

O GeoGebra como ferramenta de apoio para aprendizagem significativa da Geometria

GeoGebra comme outil de support pour un apprentissage significatif de la géométrie

ASTRIGILDA PIRES ROCHA SILVEIRA¹

Resumo

No âmbito do Programa Doutoral em Multimédia em Educação desenvolveu-se uma investigação essencialmente qualitativa, cuja finalidade é avaliar a influência de um Programa de Formação Contínua, com foco nas Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano com recurso ao GeoGebra, no desenvolvimento de competências Curriculares, Didáticas, Matemáticas e Tecnológicas de professores e/ou dos seus respetivos alunos. Em particular, esta conferência tem como propósito mostrar que o GeoGebra revelou ser um ambiente estimulante para a aprendizagem significativa dos conteúdos geométricos, levando os professores e alunos, de uma forma dinâmica, a construir, visualizar, manipular e estabelecer as relações entre as propriedades dos objetos geométricos.

Palavras-chave: *GeoGebra; Formação Contínua de Professores; Aprendizagem Significativa da Geometria.*

Résumé

Dans le cadre du programme de doctorat en multimédia en éducation, une enquête essentiellement qualitative a été développée, dont l'objectif est d'évaluer l'influence d'un programme de formation continue, en mettant l'accent sur les transformations géométriques isométriques dans le plan euclidien en utilisant GeoGebra, dans le développement des compétences curriculaires, Didactique, Mathématiques et technologique des enseignants et / ou leurs respectifs étudiants. En particulier, cette conférence vise à montrer que GeoGebra s'est révélée être un environnement stimulant pour l'apprentissage significatif des contenus géométriques, conduisant les enseignants et les étudiants de manière dynamique à construire, à visualiser, à manipuler et à établir des relations entre les propriétés de objets géométriques.

Mots-clés: *GeoGebra; Formation continue des enseignants; Apprentissage significatif de la géométrie.*

1. Enquadramento

A Geometria ganhou uma especial atenção com os gregos, ao ser elevada a uma ciência que trata entidades abstratas pois, durante muito tempo, tais entidades tinham uma relação clara a objetivos físicos (Breda *et al.*, 2011). Ainda assim, Mariotti (1999)

¹Doutora em Multimédia em Educação. Universidade de Cabo Verde- email: astrigilda.silveira@docente.unicv.edu.cv

considera que deve ser reconhecida a relação privilegiada entre a Geometria, a teoria do espaço e a realidade física e afirma que a completa congruência entre a cognição espacial e o espaço matemático abstrato, em Geometria, nem sempre é garantida, pois a passagem da intuição para a Geometria é um processo que apresenta grandes dificuldades e que está longe de ser natural. Neste âmbito, o autor defende que é fundamental: i) o desenvolvimento de uma interação flexível entre imagens e conceitos e ii) o desenvolvimento de esquemas conceituais complexos que controlam os sentidos, as relações e as propriedades de uma figura geométrica.

O processo de ensino e de aprendizagem de Geometria persegue como principal objetivo o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos (Breda *et al.*, 2011). O sentido espacial ou capacidade espacial inclui a capacidade de reconhecer, visualizar, representar e transformar formas geométricas mas também abarca aspetos menos formais de visão do espaço bi e tridimensional, nomeadamente as dobragens, as transformações, as pavimentações. Sem o desenvolvimento da capacidade espacial e, por exemplo, do seu vocabulário próprio para descrever relações geométricas, torna-se impossível comunicar sobre as posições e relações entre dois ou mais objetos. Também a comparação de duas figuras com orientações diferentes, através da qual se estabelece mentalmente a rotação de uma delas, o reconhecimento de simetrias de figuras, a relação entre um retângulo e um paralelogramo com lados congruentes são tarefas que exigem o sentido espacial (Ponte & Serrazina, 2000).

Especificando tal finalidade, o National Council Teachers of Mathematics-NCTM (2008) defende que, em Geometria, do pré-escolar ao 12º ano, todos os alunos devem ser capacitados para:

“Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas;
Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à Geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação;
Aplicar transformações geométricas e usar a simetria para analisar situações matemáticas;
Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas” (p. 44).

Em termos metodológicos, Breda *et al.* (2011) defendem que o sentido espacial não deve ser ensinado num dado momento, mas sim ser desenvolvido ao longo do Ensino Básico (EB) com vista ao envolvimento dos alunos em atividades adequadas. Também Loureiro (2009) realça a necessidade do desenvolvimento das capacidades de

representação visual e de raciocínio, argumentando que essas capacidades são uma âncora para o pensamento matemático de muitos alunos e representam a primeira oportunidade para a sua participação na atividade Matemática e defende que [...] “a visualização deve ser assumida como uma componente fundamental do raciocínio geométrico e do raciocínio matemático em geral” (id, p. 62).

E o NCTM (2000, 2008) recomenda que a aprendizagem da Geometria seja feita através do uso de modelos concretos, desenhos e *software* dinâmico. A este propósito, Breda *et al.* (2011) realçam a importância das tecnologias no ensino da Geometria, argumentando que estes recursos, além de influenciar a forma como a Geometria é ensinada e aprendida, afetam o momento em que isso ocorre e o que se ensina. Contudo, referem que a forma como a tecnologia ou qualquer outro recurso é utilizada depende do professor, que desempenha um papel fundamental tanto na escolha das tarefas que propõe como no modo como provoca a sua realização e envolve os seus alunos. Na mesma ordem de ideias, o NCTM (2008) defende que, com um ensino da Matemática através de atividades e ferramentas adequadas e com o apoio dos professores, os alunos podem fazer e explorar conjecturas sobre a Geometria e raciocinar cuidadosamente sobre conceitos geométricos.

Vários outros autores (Breda *et al.*, 2011; Cabrita *et al.*, 2008; Veloso e Candeias, 2003; Ribeiro, 2005; Serrazina *et al.*, 2005; Ponte *et al.*, 2007) defendem que o uso de Ambientes Dinâmicos de Geometria Dinâmica (ADGD) no estudo de Geometria e, em particular, das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, pode potenciar uma aprendizagem interativa e significativa.

Em Cabo Verde, o programa de matemática do Ensino Secundário não faz referência à utilização de ADGD ou a outros *softwares* para atividades de exploração ou investigação de conteúdos matemáticos. Assim, o que motivou o presente estudo reporta ao contexto cabo-verdiano, mais concretamente à inexistência de estudos sobre as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano envolvendo o GeoGebra e com enfoque nas dinâmicas da sala de aula, onde a atividade do aluno é indispensável, de acordo com a perspetiva construtivista. Tratando-se de um país insular, com escassos recursos, regista-se que a maior parte das escolas do país não está equipada com recursos tecnológicos, especialmente, salas com computadores para atividades pedagógicas em todas as disciplinas, e os professores possuem pouca experiência na utilização das tecnologias informáticas.

Neste contexto, a experiência foi organizada de modo a abarcar tanto professores, em situação de formação contínua, como alunos, visando avaliar o impacto de tal formação no processo de ensino e de aprendizagem de alunos e professores.

