



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i2p003-019>

## Aplicación de GeoGebra en la enseñanza de la cinemática de un mecanismo de cuatro barras

**Aplicação do GeoGebra no ensino da cinemática de um mecanismo de quatro barras**

**Application of GeoGebra in the teaching of kinematics of a four-bar mechanism**

JORGE LUIS CALDERÓN SALCEDO<sup>1</sup>

### RESUMEN

*En la presente comunicación se resume el proceso de desarrollo de una herramienta de apoyo didáctico basada en el programa GeoGebra, dirigida al aprendizaje de la asignatura Teoría de Máquinas y Mecanismos, de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Los Andes (Mérida, Venezuela), de manera específica en el tema correspondiente al análisis cinemático de mecanismos de cuatro barras. Dicho proceso se enmarca en la metodología de desarrollo ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación), y fue implementado a manera de prueba en el período A-2018. La herramienta desarrollada propicia un abordaje práctico y sencillo de los procesos de síntesis y análisis, en una interfaz gráfica dinámica y dotada de un alto grado de versatilidad, lo que permite la experimentación a partir de la manipulación de variables y parámetros de entrada, y con la correspondiente presentación de las magnitudes resultantes.*

**Palabras clave:** *Cinemática de Mecanismos, Geometría Dinámica, GeoGebra.*

### RESUMO

*Este artigo resume o processo de desenvolvimento de uma ferramenta de apoio didático baseada no programa GeoGebra, voltada ao aprendizado do tema Teoria das Máquinas e Mecanismos, da carreira de Engenharia Mecânica na Universidade de Los Andes (Mérida, Venezuela), especificamente no tema correspondente à análise cinemática de mecanismos de quatro barras. Este processo está enquadrado na metodologia de desenvolvimento ADDIE, e foi implementado como um teste no período A-2018. A ferramenta desenvolvida facilita uma abordagem prática e simples aos processos de síntese e análise, em uma interface gráfica dinâmica e dotada de um alto grau de versatilidade, o que permite a experimentação a partir da manipulação de variáveis e com a apresentação correspondente das quantidades resultantes.*

**Palavras-chave:** *Cinemática de Mecanismos, Geometria Dinâmica, GeoGebra.*

### Introducción

En la época anterior al desarrollo de la computación digital, cuando los equipos de procesamiento de datos no eran accesibles al común de los profesores y

---

<sup>1</sup> Universidad de Los Andes – jorgelcs@ula.ve

estudiantes de Teoría de Máquinas y Mecanismos, el estudio de los mecanismos planos se realizaba principalmente aplicando lo que se conoce como Métodos Gráficos. Estas venerables técnicas - fundamentadas en la generación de lugares geométricos y en la operación con vectores en el plano - presentan el inconveniente de que se ejecutan para una posición en particular del mecanismo objeto de estudio; es decir, se requiere de un estudio completo del mecanismo en un número razonable de posiciones para poder modelar el comportamiento de sus elementos (eslabones, pares cinemáticos) en un ciclo completo de funcionamiento. Con el aumento de la capacidad de cómputo y la universalización de la computadora, el Método Gráfico se ha visto relegado por Métodos Analíticos, especialmente aquél que se fundamenta en la creación de un lazo vectorial en torno al mecanismo (Norton, R., 2009). En este método, los eslabones se representan como vectores de posición en una ecuación del tipo:

$$R_1 \pm R_2 \pm \dots R_n = 0 \quad (1)$$

Cuyas componentes involucran longitudes de eslabones y sus ángulos de inclinación con respecto a la horizontal. Mediante derivaciones sucesivas se obtienen las expresiones correspondientes a la velocidad y la aceleración. Es evidente que el modelado matemático de los mecanismos mediante esta técnica ofrece la ventaja de no tener que representar las diferentes posiciones del mismo (Blanco, J., Torres, J. y Giménez, A. 2015). No obstante, en el contexto del aula de clases, implica la manipulación de expresiones de un relativamente alto nivel de dificultad y un cierto abandono de los aspectos gráficos y de visualización e imaginación, tan importantes para la formación de ingenieros mecánicos.

Los programas de Geometría Dinámica se presentan como una potente herramienta que permite aunar las ventajas de cada uno de los métodos mencionados. En el caso particular de GeoGebra, la Geometría Dinámica – entendida como el abordaje de construcciones geométricas en las cuales los elementos se encuentran vinculados entre sí en función de la manera en la que se generan – se acompaña por un procesador matemático, de tal suerte que el Álgebra y la Geometría se vinculan de manera estrecha y unívoca, lo cual justifica plenamente el nombre de la aplicación. Se pretende, entonces, ejecutar el análisis cinemático de un mecanismo plano de cuatro barras empleando GeoGebra, generando un recurso didáctico de utilidad tanto para el docente como para los estudiantes, acompañado de una serie de guías didácticas en la forma de actividades y preguntas dirigidas a la experimentación y subsecuente comprensión de los aspectos teórico-prácticos involucrados, para así establecer su valor como recurso de apoyo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la asignatura Teoría de Máquinas y Mecanismos. Aunado a ello, la metodología aplicada contempla la evaluación contextualizada del producto educativo generado, al menos en su versión de prueba.

## 1 Características de GeoGebra

El programa GeoGebra surge como parte de la tesis doctoral de Markus Hohenwarter, cuyo principal objetivo era el de crear una calculadora de uso libre para trabajar el Álgebra y la Geometría. El proyecto comenzó en 2001, en el marco de un curso de Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria). Desde 2006 a 2008 GeoGebra continuó su desarrollo en la Universidad Atlántica y en la Universidad Estatal de Florida (USA) con mentalidad colaborativa, de tal manera que diferentes personas ofrecen – por medio de ayudas, recursos, foros y wikis – ideas que mantienen al proyecto en una continua evolución. En la actualidad, el trabajo se desarrolla desde el Instituto GeoGebra Internacional en Linz (Austria), una organización sin fines de lucro, en la cual profesores e investigadores del mundo entero trabajan juntos para crear nuevas mejoras y prestaciones, desarrollando materiales didácticos gratuitos, ofreciendo entrenamiento y apoyo técnico en línea a los nuevos formadores, organizando congresos y, en suma, promoviendo el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas – y otras disciplinas que se sirven de ella - con el apoyo de esta importante herramienta computacional. Por otra parte, el Instituto GeoGebra Internacional ofrece una certificación a los usuarios, investigadores, expertos y formadores de acuerdo con ciertas pautas, dando así origen a una vasta red de Institutos GeoGebra en el ámbito global.

El entorno de trabajo de GeoGebra incluye una Vista Algebraica, en la cual las entidades geométricas aparecen bien como expresiones algebraicas (coordenadas, ecuaciones) o bien descritas de acuerdo a su definición, dependiendo de la opción requerida por el usuario. Por otra parte, incluye una Vista Gráfica (se puede aumentar a dos) en la forma de un plano de dibujo (XY) con los ejes de coordenadas, en la cual se visualizan las entidades geométricas. Estas entidades se crean de dos maneras: a partir de su definición algebraica introduciendo la expresión correspondiente por medio del teclado; mediante el uso de herramientas de dibujo disponibles en una serie de menús desplegables. Las magnitudes variables se generan mediante la creación de un “Deslizador”, es decir, un número que puede ser modificado a voluntad por el usuario y que puede ser de tipo entero, real o angular. Asimismo, el programa permite introducir valores para estas magnitudes por medio de la creación de una “Casilla de Entrada” asociada al deslizador.

Por otro lado, las construcciones geométricas, como ya se ha dicho, funcionan de manera dinámica, por lo que es posible animar una determinada variable para que tome valores en un rango determinado. De esta manera se facilita el movimiento de la construcción y el trazado de los lugares geométricos generados por ese movimiento.

Finalmente, GeoGebra permite configurar los aspectos estéticos de los elementos construidos y la salida de resultados mediante cuadros de texto editables, contribuyendo así a la facilidad de visualización y de lectura de las aplicaciones.

Si bien en la actualidad existe una variada oferta de programas de Geometría Dinámica, entre los que se encuentran Cinderella, Sketchpad, Regla y compás, Carmetal, Geonext y Geometry Expressions (este último ofrece además un módulo de expresiones mecánicas que permite agregar propiedades físicas a los modelos geométricos, pero únicamente en la versión de uso comercial), GeoGebra resalta por varias razones: posee una interfaz simple e intuitiva; ofrece potentes funcionalidades y muy buena calidad en el sistema de navegación; la posibilidad de trabajar en vistas múltiples (Vista gráfica 2D, Vista gráfica 3D, Vista Algebraica, Vista de hoja de cálculo); exportabilidad de construcciones como páginas web y soporte de alojamiento para estas construcciones; generación de lugares geométricos y de animaciones; facilidad de uso y abundante documentación (manuales) disponible. A estas prestaciones se suma el hecho de tener una licencia no comercial, lo que hace que su uso sea accesible a los docentes e investigadores de las instituciones educativas de carácter público y a la comunidad estudiantil en general.

## 2 Estado del arte

En los últimos años el empleo de GeoGebra como herramienta de apoyo en la producción de material didáctico para Ingeniería se ha extendido significativamente, principalmente en las áreas de Matemáticas y Expresión Gráfica. En el campo específico de Teoría de Máquinas y Mecanismos se cuenta con varios referentes relevantes; en algunos casos se le otorga el carácter de herramienta para la visualización y análisis de posición de mecanismos en el marco de trabajos de grado y/o de investigación; en otros casos se emplea – al menos a nivel de propuesta – como soporte de las clases presenciales o a distancia. A continuación se reseñan los más relevantes para los propósitos del presente artículo – todos orientados al estudio de mecanismos en el campo de la ingeniería mecánica – que han sido publicados en los últimos tres años.

González, Gutiérrez y Sandoval (2017), vinculados a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de México, han presentado un trabajo dirigido al desarrollo didáctico para la enseñanza en aplicaciones de mecanismos con el uso de GeoGebra, planeando las siguientes etapas en el proceso formativo: Indagar problemática, identificar funciones, explorar terreno, estructuración dinámica, cuestionamientos, abordar conocimientos y habilidades, interpretación, comunicación, evaluación. Como ejemplo, se presenta el análisis de posición (puntos de interés) de un mecanismo de cuatro barras, acompañado de la generación de trayectorias de diferentes puntos del acoplador, como parte de la propuesta, sin abordar el problema del análisis cinemático. Dicho trabajo no contempla el uso de

una metodología de desarrollo de material didáctico digital validada; tampoco ofrece información inherente a la implementación y evaluación de la propuesta por parte de los actores protagonistas del proceso de enseñanza-aprendizaje. La superación de estas debilidades constituye la principal fortaleza y contribución del presente artículo.

Campos Nava y Torres Rodríguez (2018), han propuesto como caso de estudio el mecanismo manivela-corredera en el marco del diseño de tareas de aprendizaje matemático con GeoGebra, enfocándose en la determinación de la posición de la corredera por medio de ecuaciones trigonométricas, sin incursionar en la caracterización cinemática de dicho mecanismo.

En ese mismo orden de ideas, Manzano, Gómez y Mozo (2017), han propuesto el modelado de mecanismos articulados clásicos en el diseño de un entorno educativo STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics), tales como el mecanismo de línea recta o inversor de Peaucellier, con la finalidad de vincular las matemáticas y la visualización de las diferentes posiciones del mecanismo. Los autores otorgan a GeoGebra el papel de un graficador de tales posiciones, por lo que se limitan al modelado de ecuaciones de posición.

