



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i1p108-128>

Função exponencial e GeoGebra: o que vem sendo discutido na literatura brasileira?

Exponential function and GeoGebra: what is being discussed in the brazilian literature?

RODRIGO DOS SANTOS FERREIRA¹
ANDRÉ PEREIRA DA COSTA²

RESUMO

Esta pesquisa é parte de uma dissertação de mestrado e o objetivo é investigar como o ensino de função exponencial vinculado ao uso do GeoGebra vem sendo discutido em artigos publicados nos últimos 10 anos (2010-2019) em periódicos brasileiros da área de Ensino, cujo escopo contenha o ensino de matemática e/ou de ciências. Este é um trabalho qualitativo bibliográfico e descritivo. Foi constatado que o ensino de função exponencial tem sido potencializado, muito por conta de suas aplicações em contexto de realidade (como na biologia e na matemática financeira) que, associadas ao GeoGebra, otimizam a aula de matemática, concedendo-a um caráter experimental que estimula a autonomia dos estudantes, aos lhes permitir construir os conceitos por meio de suas múltiplas representações, a partir da supervisão do professor que, além de mediador, precisa incorporar e ter domínio sobre o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação em sala de aula.

Palavras-chave: Função Exponencial; GeoGebra; Tarefas;

ABSTRACT

This research is part of a thesis and the objective is to investigate how the teaching of exponential function linked to the use of GeoGebra has been discussed in articles published in the last 10 years (2010-2019) in Brazilian journals in the area of Education, whose scope contains math and / or science education. This is a qualitative bibliographic and descriptive work. It was found that the teaching of exponential function has been greatly enhanced due to its applications in the context of reality (as in biology and financial mathematics) which, associated with GeoGebra, optimize the mathematics class, giving it an experimental character that stimulates the autonomy of students, allowing them to build concepts through their multiple representations, based on the supervision of the teacher who, in addition to being a mediator, needs to incorporate and have mastery over the use of Information and Communication Technologies in the classroom.

Keywords: Exponential function; GeoGebra; Tasks;

¹ Universidade Federal do Oeste da Bahia - rodrigo.f0609@ufob.edu.br

² Universidade Federal do Oeste da Bahia - andre.costa@ufob.edu.br

Introdução

Em geral, a função exponencial é definida para um a real positivo diferente de 1 como uma aplicação $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ indicada com a notação $f(x) = a^x$. No entanto, autores como Faria, Junior e Cardoso (2016) afirmam que os livros didáticos costumam enfatizar apenas essa definição, destacando a falta de atenção dada às famílias das transformações e composições da função exponencial (as funções do tipo exponencial) representadas, de forma geral, por $f(x) = ka^{bx+c} + d$, com k, b, c e d sendo constantes reais. Esses pesquisadores reiteram que, apesar de não satisfazerem a caracterização de uma função exponencial, tal função mantém forte relação com seu comportamento. Além disso, por serem modelos de fenômenos naturais e aparecerem em diversas tarefas, o estudo dos seus parâmetros, responsáveis por translações, reflexões, expansões e compressões no plano cartesiano, merece ser considerado.

Este objeto matemático é fonte de discussão, em diversas pesquisas em Educação Matemática, tanto pela relevância teórica e prática do conteúdo quanto pelos índices de dificuldades que muitos alunos apresentam com o mesmo, que por sua vez, muitas vezes é deixado de lado no ensino médio, seja por não haver tempo hábil para discuti-lo durante o ano letivo ou por, contraditoriamente, os estudantes apresentarem mais dificuldades com ele (PIANO, 2016). Os dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) evidenciam o reflexo de aprendizagem dos estudantes nos descritores que contemplam esse assunto. Além disso, seus resultados, que variam em notas de 0 a 500, são apresentados em uma escala de desempenho, dividida em 10 níveis, que reúnem as competências e habilidades que os estudantes demonstram ter desenvolvido. Sendo assim, os níveis 5 (325 à 350), 7 (375 à 400) e 9 (425 à 450) são os que exigem habilidades relacionadas às funções exponenciais, e, a Tabela 1 indica o quão ruim são os percentuais de estudantes aos quais alcançam esses níveis na rede estadual da cidade de Barreiras – Bahia (onde trabalham e residem os autores deste artigo) e de todo o estado.

Tabela 1 - Dados do SAEB que indicam o percentual (%) de estudantes da rede estadual da cidade de Barreiras – BA e de todo o estado da Bahia aos quais alcançam os níveis de proficiência 5, 7 e 9.

	Nível 5	Nível 7	Nível 9
Barreiras – BA	4,5	0,24	0
Bahia	4,93	0,57	0,03

Fonte: SAEB (2019)

Nota-se que, uma das principais aplicações desse saber, é o seu uso como ferramenta de descrição, previsão e análise de fenômenos naturais, muito bem explorados na modelagem matemática entendida por Bassanezi (2018, p.16) como a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-

los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. São exemplos de aplicações dessa função, o estudo do decaimento radioativo, dos juros compostos, dos terremotos, da pressão atmosférica, das curvas de aprendizagem, do crescimento populacional, da meia vida dos medicamentos, dentre outras.

De acordo com Lima (2013), as funções exponenciais, ao lado das afins e das quadráticas, são os modelos matemáticos mais utilizados para resolução de problemas no ensino básico. Santos (2014) aponta, no entanto, que é comum, no ensino deste conteúdo, a omissão de propriedades e provas que acaba restringindo a potencialidade cognitiva do mesmo. Toledo (2018) justifica tal empobrecimento didático do conteúdo pelo tempo reduzido destinado a ele (em média 4 horas/aula) que permite apenas fazer a sua introdução com poucas aplicações e sem muitas discussões sobre o desempenho individual dos estudantes.

A Base Nacional Comum Curricular (2017) enfatiza como necessária a habilidade de se trabalhar com as múltiplas representações e aplicações deste objeto matemático. Neste sentido, outro fator relevante, do ponto de vista epistemológico, é a relação entre as representações (algébrico, geométrico, tabular, ...) de uma função e as informações que a capacidade do estudante em transitar entre elas pode fornecer ao professor a respeito do seu nível de aprendizagem. Sendo assim, a BNCC (2017) destaca que uma das aptidões que os estudantes do Ensino Médio devem desenvolver é,

[...] analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função. (2017, p. 539).

Acerca da questão epistemológica, trata-se de um tema debatido por diversos autores, em especial Duval (2011), que em sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica condiciona a aprendizagem à mobilização de ao menos dois registros com o estudante sendo capaz de, por exemplo, reconhecer as características e alternar entre as representações algébrica e geométrica da exponencial. Além disso, a BNCC (2017) traz como uma competência específica para o Ensino Médio (que valoriza o trabalho em sala de aula com a passagem entre as representações semióticas): “compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas” (2017, p. 538).