No pressuposto de que o papel do professor é de capital pertinência, foi tida em consideração a formação contínua de professores como uma dimensão que abrange múltiplas valências e que deve colocar o desenvolvimento profissional do docente no centro de um processo que aposta na melhoria da qualidade do seu ensino e da aprendizagem dos seus alunos, neste caso, mediado estrategicamente pelas tecnologias informáticas. Não por acaso, Oliveira & Silva (2012) apontam-na como fundamental ao desenvolvimento profissional do professor, enquanto participante ativo do processo de transformação, vivenciando por si os momentos de aprendizagem e mudança. Neste sentido, a gestão do processo do desenvolvimento profissional de forma autónoma deve ser assumida como uma das dimensões da sua profissão (Canha, 2013).

O estudo de investigação desenvolvido teve por base um Programa de Formação Contínua estruturado em sessões de formação e de acompanhamento em sala de aula e centrado na exploração do GeoGebra para a abordagem do tópico Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano. Perseguiu como principal finalidade avaliar o impacto de tal Programa no desenvolvimento profissional dos professores, com repercussões a nível das aprendizagens dos respetivos alunos.

Em termos metodológicos, optou-se por um *design* de estudo de caso (Ponte, 2006) intrínseco (Stake, 2009), essencialmente qualitativo (Erickson, 1986; Yin, 2005; Ponte, 2006; Stake, 2009), com carácter interpretativo (Erickson, 1986; Merriam, 1998; Stake, 2009) e avaliativo (Merriam, 1998), tendo a investigadora assumido o duplo papel de Formadora e de supervisora reflexiva e, portanto, de observadora, tanto quanto possível participante.

Estruturaram-se duas principais fases metodológicas: i) a planificação da formação, decorrente da revisão de literatura, da análise do *software*/manual do GeoGebra, dos Programas de Matemática de Cabo Verde e de Portugal e do documento relativo ao PFCM m@c1/2, da aplicação do questionário inicial aos professores (QIP) e da assistência a aulas; ii) a implementação do plano de formação e, paralelamente, a primeira entrevista (PE) à Professora-caso, a aplicação do questionário inicial (QIA) e do pré-teste aos seus alunos e o acompanhamento da Professora-caso na abordagem de Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano suportada com o

GeoGebra. Terminou com a aplicação de questionários aos formandos (QFP) e aos alunos (QFA) da Professora-caso, do pós-teste aos alunos e da segunda entrevista (SE) à Professora-caso.

2. Perfil biográfico e percurso profissional da Professora-caso

A Professora-caso nasceu em Cabo Verde, na Ilha de Santiago, onde decorreu toda a sua formação básica e secundária; concluiu o curso de Magistério Primário nos anos oitenta; frequentou com sucesso um Bacharelato e uma Licenciatura em Matemática – Ramo de Ensino, concluídos entre meados dos anos 90 e início de 2000. Devido à falta de professores formados na área de Matemática no Ensino Secundário (ES), foi transferida do EB para esse nível, pertencendo atualmente ao quadro definitivo da escola onde foi realizada a experiência.

Acumulando quase 30 anos de experiência como docente de Matemática, com mais de metade da mesma no ES, para além de docente, a Professora-caso tem assumido a orientação de estágio pedagógico desde o ano letivo 2001/02. No ano letivo em que se iniciou o presente estudo, 2010/2011, a mesma lecionava o 1º (7º e 8º anos) e o 3º ciclo (11º e 12º anos).

A Professora-caso, com aproximadamente 50 anos de idade, à data deste estudo, caracterizava-se como uma pessoa de muita simplicidade, sendo tímida, calma, reservada e educada, destacando-se pelo seu espírito de abertura para ouvir e partilhar ideias. Admitiu ser muito empenhada no exercício das suas funções e considerou possuir muita força de vontade para aprender, não hesitando em procurar ajuda de um colega ou amigo sempre que necessário. Considerou ter bons conhecimentos matemáticos, didáticos e curriculares para o desenvolvimento das aulas numa lógica de ensino tradicional.

A Professora-caso apresentava um percurso profissional longo, de dedicação intensa e uma atitude responsável relativamente à sua atividade profissional. Por exemplo, ao observar o funcionamento das reuniões de coordenação do seu grupo, a investigadora registou que a Professora-caso tinha elaborado os testes de avaliação da disciplina de Matemática para o grupo de professores do ciclo em que lecionava e validado os testes de avaliação dos colegas de outro ciclo, tendo colaborado ativamente com o coordenador da disciplina, menos experiente, na elaboração da planificação trimestral da disciplina de Matemática referente ao 8º ano de escolaridade. Trata-se de uma professora que interagiu com os seus colegas, observando as intervenções do grupo e as

interações de colegas entre si e participando das iniciativas para a melhoria das práticas relacionadas com o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. De um modo geral, verificou-se que o ambiente de trabalho onde a Professora-caso estava inserida carecia de maior dinâmica e cooperação entre os colegas, de forma a potencializar as suas capacidades.

Consciente de algumas das suas próprias lacunas científicas e pedagógicas, mostrou-se aberta a ampliar os seus conhecimentos, não de forma individual, mas no seio de um grupo mais jovem e menos experiente do que ela, manifestando o desejo de vir a ter, por exemplo, a presença de colegas na sala de aula para colaborar num projeto inovador comum, solicitando apoio às instituições formadoras do Ensino Superior.

3. Perfil/Caracterização da Turma-caso

A turma que participou do presente estudo contava com 21 alunos, dividindo-se os inquiridos em sete (7) do sexo masculino e catorze (14) do feminino. Aquando da aplicação do questionário inicial, a média de idade dos alunos era de 13 anos, sendo pertencentes a famílias de diferentes classes sociais. Os processos, facultados pelo Subdiretor-Administrativo e Financeiro, mostravam um número significativo proveniente de famílias carenciadas.

Na sua maioria, os alunos mostravam gosto pela matemática, apesar de enfrentarem dificuldades na disciplina. Inicialmente os alunos não assinalaram experiências matemáticas interessantes vividas nas suas aulas, tendo-se observado uma rotina de aulas assentes numa matriz muito tradicional.

Relativamente ao uso do computador, notou-se que apenas uma minoria dos alunos registou que tinha acesso a esse recurso em casa e que nenhum deles o podia usar na escola. A esmagadora maioria dos alunos assinalou gostar de utilizar o computador, mostrando-se interessados em usar este recurso nas suas aulas, valorizando o seu uso no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Apesar de a maioria ver neste equipamento um recurso de entretenimento e considerá-lo importante para as aulas de Matemática, nenhum aluno conhecia um *software* educativo para a aprendizagem e prática desta disciplina.

Atendendo ao número ímpar de alunos que constituíam a turma (21), foram trabalhadas 9 fichas de forma individual (Fichas 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 13 e 14), e 5 em pares (Fichas 1, 2, 6, 7 e 15), havendo ainda um grupo de três para estas. Foram constituídos grupos de 3 elementos, no desenvolvimento da Ficha 12. Em quatro pares, os 8 alunos foram

enquadrados nos grupos G1 (A12 e A13), G3 (A11 e A14), G4 (A10 e A20) e G10 (A2 e A9). Dos grupos de três alunos, estes pertenceram ao G1 (A2, A8 e A9), G3 (A12, A13, A21), G5 (A10, A11 e A14) e G6 (A15, A17 e A20), na resolução da Ficha 12. Por opção própria, apenas os alunos A10 e A20 não ficaram no mesmo par na realização dessa Ficha, tendo a Professora-caso respeitado as suas opções.

