



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i1p034-054>

O GeoGebra como ferramenta de apoio para aprendizagem significativa da Transformação linear de funções trigonométricas¹

GeoGebra as a support tool for meaningful learning of linear translation of trigonometric functions

FRANCISCO SALMINA²

[ORCID](#) 0009-0007-5914-5756

LOLA CELESTINA LIJANGA FRANCISCO³

[ORCID](#) 0009-0006-0160-0560

DAUTO SULEMANE ISSUFO⁴

[ORCID](#) 0009-0000-0975-4771

RESUMO

No contexto atual, com o avanço tecnológico, é fundamental que o professor não se limite apenas a uma mera estruturação de conteúdos, seguindo sequência lógica dos programas de ensino preconizados para cada classe. Esta pesquisa, inserida no projeto “GeoGebra & STEAM: implicações para melhoria da Educação Matemática em Países de Língua Oficial Portuguesa” é de natureza qualitativa e enquadra-se no âmbito de uma experiência em sala de aula cujo objetivo geral é auxiliar os alunos a compreender a estruturação conceitual das translações das funções trigonométricas aplicadas no quotidiano e seus comportamentos singulares. Ao trazer uma abordagem tecnológica, como é o uso do Software GeoGebra, para o ensino das Funções Trigonométricas, em especial das translações lineares, pôde-se perceber que a proposta foi de grande importância, pois despertou-se nos alunos possibilidades de estudos que facilitaram o processo de ensino e aprendizagem. Através da observação das emoções, todos estavam muito interessados e participativos, dialogando sempre e discutindo entre eles todas as atividades solicitadas, demonstrando curiosidade e entusiasmo.

Palavras-Chave: Aprendizagem significativa; translações trigonométricas; GeoGebra e Educação STEAM

ABSTRACT

In the current context, with technological advances, it is fundamental that the teacher is not limited to a mere structuring of contents, following the logical sequence of the teaching programs recommended for each class. This research, part of the project “GeoGebra & STEAM: implications for improving Mathematics Education in Portuguese Speaking Countries”, is of a

¹ Apoio: Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDP/05198/2020 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED). Foi também apoiado pelo Colégio Kitabu – Maputo-Moçambique.

² Colégio Kitabu – franciscosalmina@gmail.com

³ Colégio Kitabu – lola.lijanga@gmail.com

⁴ Colégio Kitabu – dautokita@gmail.com

qualitative nature and falls within the scope of a classroom experience whose general objective is to help students to understand the conceptual structuring of translations of trigonometric functions applied in everyday life and their unique behaviors. By bringing a technological approach such as the use of the GeoGebra Software for teaching Trigonometric Functions, in particular, linear translations, it was possible to perceive that the proposal was of great importance, since it awakened in the students possibilities of studies that facilitated the teaching and learning process. Through the observation of emotions, everyone was very interested and participatory, always dialoguing and discussing among themselves all the requested activities, showing curiosity and enthusiasm.

Keywords: Meaningful learning; trigonometric translations; GeoGebra and STEAM Education

Introdução

Atualmente, lecionar tem se tornado um grande desafio. Quotidianamente é comum a afirmação, por parte dos professores de Matemática, segundo a qual “está cada vez mais difícil trabalhar qualquer tipo de assunto com os alunos” (Paulos, 1993).

Nos tempos atuais, de avanço tecnológico, é hora de mudar do pensamento: a função principal da Matemática não é organizar cálculos aritméticos em fórmulas e fazer cálculos endiabrados. É uma forma de pensar e de fazer perguntas que sem dúvida é estranha a muitos cidadãos, porém que está aberta a quase todos. A matemática é pensar sobre números e probabilidades, acerca de relação e lógica, ou sobre gráficos e variações, porém, acima de tudo, pensar (Paulos, 1993).

Normalmente, os métodos de ensino utilizados são os tradicionais. Não que estes recursos devam ser abolidos. O que se expõe é que existem formas mais brilhantes de trabalhar em sala de aula; o espaço escolar precisa de ser equipado com recursos que permitam e facilitem o aprendizado dos alunos.

Como enfatiza (D’Ambrosio, 2004)

Como consequência na Educação, não há como escapar. Ou os educadores adotam a teleinformática com absoluta normalidade, assim como o material impresso e a linguagem, ou serão atropelados no processo e inúteis na sua profissão. Procurem imaginar um professor que rejeita os meios mais tradicionais: falar, ver, ouvir, ler e escrever. Lamentavelmente ainda há alguns que só praticam o falar (D’Ambrosio, 2004).

Nos últimos anos, o grande desafio para a educação tem sido como integrar as tecnologias digitais no ensino e aprendizagem das disciplinas em prol do benefício de todos.

Na educação matemática, vimos uma mudança radical na gama de usos das tecnologias digitais para apoiar os professores em sala de aula e permitir que os alunos acessem os trabalhos escolares em casa. Portanto, precisamos de nos preparar para uma nova era em que os alunos não só tem acesso a uma calculadora eletrônica, mas o potencial para executar aplicativos, bem como para programar

seus próprios que podem suportar todas as formas de computação matemática e científica. (Oldknow and Knights, 2011)

Os referidos autores referem que em muitas nações há também um desafio político adicional, que se exige das escolas uma maior ênfase nas disciplinas de Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática - STEM

Assim, gostemos ou não, é provável que, como educadores matemáticos, sejamos colocados sob crescente pressão para fornecer habilidades mais relevantes para a economia nacional. (Oldknow & Knights, 2011, p14)

O *National Council Teachers of Mathematics* – NCTM (2008, p. 3), ao perspectivar a sua visão para a Matemática escolar defende que a tecnologia é determinante desse ambiente:

A tecnologia constitui uma componente essencial desse ambiente. É com confiança que os alunos se envolvem em tarefas matemáticas complexas, criteriosamente escolhidas pelos professores. Constroem os conhecimentos a partir de uma vasta gama de temas, por vezes abordando o mesmo problema sob diferentes perspectivas matemáticas ou procedendo a representações matemáticas distintas, até encontrarem os métodos que lhes permitem progredir. Os professores ajudam os alunos a formular, aperfeiçoar e explorar conjecturas, baseadas em evidências, e a utilizar uma diversidade de técnicas de raciocínio e de prova de modo a confirmar ou infirmar essas conjecturas. Os alunos resolvem os problemas de forma flexível e expedita. Individualmente ou em grupos, e com recurso às tecnologias, trabalham produtiva e reflectidamente, sob a orientação competente dos seus professores. Os alunos transmitem de modo eficaz as suas ideias e resultados, sob forma oral ou escrita. Valorizam a Matemática e envolvem-se activamente na sua aprendizagem (NCTM 3)

De acordo com Canavarro *et al* (2021), “as ferramentas tecnológicas devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática” (6).

As tecnologias potenciam os alunos uma interação entre as suas próprias ideias e ideias matemáticas e, simultaneamente, possibilita-lhes “trabalhar em níveis mais elevados de generalização ou abstração” (NCTM 29).

Nesta senda,

destacam-se duas mudanças de especial relevo: a alteração das dinâmicas da sala de aula, onde a atividade do aluno é indispensável no processo de aprendizagem, e o papel do professor perante o currículo, deixando de ser apenas um transmissor de conteúdos, passando a ser um protagonista na criação de um currículo adaptado às necessidades dos alunos e da sociedade (Ponte, 1997).