Destacamos, assim, a relevância do ensino e da aprendizagem matemática ancorado na exploração das múltiplas representações dos objetos matemáticos discutidos e em suas possíveis aplicações em situações cotidianas. Concordamos com Bassanezi (2015, 2018) ao constatar que ao invés da sequência “enunciado→

demonstração→ aplicação”, praticados em sala de aula, muitas vezes o movimento contrário de recriar o processo de conjectura do conceito por meio da motivação, formulação e validação de hipóteses, pode atribuir à aula de matemática um caráter experimental, estimulante e criativo.

A escolha em discutir a função exponencial neste trabalho é justificada, portanto, por seu potencial em descrever fenômenos naturais de diferentes áreas do conhecimento por intermédio de múltiplas representações. Além de ser um conteúdo pouco explorado na educação básica, e, pelos estudantes apresentarem índices comprovados de dificuldade em habilidades básicas e avançadas relacionadas ao tema.

É importante destacar, ainda, outro elemento que faz parte do núcleo central desta pesquisa: o GeoGebra aplicado ao estudo deste tipo de função. Outrossim, a BNCC (2017) realça a relevância de se empregar tecnologias digitais (no mesmo parágrafo em que discute a habilidade necessária de se trabalhar com as funções exponenciais) além de fazer menção a este recursos como *softwares*, em diversas passagens, ao longo de toda a educação básica sempre enfatizando seu potencial na inter-relação entre geometria, estatística e álgebra. Ademais, são eficientes no momento em que o professor pretende estabelecer significados e aplicações dos conceitos matemáticos pelas possibilidades de manipulação e trabalho simultâneo com as representações semióticas.

A escolha pelo estudo do GeoGebra associado às funções exponenciais se deu, portanto, por este *software* ser uma ferramenta rica em termos de possibilidades de articulação e manipulação, entre as representações de objetos matemáticos, em especial as funções. A relevância da discussão deste programa em educação matemática é justificada, por exemplo, pela existência de Institutos GeoGebra espalhados por todos os continentes (aqui no Brasil com sedes em estados como São Paulo, Rio de Janeiro e Rio Grande do Norte) onde são desenvolvidos materiais para oficinas com o GeoGebra, treinamento para professores em atuação, e/ou em formação, projetos de pesquisa que discutem, bem como, avaliam os benefícios do *software* relatados e debatidos por todo o mundo (IGI, s.d.).

Além disso, um aspecto importante na análise de trabalhos aos quais envolvem propostas didáticas com e sem intervenção em sala de aula, são os tipos de tarefas adotados e o que podem exigir e produzir dos estudantes em termos de aprendizagem. Por isso, destacamos as concepções de Ponte (2005) ao classificar os tipos de tarefas com base em seu grau de desafio matemático (que pode ser reduzido ou elevado) e o seu grau de estrutura que pode ser fechado (é claramente dito o que é dado e o que é pedido do aluno, são tarefas mais objetivas) e aberto (comporta alguma indeterminação, os estudantes terão que fazer conjecturas, análises e testes para encontrar a melhor forma de resolução e sua resposta). Assim, podemos ter

tarefas na forma de exercícios (fechada e desafio reduzido), problemas (fechada e desafio elevado), explorações (aberta e desafio reduzido) e investigações (aberta e desafio elevado).

Desta forma, o objetivo deste trabalho, o qual é parte de uma dissertação de mestrado, é investigar como o ensino de função exponencial vinculado ao uso do GeoGebra vem sendo discutido em artigos publicados nos últimos 10 anos (2010-2019) em periódicos brasileiros da área de Ensino, cujo escopo contenha o ensino de matemática e/ou de ciências. A seguir, apresentamos a metodologia da pesquisa.

Metodologia

Esta pesquisa, quanto aos seus objetivos, é descritiva, e, quanto aos seus procedimentos, é bibliográfica, dado que tem por base descrição das características de um determinado fenômeno (o ensino da função exponencial com suporte do software GeoGebra) a partir do levantamento de material (artigos) produzido e publicado em diferentes revistas científicas (GIL, 2002). Dessa forma, buscamos estabelecer uma contextualização da forma como este conteúdo associado a este software vem sendo discutidos na literatura mais recente.

O levantamento foi realizado em revistas brasileiras³, das quais foram consideradas para análise as que tinham em seu escopo o ensino de Matemática ou de Ciências. Vale mencionar que, no sistema de busca de cada revista, por meio das etiquetas “exponencial” e “exponenciais”, foram encontrados trabalhos. Destes, filtramos as pesquisas em português publicadas na última década completa, (2010 a 2019), período em que houve uma série de marcos tecnológicos como a abrangência do acesso às redes *WIFI* (até 2010 era difícil encontrar domicílios com conexão sem fio). Além disso, também houve o desenvolvimento do conceito de leitores biométricos, de câmeras digitais em dispositivos móveis, crescimento e consolidação das redes sociais, de aplicativos de mensagens (que substituíam os torpedos), assistentes virtuais por reconhecimento de voz etc. (LISZEWSKI, 2019). Estes são exemplos de recursos que impactaram e geraram discussões em diversos setores da sociedade, dos quais destacamos a educação que se viu na necessidade de acompanhar tal evolução.

Como critérios de exclusão, a partir da análise dos artigos, foram considerados: *1º Critério*: Pesquisas que se encontravam fora do recorte temporal supracitado; *2º Critério*: Pesquisas que, apesar de citarem as funções exponenciais, não as tinham em seu núcleo de investigação; *3º Critério*: Pesquisas que, embora abordem as funções exponenciais, não usam o GeoGebra como uma ferramenta didática presente em seu núcleo de pesquisa. O último critério, por sua vez, se justifica por existirem

³ Foi enviado como anexo, junto com a publicação deste artigo no sistema da revista, a lista das revistas analisadas.

muitas pesquisas que empregam este *software* apenas como uma ferramenta técnica para gerar gráficos, como em estudos estatísticos, teóricos, nas áreas das engenharias ou mesmo em trabalhos com cunho educacional, mas que não apresentam discussões ou considerações didáticas a respeito dos recursos e relevância do programa.

