



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2023.v12i1p107-121>

## Conteúdo imagético dinâmico sobre polarização da luz: explorando potencialidades do GeoGebra para o Ensino de Física no Nível Superior

**Dynamic imagery content on light polarization: exploring the  
potential of GeoGebra for the Teaching of Physics at the Higher  
Level**

DAVY DIAS ANDRADE<sup>1</sup>

<https://orcid.org/0000-0001-7499-8334>

JOSÉ CARLOS OLIVEIRA DE JESUS<sup>2</sup>

<https://orcid.org/0000-0002-6224-9528>

ÁLVARO SANTOS ALVES<sup>3</sup>

<https://orcid.org/0000-0002-2606-1229>

### RESUMO

*Neste trabalho, disponibilizamos quatro simulações de nossa autoria, elaboradas no Software livre GeoGebra, referentes à polarização da onda eletromagnética monocromática de frente de onda plana e os métodos de polarização via absorção seletiva, reflexão e birrefringência. Estas, além de objetos de aprendizagem virtual e registros semióticos pertinentes, evidenciam a amplitude do domínio das potencialidades do GeoGebra para Física do ensino básico e superior, enquanto material didático com ênfase imagética.*

**Palavras-chave:** *software livre GeoGebra; polarização da onda eletromagnética; material didático com ênfase imagética.*

### ABSTRACT

*In this work, we make available four simulations of our own, developed in GeoGebra Free Software, referring to the polarization of the monochromatic electromagnetic wave of flat wave front and the polarization methods via selective absorption, reflection and birefringence. These, in addition to virtual learning objects and pertinent semiotic records, show the breadth of the domain of GeoGebra's potentialities for Physics in basic and higher education, as teaching material with an imagery emphasis.*

---

<sup>1</sup> Universidade Estadual de Feira de Santana-UEFS [davydiasandrade2000@gmail.com](mailto:davydiasandrade2000@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidade do Estado da Bahia-UNEB [jcojesus@uefs.br](mailto:jcojesus@uefs.br)

<sup>3</sup> Universidade Estadual de Feira de Santana-UEFS [asa@uefs.br](mailto:asa@uefs.br)

**Key-words:** *GeoGebra Free Software; polarization of the monochromatic electromagnetic wave; didactic material with an imaginary emphasis.*

## Introdução

A Física Clássica encontra-se num estado concreto-abstrato no qual o sujeito acrescenta voluntariamente esquemas geométricos à abstração (BACHELARD, 1996). Nesse sentido, os signos visuais são recursos didáticos pertinentes para o ensino-aprendizagem da Física Clássica e, concomitantemente, se não bem diferenciados dos objetos, tornam-se potenciais obstáculos epistemológicos. Além disso, como os sentidos e significados estão no âmago da aprendizagem significativa, o uso do registro figural em consonância com o linguístico e o simbólico (DUVAL, 2012) se faz bem empregado.

Conhecendo essa relevância do conteúdo imagético para a área, observamos uma fragilidade desse referente à polarização da luz nos livros didáticos comumente usados nos cursos de Física Geral IV (ALONSO, FINN, 1972; HALLIDAY, 2009; NUSSENZVEIG, 2014; SEARS, ZEMANSKY, YOUNG, FREEDMAN, 2009;) e de Óptica (HECHT, 2002; ZILIO, 2009) no nível superior diante do potencial das novas tecnologias. Diante dessa demanda e do fato desse fenômeno óptico exigir um tratamento necessariamente vetorial, elaboramos objetos de aprendizagem e os disponibilizamos na rede. Também pretendemos, posteriormente, criar sequências didáticas com esses recursos, mas o presente trabalho refere-se ao escopo da revista: “Criação e disponibilidade de materiais didáticos com GeoGebra”.

Na onda das novas tecnologias, empregamos o software livre GeoGebra (HOHENWATER, 2014) para a elaboração do conteúdo imagético 3D e interativo. A escolha da ferramenta deveu-se a sua acessibilidade e potencialidade (OLIVEIRA, GUIMARÃES, ANDRADE, 2012). Com o aspecto tridimensional, pudemos explorar signos mais ricos do que as curvas de Lissajous comumente usadas para o ensino de polarização da luz monocromática de frente de onda plana; com o interativo, a tão importante conversão entre os registros

semióticos para a aprendizagem (DUVAL, 2012) torna-se mais explícita, em razão da reconfiguração automatizada pelas mudanças de parâmetros.

O primeiro arquivo ilustra uma onda eletromagnética monocromática de frente de onda plana em todas possíveis polarizações, bastando dirigir os parâmetros conforme o desejado para haver a reconfiguração. O segundo, o método de polarização por absorção seletiva, a partir de um polarizador e um analisador, permitindo também investigar a lei de Malus. O terceiro, as componentes da luz incidente e refletida, referindo-se aos coeficientes de Fresnel e lidando com a polarização por reflexão via o ângulo de Brewster. E, por fim, o método de polarização via birrefringência.