4. Principais resultados

Antes da Ação de Formação, mais concretamente no QIP e na PE, a Professora-caso confessou ter algumas fragilidades a nível de conhecimentos em Geometria, aspeto que era extensivo a alguns dos seus colegas. Reconheceu algumas limitações na sua formação de base em Matemática e frisou que a Geometria é a área em que se sentia menos à-vontade para lecionar (Diário de Bordo – DB, 22/10/10). Num primeiro momento, inferiu-se algum desajuste ao nível da terminologia mais recente visto que ainda associava a simetria axial à reflexão. Além disso, não enumerou todas as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano e parecia desconhecer o conceito de Simetria utilizado atualmente a nível internacional (QIP, 22/10/2010).

No âmbito da familiarização com o GeoGebra (Ver anexo I), pretendia-se desenvolver destrezas tecnológicas através de tarefas de construções geométricas básicas. Por exemplo, em relação à tarefa 1, verificou-se que a Professora-caso realizou a construção de um triângulo equilátero dado o lado, utilizando as propriedades geométricas e respeitando as condições do enunciado da tarefa, pelo mesmo processo de resolução seguido por três colegas.

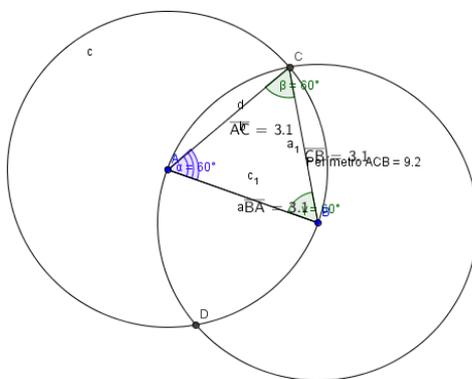


FIGURA 1. Resolução da tarefa 1 pela Professora-caso na Ficha “Construções Geométricas Básicas” Com a ajuda, de âmbito técnico, de um colega para a localização da ferramenta “Inserir texto” e na redação dos procedimentos de construção no GeoGebra, a Professora-caso apresentou os seguintes:

geometria e capacidade para os aplicar à resolução de determinadas tarefas, adquiridos/desenvolvidos antes da formação propriamente dita. No entanto, tais conhecimentos e capacidades não são suficientes para resolver tarefas propostas por vários processos. Também ao nível das Transformações Geométricas Isométricas do plano euclidiano e da comunicação matemática se detetam algumas lacunas e aspetos a melhorar.

No contexto da formação, parte teórico-prática, da Ficha 1 (Translação e composição de translações-ver anexo I), resultou a figura seguinte que ilustra a construção da Professora-caso para a exploração das propriedades da translação.

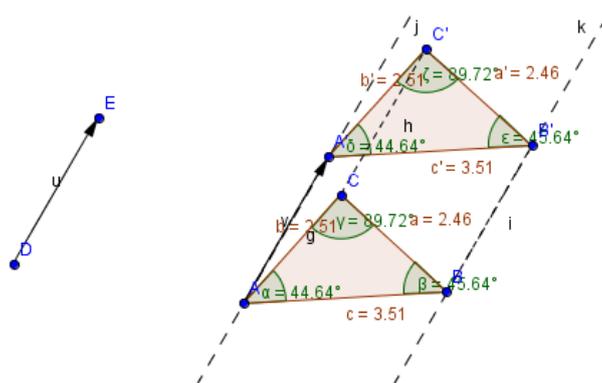


FIGURA 3. Resolução da tarefa 1 pela Professora-caso na Ficha 1 “Translação e composição de translações”

Nesta tarefa, já mais específica das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano, notou-se alguma falta de rigor na linguagem utilizada pela Professora-caso na descrição das propriedades da translação.

Propriedades das translações:

- 1- A translação mantém a medida de comprimento dos lados;
- 2- Os ângulos transformam-se em ângulos congruentes;
- 3- Os segmentos que unem os pontos têm o mesmo comprimento que o vector director;
- 4- A translação conserva o paralelismo;
- 5- Conserva as figuras.

Apesar de não se ter referido aos pontos fixos e à orientação dos ângulos na versão escrita, a Professora-caso fê-lo oralmente, de forma correta, quando foi questionada pela Formadora: “A translação não tem pontos fixos e mantém o sentido dos ângulos” (DB, 01/12/2010).

No momento da apresentação das resoluções, a Formadora promoveu debates e reflexões sobre a linguagem utilizada pelos professores na indicação das propriedades

da translação. No último momento, o de síntese, formalização e consolidação dos conceitos em estudo, a Formadora reforçou novamente este aspeto, destacando a importância do uso da linguagem matemática com rigor e, ao mesmo tempo, sensibilizou os formandos para a sua adoção em sala de aula, na medida em que a comunicação matemática, com terminologia correta, é um dos aspetos recomendados pelo NCTM (2008), visando a qualidade, não só do ensino mas, principalmente, da aprendizagem da Matemática.

Na realização da Ficha 3 (Reflexão e composição de reflexões-ver anexo I), a Professora-caso conseguiu utilizar uma linguagem mais clara e rigorosa quando registou as propriedades da reflexão, embora se tenha notado ainda que, em alguns momentos, a mesma utilizou o termo simetria para se referir à reflexão. Vejam-se as propriedades de reflexão a seguir indicadas (Figura 4):

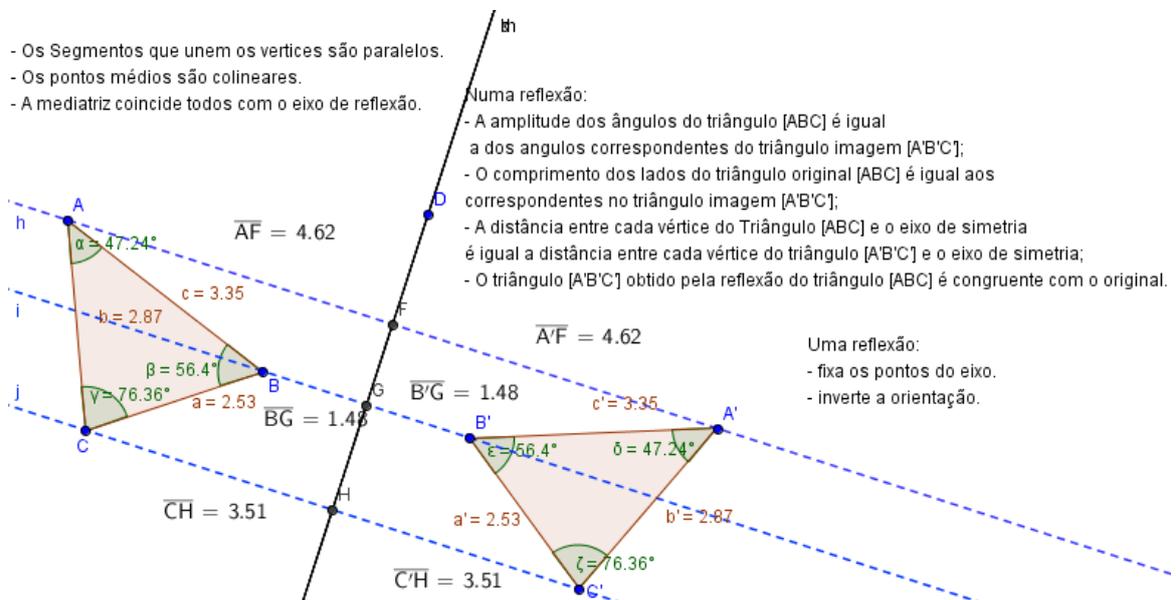


FIGURA 4. Resolução das tarefas pela Professora-caso na Ficha 3 na exploração das propriedades de reflexão

O registo de algumas propriedades indicadas merecia uma linguagem mais clara e rigorosa, resultando em formulações do tipo: “Os segmentos de reta que unem os pontos objetos às suas imagens são paralelos”; “Os pontos médios dos segmentos de reta que unem os pontos objetos e as suas imagens são colineares”; “As mediatrizes dos segmentos de reta que unem os pontos objetos e suas imagens coincidem com o eixo de reflexão”; “A medida da amplitude dos ângulos do triângulo [ABC] é igual à dos ângulos correspondentes do triângulo imagem [A'B'C']”; “A medida de comprimento dos lados do triângulo objeto [ABC] é igual à dos lados correspondentes no triângulo

imagem $[A'B'C']$ ”; “Uma reflexão inverte a orientação dos ângulos”.

Tal como os demais colegas, a Professora-caso não apresentou dificuldades em explorar as propriedades da composição de duas reflexões. No entanto, na exploração das propriedades da composição de três reflexões, nomeadamente, no caso das alíneas c) e d), em que o resultado era uma reflexão deslizante, não as soube identificar, tendo esta dificuldade sido generalizada. Como os colegas, a Professora-caso desconhecia o conceito da reflexão deslizante. Confessou ser a primeira vez que ouvia tal designação, registando-se falta de conhecimento ao nível das Isometrias.

Assim, criando condições para a conclusão da Ficha 3, nessa sessão de formação, antecipou-se a realização da tarefa 1 da Ficha 4 (ver anexo I) que incidia sobre a exploração das propriedades da reflexão deslizante. A tarefa foi realizada no GeoGebra: i) construção de um triângulo $[ABC]$; ii) construção do eixo de reflexão; iii) determinação da imagem $[A'B'C']$ pela reflexão associada ao eixo criado; iv) determinação da imagem $[A''B''C'']$ por uma translação associada a um vetor com direção paralela à do eixo de reflexão). Quando se solicitou que manipulassem o vetor associado à translação, os vértices do triângulo $[ABC]$ e os pontos utilizados para a representação do eixo, verificou-se que, ao contrário de alguns professores, a construção desenvolvida pela Professora-caso resistia à manipulação, uma vez que se assegurou o paralelismo entre o vetor e o eixo de reflexão. Este aspeto foi discutido e os professores perceberam que não tinham realizado uma reflexão deslizante e refizeram a tarefa garantindo, desta vez, o paralelismo entre o vetor associado à translação e o eixo de reflexão.

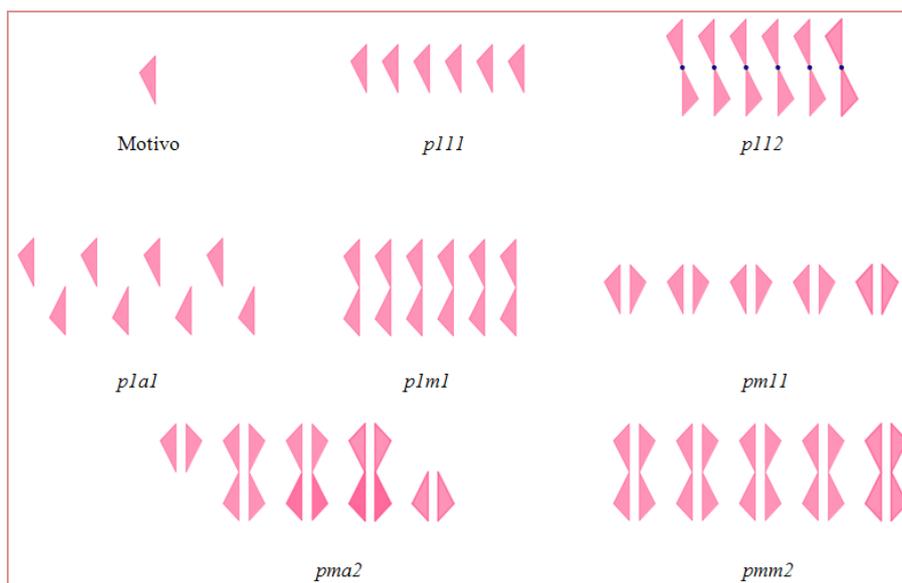
Na continuação da exploração das propriedades da reflexão deslizante, solicitou-se aos formandos a repetição da tarefa mas apenas para os itens iii) e iv), alterando a ordem das questões. Assim como três colegas, a Professora-caso também indicou logo a existência da propriedade comutativa para a reflexão deslizante: “*Eh! Caiu no mesmo lugar! Tanto faz realizarmos a reflexão seguida de uma translação ou uma translação seguida de uma reflexão. A reflexão deslizante goza da propriedade comutativa*” (Transcrição de um Momento de Sessão de Formação Gravada e Filmada - TMSFGF a 12/01/2011).

Solicitados a analisar a orientação dos ângulos no objeto e na imagem, contrariamente a três colegas que não tinham registado a sua observação, a Professora-caso afirmou que

não havia preservação de orientação de ângulos. Questionados sobre a existência de pontos fixos na reflexão deslizante, ao contrário de metade dos colegas, a Professora-caso disse que não havia por causa da translação. A observação feita pela Professora-caso gerou momentos de muita discussão nessa sessão de formação. Após o consenso no seio do grupo dos formandos, a Formadora aproveitou as potencialidades das ferramentas do GeoGebra para formalizar o conceito e as propriedades da reflexão deslizante.

Na terceira e última parte da formação, parte prática, as fichas de trabalho incluíram tarefas de natureza diversa, designadamente exercícios, problemas e explorações.

Na Ficha 3, atividades de exploração (Padrões geométricos: frisos e rosáceas, Mauritz Cornelis Escher, Técnica de Escher, Pavimentações), os professores trabalharam aos pares, de forma autónoma, ficando cada um de apresentar um trabalho sobre um destes temas. O par da Professora-caso conseguiu apresentar a classificação dos frisos monocromáticos, com recurso ao *software* GeoGebra, partindo do motivo representado pelo triângulo. Dos sete tipos de frisos existentes, o par da Professora-caso apenas errou a construção do tipo de friso *pma2*, conforme se ilustra a seguir:



No contexto da supervisão (ver as fichas de trabalho aplicados aos alunos no anexo II), a experiência em sala de aula ocorreu na última parte da formação. Na primeira aula da experiência (Ficha 1 – Explorando o GeoGebra 1), a Professora-caso começou a pôr em prática os aspetos trabalhados em contexto de formação, esforçando-se por melhorar a linguagem matemática utilizada pelos alunos, conforme relata o episódio a seguir:

Professora-caso: A12, o que são pontos não colineares?

A12: Não sei.