Desta forma, o corpo em análise foi reduzido de 70 para 14 artigos por apresentaram em seu núcleo de pesquisa as funções exponenciais associadas didaticamente à ferramenta GeoGebra. Não foram considerados, por exemplo, os trabalhos de: Damazio (2011) que, apesar de fazer referência a comportamentos exponenciais, foca sua pesquisa no estudo da potenciação com alunos do sétimo ano do ensino fundamental; Breda, Hummes e Lima (2013) que, apesar de apresentarem uma reflexão sobre o processo de aprendizagem do conceito de Função Exponencial no Ensino Médio, citam o GeoGebra como uma sugestão metodológica para pesquisas futuras; Monteiro et al (2020) que, apesar de analisar o GeoGebra como potencializador na aplicação de função exponencial, tem sua publicação fora do intervalo de tempo de interesse.

Desse modo, foram considerados 14 artigos, que foram classificados em três categorias mutuamente exclusivas, tal como no **Quadro 1**.

TRABALHOS SEM INTERVENÇÃO NO ENSINO MÉDIO	Trabalhos com propostas didáticas para o estudo da função exponencial com o uso do GeoGebra sem intervenção/aplicação em sala de aula no Ensino Médio.
TRABALHOS COM INTERVENÇÃO NO ENSINO MÉDIO	Trabalhos com propostas didáticas para o estudo da função exponencial com o uso do GeoGebra por meio de intervenção/aplicação em sala de aula no Ensino Médio.
TRABALHOS COM INTERVENÇÃO NO ENSINO SUPERIOR	Trabalhos com propostas didáticas para o estudo de função exponencial com o uso do GeoGebra por meio de intervenção/aplicação em sala de aula no Ensino Superior.

Quadro 1 - Categorias para subdivisão e análise dos artigos
Fonte: Autor, 2020.

Além desta categorização, foram extraídas informações chaves de cada artigo, tais como, o tipo de abordagem (estritamente teórica ou prática), o público alvo e os objetos e ferramentas de auxílio e análise técnicos (softwares, laboratórios, etc.).

Por fim, apresentamos o Quadro 02 com a lista dos artigos associados aos periódicos em que foram encontrados.

REVISTA	AUTOR
REVISTA DO INSTITUTO GEOGEBRA	REZENDE, PESCO E BARTOLOSSI (2012)

VIDYA	SANTOS E BIANCHINI (2012)
REVISTA UDESC	SILVA (2016)
SIGMAE	FARIA, JUNIOR E CARDOSO (2016)
REVISTA THEMA	MARTINS, DOERING E BARTZ (2017)
REVISTA EXITUS	SOUSA E RAMOS (2017)
REVISTA CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS	SILVA E LAZZARIN (2018)
REVISTA BRASILEIRA DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO	MENDONÇA E FILHO (2018)
REVEMAT	AGUIAR, MACALÓS E LIMA (2019)
PROFESSOR DE MATEMÁTICA ONLINE	GOLDONI (2019)
REVISTA DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	MACÊDO E SANTOS (2019)
VIVÊNCIAS EDUCACIONAIS	TOBIAS E DIAS (2019)
REVISTA ACTA SCIENTIAE	CARDOZO E POSSAMAI (2019)
NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO	BONOTTO E BISOGNIN (2015)

Quadro 2 - Trabalhos filtrados para análise.
Fonte: Autor, 2020

Destas pesquisas, têm-se a maioria composta por oito artigos publicados em revistas do sul do país (com cinco pertencentes ao Rio Grande do Sul), seguido de quatro na região sudeste e dois do Nordeste (uma delas na Bahia). Com relação aos periódicos, observa-se que, um possui QUALIS A1, três são qualificados em A3, outro em A4, três em B1, dois em B3 e quatro com QUALIS C. Os demais aspectos serão devidamente apresentados e discutidos no próximo tópico.

1. Apresentação de discussão dos dados

Segue, a discussão dos artigos com base nos elementos seccionados pelas categorias dadas por trabalhos sem intervenção no Ensino Médio, trabalhos com intervenção no Ensino Médio e trabalhos com intervenção no Ensino Superior, conforme explicado no Quadro 01.

1.1. Trabalhos sem intervenção no ensino médio

Nesta categoria foi identificado um trabalho, o de Rezende, Pesco e Bartolossi (2012), no qual foram elaborados materiais na forma de *applets*⁴ a partir do

⁴ *Software* ou aplicação dentro de um *software* que executa uma atividade específica

GeoGebra no intuito de evidenciar a importância de se compreender o conceito de função exponencial por meio da relação de variabilidade entre grandezas. Os pesquisadores analisaram o comportamento de uma variável em função da manipulação de outras. Ademais, foi dada atenção à relação entre as representações numéricas, algébricas e gráficas da função exponencial sem que fossem trabalhadas nesta proposta com aplicações do conteúdo em outras áreas do conhecimento, como a Física e a Biologia. Neste caso, o foco é direcionado aos aspectos formais do ponto de vista matemático, como com propriedades, teoremas e caracterização.

Em um primeiro momento, discute-se a função $f(x) = a^x$ por meio da variação do parâmetro a , dos pontos do domínio x_n e de um acréscimo em relação a cada ponto (Δx). Nesse sentido, os pesquisadores objetivam que sejam compreendidas, através da manipulação de controles deslizantes, a relação de crescimento e decrescimento da função condicionados à a . Além disso, exploram a correspondência entre x_n , $f(x_n)$ e $\frac{f(x_n+\Delta x)}{f(x_n)}$ quando o primeiro se comporta como uma progressão aritmética (PA) fazendo os demais se tornarem, respectivamente, uma progressão geométrica (PG) e a razão desta.

Além disso, explorando mais a fundo as funções do tipo exponencial $f(x) = ka^x$, os pesquisadores, a partir da observação de tabelas, e também da manipulação de controles deslizantes, criaram um mecanismo o qual permite a verificação da propriedade que estabelece a razão $\frac{f(x+\Delta x)}{f(x)} = \frac{ka^{x+\Delta x}}{ka^x} = a^{\Delta x}$ como não depende da variável x , permanecendo constante para algum Δx fixado.

Percebe-se a atenção voltada para a caracterização da função exponencial por meio da relação estreita entre seu comportamento algébrico e geométrico. Esta é uma abordagem interessante por se concentrar nos aspectos formais do conteúdo que, mesmo abrindo mão de correlações e aplicações em outras áreas do conhecimento, se dedica a tornar didática e acessível a visualização e compreensão destas propriedades. Tal proposta evidencia que trabalhar com as justificativas provenientes da matemática pura com estudantes do Ensino Médio não é algo impossível ou proibido. São tarefas de investigação e exploração como estas que muitas vezes podem cumprir o papel de desmistificar o caráter “axiomático” e formuláico pregado majoritariamente nas aulas de matemática. Trabalhar com fórmulas e teoremas prontos, sem que os estudantes entendam de onde eles vêm e porque assumem determinados comportamentos, podem gerar mais desinteresse, enquanto da forma como é proposto aqui, o aluno tem a oportunidade de construir, conjecturar e visualizar a validação destas fórmulas e teoremas.