### 1. Onda eletromagnética monocromática

Todo o eletromagnetismo clássico, que por sua vez engloba a óptica clássica, tem como base as quatro equações de Maxwell e a lei de força de Lorentz. Dessas, aplicando algumas identidades vetoriais - no vácuo ou em meios transparentes, isotrópicos, lineares e homogêneos com índice de refração  $n$  - encontram-se as equações de onda dos campos elétrico,  $\vec{E}$ , e magnético,  $\vec{B}$  (GRIFFITHS, 2011). Dentre as soluções, há três com simetrias interessantes: as com frente de onda plana, esférica e gaussiana (ZILIO, 2009). Nosso interesse é na onda eletromagnética de frente de onda plana e monocromática, isto é, de única frequência angular,  $\omega_0$ , dada por

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re}\{\vec{E}_0 \exp[i(n\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_0 t)]\}, \quad (1)$$

$$\vec{B} = \frac{n\vec{k}}{\omega_0} \times \vec{E}, \quad (2)$$

sendo  $\vec{r}$  o vetor posição,  $t$  o tempo,  $\vec{E}_0$  a “amplitude” do campo elétrico e  $\vec{k}$ , o vetor de onda.

Notamos, da equação (2), a ortogonalidade mútua entre os campos e a propagação. Desta forma, é suficiente usar duas componentes perpendiculares,

coordenadas de  $\hat{q}_1$  e  $\hat{q}_2$ , para os campos. Nesse sentido, o campo elétrico pode ser escrito como segue:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = A_1 \cos(n\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_0 t) \hat{q}_1 + A_2 \cos(n\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega_0 t + \delta) \hat{q}_2, \quad (3)$$

sendo  $A_1$  e  $A_2$  as amplitudes, e  $\delta$  a diferença de fase entre as componentes.

Para um  $\vec{r}$  fixo, as componentes que variam com o tempo formam uma trajetória num plano<sup>4</sup>. Realizando algumas manipulações algébricas, com  $E_1 = A_1 \cos(n\vec{k} \cdot \vec{r}_{fixo} - \omega_0 t)$  e  $E_2 = A_2 \cos(n\vec{k} \cdot \vec{r}_{fixo} - \omega_0 t + \delta)$ , obtêm-se as curvas de Lissajous para  $A_1 \neq 0$  e  $A_2 \neq 0$  (NUSSENZVEIG, 2014. p.124),

$$\left(\frac{E_1}{A_1}\right)^2 - 2\left(\frac{E_2}{A_2}\right)\left(\frac{E_1}{A_1}\right)\cos\delta + \left(\frac{E_2}{A_2}\right)^2 = \text{sen}^2(\delta). \quad (4)$$

A equação (4) pode ser escrita na forma matricial, ou seja,

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1^2} & -\frac{\cos\delta}{A_1 A_2} \\ -\frac{\cos\delta}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \text{sen}^2(\delta). \quad (5)$$

A matriz quadrada de ordem 2 da equação (5) é simétrica e diagonalizável, seus autovalores são dados por

$$\lambda_1 = \frac{A_1^2 + A_2^2 + \sqrt{(A_1^2 + A_2^2)^2 - 4A_1^2 A_2^2 \text{sen}^2(\delta)}}{2A_1^2 A_2^2}, \quad (6)$$

$$\lambda_2 = \frac{A_1^2 + A_2^2 - \sqrt{(A_1^2 + A_2^2)^2 - 4A_1^2 A_2^2 \text{sen}^2(\delta)}}{2A_1^2 A_2^2}. \quad (7)$$

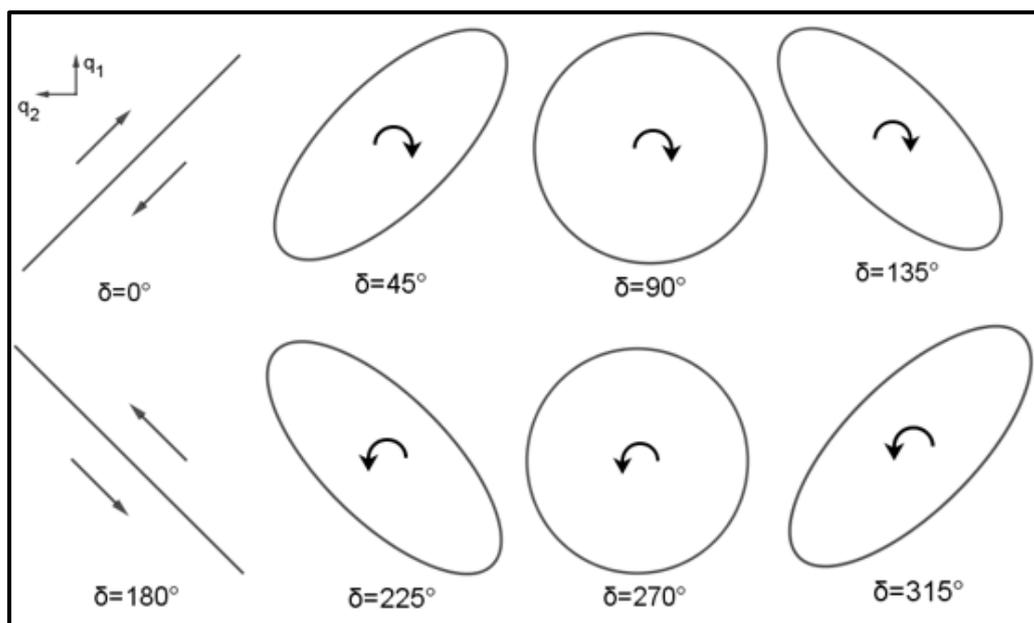
Portanto, a matriz de mudança de base é ortogonal, preservando a classificação da cônica. Temos então, na base ortonormal, a equação (5) na forma canônica, sendo  $E'_1$  e  $E'_2$  as novas coordenadas:

$$\lambda_1 E_1'^2 + \lambda_2 E_2'^2 = \text{sen}^2(\delta). \quad (8)$$

<sup>4</sup> Os vetores  $\vec{k}$  e  $\vec{r}$  definem um plano de equifase para um mesmo instante, motivando o nome “frente de onda plana”.

Das equações (5), (6), (7) e (8), temos que a curva de Lissajous é:

- I. uma circunferência para  $A_1 = A_2 \neq 0$  e  $\delta = \pi/2 + N\pi, N \in \mathbb{Z}$ ;
- II. um segmento de reta para  $\delta = N\pi$ ;
- III. uma elipse para os outros valores, com a restrição  $A_1 \neq 0$  e  $A_2 \neq 0$ . A figura 1 ilustra as cônicas para alguns valores mostrados na figura e o sentido da evolução da trajetória.

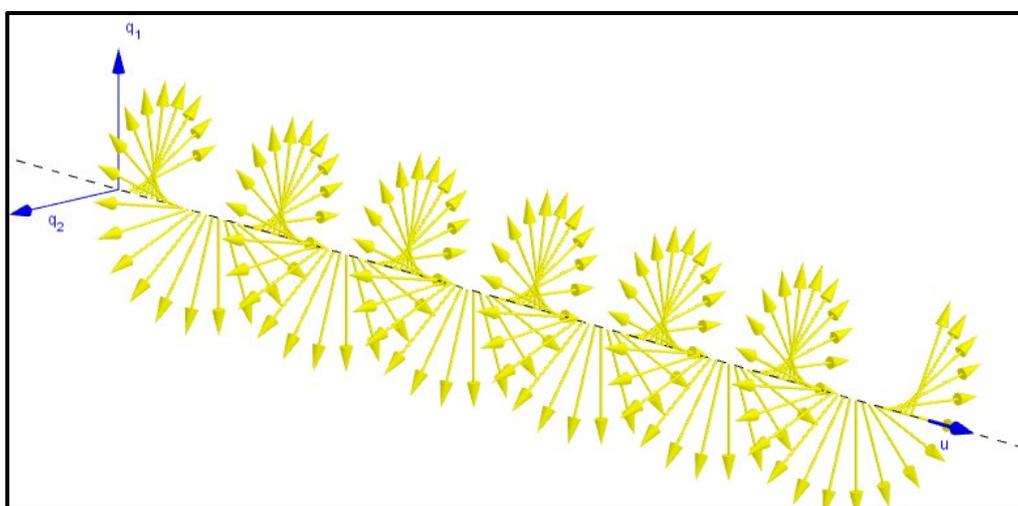


**Figura 1:** Curvas de Lissajous para  $A_1 = A_2 \neq 0$  e valores pertinentes de  $\delta$ .

De modo geral, a literatura corrente usa frequentemente as curvas de Lissajous enquanto conteúdo imagético didático para referir-se ao perfil da onda e, conseqüentemente, à polarização da luz. A fim de visualizar os campos vetoriais, e não somente as trajetórias das extremidades dos vetores em um plano de mesma fase, elaboramos a simulação<sup>5</sup> “Luz monocromática de frente de onda plana”. Nessa, além de poder visualizar os perfis dos campos elétrico e magnético em todas as polarizações possíveis de modo tridimensional, pode-se

<sup>5</sup> Luz monocromática de frente de onda plana. Endereço: <https://www.geogebra.org/m/rzjxz6aw>.

assistir à evolução dos campos, evidenciando, por exemplo, o sentido de rotação da onda circularmente polarizada – quando no sentido horário é dita “dextrogira” ou “a direita”, enquanto no anti-horário é “levogira” ou “a esquerda”. Adicionalmente, a simulação possibilita observar a cônica relacionada ao perfil da onda. A figura 2, retirada da simulação, ilustra o campo elétrico da luz circularmente polarizada a direita em um determinado instante - sendo  $\vec{u}$ , da figura 2, versor de  $\vec{k}$ .