Professora-caso: A10, o que são pontos não colineares?

A10: São pontos que não estão na mesma linha.

Professora-caso: Muito bem! São pontos que não conseguem ser unidos por uma só reta (Excerto de um diálogo da sessão em sala de aula, gravada e filmada - EDSSAGF a 09/02/2011).

Na Ficha 2, após a discussão sobre a comparação dos vetores, a Professora-caso aproveitou o momento para introduzir o conceito de vetor, pondo em prática os conhecimentos geométricos trabalhados na Ação de Formação. Pela manipulação dos vértices do triângulo objeto, levou os alunos a concluir que, apesar de as medidas terem sofrido alterações, as propriedades dos triângulos objeto e imagem mantiveram-se. A Professora-caso trabalhou, nesta aula, os conceitos de vetores nulos, simétricos, colineares, equipolentes, tendo-se mostrado segura na sua abordagem com os alunos (DB, 21/02/2011).

Na correção da Ficha 3, no item 2.4, a Professora-caso levou os alunos a indicarem todas as possibilidades de resposta dos vetores associados à translação que transformava o pássaro 3 no pássaro 2, com domínio dos conceitos geométricos envolvidos.

Na Ficha 5, perante as dúvidas dos alunos em definir um quadrilátero, a Professora-caso aproveitou para trabalhar os quadriláteros com designação especial (quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, trapézio) com recurso ao GeoGebra, colocando em prática os conhecimentos construídos na Ação de Formação aquando da realização de tarefas de construções geométricas básicas onde foram discutidas características e propriedades destas figuras.

No final da reflexão sobre a aula de aplicação da Ficha 8, em que os alunos enfrentaram muitas dificuldades na identificação das propriedades da Isometria reflexão, a professora decidiu que, na aula seguinte, faria uma revisão das propriedades de todas as Isometrias abordadas até àquele momento antes da aplicação da Ficha 9, o que se pode comprovar no excerto a seguir:

Professora-caso: Qual foi a primeira Isometria que nós estudamos?

Turma: Translação

Professora-caso: Mas para fazermos a translação nós temos que associar a translação a um...?

Turma: A um vetor.

Professora-caso: A17, o que é um vetor?

A17: [ficou em silêncio]

Professora-caso: Quem quer ajudar o A17?

A11: É um segmento definido por dois pontos que têm um sentido, uma direção e um comprimento. [...]

Professora-caso: Então olhem para o quadro! Nós temos aí um vetor que podemos chamar vetor \vec{u} ou vetor \overline{AB} . Porque é que podemos dizer que u representa um vetor?

Turma: Porque tem um sentido, uma direção e um comprimento. [...]

Professora-caso: Qual é a direção deste vetor?

A9 e A11: Horizontal; Alguns alunos: da esquerda para direita

Professora-caso: Quais as direções que um objeto matemático pode

assumir... neste caso um vetor?

A15: Horizontal, vertical e diagonal.

Professora-caso: As direções que nós temos são horizontal, vertical e oblíqua. Da esquerda para direita, da direita para esquerda, de cima para baixo e de baixo para cima, o que indica no vetor, A20?

A20: Professora, indica o sentido do vetor.

Professora-caso: Então podemos dizer que um vetor é um objeto matemático definido por um comprimento, uma direção e um sentido.

Professora-caso: Agora vamos ver o que acontece se associarmos a translação deste segmento ao vetor \vec{u} . A15, Diz lá como é que vamos realizar a translação deste segmento associada ao vetor \vec{u} .

A15: Primeiro vamos selecionar a ferramenta translação por um vetor, depois vamos selecionar o segmento e por fim clicamos no vetor.

Professora-caso: Então vou seguir os procedimentos indicados por A15... Já está! Todos viram?

Turma: Sim

Professora-caso: A2, qual é a imagem do segmento [CD] na translação associada ao vetor \vec{u} ?

A2: [C'D'].

Professora-caso: Isso mesmo! O segmento de reta [C'D'] é a imagem do segmento [CD]. O que nós podemos dizer relativamente aos dois segmentos, A14?

A14: Têm o mesmo comprimento.

Professora-caso: Concordam?

Turma: Sim

Professora-caso: Que mais podemos comparar, A11?

A11: Direção

Professora-caso: Então qual a direção dos segmentos de reta [CD] e [C'D'], A9?

A9: São paralelos.

Professora-caso: Sim, são paralelos. Quando dois segmentos são paralelos, dizemos que eles têm a mesma direção. Mas podem ter direção vertical, horizontal ou oblíqua. Então nesta situação, qual é a direção destes segmentos?

A10: Professora, a direção dos segmentos é vertical.

Professora-caso: Isso mesmo! [...] (EDSSAGF a 09/03/2011).

Este excerto regista momentos de revisão para introdução de novos conteúdos, ficando assim evidenciada a capacidade da Professora-caso em mobilizar os conhecimentos geométricos, para melhorar a aprendizagem dos seus alunos. Conforme o episódio transcrito, registou-se conexões entre vários conteúdos geométricos, favorecendo uma aprendizagem mais significativa.

A correção da Ficha 15 (permitiu observar a ampliação dos conhecimentos geométricos da Professora-caso. No momento de formalização dos conteúdos da última Ficha, registou-se a seguinte ocorrência:

Professora-caso: Vamos ver! Quando eu pavimentar este plano com hexágonos regulares, quantos lados se interseam nos seus vértices?

Turma: 3 lados.

Professora-caso: Quantos ângulos tem cada vértice?

A20: Cada vértice tem 3 ângulos.

Professora-caso: Quem consegue indicar quantos graus têm os ângulos

formados por cada um dos seus vértices?

A10: [Determinou os ângulos no GeoGebra e respondeu logo.]: Cada ângulo mede 120° .

Professora-caso: Boa! Agora calcula a soma dos três ângulos.

A10: A soma é 360° .

Professora-caso: Isso mesmo! Vem mostrar a tua resolução para os teus colegas.

A10: [Apresenta o trabalho aos colegas através da barra de navegação para passos de construção.]

Professora-caso: Estás de parabéns! Então, para pavimentarmos com polígonos regulares a soma dos ângulos internos de cada vértice tem que ter 360° . Era este cálculo que queria que vocês chegassem em 1.2 (EDSSAGF a 17/03/2011).

O rigor na linguagem oral requer ainda algum tempo de apropriação. Também as melhorias na prática exigem um tempo e hábito para a sua efetivação. No entanto, a evolução da Professora-caso, de sessão para sessão, foi uma realidade. Realmente, das aprendizagens evidenciadas pela Professora-caso, pode concluir-se que a formação e a experiência acompanhada em sala de aula permitiram o desenvolvimento, bem patente, quer dos conhecimentos, quer das capacidades, relacionados com as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano.

Depois da formação Relativamente ao desenvolvimento de conhecimentos e capacidades geométricas, a Professora-caso reconheceu que evoluiu:

“A estratégia utilizada na formação, o uso de diversos tipos de tarefas propostas, a preocupação da Formadora em nos alertar para o uso de rigor na linguagem matemática, a formulação e verificação das conjecturas são aspetos importantes que contribuíram para reforçar os meus conhecimentos... claro, além das reflexões sobre as aulas. [...] A Ação de Formação permitiu-me evoluir e estar mais atenta ao uso da linguagem matemática com rigor. [...]. Estou muito satisfeita com o que aprendi por ter participado dessa Ação de Formação. Sei que ainda posso aprender mais [...]” (TMSFGF a 21/03/2011);

“Quando tinha estudado Geometria, há já alguns anos, custou-me entender algumas propriedades e teoremas sobre Isometrias. Mas esta formação complementou essas noções e consegui ver e compreender as propriedades das Isometrias e suas aplicações” (QFP, 22/03/11).

Num encontro presencial sobre o balanço da formação com os formandos, a Professora-caso referiu estar à-vontade para trabalhar com os conteúdos abordados na formação:

“Agora, sim. Neste momento, posso afirmar que melhorei significativamente os meus conhecimentos geométricos sobre as Isometrias. [...] A formação melhorou significativamente os meus conhecimentos. Mas a experiência permitiu-me alargar ainda mais os meus conhecimentos. Tive que investir mais. Sinto-me mais à-vontade para trabalhar as Isometrias, os frisos, as rosáceas e as pavimentações nos próximos anos letivos” (Excerto de um momento de reunião gravado – EMRG a 22/03/11).

A Ação de Formação possibilitou o desenvolvimento de conhecimentos relacionados com as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano da Professora-caso. Este aspeto foi reconhecido pela Professora-caso quando na SE a mesma ressaltou que,

“[...] para além de também conhecer um novo recurso de apoio às aulas, pude ainda aprofundar os conhecimentos geométricos, o que me permitiu sentir mais segura na abordagem dos conteúdos de Isometrias. Com toda a humildade, posso afirmar que [...] sinto-me ter ficado com mais confiança, com mais competência para trabalhar os conteúdos de Geometria” (SE, 23/03/2011).

Pelas evidências apresentadas, ressalta-se que, no final deste processo, o trabalho realizado, quer na formação, quer na experimentação acompanhada/supervisionada em sala de aula, permitiu o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades relacionados com as Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano.

O parâmetro ‘o uso de softwares para a Geometria contribuiu para uma visão positiva da Matemática’, em relação ao qual a Professora-caso tinha assinalado”, no questionário inicial, “concordar parcialmente”, mereceu acordo absoluto no questionário final. Assim, uma das pretensões da Ação de Formação - a valorização da Geometria na Matemática e noutras áreas – parece ter sido atingida, o que levou a Professora-caso a ir mais longe na sua prática, incentivando os alunos a expor as suas ideias e a desenvolver capacidades transversais, bem como a estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos.

A avaliação global da experiência contou em larga medida com o levantamento da opinião dos alunos sobre a mesma no questionário final. A esmagadora maioria dos inquiridos foi de opinião de que a melhor forma de aprender Matemática é “Resolvendo exercícios com a ajuda do computador” (95,2%). Desse dado, foi possível extrair evidências de que a aprendizagem da disciplina com o GeoGebra constituiu uma oportunidade de enriquecer a capacidade dos alunos fazerem inferências dos conteúdos geométricos tratados nas aulas para o quotidiano. Por exemplo, o aluno A11 foi expressivo ao afirmar: “*Professora, tem Geometria na bandeira do MPD². Tem lá uma rosácea. A14, vamos fazer uma rosácea com a bandeira de Cabo Verde*” (EDSSAGF, 23/03/2011).

No acompanhamento dos grupos, durante o trabalho prático, registou-se um exemplo que dá conta da apropriação dos conteúdos geométricos explorados à experiência real

dos alunos, quando A10 constatou: “*Já sei como é que foram feitas as faixas de azulejo que estão na casa de banho da minha casa. Usaram reflexão e translação. Professora, é Geometria que está lá! Professora mas é mais prático e muito mais fácil construir os frisos no GeoGebra* (EDSSAGF, 23/03/2011).

O exemplo considerado prova até que ponto um conteúdo explorado com suporte numa ferramenta informática, do tipo em causa, para além dos conhecimentos científicos expostos e aprendidos, remete para a capacidade do aluno identificar as Isometrias específicas com compreensão e rigor, para além de mostrar o amadurecimento (autoreflexão) na aprendizagem desses conteúdos ao concluir sobre a eficácia e facilidade com que se pode trabalhar os frisos suportados por tal recurso.

Sobre a resolução de exercícios com a ajuda do computador”, o A9 afirmou: “*Professora é mais fácil fazer a rotação no GeoGebra. No papel é muito cansativo e não fica bonito como no computador*” (EDSSAGF, 23/03/2011), e para A11:

“É mais fácil trabalhar os frisos e as rosáceas no GeoGebra. No papel perdemos muito tempo e não conseguimos inventar tantas coisas como fazemos no GeoGebra. Podemos construir e arrastar os vértices e deixar a figura como queremos. No papel temos que apagar a construção e fazer outra vez. Fica borrado” (EDSSAGF, 23/03/2011).

Por outro lado, as respostas obtidas evidenciaram a necessidade premente de se apostar nas inovações pedagógicas com recurso ao computador e às ferramentas tecnológicas. Pois, nenhum aluno assinalou gostar de aprender Matemática estudando no livro, observação que não diz respeito apenas aos alunos do ES. Mesmo os alunos do Ensino Superior, com os quais a investigadora tem trabalhado, apresentam uma resistência em estudar pelos livros. No GeoGebra a interação que se estabelece entre os utilizadores e as ferramentas disponíveis propicia uma maior gosto por explorar e aprender o que nos livros, não é frequente.

Efetivamente, 81% dos inquiridos afirmaram que a abordagem dos conteúdos geométricos com a utilização do computador exerceu influência na sua aprendizagem. As justificativas das suas opções, com destaque para o aumento do conhecimento e promoção da aprendizagem.

No âmbito da SE aplicada à Professora-caso, procurou-se ver o impacto da sua prática letiva relativamente às competências desenvolvidas pelos seus alunos. Na sua opinião, o impacto do *software* GeoGebra na aprendizagem dos alunos foi muito significativo. A

² *Movimento Para Democracia* – É um partido político cabo-verdiano.

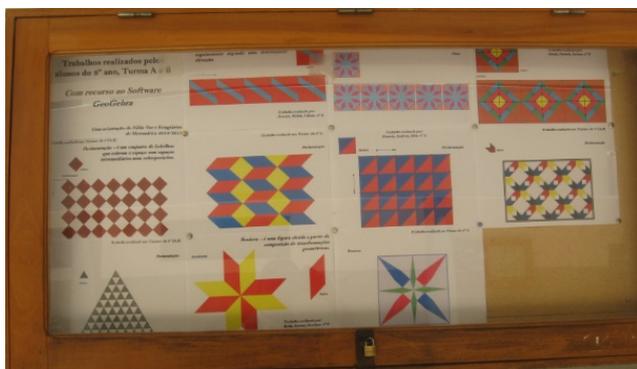
Professora-caso realçou ter gostado muito de utilizar o GeoGebra “[...] *na medida em que os alunos conseguiram compreender os conteúdos de Geometria de uma forma mais significativa, ao contrário do acontecido nas aulas habituais, em que os alunos normalmente memorizam os conceitos*” (SE, 23/03/2011).

Também opinou que, no decorrer da experiência, os alunos aprofundaram os seus conhecimentos geométricos e “*em alguns momentos, [...] utilizaram estes conhecimentos para novas construções*” (SE, 23/03/2011).