Dentro desse contexto, o presente trabalho visa mostrar o conceito das transformações das funções trigonométricas (seno e cosseno) e possibilitar o aluno a criar as suas conjecturas sobre o tema. Para isso, propõe-se uma atividade que evidencie uma modelagem dos gráficos a partir de um software matemático de construção gráfica, denominado GeoGebra, orientada pelos professores. O programa utilizado possui versões gratuitas para os sistemas operacionais Windows, MAC OS X superiores a versão 10.6 e ainda uma versão disponível para dispositivos móveis com sistema operacional IOS bem como Android. Todavia, é essencial que a escola possua uma sala ou laboratório computacional que permita a instalação desse programa.

Na atividade principal do seguinte trabalho, possibilita-se exemplificar o domínio, o contradomínio e a periodicidade das funções seno e cosseno através de um roteiro de construção e uma situação problema envolvendo a interdisciplinaridade com a disciplina de Física (ondas do mar). Dessa forma, o estudo das funções torna-se mais atractivo e provoca os alunos a investigarem e aplicarem os conhecimentos matemáticos experimentados no seu dia-a-dia de uma maneira simples e coerente.

Numa pesquisa recente, visando observar outros trabalhos que utilizaram o software GeoGebra, constatou-se que os artigos, em sua maioria, abordam assuntos relacionados com funções do primeiro grau, do segundo grau, sistemas polinomiais, círculo trigonométrico e que o trabalho de Ângela F. Pereira e Hélder V. C. Vaz (2022, p119-137) trata a função trigonométrica do $y = \text{sen}(x)$ e $y = \text{cos}(x)$ sem explorar as suas transformações lineares. De observar que, no contexto moçambicano, não foi desenvolvida investigação que envolve a função trigonométrica e a exploração das suas translações lineares, pelo que este estudo constitui algo de inovação em Moçambique.

Transformações lineares de funções trigonométricas no Programa de Ensino de Matemática em Moçambique

O currículo da disciplina de Matemática em Moçambique tem sofrido grandes alterações de acordo com a época em que se vive, dependendo tais mudanças de fatores sociais como da evolução da própria Matemática ao nível das exigências da sociedade bem como do auto emprego.

Mas não são só os conteúdos curriculares mudaram e evoluíram. Também evoluiu a noção de currículo. Neste momento, quando se fala em currículo a ideia associada já não é apenas a de um documento com uma listagem de temas que o professor tem que abordar, mas sim a de um documento que envolve a seleção de tópicos a abordar, que inclui o plano dos materiais educativos e onde se dá uma maior importância ao papel do professor na sua interpretação e na reformulação que este faz quando o adapta às situações concretas (Ponte, Boavida and Graça, 2002).

O currículo do Ensino Secundário Geral (ESG), introduzido em 2008, assenta nas grandes linhas orientadoras que visam a formação integral dos jovens, fornecendo-lhes instrumentos relevantes para que continuem a aprender ao longo de

toda a sua vida. O novo currículo procura, por um lado, dar formações teóricas sólidas que integrem uma componente profissionalizante e, por outro, permitir aos jovens a aquisição de competências relevantes para uma integração plena na vida política, social e económica do país.

Em especial, o programa de ensino de Matemática vigente está munido de sequências metodológicas que o professor deve seguir no âmbito do ensino de conteúdos programados, porém não orienta o uso das tecnologias de aprendizagem como uma metodologia ativa e participativa que se centra no aluno e está virada para o desenvolvimento de competências, pretendendo ir para além da aprendizagem dos conteúdos matemáticos só por si;

Segundo o Programa de ensino de Matemática da 12^a classe:

“Os conhecimentos matemáticos têm sido, historicamente, indispensáveis para o desenvolvimento da ciência e da tecnologia. A Matemática constitui um instrumento útil que permite desenvolver capacidades de pensamento e favorece atitudes compatíveis com o desenvolvimento de qualquer sociedade”.

Apesar de, no parágrafo acima, estar claro o reconhecimento pelo MINEDH, que a tecnologia e a ciência são justificadas pelo conhecimento da matemática, no ensino das funções trigonométricas, o programa não incentiva a capacidade progressiva de conceber e utilizar conceitos de forma autónoma. Não incentiva a capacidade de trabalho individual, entusiasmo, espírito competitivo e gosto pelo raciocínio e debate de ideias, que são aliados às funções trigonométricas.

1. Considerações Éticas

Atendendo o tipo de estudo, que é de natureza académica, cuja finalidade é elaboração de um artigo científico, a pesquisa tomou em conta a proporcionalidade, tendo sido apresentada uma credencial que autorizava a necessidade de busca da informação na instituição em causa.

Neste contexto, os dados colhidos foram tratados de forma a manter o anonimato dos participantes, e preservar a confiabilidade das fontes. Nestes aspetos - anonimato e confidencialidade - as conclusões retiradas em torno das indagações dos participantes foram tratadas e analisadas com rigor, de forma agregada e com suporte real e veraz na colheita.

A análise é insenta de ambiguidade e foi cuidadosamente confrontada com o que os outros autores tenham produzido.

2. Objetivos

Através do uso do *Software* GeoGebra, pretende-se auxiliar os alunos a compreender a estruturação conceitual das transformações de funções trigonométricas aplicadas no quotidiano e seus comportamentos singulares.

- Conhecer e aplicar as propriedades das transformações de funções trigonométricas;
- Verificar e validar as propriedades das transformações de funções trigonométricas;

- Resolver problemas práticos da vida aplicando funções conducentes à transformações trigonométricas.

3. Perguntas de pesquisa

- A visualização potenciada pelo GeoGebra pode contribuir para uma aprendizagem efetiva das transformações trigonométricas?
- A exploração das transformações trigonométricas com o uso do GeoGebra desperta mais interesse e motivação dos alunos pelas aulas?
- Que desafios são impostos aos professores no desenvolvimento de uma aula suportada por um software?
- O GeoGebra é um recurso propício para o estabelecimento de conexões de conteúdos matemáticos e entre estes e outras áreas científicas?

4. Sequência da aplicação da experiência em sala de aulas.

Esta pesquisa apresenta uma abordagem diferenciada, voltada para o Ensino Secundário Geral, sendo abordados conceitos relacionados com construção gráfica de funções trigonométricas. Para atingir os objetivos, foi elaborada uma sequência de atividades práticas, desenvolvidas com o auxílio de um software gráfico computacional, o GeoGebra (Versão 6.0 e 5.0). Através da criação dos seletores para os parâmetros da função trigonométrica, os alunos são conduzidos, naturalmente, às explorações transláticas das funções trigonométricas e, da mesma forma, à criação de conceitos.

Durante o desenvolvimento do artigo, apresentam-se desenvolvimento de conhecimentos e capacidades relacionados com as transformações das funções trigonométricas.

Metodologia

Tipo de pesquisa

Fazendo ligação entre os trabalhos de Polya (2003) e o estudo de Antoniassi (2013) foi aplicada nesta investigação, uma pesquisa de um estudo de caso, essencialmente qualitativa, exploratória e experimental, tendo se recorrido à investigação quantitativa de alguns dados, nomeadamente dos obtidos nos questionários.