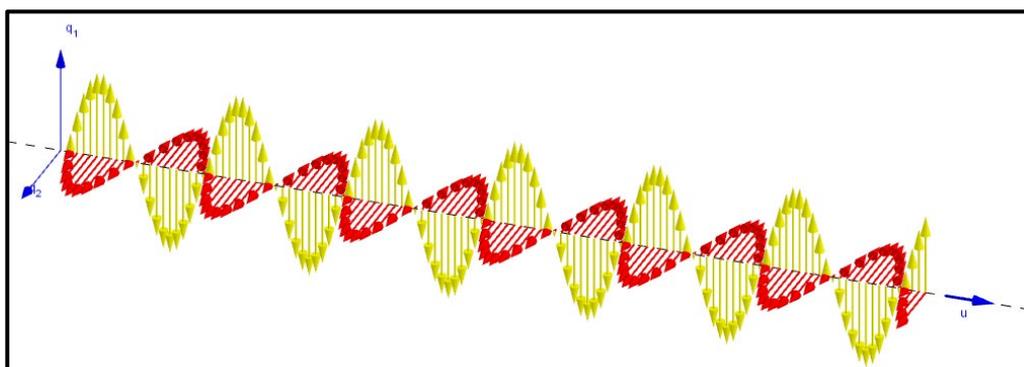


**Figura 2:** Campo elétrico da luz monocromática de frente de onda plana circularmente polarizada,  $A_1 = A_2 \neq 0$  e  $\delta = \pi/2$ .

É relevante salientar a indissociabilidade dos campos elétrico e magnético na onda, havendo a opção de visualizá-los individualmente somente na representação, figura 2. Também há a opção de omitir ou apresentar a curva de Lissajous relacionada com a onda.

A figura 3 apresenta a polarização linear. Como descrito pela equação (2), fisicamente a amplitude do campo magnético é menor que a do campo elétrico. Entretanto, para simular os campos dando ênfase à visualização de ambos, utilizamos a mesma escala para as amplitudes. Ademais, as cores não têm fidelidade com a realidade.

Destarte, temos que a luz de frente de onda plana tem um perfil elíptico, podendo degenerar para uma circunferência ou um segmento de reta. A luz fica circularmente polarizada quando, e somente quando,  $A_1 = A_2 \neq 0$  e  $\delta = \pi/2 + N\pi$ ,  $N \in \mathbb{Z}$  - dextrógira para  $N$  par ou nulo e levógira para ímpar; linearmente polarizada quando uma, e somente uma, das amplitudes é nula ou  $\delta = N\pi$ .



**Figura 3:** Luz monocromática de frente de onda plana linearmente polarizada,  $A_1 \neq A_2 = 0$ .

Na simulação disponibilizada, pode-se visualizar qualquer perfil da onda e sua evolução, ajustando os parâmetros. O uso desse recurso além de fornecer uma representação figural relevante para interpretação fenomenológica, oportuna uma conversão entre o registro figural e a álgebra do modelo, devido a reconfiguração automática do perfil a partir do painel de controle.

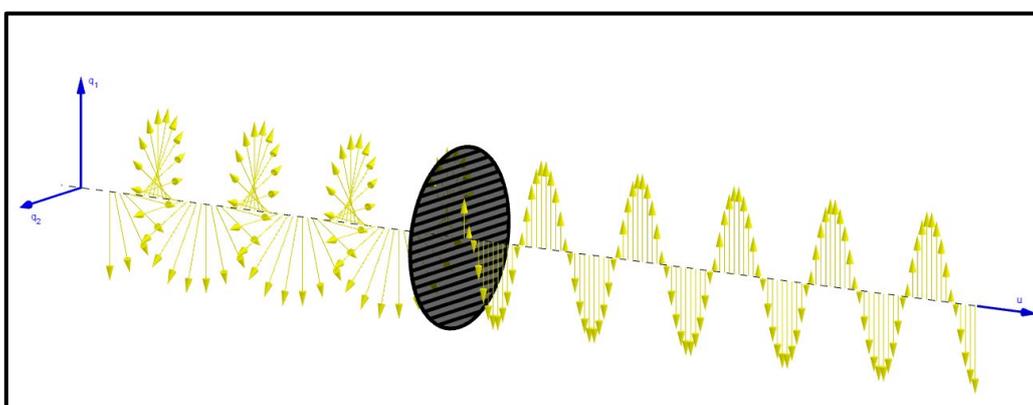
## 2. Polarização por absorção seletiva.

Os métodos de polarização exploram basicamente quatro conceitos (HECHT, 2002): absorção seletiva, reflexão, birrefringência e difusão. O primeiro, objeto desta seção, consiste numa absorção distinta das componentes dos campos pelo material.

A luz não polarizada pode ser expressa como a superposição de duas ondas ortogonais e linearmente polarizadas, como descreve a equação (3) para a monocromática. Um dispositivo que absorva totalmente uma e permita a

passagem integral da outra é dito um polarizador linear ideal por absorção seletiva.