Por último, Ramos Flores (2017) llevó a cabo el diseño y simulación de un mecanismo de seis barras Stephenson mediante GeoGebra, a fin de comprobar que el diseño logró posicionarse en los puntos preestablecidos, previamente modelados con un programa de cómputo numérico que incluye un lenguaje de programación. En este caso, el estudio se limita a la visualización de posiciones de nodos y eslabones como parte de un trabajo de investigación que adolece de un claro componente instruccional.

Los autores no reportan resultados de las aplicaciones didácticas de sus propuestas, las cuales, como se ha dicho, están limitadas al análisis posicional de los elementos del mecanismo. Por otra parte, en los trabajos señalados se recurre casi con exclusividad al modelado mediante resolución analítica de ecuaciones trigonométricas y vectoriales, con lo cual el papel de GeoGebra como soporte gráfico se ve reducido al de la exposición de trayectorias.

### **3 Metodología**

Las etapas a seguir en la elaboración de la aplicación propuesta obedecen a la metodología de diseño de software conocida como ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación), caracterizada por Morrison (2010), y una de las más empleadas en el campo del diseño de materiales educativos digitales, dada su claridad, versatilidad y adecuación al campo del diseño instruccional. Tales etapas se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1: Etapas de la metodología de desarrollo**

<i>Análisis de requerimientos</i>	<p>Material didáctico en formato digital disponible en línea. Susceptible de ser usado por los docentes como apoyo de las clases presenciales, pero también como herramienta de estudio independiente por parte de los estudiantes. Objetivo: Facilitar a los estudiantes de Teoría de Máquinas y Mecanismos la visualización y comprensión del análisis cinemático de un mecanismo de cuatro barras empleando métodos gráficos, apoyándose en el software GeoGebra. Mecanismo de cuatro barras, con centros fijos de rotación del eslabón 1 (<math>O_2</math> y <math>O_4</math>) sobre una línea recta horizontal (paralela al eje X). Estudio de un punto B del eslabón 3 (biela) exterior a la dirección AC (acoplador), definido como uno de los vértices de un triángulo, siendo AC uno de sus lados. Posibilidad de variar las longitudes de los eslabones 1, 2, 3 y 4, así como la ubicación del punto B en el eslabón 3. Posibilidad de variar la velocidad de entrada (<math>\omega_2</math>) y la aceleración angular de entrada (<math>\alpha_2</math>). Posibilidad de animar el mecanismo en el rango <math>[0,360^\circ]</math> para el ángulo del eslabón 2 (<math>\theta_2</math>). La aplicación arrojará como resultados los valores (vectoriales y escalares) de la velocidad y la aceleración de los puntos A, B y C; los valores para los ángulos de giro de los eslabones 3 y 4 (<math>\theta_3</math> y <math>\theta_4</math>, respectivamente); y las velocidades y aceleraciones angulares de los eslabones 3 y 4 (<math>\alpha_3</math> y <math>\alpha_4</math>, respectivamente). Longitudes en pulgadas.</p>
Diseño	Dadas las facilidades que ofrece el software GeoGebra, la etapa de Diseño y la de Desarrollo se han fusionado en la práctica.
Desarrollo	<p>Creación de las variables (deslizadores) independientes: <math>l_1</math>, <math>l_2</math>, <math>l_3</math>, <math>l_4</math> (longitudes de los eslabones), longitudes p y q (lados AB y BC, respectivamente, donde B es un punto de interés del eslabón 3), <math>\omega_2</math> (velocidad angular del eslabón 2), <math>\alpha_2</math> (aceleración angular del eslabón 2) y ángulo del eslabón 2 (<math>\theta_2</math>). Construcción de los lugares geométricos y generación del mecanismo para un valor del ángulo del eslabón 2. Análisis de velocidades. Análisis de aceleración. Configuración del formato de salida de resultados Elaboración de actividades y preguntas para el estudiante (experimentación). Generación y publicación en línea del applet correspondiente.</p>
Implementación	Empleo como herramienta de apoyo didáctico en el marco de un curso presencial de Teoría de Máquinas y Mecanismos.
Evaluación	<p>Por parte de docentes del área. Como resultado de las actividades propuestas</p>

Si bien las respuestas de los estudiantes a las interrogantes planteadas en el cuestionario son abiertas, se ha hecho un esfuerzo por agruparlas en categorías a objeto de simplificar la interpretación. Las primeras cuatro preguntas generan, en

primera instancia, una respuesta categórica dicotómica, lo cual permite hacer una valoración cuantitativa preliminar que habrá de ser matizada por las argumentaciones correspondientes. Las dos últimas interrogantes pueden dar lugar a respuestas escaladas (excelente/bueno/regular/malo/pésimo) que también se acompañan de comentarios y opiniones que necesariamente deben ser consideradas. Por tanto, el análisis de los resultados se ha realizado en dos dimensiones: una cuantitativa y otra cualitativa-interpretativa. La conjunción de ambas - y su justa consideración - ha orientado la discusión del resultado y la conclusión final del estudio.

## 4 Desarrollo

### 4.1 Creación de variables independientes

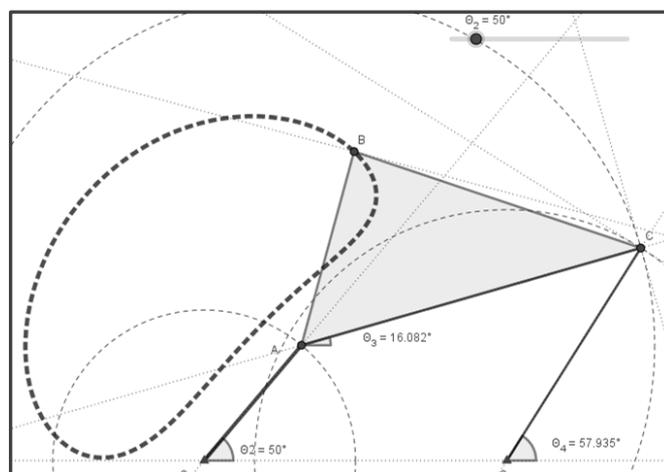
Una vez iniciado el programa, se procedió a establecer las opciones del usuario, a saber: color y tamaño de los puntos, espesor y tipo de trazado de las líneas, cantidad de decimales para las magnitudes (tres), tamaño y tipo de letra, sentido positivo para la medición de ángulos (anti horario), ventanas de trabajo (Vista Algebraica; Vista Gráfica 1 para la visualización del mecanismo y de las operaciones vectoriales; y Vista Gráfica 2 para la introducción de variables y salida de resultados). A continuación se crearon las variables independientes, las cuales pueden ser manipuladas por el usuario:

- Longitudes de los eslabones ( $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  y  $l_4$ ): Deslizadores tipo real. Valor mínimo = 0, Valor máximo = 20 pulgadas, Incremento = 1 pulgada.
- Longitudes de los lados AB y BC del triángulo ABC ( $p$ ,  $q$ ): Deslizadores tipo real. Valor mínimo = 0, Valor máximo = 20 pulgadas, Incremento = 1 pulgada.
- Velocidad angular del eslabón 2 ( $\omega_2$ ): Deslizador tipo real. Valor mínimo = 10, Valor máximo = 10 rads/seg, Incremento = 1 rad/seg.
- Ángulo del eslabón 2 ( $\theta_2$ ): Deslizador tipo ángulo. Valor mínimo = 0, Valor máximo =  $360^\circ$ , Incremento =  $1^\circ$ , Animación: Incrementando.
- Aceleración angular del eslabón 2 ( $\alpha_2$ ): Deslizador tipo real. Valor mínimo = 10, Valor máximo = 10 rads/seg<sup>2</sup>, Incremento = 1 rad/seg<sup>2</sup>.

### 4.2 Construcción de lugares geométricos

Tomando el origen de coordenadas de GeoGebra como punto  $O_2$  y con un valor de  $\theta_2$  igual a  $50^\circ$  se generó el eslabonamiento del mecanismo por medio de la construcción de lugares geométricos (circunferencias), empleando la herramienta "Circunferencia centro radio". Las magnitudes  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  y  $l_4$  se fijaron en 6, 3, 7 y 5 pulgadas, respectivamente. Una recta paralela al eje X que pasa por  $O_2$  es también

un lugar geométrico en el que se debe situar el punto  $O_4$ . Una vez animado el deslizador  $\theta_2$  y aplicando la herramienta “Lugar Geométrico” al punto B, se genera de manera automática la trayectoria de este punto. El resultado se puede observar en la Fig. 1 (se han ocultado todos los deslizzadores, a excepción de  $\theta_2$ ).



**FIGURA 1: Trayectoria del punto B.**

### 4.3 Análisis de Velocidades

En primer lugar se calcula el valor (escalar) de la velocidad de A ( $V_A$ ) mediante la expresión

$$V_A = \omega_2 * O_2A \quad (2)$$

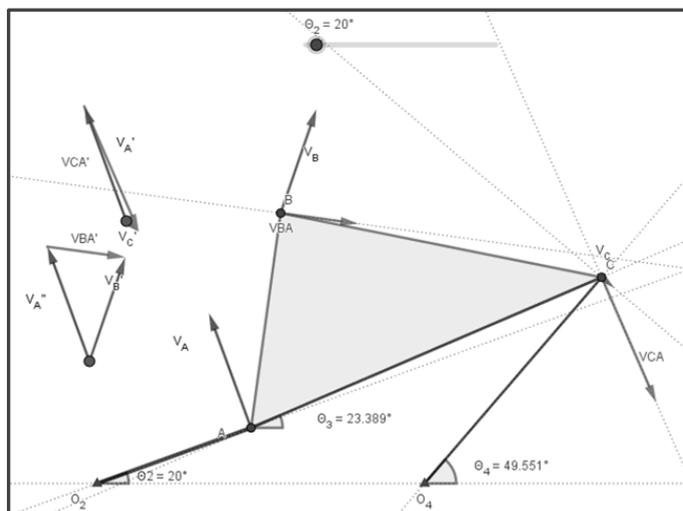
Siendo  $O_2A$  igual a la magnitud  $l_2$ .

Conocida la dirección de la velocidad de A (perpendicular a  $O_2A$ ) y su magnitud, se crea el vector  $v_A$  como producto de un vector unitario por el escalar  $V_A$ . Este vector  $v_A$  cambiará de sentido si el valor de  $\omega_2$  es negativo, multiplicándolo por el cociente entre  $\omega_2$  y el valor absoluto de  $\omega_2$ . Sabiendo que la dirección de la velocidad de C es perpendicular a  $O_4C$ , que la velocidad de C con respecto a A tiene dirección perpendicular a AC y que

$$v_C = v_A + v_{CA} \quad (3)$$

Se procede a ejecutar la suma vectorial (polígono de velocidades) expresada en esta ecuación usando como polo un punto cualquiera P. Con esto se obtiene la velocidad del punto C. La velocidad angular del eslabón 3 se calcula dividiendo la velocidad de C con respecto a A entre la longitud del eslabón 3 (AC), Asimismo, la velocidad angular del eslabón 4 se obtiene dividiendo la Velocidad de C entre la

longitud  $l_4$ . La magnitud de la velocidad de B con respecto A se obtiene del cociente entre  $\omega_3$  y la longitud AB. Aplicando una suma vectorial análoga a la anterior, se obtiene la velocidad del punto B (Fig. 2). Para lograr una mejor visualización se ha cambiado el ángulo  $\theta_2$  a  $20^\circ$ .



**FIGURA 2: Análisis de velocidades.**

A fin de facilitar la construcción de los vectores de aceleración – los cuales se calculan en el siguiente paso – y avanzar en la configuración final del producto, se han incluido en este punto un par de objetos del tipo Casilla de Control; uno de ellos contiene a la curva generada por el punto B, mientras que la otra agrupa a los vectores de velocidad ya determinados.

#### 4.4 Análisis de Aceleraciones

Se comienza por calcular las magnitudes de las componentes centrípeta y tangencial de la aceleración del punto A, empleando para ello las siguientes ecuaciones:

$$A_A^n = \omega_2^2 * O_2A \quad (3)$$

$$A_A^t = \alpha_2 * O_2A \quad (4)$$

Tomando como polo al punto A, se construyen los vectores de las componentes señaladas, siendo la dirección de la tangencial perpendicular a  $l_2$  (en función del sentido de la aceleración angular del eslabón 2), en tanto que la dirección de la normal es paralela a  $l_2$  (con sentido desde A hacia  $O_2$ ). Continuando con el punto C, se sabe que la componente de su aceleración normal tiene la dirección  $O_4C$ ; su magnitud se obtiene empleando la ec. (3) para  $\omega_4$  y la distancia  $l_4$ . La componente tangencial de la aceleración de C es perpendicular a  $O_4C$ .

Por otra parte, la ecuación de la diferencia de aceleración para C con respecto al punto A puede ser desarrollada de la siguiente forma (Beer, Johnston y Cornwell, 2013):

$$(A_C^t + A_C^n) = (A_A^t + A_A^n) + (A_{CA}^t + A_{CA}^n) \quad (5)$$

La magnitud de la componente normal de la aceleración de C con respecto al punto A se calcula aplicando la ec. (3), ya que se conoce la velocidad angular del eslabón 3 y la longitud AC; además, se sabe que su dirección es la de la recta definida por AC. La dirección de la componente tangencial de la aceleración de C con respecto a A es perpendicular a AC.

Hechas las consideraciones anteriores, se procede a resolver de manera gráfica la ec. (5), trazando los vectores y las direcciones conocidas, respetando los sentidos señalados por dicha ecuación y partiendo de un punto arbitrario R. Aplicando los mismos principios geométricos y cinemáticos, se obtienen las componentes de la aceleración del punto B. Seguidamente, se debe crear un nuevo objeto del tipo Casilla de Control para agrupar a todos los vectores generados en el proceso de análisis de aceleraciones. Para facilitar la lectura de la representación se ha establecido  $\theta_2 = 50^\circ$  (Fig. 3).

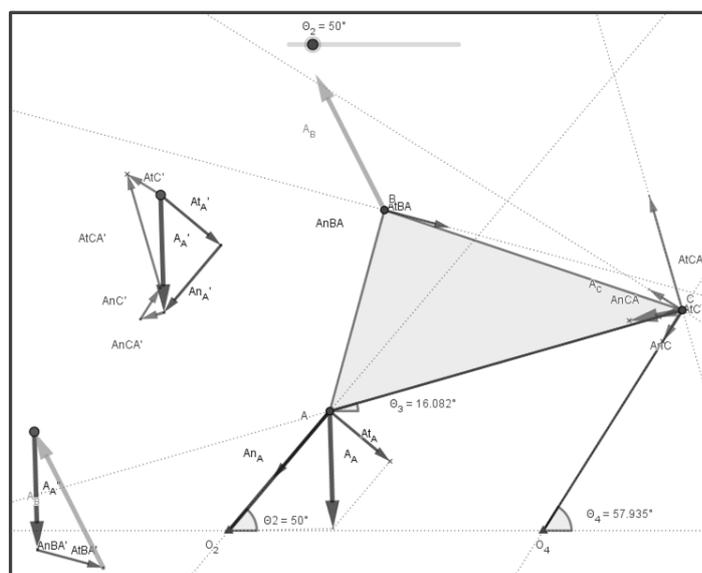


FIGURA 3: Análisis de aceleraciones.

#### 4.5 Configuración del formato de salida de resultados

De acuerdo con los requerimientos establecidos en principio, es preciso hacer que los valores calculados en el proceso se muestren claramente en pantalla. Para ello resulta conveniente emplear una nueva vista gráfica, en aras de facilitar la lectura

y modificación de parámetros sin interferir con la vista gráfica que agrupa la imagen del mecanismo y los vectores de velocidad y aceleración correspondientes.

Naturalmente, las variables independientes ( $\alpha_2$ ;  $\theta_2$ ;  $\omega_2$ ; longitud de los eslabones; longitud de los lados AB y BC del eslabón 3) han de ser presentadas como Casillas de Entrada, las cuales permitirán al usuario introducir a voluntad distintos valores. En cambio, las variables dependientes (velocidad y aceleración de los puntos A, B y C; los valores de los ángulos de giro de los eslabones 3 y 4; y las velocidades y aceleraciones angulares de los eslabones 3 y 4) han de ser mostradas como valores numéricos acompañados de las respectivas unidades en sistema imperial tomando tres cifras decimales, en un todo de acuerdo con lo previamente establecido (Fig. 4). Para ello, GeoGebra cuenta con la herramienta Texto, la cual permite asociar el contenido a mostrar con los valores que toman los diferentes parámetros – escalares y vectoriales - calculados por el programa.

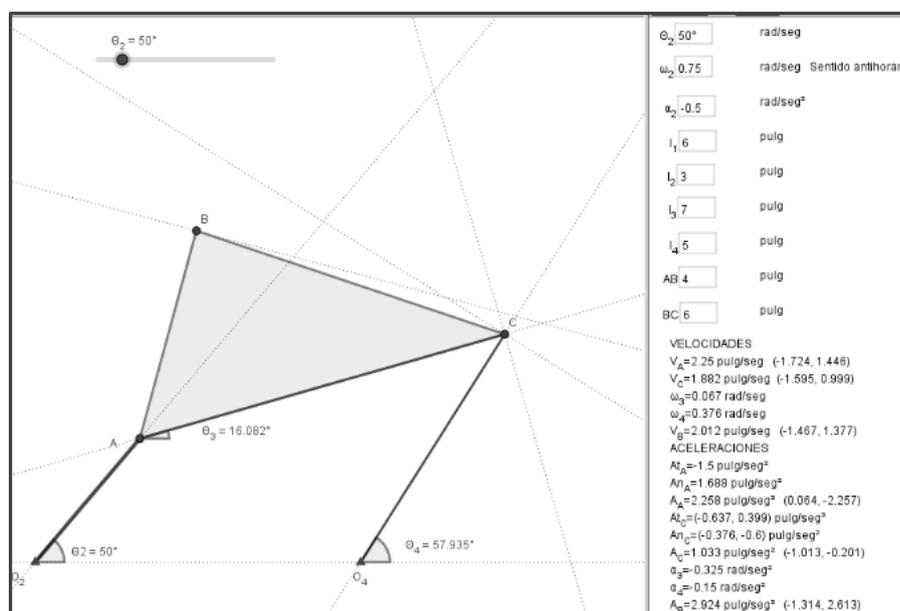


FIGURA 4: Salida de resultados.

La comunidad de aprendizaje vinculada a GeoGebra ofrece la posibilidad de publicar el material didáctico en línea como un applet en lenguaje Java, embebido en la ventana del navegador. De esta manera, el usuario puede acceder al recurso sin tener instalado el software en su computador. Además, el autor decide cuáles herramientas estarán a disposición del usuario en concordancia con las características de la actividad que éste habrá de ejecutar, de acuerdo con los requerimientos didácticos establecidos. En este caso particular, no se requiere de un conocimiento profundo de las herramientas de construcción de GeoGebra, sino de un dominio suficiente de la activación y desactivación de casillas, la entrada de valores numéricos y el inicio de la animación asociada a una variable tipo Deslizador.

Por razones de carácter práctico, se ha tomado como alojamiento del applet correspondiente al material didáctico desarrollado el sitio [www.GeoGebra.org/m/v3z6etku](http://www.GeoGebra.org/m/v3z6etku).

#### 4.6 Elaboración de actividades y preguntas para el estudiante

Como ya se ha indicado, GeoGebra facilita la experimentación en el estudio de aspectos geométricos al apreciar el efecto que se obtiene en las variables dependientes mediante la manipulación de parámetros iniciales o de entrada. En este sentido, el material elaborado permite a los estudiantes introducir cambios en la velocidad y aceleración angulares del eslabón 2; en las longitudes de los eslabones; y en las longitudes de los lados AB y BC del eslabón 3. Esto hace posible la visualización y cuantificación de las magnitudes cinemáticas asociadas al funcionamiento del mecanismo, la determinación de configuraciones aceptables y la localización de valores críticos que afectan al posterior proceso de diseño de elementos de máquina. La Tabla 2 muestra las actividades y preguntas dirigidas a los estudiantes, las cuales acompañarán al recurso desarrollado y servirán como guía tanto en el ámbito presencial como en la modalidad a distancia.

**Tabla 2: Actividades y preguntas para el estudiante**

Actividad	Preguntas
Inicie el applet. Desactive las Casillas de Control. Active la animación del ángulo $\theta_2$ y observe el movimiento.	¿Se trata de un mecanismo de Grashof? Argumente su respuesta aplicando la fórmula correspondiente
Modifique los valores de $l_1$ , $l_2$ , $l_3$ y $l_4$ hasta obtener una configuración NO de Grashof. Active la animación del ángulo $\theta_2$ y observe el movimiento.	¿Qué ocurre con el mecanismo mostrado? ¿Qué característica especial debe tener el motor impulsor de un mecanismo NO de Grashof?
Active la Casilla de Control “ <i>Ver trayectoria de B</i> ”. Active la animación del ángulo $\theta_2$ y observe el lugar geométrico descrito por el punto B.	¿A qué objeto se asemeja la trayectoria observada?
Modifique los valores de AB y BC e inicie la animación del ángulo $\theta_2$ . Observe la trayectoria de B. Experimente con distintos valores de AB y BC.	¿Observa usted las diferencias entre las distintas trayectorias resultantes? Discuta al respecto con sus compañeros. ¿Qué utilidad puede usted apreciar en los cambios de la trayectoria de B?
Reinicie el applet y active únicamente la Casilla de Control “ <i>Ver vectores de velocidad</i> ”. Active la animación del ángulo $\theta_2$ . Observe el comportamiento de los vectores de velocidad VA, VB.	¿Qué dirección tiene VA con respecto al eslabón 2? ¿Qué dirección tiene VC con respecto al eslabón 4? ¿Puede decir cuál es la dirección de VB? ¿Varía la magnitud del vector VA? ¿Y el sentido? ¿Varía la magnitud del vector VB? ¿Y el sentido? Argumente sus respuestas.
Reinicie el applet y active únicamente la Casilla de Control “ <i>Ver vectores de velocidad</i> ”. Active	¿Cuántas veces cambia de sentido el vector VC en una rotación completa del eslabón 2? ¿Qué significa que el vector VC cambie de sentido?

<p>la animación del ángulo <math>\theta_2</math>. Observe el comportamiento del vector de velocidad VC y note cómo cambia su magnitud y sentido.</p>	<p>¿Cómo interpreta los cambios vertiginosos en la magnitud del vector VC? ¿Qué puede usted inferir con respecto a la aceleración del punto C en los momentos en los que se invierte el sentido de VC?</p>
<p>Reinicie el applet y active únicamente la Casilla de Control “Ver vectores de aceleración”. Active la animación del ángulo <math>\theta_2</math>. Observe el comportamiento del vector <math>a_A</math> y sus componentes radial y tangencial.</p>	<p>¿Varían en magnitud el vector <math>a_A</math> y sus componentes? Argumente su respuesta.</p>
<p>Reinicie el applet y active únicamente la Casilla de Control “Ver vectores de aceleración”. Active la animación del ángulo <math>\theta_2</math>. Observe el comportamiento del vector <math>a_C</math> y sus componentes radial y tangencial.</p>	<p>¿Varían en magnitud el vector <math>a_C</math> y sus componentes? Argumente su respuesta. ¿Varía el sentido del vector <math>a_C</math> y sus componentes? Argumente su respuesta. ¿En qué instante(s) el vector <math>a_C</math> toma sus valores máximos? ¿Tiene esto algo que ver con los cambios del vector VC? ¿En qué instante(s) se anula el vector <math>a_C</math>? ¿Tiene esto algo que ver con los cambios del vector VC? ¿Cómo cree usted que afectan los valores máximos de aceleración al funcionamiento de los pasadores y cojinetes que componen un par cinemático en la práctica?</p>
<p>Reinicie el applet y modifique libremente la configuración del mecanismo. Active la animación. Observe los polígonos de velocidades y aceleraciones y compárelos con los procedimientos análogos que provee la bibliografía. Compare lo anterior el método analítico abordado en clase.</p>	<p>¿Cómo valora usted el uso del método gráfico en el análisis cinemático de un mecanismo de cuatro barras? ¿Qué valor otorga usted a la representación gráfica y a la animación en GeoGebra?</p>

## 5 Implementación

Una vez concluido el desarrollo del material, se procedió a su implementación de acuerdo con lo establecido en la primera etapa del modelo metodológico adoptado. De acuerdo con Galvis (1992), esta implementación debe llevarse a cabo contando con usuarios potenciales y en un contexto académico apropiado, apuntando siempre al logro del objetivo educativo trazado.

En el marco de un curso de Teoría de Máquinas y Mecanismos, como parte del pensum de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Los Andes, el tema específico de Análisis Cinemático de Mecanismos (velocidades y aceleraciones) figura como tercero, luego de un tema introductorio y del análisis de posiciones. En tal sentido, se considera que el lenguaje manejado en el diseño de las

actividades y evaluaciones, así como las magnitudes físicas involucradas en la elaboración de este recurso, son del dominio de los usuarios potenciales. Por otra parte, y como ya se ha indicado, el nivel de conocimiento del software GeoGebra requerido para interactuar con el material desarrollado es mínimo, por lo que el tiempo dedicado a la capacitación de estudiantes y docentes ha sido de escasos sesenta (60) minutos. El grupo de individuos constituidos como usuarios potenciales es de veintitrés (23), todos ellos estudiantes formalmente inscritos en el curso de Teoría de Máquinas y Mecanismos correspondiente al periodo académico A-2018.

En un primer momento, el material ha sido utilizado por el docente como apoyo de las clases teóricas, teniendo como recurso un computador portátil y un dispositivo digital de proyección. Posteriormente, se dio a conocer a los usuarios potenciales la dirección de alojamiento del applet, al tiempo que se asignaba como tarea individual – con lapso de entrega de una semana – realizar las actividades y responder a las preguntas previstas en el sitio web.

## **6 Evaluación**

### **6.1 Por parte de docentes del área.**

La primera prueba del material desarrollado tuvo como evaluadores a dos docentes adscritos a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes expertos en diseño de elementos de máquinas, y a un profesor, adscrito a la misma dependencia, experto en desarrollo de sistemas computacionales, todos ellos desligados del trabajo en cuestión. Los ítems del instrumento de recolección de datos empleado se muestra en la Tabla 3 y apuntan hacia tres dimensiones fundamentales (Cova, A., Arrieta, X. y Riveros, V., 2008):

- **Calidad Educativa:** Engloba aspectos como la calidad del contenido, la adecuación al nivel educativo de los usuarios potenciales, el enfoque empleado, la claridad de los objetivos o metas perseguidas, el nivel de control del sistema por parte del usuario, la formulación de preguntas, el fomento de la creatividad y la calidad de la retroalimentación.
- **Calidad Técnica:** En esta dimensión se incluyen aspectos como la claridad de las instrucciones y secuencias lógicas, la calidad del material multimedia, la usabilidad, la facilidad de navegación, entre otros.
- **Calidad Estética:** Implica la valoración de los tipos de fuente empleadas, la combinación de colores y el diseño de pantallas, gráficos e iconos.

La escala de medida es ordinal en tres niveles: totalmente de acuerdo (3), parcialmente de acuerdo (2), y totalmente en desacuerdo (1). El instrumento fue remitido a los evaluadores vía correo electrónico.

**Tabla 3: Instrumento de evaluación del material por parte de docentes**

<b>Parte 1: Calidad Educativa</b>	3	2	1
1 El programa explica la materia de estudio en forma concreta y precisa			
2 El software es útil en el ámbito educativo			
3 El contenido es adecuado a los alumnos a los que está dirigido			
4 El contenido no tiene prejuicios ni estereotipos			
5 La aplicación es adecuada para su uso informático			
6 El nivel de comprensión y el tono se ajusta a la población a la que se dirige			
7 Las preguntas son apropiadas al contenido y miden el dominio del estudiante			
8 El enfoque se ajusta a los estudiantes a los que se dirige			
9 El estudiante es un participante activo en el proceso de aprendizaje			
10 El usuario comprende la presentación en pantalla			
11 El software estimula la creatividad y propicia la toma de decisiones			
12 El usuario puede detener la actividad en cualquier momento y volver al menú principal			
13 Los objetivos de aprendizaje están explícitos			
14 La retroalimentación es oportuna, positiva, informativa y pertinente			
15 El modelo didáctico es válido y se ajusta a los estudiantes a los que se dirige			
<b>Parte 2: Calidad Técnica</b>	3	2	1
1 El software se ejecuta sin retrasos indebidos			
2 Los gráficos son claros y de fácil interpretación			
3 Las explicaciones sobre procedimientos e instrucciones son claras			
4 La interfaz es sencilla y de fácil uso			
5 La secuencia de los elementos del menú (o menús) es lógica			
6 El usuario requiere de un conocimiento mínimo de informática para trabajar con el programa			
7 El tiempo de inicio para la puesta en práctica del estudiante no es excesivo			
8 Los gráficos favorecen el centrado de la atención en el tema y no resultan ser distractores			
9 Los gráficos se utilizan para motivar y resultan adecuados a la población estudiantil			
10 La calidad de los gráficos es buena			
11 La garantía que se suministra es adecuada			
<b>Parte 3: Calidad Estética</b>	3	2	1
1 La combinación de colores empleada resulta cómoda para el usuario			
2 Los gráficos armonizan con el entorno de trabajo			
3 La fuente empleada resulta adecuada y de fácil lectura			
4 Las pantallas presentan un diseño claro y atractivo			
5 Los iconos presentan un diseño agradable y de fácil localización			

Al promediar las calificaciones asignadas por los evaluadores en cada uno de los ítems, se obtuvo un conjunto de resultados que demuestra aprobación en todas las dimensiones, tal como se muestra en la Tabla 4.

**Tabla 4: Resultados de la evaluación por parte de los docentes**

Dimensión	Promedio
CALIDAD EDUCATIVA	2,87
CALIDAD TÉCNICA	2,73
CALIDAD ESTÉTICA	2,73

## 6.2 Como resultado de las actividades propuestas

Dada la necesidad de determinar la utilidad de un material didáctico en función del resultado obtenido en su implementación, se ha tomado en consideración el desempeño de los estudiantes a la hora de responder a las preguntas planteadas (Tabla 2) como parte integral de dicho material y alojadas en el repositorio de GeoGebra. Las actividades propuestas fueron ejecutadas a distancia por el grupo de estudiantes en un lapso de 48 horas, consignando por escrito las respuestas a las preguntas formuladas 24 horas después. La valoración del desempeño del grupo ha sido realizada por el docente a cargo del curso de Teoría de Máquinas y Mecanismos (asignatura del séptimo semestre de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela; contempla tres horas de teoría y dos horas de actividad práctica a la semana durante un período de 16 semanas) cuyos integrantes componen el grupo de usuarios potenciales: un total de 23 estudiantes que han aprobado todas las asignaturas del área de Matemáticas (Cálculo 10, Cálculo 20, Cálculo 30, Matemática 40 y Métodos Numéricos) y dos cursos de Mecánica Racional. Los resultados se muestran como la calificación – en una escala de 0 a 20 puntos – asignada de forma global al conjunto de preguntas planteadas. El promedio de tales resultados fue de 14,65 puntos (Mediana 15 puntos; Moda = 19 puntos).

## Conclusiones

En esta comunicación se ha mostrado el proceso de desarrollo de un material didáctico basado en GeoGebra, dirigido a la visualización y comprensión del análisis cinemático de un mecanismo de cuatro barras, el cual ofrece al estudiante la posibilidad de manipular las condiciones de entrada que configuran dicho mecanismo, para luego apreciar el correspondiente efecto en el comportamiento de las variables dependientes involucradas. Con ello se apunta al rescate del método gráfico como complementos del método analítico, partiendo de las potencialidades que ofrecen los programas de geometría dinámica. El producto ha sido valorado de manera positiva por un grupo de expertos mediante la aplicación de un instrumento previamente validado, al tiempo que ha generado un resultado educativo aceptable en el desempeño de un grupo de usuarios potenciales. Queda pendiente la medición del impacto del uso del producto generado en la calificación final de la asignatura, así como en la capacidad de visualización requerida por las materias subsiguientes.

Se espera continuar produciendo materiales educativos semejantes dirigidos al aprendizaje de otros temas de la asignatura Teoría de Máquinas y Mecanismos, sin descartar otras áreas del pensum de la carrera de Ingeniería Mecánica, como lo son Geometría Descriptiva, Matemáticas, Física, Mecánica Racional, entre otras.

## Referencias

- BLANCO, J.; TORRES, J. y GIMENEZ, A. *Teoría de Mecanismos: Apuntes y problemas resueltos*. Año 2015. Disponible en: <<http://ingmec.ual.es/~jltmoreno/Publications/blanco2014tmm.pdf>> Acceso en: 20 de septiembre de 2017.
- CAMPOS NAVA, M. y TORRES RODRIGUEZ, A. *Diseño de Tareas de Aprendizaje Matemático con GeoGebra: Mecanismos Articulados*, Boletín Científico del Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería PADI, Número 10, Págs. 81-86, 2018.
- COVA, A.; ARRIETA, X. y RIVEROS, V. *Análisis y comparación de diversos modelos de evaluación de software educativo*. Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento, Año 5, Número 3, Págs. 45 – 67, 2008.
- GALVIS, A. *Ingeniería de Software Educativo*. Bogotá: Ediciones Uniandes, 1992.
- GONZALEZ, J.; GUTIERREZ, R. y SANDOVAL, M. *Desarrollo didáctico con GeoGebra como herramienta para la enseñanza en aplicaciones de mecanismos y diseño de maquinaria dentro de la ingeniería*. Memorias del XXIII Congreso Internacional Anual de la SOMIM, Cuernavaca, México, 2017. Disponible en: <[http://revistasomim.net/congreso2017/articulos/A5\\_175.pdf](http://revistasomim.net/congreso2017/articulos/A5_175.pdf)> Acceso en: 10 de septiembre de 2017.
- MANZANO, J.; GOMEZ, M. y MOZO, J. (2017). *Mecanismos articulados: Geometría Dinámica y Cinemática en un entorno educativo STEM*, International Journal of Technology and Educational Innovation, Vol. 3, Número 1, Págs. 15-27, Junio 2017.
- MORRISON, G. *Designing Effective Instruction*, 6th Edition. New York: John Wiley & Sons, 2010.
- NORTON, R. *Diseño de Maquinaria: Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos*. Cuarta Edición. México D.F.: Mc Graw Hill, 2009.
- RAMOS FLORES, M. *Optimización de la síntesis de un mecanismo de 6 barras Stephenson I para una prótesis de rodilla mediante algoritmos genéticos y Matlab*. 2017. Tesis para obtener el Título Profesional de Ingeniero Mecánico - Universidad Nacional de Trujillo, Trujillo, Perú, 2017.