Vemos aqui, o caráter experimental e analítico que o GeoGebra pode imprimir durante a aula de matemática, por meio de manipulações e experimentações que

contribuem para “convencer” os alunos de certas generalizações e “fatos” matemáticos a partir de tarefas de exploração, dado que as atividades no *software* são previamente apresentadas de modo que os estudantes devem, a partir delas, chegar a estas conclusões.

1.2. Trabalhos com intervenção no Ensino Médio

Nesta categoria enquadraram-se nove trabalhos, com diferentes tipos de abordagens e considerações a respeito do conceito de função exponencial e do *software* GeoGebra. Deste quantitativo, duas pesquisas (SANTOS e BIANCHINI, 2012; TOBIAS e DIAS, 2019) optaram por discutir os aspectos algébricos e geométricos das funções exponenciais em detrimento de suas aplicações em contexto de realidade.

Santos e Bianchini (2012) buscaram instigar alunos do 3º ano do Ensino Médio a encontrarem a função inversa da exponencial (a função logarítmica) com suporte dos conceitos de simetria e geometria plana (no que confere às distâncias entre retas). O interessante desta abordagem foi o objetivo dos pesquisadores em levar os alunos a esta constatação por tentativas e erros, onde teriam que encontrar uma expressão algébrica para a inversa da exponencial. Para tanto, geraram e analisaram alguns outros gráficos, como os das funções afim e quadrática. Tal possibilidade de testar vários tipos de funções de modo dinâmico e rápido, comparando-as visualmente, é apontado aqui como uma virtude do GeoGebra do ponto de vista cognitivo, pois evidencia as diferenças entre cada uma.

Os autores utilizaram como fundamentação teórica e metodológica, por meio de exercícios e explorações, o estudo das representações semióticas, a análise dos processos do pensamento matemático avançado e a engenharia didática. Vale salientar que o trabalho com as representações fora empregado como instrumento de comparação em exercícios e explorações que solicitaram dos estudantes uma análise de regularidades entre diferentes registros, a fim de constatarem as diferenças entre as funções.

Dentre as principais considerações de Santos e Bianchini (2012) está a constatação da dificuldade dos estudantes em transitarem entre as representações tabular e algébrica. Além disso, utilizar apenas o livro didático não é suficiente para a promoção de aprendizagem deste conteúdo, evocando, assim, a importância de o professor elaborar e aplicar tarefas de caráter investigativo as quais complementem o proposto no material de apoio.

Tobias e Dias (2019), por sua vez, optaram por propor que estudantes do 2º ano do Ensino Médio Técnico, construíssem manualmente o gráfico de funções do

tipo exponencial para em seguida, inserirem estes mesmos gráficos no GeoGebra. O objetivo foi, por meio de problemas, explorar os benefícios do *software*, como a otimização do tempo, a acessibilidade e a facilidade de manuseio. Ademais, os autores destacaram que o uso de tecnologias em sala de aula não invalida a “aula tradicional”, mas sim a complementa, tornando-a mais significativa. Assim, evidenciar a facilidade e a utilidade do uso deste tipo de ferramenta aos estudantes na comparação com o trabalho realizado sem ela, pode ser também uma estratégia para a conquista da atenção e do interesse da turma, cuja aprendizagem também está condicionada ao seu grau de envolvimento com a proposta da aula.

Ainda, nesta categoria, foram filtrados sete trabalhos que exploraram as aplicações deste tipo de função em outras áreas do conhecimento, como a Física e a Biologia. Os temas abordados foram as leis de resfriamento de Newton, crescimento de um investimento aplicado a juros compostos, concentração de um medicamento no organismo, eficiência do trabalho, o crescimento bacteriano e da mosca da fruta.

É importante notar que o uso da modelagem matemática em sala de aula concede ao professor a possibilidade de instigar a criatividade de seus alunos, não apenas no que concerne às habilidades matemáticas, mas principalmente na formulação de problemas originais. Em sua maioria oriundos de medições e organização de dados em planilhas e tabelas, tais tarefas permitem a identificação e visualização de leis e padrões de comportamentos (BASSANEZI, 2015).

Foi possível averiguar também, em alguns trabalhos, além do já supracitado, a existência desse tipo de experimento com os estudantes. Assim, por meio de tarefas de investigação e exploração, essas pesquisas tiveram a missão de coletar e modelar uma função (do tipo exponencial) que melhor descrevesse um determinado fenômeno natural.

Os trabalhos de Martins, Doering e Bartz (2017) e Cardozo (2019) relatam experiências laboratoriais envolvendo a lei de resfriamento de Newton no qual os alunos (em ambas as pesquisas, do 1º ano do Ensino Médio), por meio de termômetros de álcool ou culinário, registraram as mudanças de temperatura de líquidos previamente aquecidos e, com auxílio do GeoGebra, ajustaram os dados a uma função. O uso do *software* neste tipo de tarefa potencializa o caráter experimental da atividade e fornece vários caminhos que induzem à generalização. Valoriza-se, assim, uma aprendizagem pautada em descobertas e não em aceitação de verdades prontas. Na proposta, desenvolvida por Martins, Doering e Bartz (2017), os alunos inseriram os pontos (tempo, temperatura) no programa e, por meio de controles deslizantes aplicados aos parâmetros da função do tipo $f(x) = a + (b - a)e^{-kx}$ (que o professor previamente debateu ao explicar a lei de resfriamento), foram ajustando até chegarem ao modelo ideal que descrevesse a relação entre o

decaimento da temperatura do líquido em função do tempo, manipulando simultaneamente as representações algébrica e geométrica de f .

Cardozo (2019) também uma tarefa de investigação baseada na lei de resfriamento de Newton com alunos do 1º ano do Ensino Médio que tiveram a missão de medir e analisar, em intervalos fixos de tempo, a temperatura de um determinado líquido. Foram orientados previamente sobre o comportamento e o significado dos coeficientes do modelo exponencial proposto por Newton ($T(t) = C \cdot e^{k \cdot t} + T_m$, onde C é a diferença entre a temperatura ambiente, T_m , e a inicial do corpo, e k uma constante de proporcionalidade) e incentivados a, algebricamente, encontrarem uma função da forma $f(x) = ae^{kx} + d$ que se adequasse aos dados coletados. Assim, analisaram, por conta própria, seus resultados por meio do GeoGebra se defrontando com alguns erros até obterem sucesso de fato.