- Pesquisa experimental, pelo registo em que se situa e modo de validação que lhe são associados: a comparação entre análise a priori e análise a posteriori;

Caracterização da escola

O Colégio Kitabu é uma instituição de ensino privado, propriedade da "Kitabu - Cooperativa de Ensino", registada no 1º Cartório Notarial de Maputo, em 1 de novembro de 1991, com os seus estatutos publicados no Boletim da República n. 13, III série, de Março de 1992. A instituição foi autorizada a exercer as suas atividades por sua Excia. o Ministro da Educação a 31 de janeiro de 1992, ao abrigo do artigo 10, do Decreto 11/90.

Constituem objetivos do Colégio:

- Preparar científica e humanamente os alunos para o ingresso no ensino técnico médio e no ensino superior;

- Garantir uma qualidade de ensino aceite internacionalmente, sem descurar as raízes moçambicanas e princípios educativos tais como: o respeito pelo próximo, a não discriminação racial, tribal, e religiosa, a solidariedade, o desejo e a capacidade de participar no desenvolvimento social, económico e científico do país, do mundo em geral, e do terceiro mundo em particular
- Oferecer uma alternativa nacional aos pais que atualmente procuram em escolas estrangeiras (ou mesmo no exterior) condições pedagógicas e materiais mais favoráveis.

Encorajada pelo esforço realizado pelos professores, alunos e trabalhadores, a Direcção do Colégio solicitou, em abril de 1996, o Paralelismo Pedagógico. É assim que, após uma inspeção rigorosa por parte da Direcção de Educação da Cidade, o então Ministério da Educação concedeu o paralelismo a 01 de julho de 1996, tornando-se o Colégio Kitabu a 1ª Escola privada com Paralelismo Pedagógico e a única nesse ano. O Colégio passou, deste modo, a ter autonomia administrativa e pedagógica.

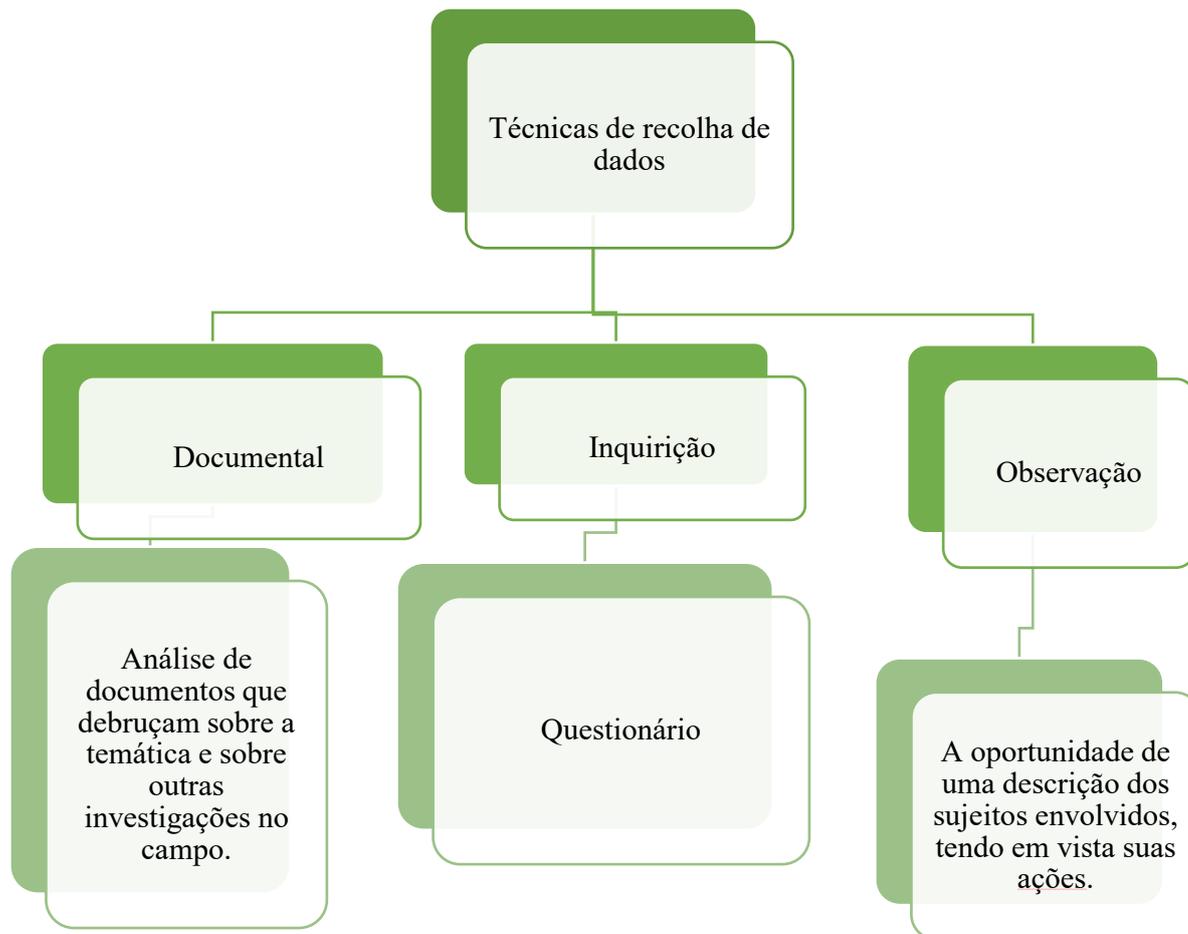
Caracterização do público-Alvo

A amostra é uma porção ou parcela, finita, convenientemente selecionada do universo (população), ou seja, é um subconjunto do universo (Marconi and Lakatos, 2002).

A seleção da amostra foi feita pelo tipo de amostragem não probabilística, aquela em que a seleção dos elementos da população para compor a amostra depende ao menos em parte do julgamento do pesquisador ou do entrevistador no campo.

O estudo de caso realizado no Colégio Kitabu é composto por uma turma da 12ª classe (Ciências Biológicas e Matemática) e constituindo uma amostra de 29 alunos, dos quais 25 são raparigas e 4 rapazes. Os alunos em causa são de uma faixa etária entre 16 e 17 anos de idade. A escolha da turma, para além de ser intencional, deve-se ao fato de considerarem-se alunos cujos seus cursos superiores estarão mais ligados à Matemática.

Desenho metodológico



Etapas da investigação

Para efeito de validação da pesquisa realizada, foram utilizados instrumentos de avaliação como: observações durante a aula, atividades individuais, teste (uma avaliação), inquéritos (pré e pró) seguindo a seguinte estrutura:

- 1ª etapa: apresentação do objetivo do estudo à direção do Colégio Kitabu;
- 2ª etapa: apresentação do programa e realização da Oficina de Formação com os professores de Matemática pela professora Astrigilda Silveira;
- 3ª etapa: preparação e adequação do questionário inicial (para os alunos) para o contexto de ensino de Matemática em Moçambique.
- 4ª etapa: apresentação inicial do professor aos alunos;
- 5ª etapa: contextualização do GeoGebra para os alunos;
- 6ª etapa: uso do GeoGebra para o ensino de translações lineares das funções trigonométricas;
- 7ª etapa: Teste - uma avaliação
- 8ª etapa: aplicação do questionário final;
- 9ª etapa: sintetização e elaboração das conclusões do artigo.