Em relação ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas dos alunos, foi de opinião que isto aconteceu principalmente através das tarefas de aplicação dos conceitos estudados e que os alunos encararam a resolução dos problemas de uma forma diferente.

Comparativamente às expectativas da Professora-caso no que tange aos resultados obtidos pelos alunos na utilização do GeoGebra, a própria disse estar satisfeita - “*O que esperava conseguir concretizou-se num nível satisfatório. Houve melhorias durante todo o processo: na realização das tarefas, na participação ativa dos alunos nas aulas, no desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, geométricos e nas comunicações*” (SE, 23/03/2011).

A exposição dos trabalhos dos alunos com os frisos, as rosáceas e as pavimentações feita no final desta experiência é uma mostra desta constatação, pelo que apresentamos uma pequena mostra visual a seguir:





Os resultados do QFA mostraram que os mesmos se revelaram interessados em desenvolver relações entre os conteúdos e o quotidiano, manifestado a sua atitude face ao conhecimento de modo positivo. Por exemplo os frisos e as rosáceas passaram a fazer parte do seu vocabulário e alguns relatos espontâneos, tendo sido bem aceite a proposta de planificação de uma atividade final em grupo para apresentação pública na escola, com impacto direto no entusiasmo dos alunos, individualmente ou em grupos.

O trabalho colaborativo contribuiu para reforçar o interesse dos alunos em participar das atividades, sendo a modalidade que mais lhes agradou no decorrer da experiência, a modalidade em pares. A maioria dos inquiridos prefere trabalhar com colegas, com justificações que denotam uma atitude de valorização deste aspeto: *“Porque trabalhar com um colega e em grupo é mais divertido, onde juntamos as nossas ideias e formamos num só”*; *“Porque com um colega facilita a aprendizagem. Podemos discutir o trabalho e conhecer mais coisas sobre o trabalho”* (QFA, 23/03/2011).

Com efeito, os alunos mostraram um amadurecimento visível na opção pelo trabalho em grupo, sendo notório o interesse e a motivação e até mais disciplina em relação à geometria, pois passaram a encarar de modo favorável a maioria das situações e desafios.

Ao justificar, com espírito de abertura e humildade nas respostas, destacou-se o efeito

da ajuda do colega na aprendizagem de alunos com mais dificuldade: *“Porque eu consegui trabalhar mais, e o meu colega se eu tivesse dúvida sempre ele conseguia me tirar, eu aprendia mais”* e ainda *“Porque com um colega nós aprendemos mais do que aprendemos sozinhos. Também, se um colega não sabe mexer no computador e que o outro sabe um pouco mais ele pode ajudar o outro que não sabe”* (QFA, 23/03/2011).

Os alunos mostraram mais interesse e motivação nas aulas, verificando-se a importância destes fatores para a aprendizagem, como ilustram as palavras da professora-caso na SE. Questionada sobre a motivação e o incentivo dos alunos para a aprendizagem da Geometria através da utilização do GeoGebra para a resolução das tarefas, a Professora-caso constatou que:

“[...] em 27 anos de serviço, é a primeira vez que vi os alunos tão entusiasmados e interessados por uma aula de Matemática” e enfatizou “[...] a participação ativa de alguns alunos com fraco nível de aprendizagem, com pouco interesse nas aulas e que, habitualmente, tinham um comportamento passivo” (SE, 23/03/2011).

Considerações finais

Todo o processo contribuiu para o desenvolvimento profissional da Professora-caso traduzido na mudança de concepções e práticas a nível das competências geométricas, tecnológicas, curriculares e didáticas. Ao lado das competências profissionais, destacam-se a capacidade autocrítica e reflexiva tanto a nível da mudança da concepção do que é o saber como na busca de esclarecimento e aprofundamento do conhecimento didático e matemático de temas como Simetrias e Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano. Destaca-se igualmente, a mudança de atitudes na partilha de perspetivas curriculares (indo para além do âmbito do programa de revisão curricular no qual ela se encontra vinculada), bem como na formulação de propostas inovadoras contemplando as componentes da formação adquirida.

A opinião dos alunos aponta-se como mais positiva ao uso de *softwares* educativos na aprendizagem da Matemática, tendo a motivação, o interesse e a eficácia na aprendizagem grangeado mais preferências, pois foram os próprios alunos a justificar: *“Porque [...] fica mais interessante a aula com o uso de softwares.”*; *“Porque desenvolve a nossa capacidade e interesse nas aulas de Matemática.”*; *“Porque os alunos compreendem as matérias com mais clareza”*.

Com efeito, a experiência realizada teve um impacto muito positivo na perceção dos alunos que nela participaram, tanto em relação aos conteúdos explorados como no que

respeita aos métodos e estratégias de aprendizagem e, ainda, às condições de trabalho oferecidas. O balanço feito pelos alunos dá conta de uma avaliação positiva e mais valorização da Matemática nos seus percursos, contribuindo para que o processo de ensino fosse considerado fácil, prático e se traduzisse num fator de motivação deles “[...] *no início foi um pouco difícil, mas com o tempo foi ficando muito mais fácil* [...]” (A10); “[...] *incentiva os alunos a assistir às aulas... o aluno sente mais motivado em aprender as matérias novas [...] é mais incentivador [...]*” (A11).

Por outro lado, cruzando o balanço dos alunos feito nos registos transcritos com o nosso próprio envolvimento, tal experiência reforçou a necessidade e a importância da institucionalização desta inovação pedagógica no ensino da matemática expressamente manifestado pela vontade dos alunos em continuar a aprender matemática no computador “[...] *é pena não poder mais trabalhar matemática no computador, gostaria muito de repetir a experiência*” (A10); “[...] *eu iria amar se essa experiência não acabasse porque é maravilhoso assistir aulas com software [...]*” (A11).

Considera-se que o reflexo da experiência na atitude dos alunos, sendo positivo, demonstrou uma atitude afirmativa em face a esta área do saber, gerando quebra de paradigma em relação à matemática “[A experiência] *nos mostrou que a matemática é uma disciplina muito especial ... [gostaria] que essas aulas se repet[iss]em mais vezes para nos orientar e nos convidar a entrar no mundo da matemática [...] Esta experiência foi uma boa iniciativa para os alunos com dificuldade na matemática (A14)*”

Assim, recuperando Ponte (2002), esta experiência apela para a oportunidade de se identificarem novos objetivos, particularmente em relação às capacidades, atitudes e valores, com realce para a resolução de problemas, para o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação (em) matemática e do entendimento do papel da matemática na atualidade.

Ficou reforçada a ideia de que o ensino da matemática através de ferramentas informáticas pode desencadear uma “revolução” na atitude desta nova geração quanto a esta disciplina, bem como, nos resultados a partir de sua implementação. Tal impacto vem sendo observado nos vários estudos realizados por estudiosos/especialistas (ver, por exemplo, Cabrita, 1998; Almeida, 2001; King & Schattschneider, 2003; Ribeiro, 2005; Silva, 2005; Candeias, 2008; Rocha, Segurado & Capela, 2010; Domingos & Vieira, 2012) em abono do facto de que a utilização das tecnologias informáticas no contexto educativo pode fazer a diferença ao nível do processo de ensino e de aprendizagem, promovendo a sua qualidade.