Do ponto de vista das representações semióticas, aqui, os estudantes tiveram a oportunidade de correlacionar as unidades significantes da função exponencial em sua representação algébrica (os coeficientes) e gráfica (crescimento e decrescimento, curvatura, interseção com o eixo das ordenadas). Diante disso, identificar esta função em mais de uma representação e entender a correspondência entre os elementos pertinentes a cada uma é um dos aspectos que o professor deve levar em conta para analisar o nível de aprendizagem de seus alunos (DUVAL, 2011).

Outras duas pesquisas que também exploram as representações da função exponencial foram as de Mendonça e Filho (2018) e a de Bonotto e Bisognin (2015). A primeira, tem como público alunos do 1º ano do Ensino Médio, e se embasando na teoria dos registros de representação semiótica, desenvolveu um estudo que explorou a função exponencial na matemática financeira (na análise de juros compostos). A partir de tarefas do tipo problema, buscaram compreender como a utilização do *software* GeoGebra pode auxiliar alunos do Ensino Médio na aprendizagem deste tipo de função por meio da mobilização, manipulação e coordenação de representações semióticas.

Outrossim, ao relatarem que de fato o programa permitiu aos estudantes transitarem entre diferentes registros do objeto estudado, Mendonça e Filho (2018) chamam a atenção para alunos com dificuldades de compreender e enxergar certas generalizações e propriedades algébricas em Matemática. E, com a intervenção do *software*, melhoraram seu desempenho, justamente, devido a possibilidade de visualização e manipulação simultânea de várias representações.

Vale acrescentar que Bonotto e Bisognin (2015), por sua vez, além das representações semióticas, também se embasaram nos conceitos de tarefas investigativas (PONTE, 2005) pautadas na matemática financeira no Ensino Médio e nos objetos de aprendizagens, recursos digitais empregados como suporte ao ensino que o torna mais dinâmico e efetivo (WILLEY, 2002 *apud* BONOTTO e

BISOGNIN, 2015). Tais recursos surgem por meio de simulações de compras, em que os estudantes são induzidos a generalizar a lei responsável por definir o montante de uma aplicação a juros compostos em função do tempo. Por conseguinte, ao propor a discussão que leva à expressão $M = C(1 + i)^t$, os alunos usaram o GeoGebra para estudar a função dada por $f(x) = ba^{cx}$ na expectativa de entender o que a variação de seus coeficientes provoca no gráfico e sua relação com os problemas financeiros analisados.

Os autores defendem que recursos como o GeoGebra são ferramentas de mediação que exigem do professor conhecimento técnico para empregá-las da maneira devida, pois é necessário saber mesclá-las às tarefas investigativas, que concedam aos estudantes um papel ativo no processo de construção do conceito da função exponencial. Bonotto e Bisognin (2015) alertaram para a possibilidade de os estudantes terem sucesso através de tentativa randômicas, nas quais não estariam de fato pensando analiticamente sobre suas ações, gerando erros sucessivos e excessivos (que não, necessariamente, representam uma virtude). É destacado, aqui, a importância do professor saber como e quando intervir, promovendo um ambiente de discussão sobre as conjecturas de seus alunos de modo a corrigi-las, adequá-las ou validá-las.

Destacamos, ainda, o trabalho de Goldini (2019) que objetivou compreender e modelar matematicamente o crescimento de micro-organismos coletados da saliva de alunos do 1º ano do Ensino Médio (participantes da pesquisa). Objetivou instigar a autonomia dos alunos ao lhes delegar a tarefa de descobrir a relevância e o significado da matemática na prática. O autor julga que o tratamento apenas teórico deste tipo de função limita a compreensão de sua relevância em outras áreas do conhecimento. Afirma que a estrutura não interdisciplinar e fragmentada entre as disciplinas da grade curricular no Ensino Médio, dificulta a contextualização de certos conteúdos. Dessa forma, os estudantes coletaram, cultivaram, registraram, analisaram e modelaram o comportamento dos microrganismos ao longo tempo.

O estudo das aplicações de funções na aula de Matemática pode ser melhor explorado com apoio de especialistas e professores formados na área específica de aplicação, como nesta pesquisa, por exemplo, em que, foi solicitado o suporte do professor de Biologia para a discussão mais acurada sobre o comportamento bacteriano e o manuseio dos instrumentos de coleta e análise. O GeoGebra é apontado neste estudo como um recurso que possibilita a representação das diferentes facetas do objeto estudado, diversificando as possibilidades de mediação pelo professor. Os alunos utilizaram os controles deslizantes do *software* para ajustar a curva exponencial $g(x) = ba^{cx}$ aos pontos associados a área ocupada pelos microrganismos em função dos dias. Além disso, Goldini (2019) considera o uso de laboratórios promissor na aula de matemática, pois torna a aula mais dinâmica e mais

apreciável para se trabalhar a função exponencial de forma mais envolvente, proporcionando um aprendizado mais significativo para os envolvidos.

Outra aplicação explorada, foi a meia vida de medicamentos no organismo, na pesquisa de Aguiar, Macalós e Lima (2019), com alunos do 1º ano do Ensino Médio de duas escolas distintas. Eles relataram um estudo e reflexão, desenvolvido por dois professores de Matemática, sobre o comportamento de anticoncepcionais no organismo humano, levando em conta tanto o aspecto matemático como também o biológico. Nota-se, aqui, outra situação em que um dos professores sentiu a necessidade de apoio da professora de Biologia para a discussão do tema. Desta forma, antes do estudo da função exponencial, foi dedicado um momento de debate sobre questões relacionadas, por exemplo, como este medicamento age no organismo feminino, seus malefícios e sua relação com a incidência ou prevenção de doenças ou reações físicas.

Guiado pela técnica de Polya de resolução de problemas, Aguiar, Macalós e Lima (2019) propuseram tarefas contextualizadas aos estudantes, nas quais deveriam responder tanto a questionamentos fechados como o preenchimento de tabelas com informações do enunciado, da mesma forma que deveriam responder perguntas mais abertas. Através de explorações, os alunos foram convidados a refletir sobre se algum dia a substância ingerida (anticoncepcional) desapareceria do organismo, com base no comportamento apontado no gráfico, o qual deveriam construir no GeoGebra. Por fim, os estudantes deveriam construir um banner digital, contendo informações, como o gráfico da função, representando o comportamento da substância do organismo humano, além de explicações técnicas sobre o tema.

Nessa direção, Aguiar, Macalós e Lima (2019) constata a relevância didática do uso das tecnologias digitais para a aprendizagem por possibilitarem a organização e uma interpretação mais precisa dos dados. Citam como exemplo os gráficos da exponencial apresentados nos posters digitais que permitiram enxergar, analisar e prever como o medicamento é absorvido pelo corpo, além de fazerem uma crítica ao ensino pautado apenas na memorização e repetição, constatando uma forte relação entre o “aprender” e o “fazer”, tal como alertou Goldini (2019).

Outra pesquisa que também explorou uma aplicação em outra área do conhecimento, mas sem trabalho campal, com suporte da teoria de resolução de problema de Polya foi a de Silva e Lazzarin (2018). Estes pesquisadores objetivaram atribuir significado ao conceito de função por meio da construção e interpretação de gráficos com o suporte do GeoGebra. Realizado com alunos do 3º ano do ensino médio, este trabalho explorou problemas prontos sobre crescimento bacteriano que instigavam os alunos a conjecturar uma fórmula que descrevesse este fenômeno em função tempo (função exponencial), encontrando sua inversa (função logarítmica) em seguida. A partir desta proposta, foi apresentada a definição formal de ambas as

funções e depois os estudantes analisaram algumas de suas propriedades a partir da variação de seus coeficientes com os controles deslizantes do GeoGebra.

De forma geral, Silva e Lazzarin (2018) reportam, dentre as principais vantagens do GeoGebra com relação à aprendizagem dos estudantes, o fato de instigarem sua motivação e interesse. Além de possuir recursos (em especial sua calculadora gráfica), a qual permitem um rápido auxílio visual para que sejam levantadas e testadas hipóteses que reforçam a autonomia dos envolvidos e otimizam o tempo de execução das tarefas, tal como relatado por outras pesquisas aqui analisadas,

1.3. Trabalhos com intervenção no Ensino Superior

Dos quatro trabalhos desenvolvidos em Ensino Superior, três tiveram como público-alvo professores formados e em formação (SILVA, 2016; FARIA, JUNIOR E CARDOSO, 2016; MACÊDO E SANTOS, 2019). É importante ressaltar que estas pesquisas tiveram maior enfoque no estudo das propriedades da função exponencial, se guiando pelos aspectos provenientes da matemática pura. Ademais, o único destes desenvolvido em cursos de bacharelado (SOUSA e RAMOS, 2017), foi o que teve foco maior nas aplicações em contexto de realidade. Além disso, nota-se como fator comum a todas estas pesquisas o emprego variado de diversos tipos de tarefas em uma mesma proposta. Outro escopo comum entre os trabalhos desenvolvidos com licenciandos e professores, foi a atenção dada à compreensão da caracterização formal da função exponencial, e na forma como o GeoGebra lhes poderia ser útil, tanto na perspectiva de estudantes quanto na perspectiva de docentes.

Destacamos a importância de projetos de iniciação à docência como meios de incentivo a estas práticas, como no trabalho de Faria, Junior e Cardoso (2016), que descreveram uma experiência em um subprojeto do PIBID ⁵, dedicado ao uso do GeoGebra para o estudo de funções. Na forma de curso de extensão, os participantes foram professores da educação básica supervisores do projeto e licenciandos bolsistas. Aqui, o objetivo partiu da exploração de conceitos básicos de potenciação sobre os quais os envolvidos tinham lacunas conceituais constatadas na pesquisa como, por exemplo, o fato de poucos professores conseguirem explicar e justificar a propriedade relativa a potências de expoente igual a 0. Outro objetivo, foi explorar o comportamento da função exponencial, por meio do GeoGebra. Ainda assim, também discutiram algumas aplicações como o crescimento de vendas, a análise da idade de rochas, as taxas de juros, as equações diferenciais ordinárias, o

⁵Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

decréscimo de taxa de radiação, a queda da temperatura e também, a decomposição de um cadáver.

Percebe-se aqui, novamente, o emprego dos controles deslizantes como recursos para análise da relação entre as representações algébricas e geométrica da exponencial. Fator importante para professores, justamente, por enriquecer seu repertório didático no momento em que, ao invés das fórmulas prontas, podem construir essas relações, de modo que fique claro aos seus estudantes o porquê, e a relação entre as unidades significantes de cada registro em quaisquer que sejam as representações. Em suas principais considerações, Faria, Junior e Cardoso (2016) reiteram resultados positivos, afirmando que,

[...] inicialmente, apenas cerca de 25% dos cursistas consideravam-se satisfeitos com seus conhecimentos, ao final o índice de satisfação subiu para quase 91%. Embora com menor impacto, o nível de conhecimento das ferramentas do GeoGebra também apresentou incremento. Antes do curso, cerca de 70% dos cursistas consideravam péssimo ou razoável seu conhecimento e, no fim do curso pouco mais de 78% afirmam estar satisfeito com as habilidades desenvolvidas no uso do software. Observa-se que, alguns dos 30% dos cursistas, que considerava bons seus conhecimentos, puderam aprender mais ferramentas e aplicá-las no contexto didático (p.8).

Outro trabalho que também se preocupou com o estudo da relação entre as formas algébricas e geométricas da função exponencial, foi o de Silva (2016), que elaborou um Kit Virtual de Apoio (KVA) disponibilizado *online* contendo videoaulas e *applets* confeccionados no GeoGebra. Com este material, analisou o conhecimento de alunos do terceiro período de um curso de licenciatura em matemática, por meio de tarefas investigativas a respeito de propriedades dos tipos de gráficos de funções, dentre os quais a exponencial.

Neste estudo, Silva (2016) destaca o problema de muitos livros didáticos de Matemática apresentarem variações do conceito de função, o que acarreta dificuldades por parte dos estudantes, corroborando também com a pesquisa de Faria, Junior e Cardoso (2016). Segundo estes, não é dada muita atenção à família das transformações e composições da função do tipo exponencial, representada por $f(x) = ka^{bx+c} + d$ (com k, b, c e d sendo constantes reais) as quais não possuem as mesmas caracterizações da exponencial propriamente dita, mas aparece em diversos modelos estudados em várias áreas do conhecimento. Isso justifica a importância de se ensinar relações e propriedades que, mesmo fugindo do proposto nos livros didáticos, podem contribuir para a aprendizagem dos estudantes, ao conferir uma visão mais global de como aplicar e interpretar este tipo de função, em contextos reais ou puramente matemáticos.

Nesta mesma linha, temos a pesquisa de Macêdo e Santos (2019) que procurou investigar as contribuições do uso das tecnologias digitais (além do GeoGebra, também o WINPLOT), na construção da autonomia docente dos acadêmicos de licenciaturas em Matemática e Física. Isso, a partir de exercícios e problemas envolvendo as funções transcendentais que incluem, dentre outras, as funções exponenciais e logarítmicas.

Percebe-se, a atenção dos pesquisadores voltada para que os estudantes compreendam a distinção da função exponencial para as demais, com base em erros e dúvidas comuns. Justificam a escolha deste assunto ao constatarem que, muitas vezes, não são devidamente discutidos no Ensino Médio e nos períodos iniciais da graduação. Com foco nas relações algébricas e geométricas do conteúdo, explicam a escolha por trabalharem com o GeoGebra por este ser um software livre, acessível, dinâmico e gratuito. Reiteram a importância da capacitação de professores para com o uso das novas tecnologias, como forma de explorar as diferentes maneiras de se trabalhar com um mesmo conteúdo, bem como de captar o interesse dos estudantes.

Por fim, analisamos a pesquisa de Sousa e Ramos (2017) que descreveu uma atividade ocorrida pela construção e análise de alguns modelos matemáticos, no contexto do estudo de funções exponenciais, utilizando dados empíricos, com o auxílio de ferramentas da área de Informática, tal como, o GeoGebra. Nesse viés, com aporte da teoria da aprendizagem significativa, a pesquisa ocorreu com alunos dos cursos de Ciências Biológicas, Química, Engenharia Florestal, Farmácia e Ciências Econômicas. Os modelos empregados por meio de problemas e exercícios foram o crescimento de um investimento aplicado a juros compostos, com taxa fixa, a concentração de um medicamento no organismo, a eficiência no trabalho, o crescimento bacteriano e o crescimento da mosca das frutas.

Nesta pesquisa, os autores constatarem que muitas ferramentas como o GeoGebra e o Excel não fazem parte da rotina acadêmica e profissional dos graduandos, sejam em cursos de bacharelado ou licenciaturas. Afirmam, ainda, que o ensino e aprendizagem podem se tornar significativos, no momento em que se estuda matemática em contextos aplicados, ao se relacionar tanto com a vida acadêmica como também com a profissional dos estudantes, segundo os autores,

[...] a utilização de dados empíricos referentes a algum problema real, processados num ambiente informatizado, como o Excel ou o GeoGebra, possibilitam que conteúdos matemáticos estudados desde o Ensino Básico até o Ensino Superior apresentem-se mais úteis nas aplicações e análises de situações-problema, permitindo que os estudantes possam dar mais significado ao que estudam, ao percebê-los em diversos contextos da sua realidade (SOUSA e RAMOS, 2017, p.72).

Com relação ao Ensino Superior, percebemos uma divergência de abordagens no que diz respeito aos bacharelados e as licenciaturas. Assim, quando se ensina para futuros professores, é comum o foco nos aspectos que caracterizam a função exponencial, em diferentes representações. Neste caso, o GeoGebra é empregado como uma ferramenta a qual permite a investigação de propriedades que os estudantes devem dominar e saber mediar. Em bacharelados, existe uma preocupação maior com a relevância prática desta matemática, na vida profissional dos graduandos, que se reflete na exploração de modelos matemáticos que permitem a análise e previsão de comportamentos.

Considerações finais

O objetivo deste trabalho, parte de uma dissertação de mestrado, foi investigar como o ensino de função exponencial vinculado ao uso do GeoGebra, vem sendo discutido em artigos publicados nos últimos 10 anos (2010-2019) em periódicos brasileiros da área de Ensino, cujo escopo contivessem o ensino de Matemática e/ou de Ciências. Foram filtrados 14 artigos que atenderam a estes critérios.

Verificamos que este tipo de função tem sua relevância marcada, indiscutivelmente, por suas aplicações na descrição de diversos fenômenos físicos, sociais e biológicos que, quando usadas em sala de aula, permitem aos estudantes enxergar utilidade no assunto, cujo estudo muitas vezes fica restrito a repetições, tarefas unicamente na forma de exercícios ou problema e uma tendência à predominância dos tratamentos unicamente algébricos, o que pode acarretar em problemas na aprendizagem.

Entre as pesquisas analisadas, um método de ensino interessante, derivado desta vasta aplicabilidade, é o trabalho laboratorial, que se revelou um grande motivador para alunos do Ensino Médio, no momento em que lhes é dada a oportunidade de serem ativos no processo de aprendizagem. Explorações e investigações deste tipo envolvem a coleta de dados, a elaboração de hipóteses, a análise de resultados, a escolha/busca por um modelo apropriado, conjecturas e conclusões que podem ser retiradas a partir desta atividade específica.

Além disso, destaca-se a interdisciplinaridade como essencial no ambiente escolar, por contribuir com situações em que certos conceitos, discutidos em uma aula de Matemática, baseados em contextualizações em outras áreas do conhecimento, podem ser melhor explorados quando em parceria com outros professores de outras áreas.

Vale salientar que, o trabalho simultâneo com as múltiplas representações deste objeto matemático, é um procedimento válido e necessário, uma vez que, cede

aos estudantes recursos para compreenderem o comportamento exponencial, quando em posse de uma tabela de dados, de uma curva ou de uma lei codificada. Nas publicações analisadas, foi notória a preocupação dos pesquisadores em estabelecer relações entre estes registros, corroborando com a necessidade de mobilização e compreensão, ao menos, de dois tipos de representação, para ser constatado algum tipo de aprendizagem defendida por Duval (2011).

O GeoGebra é um recurso amplamente discutido no meio acadêmico, principalmente quando se fala em ensino de Matemática. Além disso, o *software* possui ferramentas que beneficiam o trabalho em sala de aula por permitir a exploração de diversos aspectos, formas e perspectivas. Com ele é possível, em um momento cuja finalidade é formalizar o conceito e evidenciar comportamentos e características da função exponencial, por exemplo, criar controles deslizantes, que permitem, em um processo de experimentação constante, que os estudantes cheguem a estas constatações. Sendo assim, o que se descobre e deduz por conta própria tende a ser internalizado e compreendido de forma mais efetiva e duradoura, em detrimento de quando são apenas dadas informações e definições, com as quais não existe nenhum tipo de familiaridade.

Como defendido por diversos pesquisadores, o emprego do GeoGebra, bem como qualquer outro software, em sala de aula não invalida uma boa aula expositiva ou a exploração dos aspectos formais e algébricos do conteúdo. O emprego de tecnologias digitais permite uma diversificação metodológicas ao professor. Além da estruturação da escola, é reforçado que o professor precisar ter, não apenas domínio sobre o programa, mas também um entendimento geral básico de tecnologia para ser capaz de solucionar problemas técnicos básicos, sanar dúvidas que fogem ao planejamento inicial e ser inventivo quanto ao planejamento de suas intervenções.

