesse em estudar e aprender outros conteúdos matemáticos através do GeoGebra.

Conclusão

Após o desenvolvimento desta experiência, vários aspetos são merecedores de destaque, na medida em que o tema trabalhado revelou ser um assunto de capital importância para o processo de ensino e de aprendizagem da Geometria.

O ensino e aprendizagem da Geometria apresentam um certo grau de exigência, tendo em conta que os seus conteúdos são abstratos. Isto leva o professor a recorrer a metodologias que promovam aos alunos o desenvolvimento do raciocínio, da comunicação e resolução de problemas. Nesta experiência, a fim de promover estas capacidades, recorreremos a utilização do software GeoGebra para o estudo de um tópico dentro da Área e volume de Sólidos Geométricos.

Esta experiência, com suporte a este recurso, possibilitou delinear estratégias de ensino, visando uma aprendizagem interativa e significativa. É de realçar que foi pela primeira vez que os alunos que participaram desta experiência utilizaram um recurso tecnológico para aprendizagem da Geometria.

De forma geral, podemos afirmar que todo o trabalho realizado em sala de aulas foi gratificante, bastante produtivo e entusiasmante.

Os softwares educativos podem ser uma alternativa as “aulas tradicionais” e, ao mesmo tempo podem possibilitar aos educandos inúmeras vantagens na construção do conhecimento e desenvolvimento de habilidades.

O software GeoGebra revelou ser muito importante para a Geometria, é de fácil utilização e com ele o professor pode trabalhar com os alunos numa perspectiva construtivista.

Os resultados do segundo questionário evidenciaram que a maioria dos alunos inquiridos prefer aprender a Matemática com auxílio do computador, realçando a importância do software GeoGebra para a aprendizagem de conteúdos geométricos, o que

nos leva a recomendar o uso generalizado de softwares educativos para o ensino e aprendizagem da Matemática.

No tocante aos testes, as dificuldades refletidas no teste diagnóstico confirmaram as lacunas que muitos estudantes acumulam ao longo do percurso escolar no estudo de funções, em particular no tocante a elaboração e análise de gráficos.

Estes resultados nos estimulam para uma planificação mais cuidada do processo de ensino-aprendizagem da Matemática, com a introdução do GeoGebra como recurso pedagógico, visando contribuir para mitigação das dificuldades dos estudantes.

Referências Bibliográficas

- ABRANTES, P., SERRAZINA, L., OLIVEIRA, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica. Lisboa.
- APM (2009). Renovação do Currículo de Matemática. *Seminário de Vila Nova de Milfontes 1988*. Edição comemorativa. Lisboa: APM. ISBN: 978-972-8768-41-6.
- NCTM (2008). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Texto original publicado em inglês em 2000. Lisboa: APM. ISBN: 978-972-8768-24-9.
- SILVEIRA, A. (2015). *O GeoGebra na formação e aprendizagem de transformações geométricas isométricas no plano euclidiano*. Tese de doutoramento. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- STAKE, R. E. (2009). *A Arte da Investigação com Estudos de Caso*. 2ª Edição. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2009. ISBN 978-972-31-1187-3.
- YIN, R. K (2005). *Estudo de caso*. Planeamento e Métodos. 3ª Edição. São Paulo: BOOKMAN. ISBN: