



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i3p003-014>

Uma proposta de ensino de geometria plana com GeoGebra

A proposal of teaching of flat geometry with GeoGebra

ADRIANO VIANA DOS SANTOS ¹

ANNA KARLA BARROS DA TRINDADE ²

FRANCISCO DE PAULA SANTOS DE ARAUJO JUNIOR ³

RESUMO

A presente obra aborda alguns aspectos do surgimento da geometria plana no mundo; Como se deu a inclusão no Brasil, exibindo alguns dos acontecimentos que foram importantes para definir o ensino da geometria plana nas escolas públicas brasileiras. Apresenta um software gratuito de matemática dinâmica, o GeoGebra, desenvolvido para o ensino e aprendizagem nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário), mostra um exemplo que pode ser usado em sala de aula da aplicação do GeoGebra: O caso de congruência de triângulo, possibilitando, assim, ao professor ir muito além de qualquer barreira que possa ser colocada para dificultar o ensino/aprendizado dos discentes.

Palavras-chave: Geometria plana 1. GeoGebra 2. Congruência de Triângulo 3.

ABSTRACT

The present constructions addresses some aspects of the emergence of flat geometry in the world; As it was the inclusion in Brazil, it exhibited some of the events that were important to define the teaching of flat geometry in the Brazilian public schools. It features free dynamic math software, GeoGebra, developed for teaching and learning at various levels of education (from basic to university), shows an example that can be used in the GeoGebra application classroom: The case of congruence of triangulo, thus enabling the teacher to go far beyond any barrier that can be placed to stop the learning of learners.

Key-words: Flat Geometry 1. GeoGebra 2. Triangle Congruence 3.

¹ Universidade Federal do Piauí – UFPI – adrianosantostec@gmail.com

² Instituto Federal do Piauí - IFPI – anna.trindade@ifpi.edu.br

³ Universidade Estadual do Piauí-UESPI – pjahatata@hotmail.com

Introdução

Percebe-se que “os alunos não se lembram de haver estudado geometria” (BAHIENSE, 2014, p.11) nas escolas quando se compara à aritmética e à álgebra, sendo mais evidente em escolas públicas. Em alguns casos, os alunos saem do ensino fundamental e médio sem ter o domínio desse conhecimento.

A tecnologia vem aos poucos atualizando os espaços, e com as escolas não é diferente, pois as mesmas já possuem diversas ferramentas, tais como: televisores, data shows, laboratórios de informática, “entretanto percebemos que todos esses recursos são pouco utilizados pelos professores de Matemática” (COSTA, 2014, p. 1). São inúmeros os fatores que distanciam os profissionais dessa área da tecnologia, destacam-se: falta de conhecimento dos profissionais para o ideal manuseio, que não é oferecido aos docentes por parte dos gestores; falta de manutenção dos próprios equipamentos (as escolas que possuem o equipamento não o utilizam por falta de instalação ou mesmo o equipamento se encontra com defeito, por não ser feita uma manutenção de rotina); e, até mesmo, a falta de incentivo aos docentes para trocar metodologias de ensino antigas por novas que abrangem a utilização de tais tecnologias.

Observa-se a facilidade que os jovens possuem no manuseio das tecnologias, um exemplo evidente é a desenvoltura que eles possuem ao mexer em celulares, *smartphones*, *tablets* e computadores para as mais diversas finalidades.

São inúmeros os estudos que discutem, constata e evidenciam a necessidade da mudança na metodologia abordada em sala de aula com o ensino da geometria plana, para que os jovens possam assimilar de maneira mais eficiente.

Um recurso computacional que pode estar mudando essa triste realidade é o GeoGebra, um software matemático dinâmico, que pode ser incorporado às diversas metodologias em diferentes níveis de ensino, facilitando assim o entendimento do corpo discente à geometria plana.

Esse trabalho apresentará um pouco da história da geometria plana, do software GeoGebra e exibirá alguns conteúdos da geometria plana que pode, de forma fácil, ser ministrado em sala de aula, utilizando o recurso computacional, ajudando, assim, o professor a ter uma dinâmica melhor com seus alunos quando for lecionar o conteúdo.

1. Geometria plana e uma breve história

Os historiadores atribuem a criação da geometria aos egípcios e os caldeus. Caldeus eram povos de origem Semita – termo esse utilizado na antiguidade para

denominar povos que habitavam a Mesopotâmia, região da Ásia Oriental, que é delimitada pelos rios Tigre e Eufrates, atualmente o Iraque. De acordo com Antar (1982), os babilônios já eram conhecedores dessa ciência muito antes dos egípcios.

Existem indícios de que a civilização da Babilônia, desde cerca de 2000 a.C., desenvolveu um considerável conhecimento geométrico. As finalidades originais desse conhecimento eram de natureza prática, como construção de edifícios e demarcação de terras (agrimensura). A existência das grandes pirâmides perto do Nilo prova que os egípcios também conheciam a sua geometria e sabiam usá-la bem (ANTAR, 1982).

Sabe-se que os gregos deram grandes contribuições para a Matemática, estando entre elas à geometria. A própria palavra geometria é derivada do grego, com base no radical *geō* de *gé* = terra e *métron* = medida, e do grego clássico *geōmétrin*, que significa ‘medida de terra’, a referência mais antiga que se tem da palavra geometria é a de Heródoto, que faz uma descrição de histórias e costumes egípcios de acordo com Gonçalves (1988):

Segundo Heródoto, um rei dividira o território do Egito entre todo o povo, dando a cada egípcio um lote de terra quadrado e de mesmo tamanho. Essa divisão veio acompanhada da imposição de pagamento de um tributo anual. Entretanto, qualquer homem que o rio Nilo despojasse de uma parte de sua terra poderia dirigir-se ao rei e expor-lhe o fato. O rei mandava então que seus funcionários medissem a extensão do decréscimo do lote, para que fosse concedida a seu detentor uma redução no tributo proporcional à perda (GONÇALVES, 1988).

A geometria até o quarto século antes de Cristo não possuía fundamentação científica e, possivelmente, o primeiro documento que se tenha da geometria é o papiro de Ahmes, como Morgado (1989) mostra em seu trabalho:

Até o quarto século antes de Cristo, a Geometria não passava de receitas descobertas experimentalmente, sem fundamento científico. Por exemplo, era de conhecimento dos egípcios que o triângulo cujos lados medem 3, 4 e 5 era retângulo, assim como era do conhecimento dos gregos que o comprimento de um círculo era aproximadamente 3 vezes o comprimento de seu próprio diâmetro. Possivelmente o primeiro documento importante da história da Geometria foi um papiro que datava do séc. XIX a.C. e que esteve em posse do escriba Ahmes, que o recopiou dois séculos mais tarde (MORGADO, 1989).

A ciência recebeu dos gregos desenvolvimentos sem precedentes, eles conseguiram sintetizar e aprimorar habilidades que existiam na época.

Com o desenvolvimento da Lógica e com a contribuição de grandes sábios como Thales, Pitágoras, Platão e outros, a Geometria toma dimensão nova com o aparecimento de uma grande obra em 13 volumes, intitulada “Elementos” de Euclides, com mais de mil edições até os dias de hoje. Nele a Geometria é apresentada de forma lógica e organizada, partindo de algumas suposições simples e desenvolvendo-se por raciocínio lógico. O grande passo dado por Euclides consistiu na introdução do método axiomático que consiste em estabelecer um conjunto de proposições que admitimos serem verdadeiras. O Sistema Axiomático foi profundamente estudado por Hilbert, um matemático alemão que solidificou esse sistema com três categorias de objetos: pontos, retas e planos. Os axiomas são basicamente de cinco tipos: de associação, de paralelismo, de continuidade, de congruência e de ordenação. O matemático afirma que “haverá tantas Geometrias quantos forem os significados distintos que dermos a estas palavras” (MORGADO, 1989).

O desenvolvimento feito por Euclides foi um ponto essencial na história para se conseguir ter a geometria como se conhece hoje, contudo, sabe-se que não é um conhecimento terminado, podendo haver muitas outras contribuições no futuro para a geometria.

2. História da geometria plana no Brasil

A geometria no Brasil só começa a ter um destaque a partir de 1648, devido às necessidades dos militares da época, já que soldados sem uma base matemática apresentavam dificuldades para fazer leituras de mapas e realizar organização de material de artilharia. Na década de 1730 torna-se obrigatório a todos os oficiais o ensino militar, e há o registro do primeiro livro brasileiro sobre geometria - Exames de Artilheiros e Exames de Bombeiros.

Em 1824 se faz a primeira tentativa de inclusão das noções geométricas, além das quatro operações fundamentais, pois o ensino torna-se gratuito para o nível primário, mas não obtém frutos, “não ser um conhecimento escolar solicitado para o ingresso em nenhuma instituição secundária” (VALENTE, 1999, p. 113). Em 1889, torna-se obrigatório o “ensino do desenho técnico e geométrico em todo o país, haja vista o caráter científico e positivista desses saberes, expressão do rigor e da precisão”. (KOPKE, 2006, p. 13), perdurando até a década de 30, seguindo o modelo de ensino da Matemática nos moldes da geometria euclidiana, onde havia a sistematização lógica do conhecimento matemático com base em elementos primitivos, tais como axiomas, definições e postulados e, de outro, na concepção platônica.

A partir da década de 30 esse modelo foi alterado por reformas educacionais nacionais, formulando diretrizes metodológicas unificadas para o ensino da Matemática, onde o currículo ficava composto por aritmética, álgebra, geometria e trigonometria. Sendo o estudo geométrico a ser ensinado em todo o curso secundário da época, composto de desenho (natural e técnico) e o estudo dedutivo da geometria.

Em abril de 1942 é instituída a lei orgânica do ensino secundário, que altera as séries e a geometria com o mesmo programa da reforma de 30, retorna os moldes da década de 30. Mas devido a críticas, a geometria sofre uma reformulação e passou a não constar “no programa da 2ª série do ensino ginasial e, no 2º ciclo, ficou toda concentrada ao 1º ano. A geometria analítica passou a ser desenvolvida no 3º ano do 2º ciclo, sob o nome de função linear.” (PAVANELLO, 1989, p. 159).

No final da década de 60 até o final da década de 70, a geometria é tida com um conteúdo nos livros como sendo as noções de figuras geométricas e de intersecção de figuras, para que fossem trabalhadas segundo uma abordagem intuitiva.

E, somente em 1987/1989, surgem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática, onde estão estabelecidas as diretrizes para o ensino atual como se conhece.

3. GeoGebra

Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica, desenvolvido para o ensino e aprendizagem da disciplina nos vários níveis de educação escolar (do básico ao universitário). O GeoGebra (figura 1) reúne geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Além dos aspectos didáticos, o GeoGebra é uma excelente ferramenta para se criar ilustrações profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no LaTeX. Escrito em JAVA e disponível em português, o GeoGebra é uma multiplataforma e, portanto, ele pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS.

Desde então, o projeto tem se expandido e sido premiado por diversas instituições, algumas dessas premiações são: Arquimedes 2016: Prêmio MNU na categoria Matemática (Hamburgo, Alemanha), Prêmio MERLOT Classics 2013: Recurso Educacional Multimídia para Aprendizagem e Ensino Online (Las Vegas, Nevada, EUA), Comenius 2004: Prêmio de Mídia Educacional Alemã (Berlim, Alemanha).

O Instituto GeoGebra, situado no Rio de Janeiro, é um dos membros do IGI (International GeoGebra Institutes), cujo propósito é agregar interessados no uso do GeoGebra como ferramenta de ensino e aprendizagem, suporte e desenvolvimento de materiais de apoio para alunos e professores, promovendo a colaboração entre profissionais e pesquisadores.

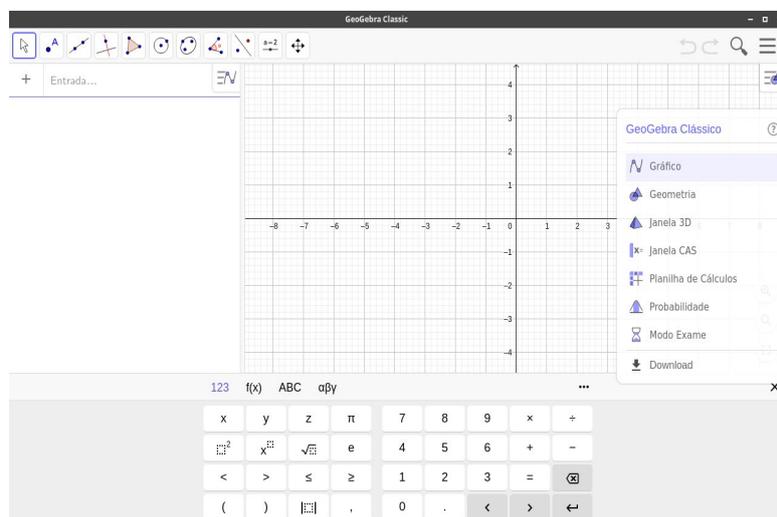


FIGURA 1: Atual interface do programa (GeoGebra Classic 6)

FONTE: Captura da tela do próprio software

4. Ensino da geometria plana com GeoGebra

Quando se vai ensinar geometria plana, alguns conceitos possuem noções primitivas, como, por exemplo, o ponto, a reta e o segmento de reta. Estes, a grande maioria dos alunos consegue compreender mais facilmente, ou pelo menos aceita, pois fazem parte do cotidiano dos mesmos. Entretanto, existem outros conceitos que não são bem aceitos pelo alunado, exemplo: algumas operações com ângulos, pontos notáveis de triângulos, algumas figuras geométricas, sendo estes necessários para a vida acadêmica dos discentes.

Por não ter incentivo e recursos, o professor fica limitado a utilizar apenas o pincel e o apagador, dificultando muito a realização de demonstrações com figuras que não condizem, ao mínimo, com que o está sendo explicado, iniciando-se certa relutância dos alunos no aprendizado do assunto.

Com a utilização do GeoGebra, o professor tem uma poderosa ferramenta de ensino, permitindo que figuras que antes eram desenhadas apenas no quadro, possam ser criadas e exibidas nos computadores, tendo suas propriedades mudadas ao apertar de um botão, facilitando, dessa forma, que uma figura que esteja num determinado sentido, seja rotacionada para o outro, sem que tenha que ser feito a

utilização só da imaginação dos alunos, ou mesmo, tenha que se apagar e desenhar em uma nova posição.

Um bom exemplo do uso do programa na geometria plana é com congruência de triângulos, conteúdo que vem sendo pouco explorado em sala de aula e, raramente, demonstrado via definição cada um dos casos de congruência para os alunos. Um dos principais motivos é a dificuldade que os professores têm de mostrar, visualmente, aos alunos que existem as congruências, por falta de figuras suficientes nos livros didáticos, por não existir materiais concretos em algumas escolas e nem recursos para construí-los em outras, para que possam ser usadas na demonstração da definição. Também é perceptível que a utilização do pincel e apagador para a realização da demonstração torna a aula muito monótona aos alunos, fazendo assim com que poucos tenham interesse.

Surge-se a necessidade de mostrar como essa ferramenta pode ser trabalhada, para que os professores da área percam o medo de utilizá-la. Então, se fez o caso de congruência de triângulo Lado, Lado, Lado (LLL) usando o GeoGebra 9 (Figura2), para mostrar como é fácil trabalhar com ele.

Demonstrar o caso de congruência de triângulo (LLL) é equivalente ao demonstrar o caso que, dado três lados de um triângulo, só é possível criar apenas um triângulo.

Consideram-se 3 segmentos de reta, \overline{AB} , \overline{CD} e \overline{EF} que nomeados, respectivamente, como sendo: $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ e $\overline{EF} = c$.