Por exemplo, uma onda eletromagnética no espectro de rádio que atravessa uma grade metálica, figura 4, induz uma corrente elétrica e acaba dissipando energia por efeito Joule. A componente do campo elétrico paralela às barras é totalmente dissipada, enquanto a perpendicular é praticamente conservada devido a espessura desprezível da barra.



**Figura 4:** Campo elétrico de luz monocromática de frente de onda plana circularmente polarizada tendo a componente de  $\hat{q}_2$  totalmente absorvida por uma grade metálica e a de  $\hat{q}_1$  conservada integralmente.

O conteúdo imagético dos materiais didáticos tradicionais sobre polarização por absorção seletiva geralmente consiste em fotografias que enfatizam a absorção completa por dois polaroides ortogonais e ilustrações da orientação da luz incidente e polarizada. Aproveitando a estrutura do arquivo disponibilizada na seção anterior, elaboramos a simulação “Polarização de luz monocromática por absorção seletiva: polarizador e analisador”, da qual obtivemos a figura 4. Nessa, podemos visualizar em 3D a evolução de uma onda eletromagnética monocromática de perfil qualquer, a qual permite manipular os parâmetros pelo painel de controle, atravessar um polarizador linear ideal, com eixo de transmissão na direção de  $\hat{q}_1$ , e tornar-se linearmente polarizada ou nula.

Adicionalmente, é possível inserir um segundo polarizador, chamado analisador, com o eixo de transmissão fazendo um ângulo  $\theta$  com o do primeiro, de modo a analisar melhor o efeito sobre a luz, figura 5. Além da possibilidade de escolher o valor de  $\theta$ , o recurso permite apresentar ou omitir os campos elétricos e magnéticos individualmente.

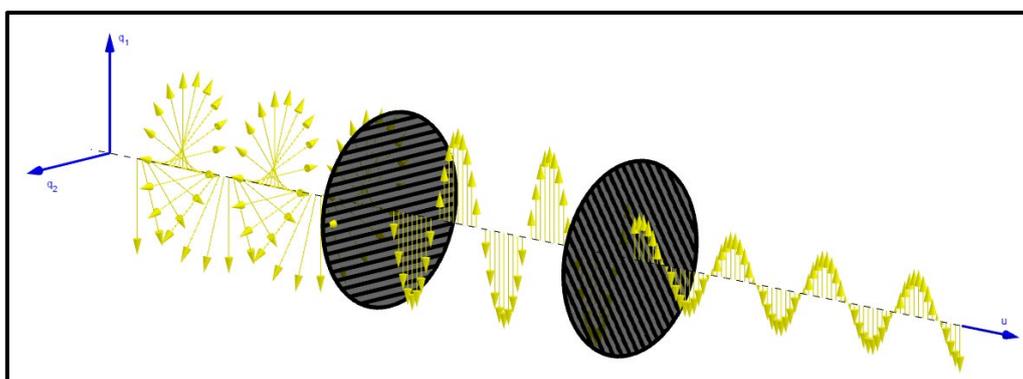
A inserção do analisador também permite avaliar a mudança da intensidade média,  $I_0$ , da luz linearizada pelo polarizador, figura 5, - dada por:

$$I_0 = \frac{1}{2} \epsilon c A_1^2, \quad (9)$$

sendo  $\epsilon$  a permissividade elétrica do meio de propagação. Como a amplitude final é a projeção de  $A_1 \hat{q}_1$  no eixo de transmissão do analisador,  $A_1 \cos(\theta)$ , temos, pela (9), para a intensidade final,  $I$ , a expressão conhecida como lei de Malus,

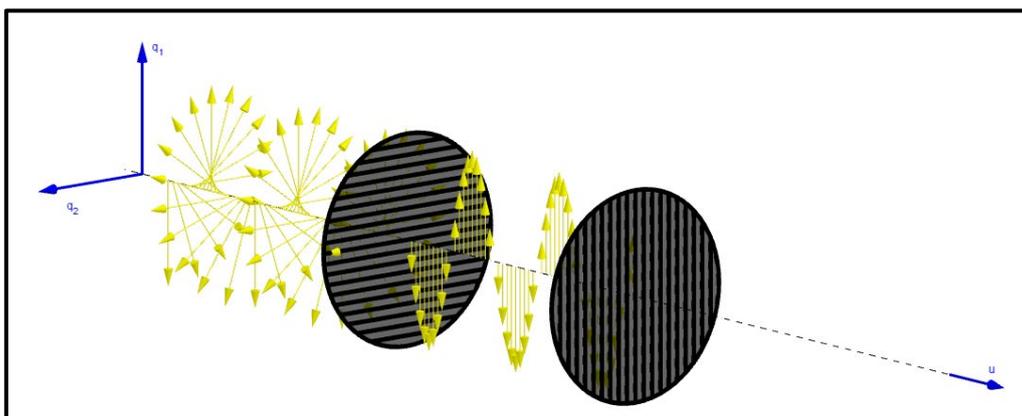
$$I = I_0 \cos^2(\theta). \quad (10)$$

Notemos que quando  $\theta = \pi/2$ , em (10),  $I = 0$ , figura 6. Caso da absorção completa por dois polaroides ortogonais citado anteriormente. Em contrapartida, analisadores paralelos ao polarizador não geram mudanças, figura 7.

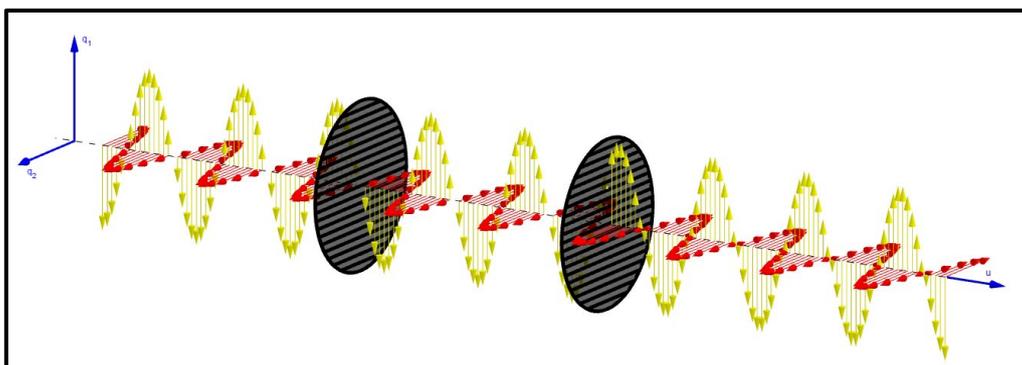


**Figura 5:** Campo elétrico de luz monocromática de frente de onda plana sendo primeiramente polarizada linearmente por um polarizador linear ideal e tendo em seguida sua amplitude diminuída devido a um analisador idêntico com eixo de transmissão a  $60^\circ$  com  $\hat{q}_1$ .

A simulação apresentada nesta seção<sup>6</sup> apresenta a evolução, de modo tridimensional, dos campos vetoriais elétrico e magnético, individualmente e de polarização qualquer, ao atravessar um polarizado e um analisador, com  $\theta$  manipulável. Esse registro semiótico abrange configurações de qualquer polarização e absorção linear ideal, facilitando a interpretação fenomenológica e a análise.



**Figura 6:** Campo elétrico de luz monocromática de frente de onda plana circularmente polarizada tendo uma componente ortogonal totalmente absorvida pelo polarizador e a outra pelo analisador.



**Figura 7:** Luz monocromática de frente de onda plana linearmente polarizada atravessando dois polarizadores lineares ideais sem haver absorção.

<sup>6</sup> Polarização de luz monocromática por absorção seletiva: polarizador e analisador. Endereço: <https://www.geogebra.org/m/sryuuuxp>.

### 3. Reflexão da luz: polarização pelo ângulo de Brewster.

Na Óptica Geométrica temos as leis de reflexão e refração/transmissão, as quais relacionam o ângulo de incidência,  $\theta_i$ , o de reflexão,  $\theta_r$ , e o de refração,  $\theta_T$ , com os índices de refração do primeiro meio,  $n_1$ , e do segundo,  $n_2$ ,

$$\theta_i = \theta_r, \quad (11)$$

$$n_1 \operatorname{sen}(\theta_i) = n_2 \operatorname{sen}(\theta_T). \quad (12)$$

O Eletromagnetismo infere a partir das condições de contorno da interface separadora de meios lineares e homogêneos, além das leis de reflexão e transmissão, as razões das componentes dos campos refletido e transmitido na direção perpendicular ao plano incidente,  $r_{\perp} = \frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}}$  e  $T_{\perp} = \frac{E_{T\perp}}{E_{\perp}}$ , e paralelo,  $r_{\parallel} = \frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}}$  e  $T_{\parallel} = \frac{E_{T\parallel}}{E_{\parallel}}$ , respectivamente. Essas razões são os coeficientes de Fresnel, que em função de  $n = n_2/n_1$  e o ângulo de incidência ficam,

$$r_{\perp} = \frac{E_{r\perp}}{E_{\perp}} = \frac{\cos(\theta_i) - \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2(\theta_i)}}{\cos(\theta_i) + \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2(\theta_i)}} \quad (13)$$

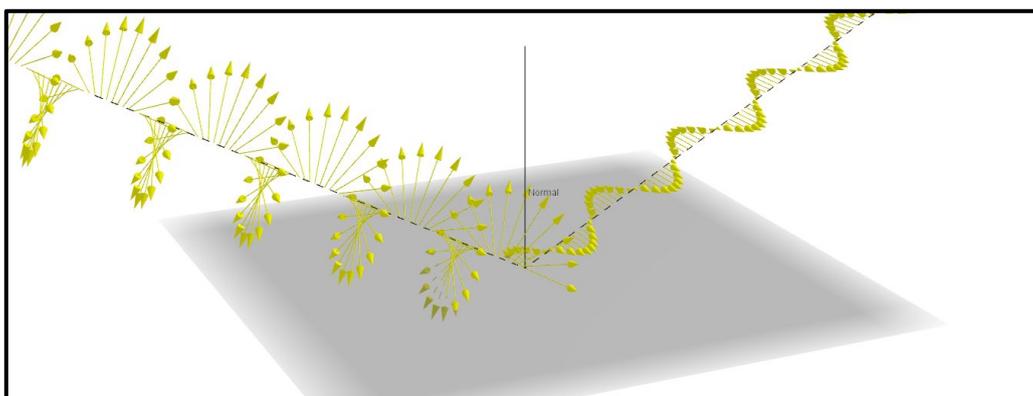
$$r_{\parallel} = \frac{E_{r\parallel}}{E_{\parallel}} = \frac{-n^2 \cos(\theta_i) + \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2(\theta_i)}}{n^2 \cos(\theta_i) + \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2(\theta_i)}}, \quad (14)$$

$$T_{\perp} = \frac{E_{T\perp}}{E_{\perp}} = \frac{2 \cos(\theta_i)}{\cos(\theta_i) + \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2(\theta_i)}}, \quad (15)$$

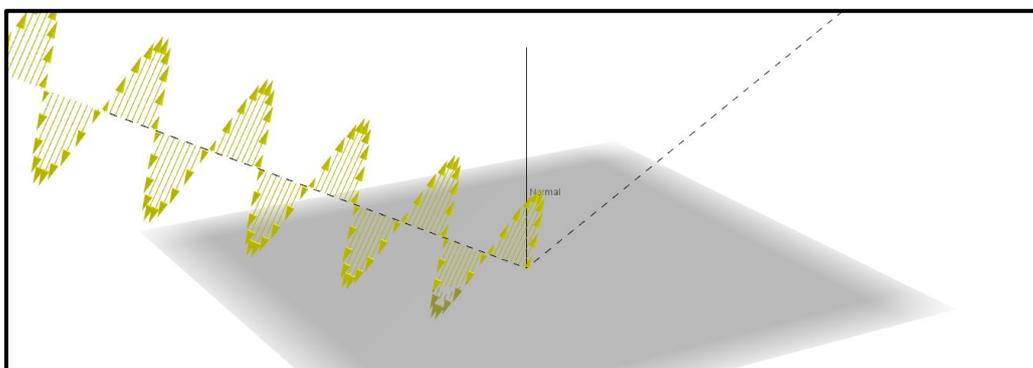
$$T_{\parallel} = \frac{E_{T\parallel}}{E_{\parallel}} = \frac{2 n \cos(\theta_i)}{n^2 \cos(\theta_i) + \sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2(\theta_i)}}. \quad (16)$$

No intervalo aberto  $(0, \pi/2)$ , apenas  $r_{\parallel}$  anula-se, quando  $\operatorname{tg}(\theta_i) = n$  - dito ângulo de Brewster,  $\theta_B$ . A implicação física é a polarização linear da luz refletida, como ilustra a figura 8, pois  $E_{r\parallel} = 0$ . Outro caso interessante é quando a luz incidente é linearmente polarizada com  $E_{\perp} = 0$ , situação em que a luz é exclusivamente refratada, figura 9. É pertinente ressaltar a omissão da luz refratada nessas figuras.

A simulação desenvolvida<sup>7</sup> apresenta uma identidade visual do esquema devido à representação vetorial dos campos, facilitando o entendimento do modelo em comparação com o uso de imagens em livros tradicionais. Adicionalmente, além de permitir a análise dos campos de forma individual, possibilita manipular  $n$ ,  $\theta_i$ ,  $E_{i\parallel}$ ,  $E_{i\perp}$  e visualizar a nova configuração do sistema.



**Figura 8:** Campo elétrico de luz monocromática circularmente polarizada incidindo pelo ângulo de Brewster e sendo polarizada linearmente.



**Figura 9:** Campo elétrico de luz monocromática linearmente polarizada incidindo pelo ângulo de Brewster e sendo não refletida.

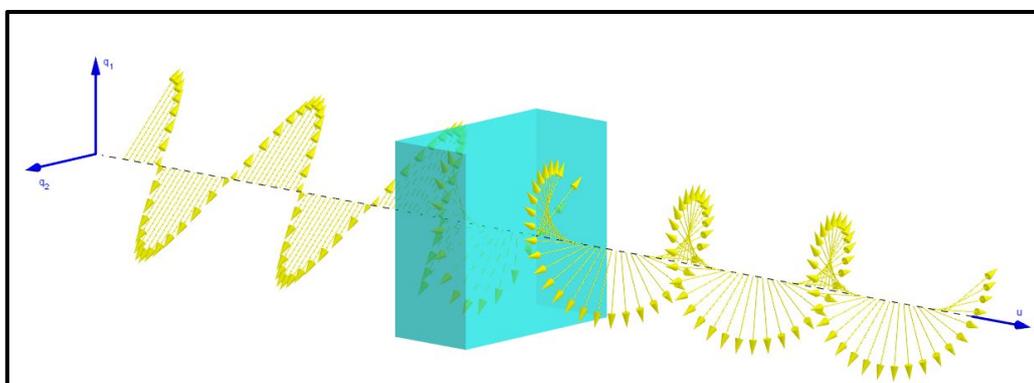
#### 4. Polarização via birrefringência.

<sup>7</sup> Polarização da luz monocromática de frente de onda plana por reflexão: ângulo de Brewster. Endereço: <https://www.geogebra.org/m/vdhsfsjw>.

Um cristal no formato de um paralelepípedo, figura 10, cujo índice de refração  $n_1$  na direção de  $\hat{q}_1$  e  $n_2$  na direção de  $\hat{q}_2$  é dito birrefringente. Como os índices de refração são distintos, há uma diferença de caminho óptico, de modo que a luz, ao atravessar o cristal, obtém a seguinte defasagem final

$$\delta_f = \delta + \frac{2 \pi d (n_1 - n_2)}{\lambda}, \quad (17)$$

sendo  $\delta_f$  a defasagem final,  $d$  o comprimento atravessado pela luz no cristal, e  $\lambda$  o comprimento de onda.



**Figura 10:** Luz monocromática linearmente polarizada incidindo perpendicularmente sobre um cristal birrefringente e saindo circularmente polarizada.

Como afirmado anteriormente, para amplitudes não nulas, a defasagem é determinante. Portanto, a passagem da luz pelo cristal serve como método de polarização, sendo a defasagem prevista pela equação (17). Por exemplo: para uma onda linearmente polarizada, incidente no cristal, com  $\delta = 0$  e  $A_1 = A_2$ , obtemos a polarização circular ( $\delta_f = 90^\circ$ ), fazendo  $d (n_1 - n_2) = \lambda/4$ , como ilustra a figura 10. Diferente dos dois métodos anteriores, notemos que, desta forma, é possível polarizar a onda circularmente.

Na simulação<sup>8</sup> “Polarização de luz monocromática de frente de onda plana por birrefringência” podemos configurar a onda incidente e os valores  $d, n_1, n_2$  e

<sup>8</sup> Polarização de luz monocromática de frente de onda plana por birrefringência. Endereço:

$\lambda$ . Inclusive, guiados pela equação (17), pudemos obter a figura 10. Ademais, a representação vetorial em 3D e evoluindo no tempo oferece uma identidade visual facilitadora para interpretação fenomenológica. Por fim, é pertinente destacar que a presente simulação não descreve a superposição da onda incidente com a onda refletida.

### Considerações finais

Na perspectiva do Mestrado Profissional em Ensino de Física, elaboramos produtos educacionais para serem testados em uma intervenção pedagógica. Esses produtos serão inseridos futuramente em atividades dialógicas guiadas pela Teoria da Aprendizagem Significativa, em consonância com o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) e Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA). Consistindo no Trabalho de Conclusão de Curso do primeiro autor.

### Agradecimentos

Agradecemos ao Prof. Me. José Gilmar Alves Santos, à estudante Viviane Brandão Silva Leite e aos demais integrantes do projeto Física no Campus por todas contribuições neste trabalho. Pelo financiamento da iniciação científica, da qual este artigo é produto, agradecemos ao Programa de Bolsa de Iniciação Científica da Universidade Estadual de Feira de Santana (PROBIC-UEFS).

### Referências

ALONSON, M.; FINN, E. J. **Física um Curso Universitário Volume II Campos e Ondas**. Ed. Edgard Blücher LTDA São Paulo, 1972.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto. 1996.

DUVAL, R. **Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

---

<https://www.geogebra.org/m/cknvzce>.

GRIFFITHS, D. J. **Eletrodinâmica**. Tradução Heloisa Coimbra de Souza; revisão técnica Antonio Manoel Mansanares. -3 ed. – São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2011.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física**. 8. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, c2009 vol 4.

HECHT, E. **Óptica**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002. 3 ed.

HOHENWATER, M. **Multiple representations and GeoGebra-based learning environments**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática (Unión). Número 39. páginas 11-18. Septiembre de 2014.

NUSSENZVEIG, H. Moysés. **Curso de física básica: ótica, relatividade e física quântica**. São Paulo: E. Blücher, 2002.

OLIVEIRA. L. L. L.; GUIMARÃES, S. U.; ANDRADE, J. A. A. **As potencialidades do GeoGebra em processos de investigação matemática: uma análise do desenvolvimento de objetos de aprendizagem da EaD no ensino presencial**. 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra. ISSN 2237-9657, pp.CCLXV-CCLXXIX, 2012.

SEARS, F. W.; ZEMANSKY, M. W.; YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. **Física IV-Ótica e Física Moderna**. A. 12. ed. São Paulo, SP: Pearson Addison Wesley, c2008-2009 vol 4;

ZILIO, S. C. **Óptica moderna**. Instituto de Física de São Carlos. Universidade de São Paulo. 2009.