Ambientes de Geometria Dinâmica

Atualmente, a comunidade educativa tem se preocupado bastante com o processo de ensino e aprendizagem de ciências naturais e matemática.

Essa preocupação, não só pela comunidade educativa, mas também, pelos educadores de Matemática, agrega utilidade dessa disciplina, tornando-a cada vez mais reconhecida pela sociedade, com ligação às mais diversas áreas da atividade humana e, numa sociedade cada vez mais competitiva e mais tecnológica.

As novas tecnologias ocupam cada vez mais o tempo dos jovens, tendo-se criando, entre eles, uma intimidade que não deve ser desfeita pela escola, mas sim aproveitada.

Assim, é urgente proporcionar ambientes de ensino e aprendizagem mais ricos, mais estimulantes e mais desafiantes, que permitam aos alunos desenvolver as suas capacidades para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, utilizar e refletir sobre a informação disponível, sendo os Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD), vistos como poderosos instrumentos no ensino.

Numa investigação Matemática, o objetivo é, portanto, explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida, mas não se sabe qual será o ponto de chegada (FONSECA, 1999). No entanto, com o uso dos AGD, como *Cabri*, *Cinderella*, *GeoGebra* e *Geometer's Sketchpad*, é possível direcionar o que se pretende, facilitando a construção de figuras geométricas e a análise de propriedades. Para além disso, torna-se possível, nas construções rigorosas, movimentar as figuras sem que as mesmas percam as suas propriedades essenciais.

Por outro lado, o carácter dinâmico do *software* permite que facilmente apareçam vários procedimentos para o mesmo tipo de resultado, levando os alunos a construir a Matemática e não a olharem-na como um produto final, estático, um conjunto de resultados impostos e de exercícios mecanizados. Quando bem explorados, os AGD, vêm influenciar a forma como o aluno olha para a Matemática, aumentando o seu poder de raciocínio e de argumentação. Desta forma, os AGD, para além de apelarem à capacidade visual dos utilizadores, potenciam a resolução de problemas e atividades de investigação, promovendo, de forma efectiva, o desenvolvimento de capacidades como a comunicação matemática e o raciocínio matemático.

De forma genérica, podemos dizer que uma das grandes vantagens da utilização destes ambientes é que o “**convencimento**” dos alunos da generalização de “propriedades”, encontradas em casos específicos, **fica à distância de um arrastar do rato e manipulação dos objetos**.

Teoria Construtivista e educação STEAM como construção de conhecimento existente.

O construtivismo é uma visão da aprendizagem baseada no princípio de que o conhecimento não é algo que pode ser simplesmente dado pelo professor na frente da sala aos alunos em suas mesas. Em vez disso, o conhecimento é construído pelos alunos através de um processo ativo e mental de desenvolvimento.

Os princípios do construtivismo sublinham que a aprendizagem é uma procura ativa de significado; esta procura requer a compreensão do todo e das partes, devendo estas ser compreendidas no contexto do todo. Os procedimentos de ensino devem primar pela resolução de problemas e as suposições que suportam esses modelos; a aprendizagem visa que o indivíduo apreenda o conceito, atribuindo-lhe um significado pessoal enquadrado no seu quadro conceptual de referência e não que memorize mecanicamente, sem compreender, a resposta "certa". A avaliação é parte do processo de aprendizagem, devendo o professor assegurar aos alunos um *feedback* regular e atempado, de forma a facilitar-lhes a monitorização dos progressos realizados (Rosário, 1999a).

Quanto à forma como o construtivismo se faz presente no currículo, este valoriza os conhecimentos prévios dos alunos e a ênfase na resolução de problemas. A ação dos professores orienta-se para a focalização das conexões entre fatos, propiciando uma nova compreensão na colocação de questões semiabertas e na promoção de diálogo entre os estudantes. O desenvolvimento da vertente questionadora e da vertente investigativa constituem-se como prioritários no processo de ensino. Aos alunos caberá a procura orientada de respostas para as perguntas, percebendo, assim, que uma pergunta abre sempre a porta a outra, que perguntar é positivo e que o erro é um amigo na medida em que se constitui como uma oportunidade de adentrar na compreensão dos fenómenos (Rosário, 2004). O construtivismo, ao afirmar que todo o conhecimento e significado são artefactos sociais, reconhece que o indivíduo que constrói o significado o faz integrado num contexto social que é influenciado pela cultura, linguagem, política e história. O ensino deve, pois, ser ocasião para o aluno construir significados adequados a partir dos conteúdos e atividades curriculares (Ponte & Almeida, 1999). Este processo de construção de sentido é visto como um processo contínuo, no qual os aprendizes interpretam ativamente novas experiências e transformam o seu conhecimento anterior.

Resultados e discussão

1. Apresentação dos Resultados do pré-questionário

Durante o desenvolvimento desta pesquisa, inicialmente foi aplicado um questionário aos alunos que constituem a amostra. Todos os alunos puderam responder ao questionário, constituindo assim 100% de respostas.

I. Perfil dos alunos.

Dos 29 alunos participantes do estudo, segundo a tabela 1, cerca de 86,2% são do sexo feminino e 13,8% do sexo masculino, com uma idade média de 17 anos.

Tabela 1: Género

	Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Masculino	4	13.8	13.8	13.8
Feminino	25	86.2	86.2	100
Total	29	100	100	

Quando questionados sobre o seu gosto pela Matemática, 96,6% dos alunos responderam “sim”.

Tabela 2: Gosto pela Matemática.

	Gostas de Matemática? Porquê?			
	Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Sim	28	96.6	96.6	96.6
Não	01	3.4	3.4	100
Total	29	100	100	

As razões pela preferência são várias, no entanto, todas elas convergem para uma ideia central: *A facilidade de realizar os diversos exercícios propostos sem qualquer esforço, sem necessidade de procrastinar, sendo fácil reter a matéria.*

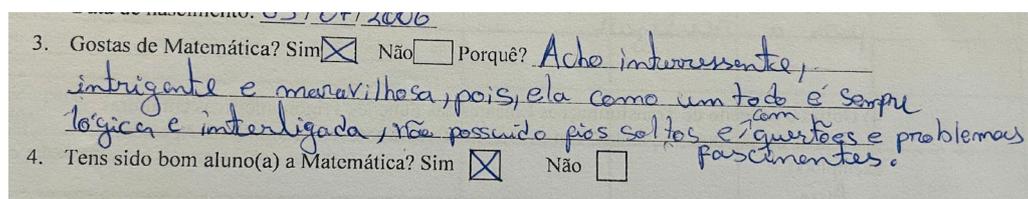


FIGURA 1: Depoimento do aluno A.

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

Não obstante uma percentagem considerada dos alunos ter um gosto relevante pela disciplina, o aluno A3 justifica sua preferência pela Matemática:

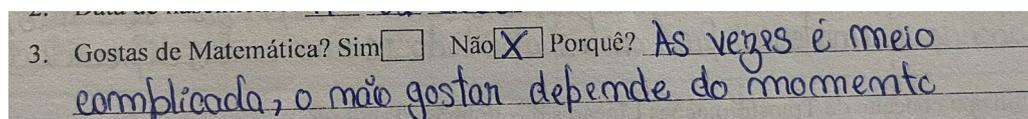


FIGURA 2: Depoimento do aluno A3.