Pelo perfil desta nova geração, cujo apetência para a tecnologia é absolutamente apurado e natural, faz-se necessário que as instituições de ensino sejam dotadas de professores mais bem preparados, experientes e aptos a acompanharem os alunos de modo a lhes proporcionarem experiências que valorizam a matemática e que os envolvem de forma ativa na sua aprendizagem.

Corroborando alguns estudos de investigação (Silva, 2005; Domingos & Vieira, 2012;), o GeoGebra revelou ser um ambiente estimulante para a aprendizagem significativa dos conteúdos geométricos, levando os alunos, de uma forma dinâmica, a construir, visualizar, manipular e estabelecer as relações entre as propriedades dos objetos geométricos (Rocha, Segurado & Capela, 2010; Domingos & Vieira, 2012; Coelho, 2013; Gaspar, 2013).

Em jeito de conclusão, considera-se que a avaliação positiva atesta a receptividade e total disponibilidade dos inquiridos para aderirem a iniciativas que visem inovações pedagógicas com recurso às tecnologias informáticas.

Referências

ALMEIDA, M. (2001). *Informática e formação de professores*. Brasília: Ministério da Educação – Proinfo. Disponível em: <http://www.intaead.com.br/ebooks1/livros/pedagogia/27.Inform%20e%20a%20Forma%20de%20Professores.pdf> (acedido 19 de Março de 2013)

BREDA, A., SERRAZINA, L., MENEZES, L., SOUSA, L., & OLIVEIRA, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

CABRITA, I. (1998). *Resolução de problemas: aquisição do modelo de proporcionalidade directa apoiada num documento hipermédia*. Tese de Doutoramento. Universidade de Aveiro, Aveiro.

CABRITA, I. (2008). m@c1 e m@c2 – Programa de Formação Contínua em Matemática com Professores do Ensino Básico. Em J. M. PARASKEVA e L. L. OLIVEIRA (org.), *Currículo e Tecnologia Educativa*. 2(8), 231-264. Mangualde: Edições Pedago, Lda. ISBN: 978-972-8980-75-7.

CANDEIAS, N. (2008). Geometria no ensino da Matemática. In Ana Paula Canavarró (org), *20 Anos de temas na EeM*, 14-25. APM. Lisboa.

CANHA, M. (2013). *Colaboração em Didática – Utopia, Desencanto e Possibilidade*. (Tese de doutoramento). Departamento de Educação. Aveiro: Universidade de Aveiro.

COELHO, A. (2013). *GeoGebra e iTALC numa abordagem criativa das isometrias*. (Dissertação de mestrado). Aveiro: Universidade de Aveiro.

DOMINGOS, A., & VIEIRA, M. J. (2012). A utilização do Geometer's Sketchpad na aula de Matemática: O papel desempenhado pelas tarefas. *Educação e Matemática*, 118,

31-34.

ERICKSON, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161).

GASPAR, J. (2013). Abordagem criativa das isometrias para a criatividade em Matemática. (Dissertação de mestrado). Aveiro: Universidade de Aveiro.

HOHENWARTER, M., & PREINER, J. (2007). *Dynamic Mathematics With GeoGebra*. Disponível em: <http://www.maa.org/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html> (acedido 17 de Abril de 2012).

KING, J., & SCHATTSCHNEIDER, D. (2003). *Geometria dinâmica*. Selecção de textos do livro *Geometry Turned On!* Lisboa: APM. ISBN: 972-8768-06-0.

LOUREIRO, C. (2009). Geometria no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. Contributos para uma gestão curricular reflexiva, *Educação e Matemática*, 105, 61-66. Lisboa: APM.

MARIOTTI, M. A. (1999). *Geometry: dynamic intuition and theory*. Departamento di Matematica Università di Pisa. Itália. Disponível em: <http://www.math.uoa.gr/me/conf2/papers/mariotti.pdf> (acedido 7 de Junho de 2012).

MERRIAM, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NCTM (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2.ª Edição)*. Lisboa: APM. (Texto original publicado em inglês em 2000). ISBN: 978-972-8768-24-9.

OLIVEIRA, L. & SILVA, S. (2012). O programa GESTAR II de Matemática no município de Ipatinga: Uma possibilidade de abertura de um espaço intersticial de formação continuada. In D. MOTTA DE OLIVEIRA (Ed.), *Formação continuada de professores: contribuições para o debate* (pp. 131-144).

PONTE J. P., SERRAZINA, L. GUIMARÃES, H., BRENDA, A., GUIMARÃES, F., SOUSA, H., MENEZES, L., MARTINS, M. E. G., & OLIVEIRA, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

PONTE, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM

PONTE, J. P. (2006). *Estudos de caso em Educação Matemática*. *Bolema*, 25, 105-132.

PONTE, J. P., & SERRAZINA, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

RIBEIRO, A. (2005). *O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura Matemática*. (Tese de Doutoramento). Universidade de Aveiro, Aveiro.

ROCHA, G., SEGURADO, I., & CAPELA, M. (2010). O perímetro com recurso ao GeoGebra. In Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.). *O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico* (pp. 121-138). Lisboa: APM.

SERRAZINA, M.L., CANAVARRO, A.P., GOUVEIA, M. J., GUERREIRO, A., ROCHA, I. & PORTELA, J. (2005/06 a 2007/08). *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Básico*. DGIDC.

- SILVA, R. (2005). *Análise e avaliação do Cabrie-Géomètre – um estudo no 9º ano de escolaridade no âmbito da Geometria*. (Dissertação de mestrado). Universidade de Aveiro, Aveiro.
- SILVEIRA, A. (2015). *O GeoGebra na formação e aprendizagem de transformações geométricas isométricas no plano euclidiano*. (Tese de doutoramento). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- SILVEIRA, A. & CABRITA, I. (2012a). *GeoGebra: uma alternativa para o ensino e aprendizagem da Geometria*. I WorkShop Internacional sobre o ensino da Língua Portuguesa, Matemática e Disciplinas Afins. Praia: Universidade de Cabo Verde.
- SILVEIRA, A. & CABRITA, I. (2012b). *Oficina de formação para Professores dos Ensinos Básico e Secundário: Geometria e potencialidades do GeoGebra*. I WorkShop Internacional sobre o ensino da Língua Portuguesa, Matemática e Disciplinas Afins. Praia: Universidade de Cabo Verde.
- SILVEIRA, A. & CABRITA, I. (2013). O GeoGebra como ferramenta de apoio à aprendizagem significativa das Transformações Geométricas Isométricas no plano euclidiano. *Indagatio Didactica*, 5(1), 149-170.
- STAKE, R. E. (2009). *A Arte da Investigação com Estudos de Caso* (2ª Edição). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2009. ISBN 978-972-31-1187-3.
- VELOSO, E., & CANDEIAS, N. (2003). Prefácio. In J. King & D. Schattschneider (Eds.). *Geometria dinâmica. Seleção de textos do livro Geometry Turned On!* Lisboa: APM. ISBN: 972-8768-06-0.
- YIN, R. K (2005). *Estudo de caso. Planeamento e Métodos* (3ª Edição). São Paulo: BOOKMAN. ISBN: 0-7619-2553-8.