Todavia, para que este tipo de intervenção em que todos (alunos e professor) sejam ativos aconteça, a escola precisa ser capaz de atender tal demanda, e conceder ao estudante um acesso justo a todos os elementos que tornam este método possível (ambiente adequado, computadores de qualidade, internet, etc.). Chamamos, assim, atenção para a necessidade de intervenção governamental, para que isso seja possível do ponto de vista estrutural nas escolas públicas.

Com relação à função exponencial, o *software* contribuiu para transparecer aos estudantes a relação entre as unidades significantes de diferentes representações, principalmente a língua natural, a gráfica e algébrica. O caráter manipulativo do GeoGebra, associado às tarefas investigativas, dão condições para que possam ser trabalhados os aspectos formais do conteúdo, ao mesmo tempo em que se discute assuntos oriundos de outras áreas do conhecimento, por meio de suas aplicações.

De forma geral, um benefício comum averiguado nas pesquisas com o GeoGebra, é a otimização de diversos aspectos da aula. Com o programa, os alunos

podem, por conta própria, analisar suas tarefas, verificar suas respostas, comparar suas construções gráficas e embasar suas conclusões. Isto, por meio de manipulações e tentativas que passam por erros e acertos, além de estimular a autonomia do aluno, também fornece ao professor elementos e informações que lhes permite uma apreciação mais refinada, de como está acontecendo esta aprendizagem e por meio de quais caminhos e de que forma ele deve intervir, dinamizando seu trabalho.

A diversificação das formas de intervenção em sala de aula é evocada nas pesquisas como uma necessidade para o trabalho com as funções exponenciais e do tipo exponencial. É posto que muitas vezes apenas o livro didático e suas tarefas (na maioria exercícios e problemas), não são suficientes para uma boa discussão do conteúdo, o qual é melhor aproveitado e debatido por meio de investigações e explorações, como com o GeoGebra.

Este trabalho pode instigar outras reflexões, seja como referencial teórico de outras pesquisas que se preocupam em entender e embasar como estão as discussões sobre o assunto na literatura nacional mais recente sobre o ensino de função exponencial, atrelado ao GeoGebra, ou como fonte de inspiração para o desenvolvimento de trabalhos que queiram discutir outros temas de forma semelhante (como uma análise centrada em outros tipos de *softwares* vinculados a outros tipos de funções). Do ponto de vista dos professores, com acesso a este estudo, espera-se que seja instigada uma reflexão sobre sua prática e como sua aula sobre funções exponenciais pode ser implementada com auxílio do GeoGebra, baseado em todo o material aqui levantado e debatido.

Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino - aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2018.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, **MEC / CONSED / UNDIME**, 2017.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. SAEB [recurso eletrônico]. Brasília: **INEP**, 2019. Disponível em: <https://bit.ly/2U6cxoB>. Acesso em: 15 de out. 2020.

BREDA, Adriana; HUMMES, Viviane Beatriz; LIMA, Valderez Marina do Rosário. Torre de Hanói virtual e a construção do conceito de Função Exponencial no Ensino Médio. **Novas Tecnologias na Educação**, Rio Grande do Sul, v. 11, n. 1, p. 1-9, jul.

2013. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/41693>. Acesso em: 20 out. 2020.
- DAMAZIO, Ademir. O Processo de Elaboração do Conceito de Potenciação de Números Fracionários: uma abordagem histórico-cultural. **Bolema**, Rio Claro, v. 24, n. 38, p. 219-244, abr. 2011. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4602>. Acesso em: 20 out. 2020.
- DUVAL, R.; MACHADO, S. D (ORG). A. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. Machado, S. P. A. (org.). In: **A aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica**. 8 ed. Campinas: Papyrus, 2011, p. 11-33.
- FARIA, Taís Aparecida; SOUZA JÚNIOR, José Carlos de; CARDOSO, Andréa. Matemática Dinâmica para compreender a função exponencial. **Sigmae**, Alfenas, v. 5, n. 1, p. 1-11, dez. 2016. Disponível em: <https://publicacoes.unifal-mg.edu.br/revistas/index.php/sigmae/article/view/509>. Acesso em: 02 out. 2020.
- GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.
- LIMA, Elon Lages. **Números e Funções Reais**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
- LISZEWSKI, Andrew. As tecnologias que mais evoluíram nos últimos 10 anos. 2019. Disponível em: <https://gizmodo.uol.com.br/tecnologias-mais-evoluiram-ultimos-10-anos/>. Acesso em: 19 out. 2020.
- MONTEIRO, Roberta Borges; LARANJEIRA, Suyanne Rodrigues Alves; ANDRADE, Leyde Dayane Martinho de; RIBEIRO NETO, Jucicleia Gomes. O GeoGebra Como Potencializador Na Aplicação De Função Exponencial. **Reamec - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [S.L.], v. 8, n. 2, p. 688-699, 4 jul. 2020. Revista REAMEC. <http://dx.doi.org/10.26571/reamec.v8i2.9693>.
- PIANO, Catia. Diferentes abordagens para o estudo das funções exponenciais e logarítmicas. 2016. 112 f. Dissertação (Doutorado) - Curso de **PROFMAT**, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2016. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/1982>. Acesso em: 15 out. 2020.
- PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. **O Professor e O Desenvolvimento Curricular**. Lisboa, p. 11-34. out. 2005. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/242643133_Gestao_curricular_em_Matematica. Acesso em: 01 ago. 2020.
- PUC-SP (Brasil). **Instituto GeoGebra (IGISP)** (org.). Home Page. 2020. Disponível em: <https://www.pucsp.br/GeoGebrasp/>. Acesso em: 15 out. 2020.
- SANTOS, Genival Nunes. **FUNÇÕES EXPONENCIAIS: uma proposta para professores do ensino médio..** 2014. 85 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Profmat,

Universidade Federal do Pará, Belém, 2014. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?cpf=61002771234&d=20200115011013&h=b4cc97b7c3473b7e0671f370d4714961ae44b211. Acesso em: 20 out. 2020.

TOLEDO, Luciana Alcantara de. **Ensino da função exponencial**: análise de resultados. 2018. 124 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Mestrado Profissional em Rede Nacional, do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho, São José do Rio Preto, 2018. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/157239>. Acesso em: 18 out. 2020

Recebido em 26/12/2020