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

Apesar de 3,4% afirmar que não tem preferência pela disciplina, todos os alunos, afirmam serem bons à Matemática, tendo respondido “sim” a esta afirmação.

Apesar de um aluno não ter respondido à pergunta, 55.2% dos alunos afirmarem que tiravam boas notas na disciplina e 41.4% nem tanto. Importa realçar que as melhores classificações nem sempre estão relacionadas com o gosto Matemática.

Tabela 3: qualidade de notas.

	Tem tido boas notas?			
	Frequência	Percentagem	Percentagem Válida	Percentagem Acumulada
Sim	16	55.2	55.2	96.6
Não	12	41.4	41.4	3.4
Em falta	1	3.4	3.4	100
Total	29	100	100	

Neste contexto, quando perguntados sobre terem tido dificuldades no presente ano ou nos anos anteriores, os alunos que responderam “sim” a tabela 3, foram unânimes em afirmar que até momento, na atual classe, não apresentavam dificuldades, no entanto, nos anos anteriores tinham tido dificuldades em certos conteúdos que foram mais complexos no seu ponto de vista.

Os alunos que responderam “não” à pergunta da tabela anterior, deram as seguintes satisfações:

Aluno A4 -“neste ano, diferente dos outros, tenho tido muita dificuldade na disciplina de Matemática”

Aluna A5 -“sim, nos anos anteriores, apesar de perceber a matéria avaliada nos testes, tinha muitas dificuldades, mas desde o ano 2022 sinto-me mais confiante durante a realização dos testes. Talvez devido às novas metodologias do professor”.

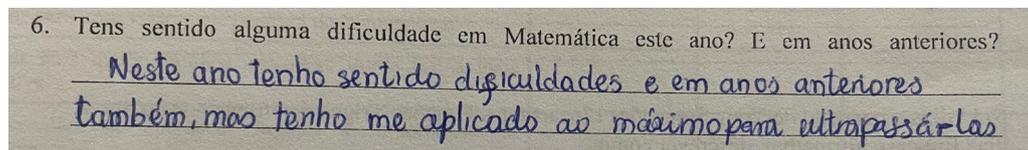


FIGURA 3: depoimento da aluna C.

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

É sabido que a postura do professor na sala de aulas influencia positiva e negativamente a aprendizagem dos alunos e a maneira como estes poderão assimilar os conteúdos.

Solicitados para descreverem uma experiência interessante vivida em anos anteriores na disciplina de matemática, foram várias as experiências apresentadas por 17 alunos. No entanto, todas convergiam para a música adaptada para razões trigonométricas e no uso da lógica no dia-a-dia. A figura 5 ilustra duas respostas dos alunos C e D, respetivamente:

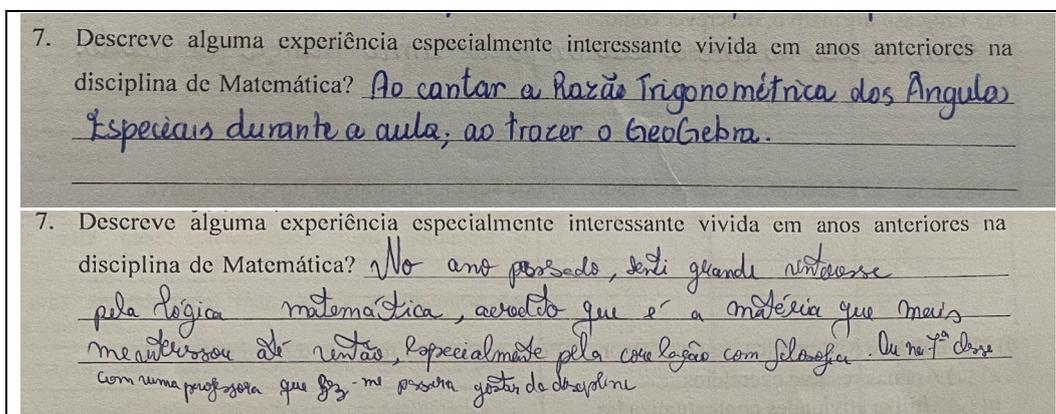


FIGURA 4: Aluno C e D, respetivamente, apresentando as suas experiências vividas na disciplina de Matemática.

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

II. Uso das Tecnologias

De acordo com a tabela 4 relativo ao uso das tecnologias, é possível ver que todos os alunos usam a internet, ou seja, de algum modo utilizam um computador (86.3%) ou algum smartphone (89.7%). Fato esse que é justificado pela crescente evolução da tecnologia na atualidade e, não só para uso de acesso as redes sociais ou realizar pesquisas escolares em sites, mas também, os alunos afirmam que usam essas tecnologias para criar conteúdos que ajudam na educação e bem como no uso de aplicativos como: *photomath*, *symbolab*, *Youtube* e, em especial aplicativos de IA

(inteligência artificial), que podem ser considerados softwares educacionais quando são direcionados ao processo de ensino e aprendizagem.

TABELA 4: uso das tecnologias

	Tens computador em casa?		Tens Smartphone?		Tens Telemóvel?		Utilizas internet?	
Sim	25	86.3%	26	89.7%	8	27.6%	29	100%
Não	3	10.3%	3	10.3%	17	58.6%	00	
Em falta	1	3.4%			4	13.8%		
Total	29	100%	29	100%	29	100%	29	100%

III. Estudo de Matemática e Transformações lineares das funções Trigonométrica.

Tendo sido respondido na secção I a questão relativa ao gosto pela disciplina de Matemática, no entanto, perguntou-se aos alunos se gostavam de estudar Matemática. As respostas revelaram-se similares, tanto que 78% respondeu que gostava de Matemática e 22% disse que gosta muito. As razões são amplas, mas destacam-se a capacidade que a Matemática tem de aumentar as habilidades de cálculos e ajudar na resolução de problemas em outras disciplinas.

Quando questionados sobre as transformações lineares das funções trigonométricas, os alunos foram unânimes em afirmar que o único termo que não é novo, é o termo trigonometria, o resto do tema é difícil definir ou falar dele. Entendemos nós como pesquisadores que esse é questionário inicial, poderemos despertar conceitos que adequem esse tema a sua memória.

Relativamente como são as aulas de Matemática lecionadas pelo seu professor, as respostas com maior frequência foram as que indicavam para o recurso à atividades contextualizadas e uso de recursos tecnológicos. No entanto, os alunos propuseram que o professor devesse dar mais trabalhos práticos, fizesse experiências, visitasse sítios que permitissem a troca de experiência com outras escolas.

IV. Softwares Educativos em Matemática.

Este subgrupo faz referência à eventuais *softwares* que os alunos podem ter utilizado nas aulas de Matemática. Neste sentido, foram apresentados alguns *softwares*, sendo que de entre eles, os alunos afirmaram já ter usado o Excel, porém raramente. Também disseram que apesar de conhecer o GeoGebra nunca o tinham usado, mas sim, viam os professores a manipular nas aulas. Nos demais *softwares* descritos no questionário, os alunos afirmaram que desconheciam.

Ne mesma senda, os alunos agregam que os softwares educativos podem ter importância no ensino de Matemática.