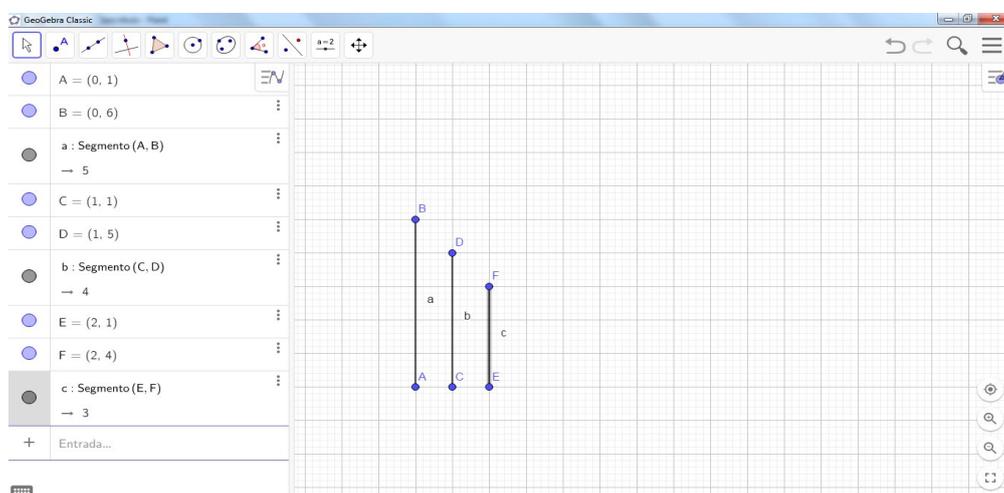


FIGURA 2: Passo 1 na demonstração do caso LLL.

FONTE: Próprio autor

Logo em seguida, com a medida do segmento a, cria-se um novo segmento, nomeado f.

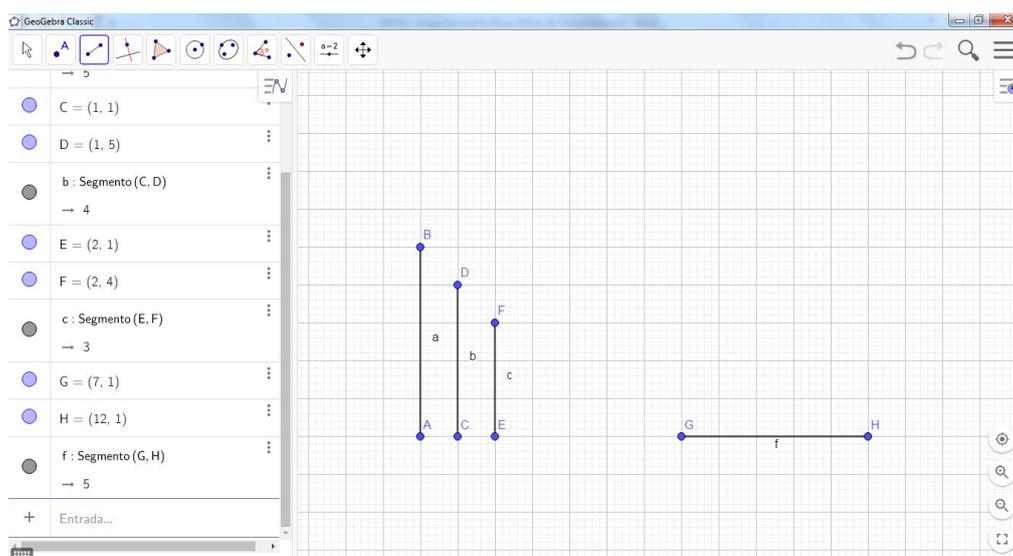


FIGURA 3: Passo 2 na demonstração do caso LLL.

FONTE: Próprio autor

Habilita-se a função compasso no programa , pega-se a medida do segmento b e cria-se uma circunferência d com medida do segmento b no ponto G.

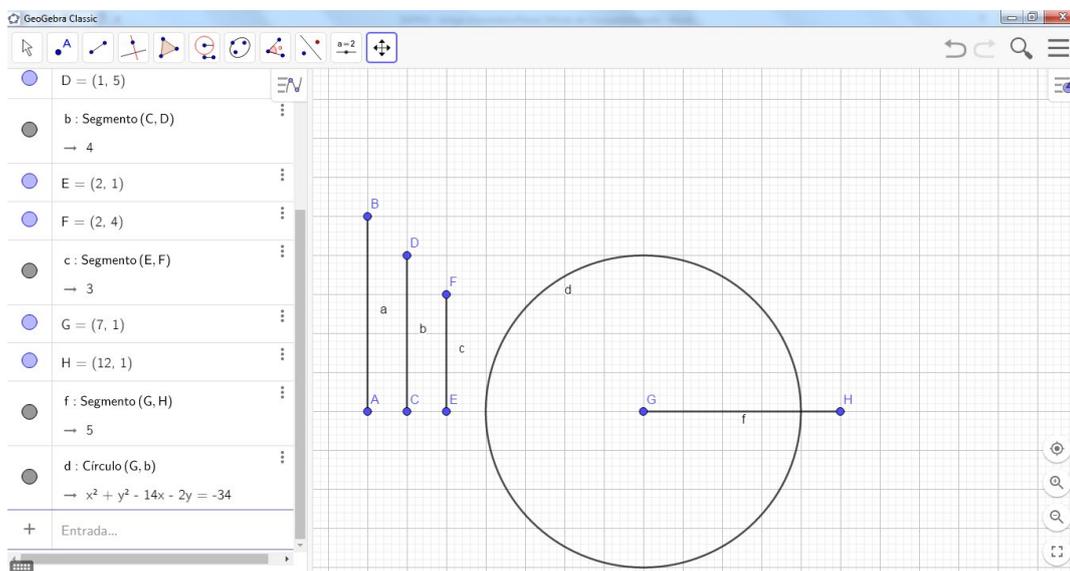


FIGURA 4: Passo 3 na demonstração do caso LLL.

FONTE: Próprio autor

Logo em seguida, o processo é repetido com o segmento c, no ponto H.

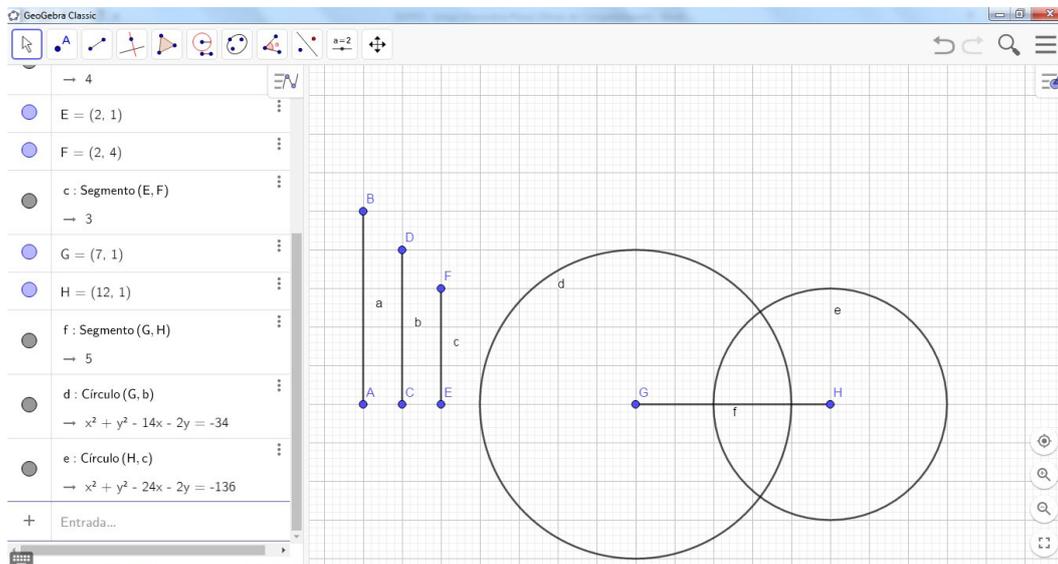


FIGURA 5: Passo 4 na demonstração do caso LLL.

FONTE: Próprio autor

Marcam-se os pontos de intersecção das circunferências e traça-se um segmento de reta do ponto I até o ponto G, esse novo segmento g terá a mesma medida do segmento b, pois é o raio da circunferência d.

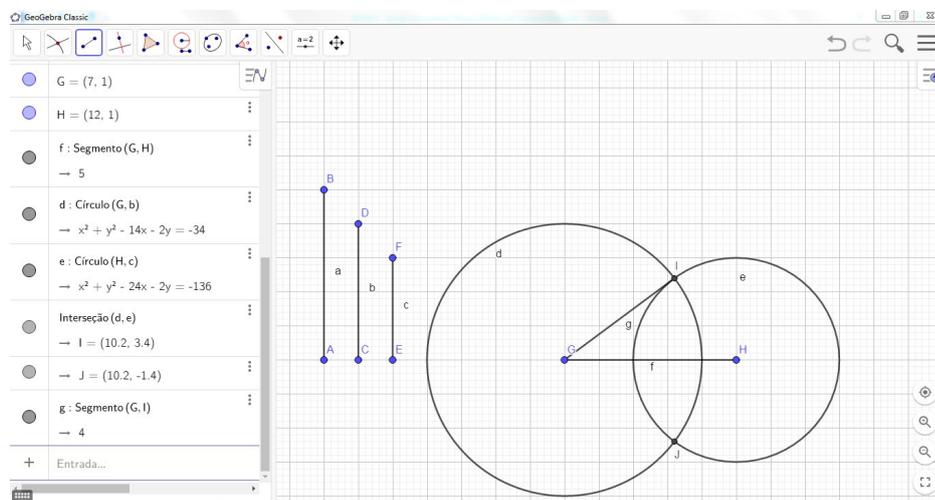


FIGURA 6: Passo 5 na demonstração do caso LLL.

FONTE: Próprio autor

Traça-se um segmento de reta do ponto I até o ponto H, onde esse novo segmento h terá a mesma medida do segmento c, pois c é o raio da circunferência

e.

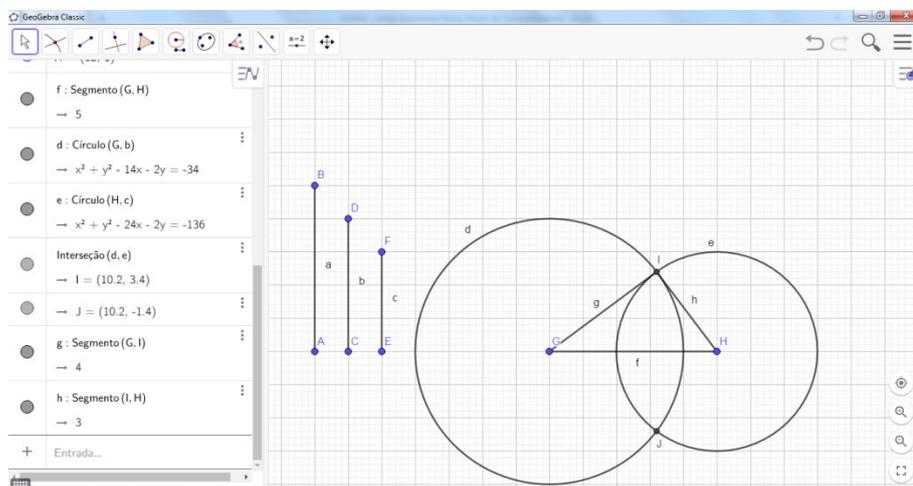


FIGURA 7: Passo 6 na demonstração do caso LLL.

FONTE: Próprio autor

Forma-se, assim, o triângulo que se desejava mostrar.

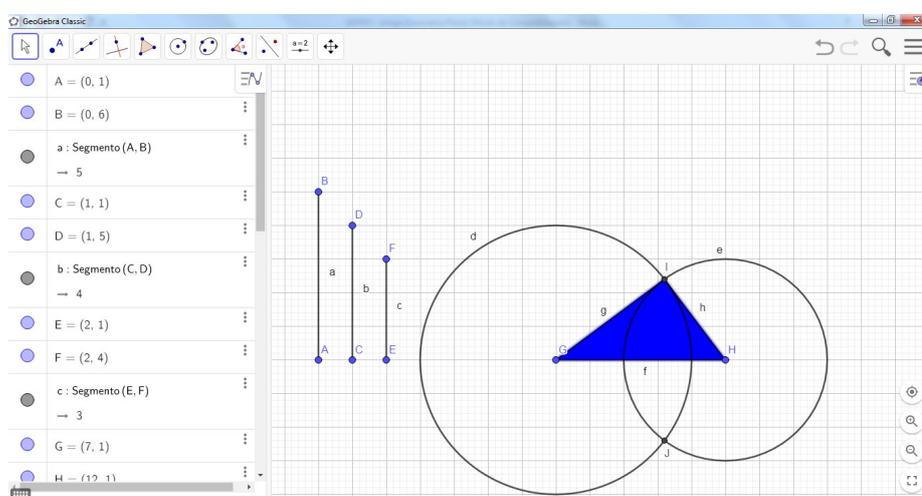


FIGURA 8: Caso LLL.

FONTE: Próprio autor

A escolha do segmento a pode ser feita com os demais segmentos em sala de aula, para mostrar que não importa qual seja o lado escolhido, sempre será

gerado esse triângulo e pode ser demonstrado, também, as possíveis rotações que ele pode ter, habilitando a função do programa GeoGebra de animação.

O GeoGebra permite que tal conteúdo seja mostrado e demonstrado de forma hábil e com bastante participação dos alunos, pois os mesmos terão a oportunidade de construir as figuras no programa para ver a semelhança e as congruências que possuem. Ao fazer, vão estar assimilando, de forma mais eficiente, o conteúdo, fazendo com que os alunos realmente aprendam o conteúdo, não apenas transcrevendo do quadro para o caderno, de forma passiva, como no caso do uso de pincel e apagador.

5. Considerações finais

Como podemos ver, a geometria plana teve sua origem faz mais de dois milênios e, durante vários séculos no Brasil, teve sua transmissão deixada de lado ou mesmo, simplesmente, restrita a poucos. Somente há algumas décadas que a geometria plana vem sendo feita de forma, como se conhece atualmente, e, ainda assim, encontra diversas barreiras para que se possam ensinar futuras gerações, as quais podem tornar o ensino-aprendizado lento ou falho. Mas existem projetos, como o GeoGebra, que vem tentando mudar essa situação, para que a Matemática possa ser um caminho de transformação e evolução na vida escolar.

À medida que a tecnologia vem se agregando às ciências, devemos mudar nossa visão para que se possa, dessa forma, aprender e ensinar, não ficando atrelados com ferramenta e metodologias que não evoluam com as ciências e tecnologias durante o passar do tempo, pois, tais metodologias tendem a cair em desuso e serem superadas por novas, que tendem a obter o melhor das novas tecnologias.

O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos, sendo, dessa forma, uma poderosa ferramenta que possibilita os mais diversos usos para o ensino da matemática de forma dinâmica e atrativa, nas mais diferentes situações do dia a dia do professor, permitindo, assim, ir muito além de qualquer obstáculo que lhe possam colocar.

Referências

- ANTAR Neto, Aref. **Noções de Matemática V. 5**. Ed Moderna, São Paulo, 1982.
- BAHIENSE, Luciana Fiorotti, **Tópicos de Geometria Plana com o Software GeoGebra: Proposta de Sequências Didáticas**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Espírito Santo, Departamento De Matemática, 2014.
- COSTA, Dionísio José da Sá, **Tópicos da Geometria Plana por Meio do GeoGebra**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Instituto de Ciências Exatas e Naturais, 2014.
- GONÇALVES Júnior, Oscar. **Matemática por assunto**. Ed Scipione, 1988.
- KOPKE, R. C. M. **Geometria, desenho, escola e transdisciplinaridade: abordagens possíveis para a educação**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Centro de Filosofia e Ciências Humanas, 2006.
- MORGADO, A. C. **Geometria (2º grau)**. Ed F Alves, Rio de Janeiro 1989.
- PAVANELLO, R. **O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica**. (Dissertação em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.
- VALENTE, V. R. **Uma história da Matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: FAPESP, 1999.