No caso específico do GeoGebra, os alunos apresentaram uma parcialidade ao responder a pergunta 3 do questionário pois dizem que ainda não o usaram na sua integra para que possam ter parâmetros suficientes de o classificar, no entanto, pelo tempo que os professores usaram na sala de aulas, puderam ver que se tornava fácil a comunicação com o professor pois a visualização era abrangente e estimulava um raciocínio matemático.

2. Resultados da aplicação da experiência em sala de aulas.

Tendo em consideração que desde a antiguidade a trigonometria vem se destacando por sua aplicabilidade na resolução de problemas de humanidade, principalmente para modelar fenômenos de natureza periódica, oscilatória ou vibratória, os quais existem no universo, elaboraram-se atividades para o estudo das transformações de funções trigonométricas no GeoGebra com o intuito de melhorar o processo do ensino e aprendizagem desse conteúdo trigonométrico e promover mais interesse e motivação nos alunos.

Para Santos e Homa (2018) citados por Perreira e Vaz () “uma expansão para o estudo de funções trigonométricas no GeoGebra é trabalhar com as transformações de translação, simetria, ampliação e redução” (p. 127). Portanto, segundo esses autores, o professor pode propor atividades que possibilitem o aluno manipular os coeficientes de transformação e assim, visualmente entenda as mudanças e conjectura sobre as características das funções.

Nesse estudo, os alunos trabalharam com as seguintes funções:

$$f(x) = A\sin(ax - b) + B \quad \text{e} \quad g(x) = A\cos(ax - b) + B$$

Os alunos foram instruídos a trabalhar com a variação dos coeficientes das funções acima de forma individual e, deste modo, criar conjecturas sobre os processos decorrentes nas ilustrações.

Ambiente da sala de informática

A sala de informática do colégio é constituída por 35 computadores sendo 1 para cada aluno nas atividades propostas pelos professores.



FIGURA 5: Ambiente da sala de informática

FONTE: Setor de informática, foto tirada pelos autores

Os computadores estão todos conectados à internet e todos tem instalado o GeoGebra versão 05.

Tarefa I: Análise da função $f(x) = A\sin(ax - b) + B$ a partir do movimento dos seletores para conjecturar as suas características.

O objetivo principal desta tarefa esteve ligado à necessidade de os alunos poderem analisar as características dos seletores definidos por A , a , b e B . Entende no geral que influência esses coeficientes no gráfico e, de forma específica, em relação ao domínio e contradomínio da função.

Na figura abaixo, para além de os alunos terem de construir o gráfico, deveriam, com orientação dos professores, criar os seletores e nomeá-los segundo os coeficientes da função.

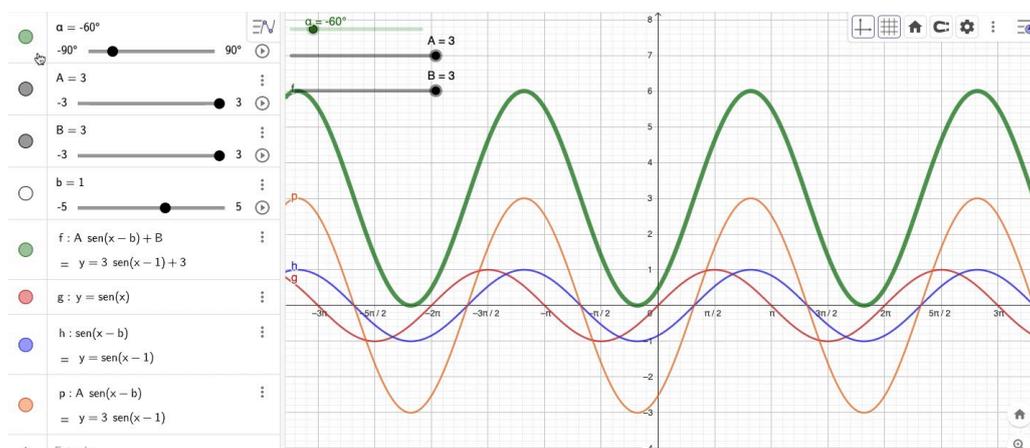


FIGURA 6: gráfico de seno e suas translações.

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

Nesta tarefa, os alunos deveriam anotar os procedimentos de execução da tarefa e anotar as variações do gráfico. Com isso, os alunos deveriam trocar impressões com colegas do lado da carteira e comparar os resultados para que pudessem criar conjecturas para definição da função de cada coeficiente do gráfico.

Nesta fase, os alunos mostraram um pouco de dificuldades em criar definições generalizadas pois os alunos estavam mais atentos a animação dos gráficos e à verificação das indagações mediatas do que em analisar o processo geral. Neste sentido, foi necessário a intervenção dos professores para que eles possam estar mais atentos a detalhes que pareciam comuns e anotarem nos cadernos.

Neste sentido, orientou-se a realizarem mais uma tarefa sobre a representação cartesiana gráfica da função $g(x) = A \cos(ax - b) + B$ e, nesse momento, sem a intervenção dos professores, já estavam mais atentos, confiantes e dinâmicos. De forma individual, foram partilhando as suas conclusões com os colegas no quadro como ilustra a imagem abaixo.

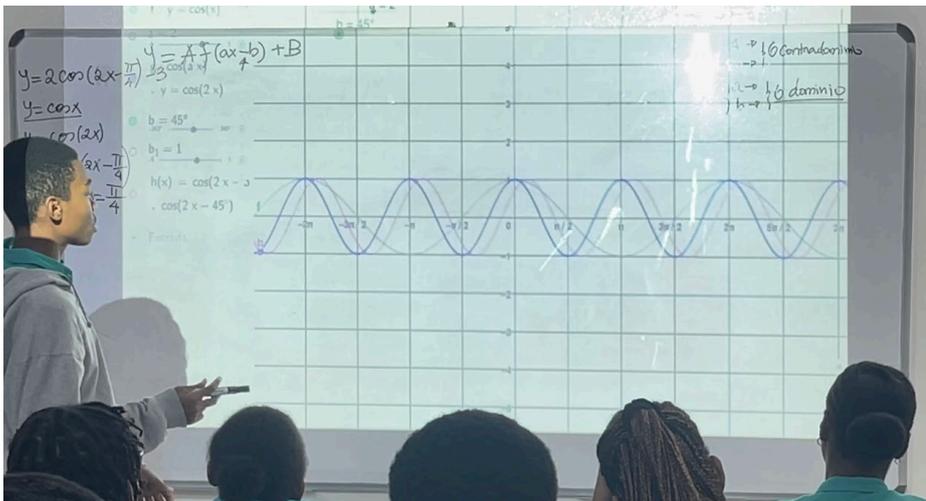


FIGURA 7: gráfico de cosseno e suas translações.

FONTE: Elaboração dos autores

Avaliação das intervenções

Stephen Covey, o autor de "Os 7 Hábitos das Pessoas Altamente Eficazes", em seu modelo de eficácia pessoal, discute a importância de tomar notas como parte do hábito de "Colocar Primeiro o Mais Importante" (Covey, 1989).

Neste sentido, esse subcapítulo, para adequar o objetivo geral da pesquisa, analisa a compilação dos resultados, ajudando os alunos a clarificarem as suas ideias, nomeadamente a explicitar as suas conjecturas, e favorece o estabelecimento de consensos e de um entendimento comum quanto às suas realizações.

De salientar que após a intervenção dos professores na primeira tarefa, as anotações foram, na sua maioria, corretas.

Abaixo apresentamos algumas ilustrações das resoluções feitas dos alunos para responder a questionamentos dos professores sobre o papel dos coeficientes A , a , b e B .

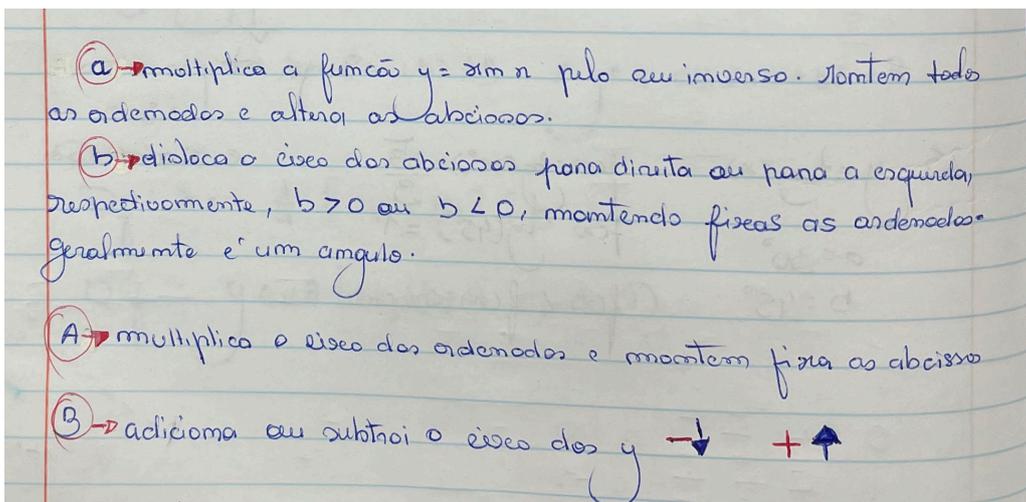


FIGURA 8: Resposta do aluno D à questão sobre papel de cada coeficiente da função

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

Aplicação de transformações lineares na resolução de problemas conducentes à funções trigonométricas.

Problema proposto:

Para criar efeito de uma onda do mar, o director do filme *TITANIC*⁵, James Cameron, formulou a função $f(x) = A \operatorname{sen}(x - b) + B$ para o ajudar a aumentar ou diminuir a altura da onda bem como para aumentar ou diminuir o comprimento da onda. Supõe que a onda do mar normal tem comprimento (domínio) no intervalo $] - 2\pi; 2\pi[$ e que o director, para obter o efeito necessário no seu filme, deslocou sessenta graus para a esquerda e triplicou a altura (contradomínio) da onda normal e depois deslocou três unidades para cima.

Fonte: Adaptado pelos autores

No problema acima, era exigido do aluno a:

- Formular a equação do James Cameron.
- Ilustrar e determinar o comprimento e altura da equação de James Cameron.

Nesta tarefa, 21 alunos acertaram a questão na totalidade, utilizando o GeoGebra, o que demonstra a utilidade de manipular diferentes casos de situação-problemas na sala de aulas com recurso ao software.

a) Formule a equação do James Cameron.

$$f(x) = 3 \operatorname{sen} \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3$$

b) Determina comprimento e altura da equação do James Cameron.

Comprimento = Df: $\left[-\frac{\pi}{3}; 2\pi - \frac{\pi}{3} \right]$ altura = Df: $A[-1; 1] + B$

$\left[-2\pi - \frac{\pi}{3}; 2\pi - \frac{\pi}{3} \right]$ $+3[-1; 1] + 3$

Df: $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right]$ Df: $y \in [0; 6]$

FIGURA 9: resolução do problema proposto pelo aluno E

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

Após manipulação do problema no GeoGebra, os alunos foram desafiados a resolver o mesmo problema de forma algébrica. Analisando os diversos comportamentos em um computador, eles deveriam apresentar várias formas, que de entre elas, a forma mostrada na figura 10, chamou a atenção aos autores.

Para obter o comprimento, o aluno teve que somar aos pontos extremos do intervalo do domínio da função elementar o valor $\frac{\pi}{3}$ (**deslocamento horizontal**), o mesmo procedimento foi usado para obter a altura, onde o aluno E fez a multiplicação por 3 nos pontos extremos do intervalo do contradomínio da função elementar (**Amplitude**), seguido da soma por 3 nos valores dos extremos do intervalo, obtidos dessa multiplicação (**deslocamento vertical**).

Apesar de não existir operações com intervalos, o aluno usou este procedimento para encontrar a solução exigida para a questão que foi proposta com base nas observações retidas na aplicação do software GeoGebra.

⁵Adaptado: Baseado em factos reais do RMS Titanic, navio de passageiros britânico operado pela White Star Line. Wikipedia.org

Nesta tarefa, os alunos deveriam formular a equação que o problema transmitia e por sua vez, manipular o gráfico no GeoGebra e comparar com as resoluções analíticas. Com os resultados ilustrados na figura 11 e figura 10, como pesquisadores, sentimo-nos satisfeitos com a aplicação da metodologia tecnológica na sala de aulas pois muitos alunos acertaram na totalidade os diversos exercícios.

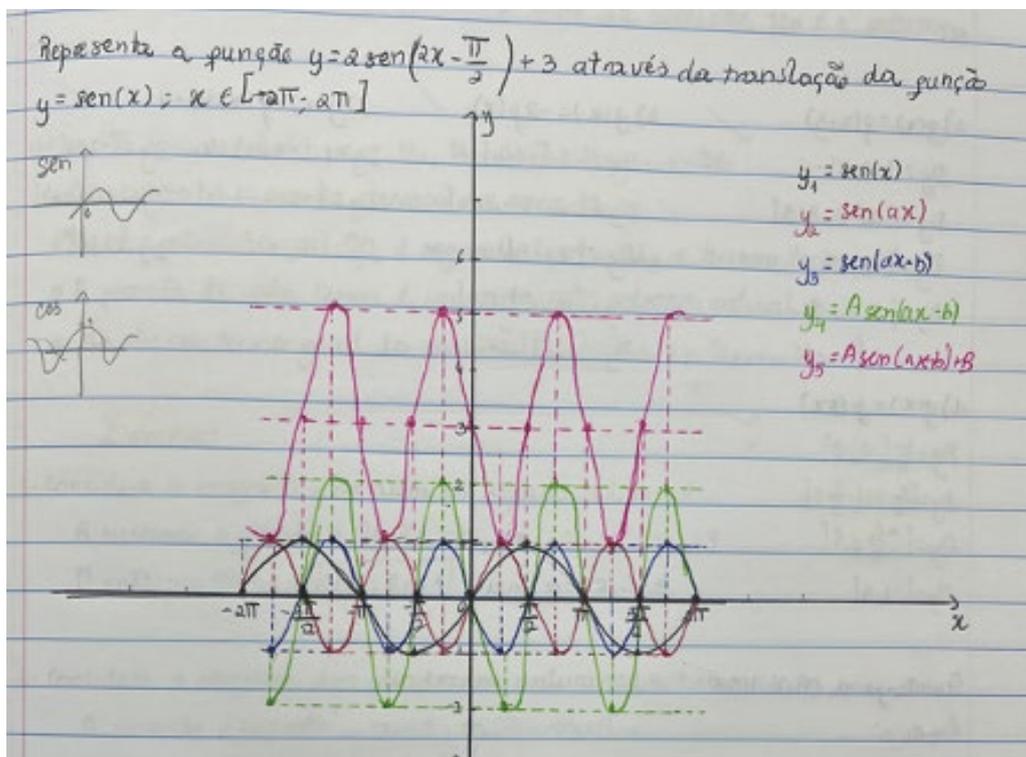


FIGURA 10: Resposta do aluno G

FONTE: Caderno do aluno, fotografia do celular

Em específico, os erros verificados, são de deslocação, ou seja, os alunos não conseguiram verificar a deslocação do seletor “b” para esquerda e direita, respeitando o sinal do ângulo.

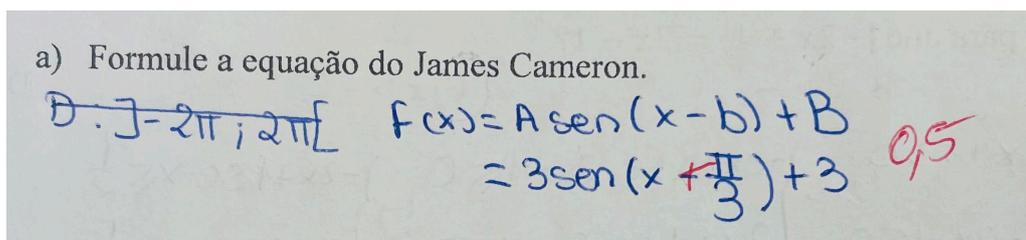


FIGURA 11: Resposta do aluno H

FONTE: Avaliação: Fotografia do celular

Contudo, no final do processo, houve o momento de correção dos problemas propostos. Aqui, os professores serviram apenas de meros moderadores, sendo que os alunos mediavam a resolução e explicação das suas conjecturas e por conseguinte retificar para os alunos que cometeram erros.

Nesta fase final, os alunos estavam mais entusiasmados em serem eles próprios a explicar uns aos outros com recurso ao GeoGebra.

Na aplicação do questionário final, foi notório a mudança de comportamento nos alunos. No mesmo modo, os alunos passaram a descrever o uso do GeoGebra como elemento

importante para as aulas de matemática pelo que, passaram a usar frequentemente como mostra o gráfico 1 abaixo.

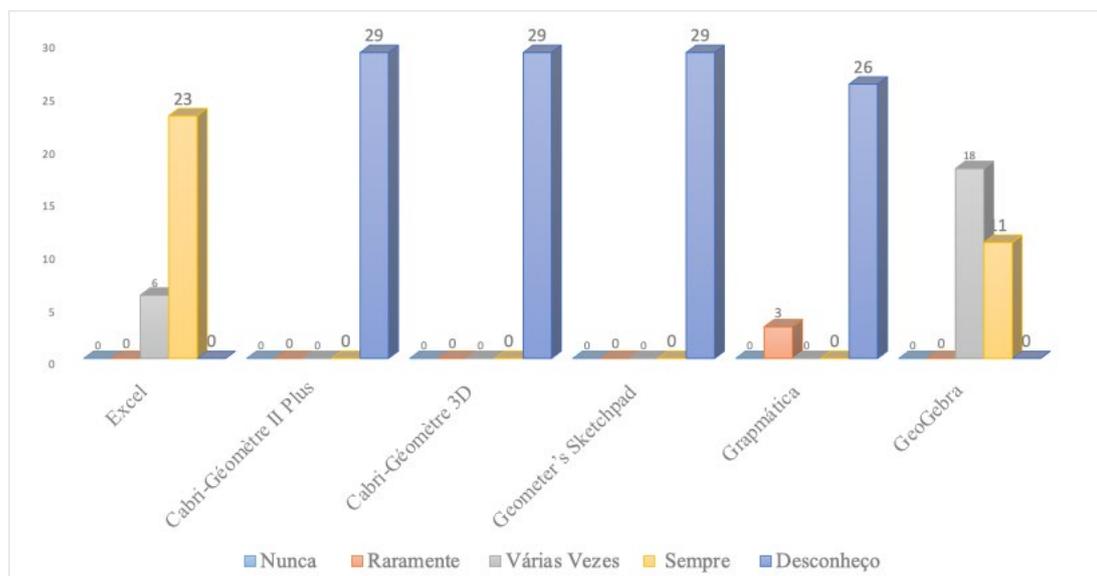


GRÁFICO 1: Uso das TICs

FONTE: Questionário dos alunos.

Nós, como pesquisadores, acreditamos que a sequência de atividades proposta e realizada na sala de aulas, levou a concretização dos objetivos da pesquisa e que mostraram a necessidade de se incluir nos planos gerais de ensino o uso do GeoGebra como uma ferramenta que auxilia no processo de ensino e aprendizagem.

Considerações finais.

Adaptando a noção do Piaget (1896-1980) sobre a psicologia genética, podemos dizer que o *conhecimento* é resultado de interações entre o sujeito e o objeto e pela *assimilação* dos objetos aos esquemas do indivíduo. Ou seja, além de ser construído pela associação entre objeto, é também dado pela assimilação dos objetos aos esquemas do indivíduo.

Neste sentido, assimilando os conhecimentos prévios sobre transformações lineares de funções trigonométricas, através do software GeoGebra, pode se perceber que os alunos, de forma individual, cognitivamente captam o ambiente e o organiza os seus ideais, e por conseguinte, a ampliação de seus esquemas na mente gera uma fusão de conhecimentos entre a teoria e a visualização.

O uso do computador pelos professores e alunos, permitiu uma maior relação entre as formas de transmitir os conhecimentos em sala de aulas.

Neste contexto, o uso do GeoGebra como suporte dos conteúdos abordados promoveu uma aprendizagem significativa. Com esta experiência, atribui-se ao uso do GeoGebra os seguintes elementos:

- Elemento de modernização – a tecnologia é hoje fundamental e faz parte dos diversos ambientes da sociedade e uso do computador já faz parte do cotidiano dos alunos e professores;
- Elemento de facilitação – facilita a realização de atividades, reduzindo significativamente o tempo de teoria e agradando mais tempo para a prática.

Ao fornecer, facilmente os gráficos das funções trigonométricas, auxiliou na visualização e comparação do cálculo algébrico do domínio e contradomínio e dos demais elementos de difícil compressão no quadro.

- Elemento de motivação – apesar de ter sido necessário um dinamismo na sala de aulas, e necessidade de adequar os alunos ao uso do GeoGebra, estimulou o interesse dos alunos pelas aulas.
- Elemento de mudança - aos professores apresentou mudanças na elaboração de técnicas inovadoras e dinâmicas para o ensino do tema em causa. O uso da imaginação para elaborar um teste tornou-se fácil quando comparado com o uso somente do quadro.

A educação é uma das áreas mais importantes para o desenvolvimento de uma sociedade. No entanto, é necessário que a qualidade de ensino seja direito para toda a população e, os professores possuírem uma capacitação que adequem à evolução da sociedade. No que diz respeito à capacitação, foram desenvolvidas as oficinas de formação contínua que, para os professores, trouxe o que há de mais novo na atuação e em didática e metodologia de ensino. Neste sentido, podemos relacionar o novo conhecimento adquirido nas oficinas de formação com as bases científicas numa experiência em sala de aulas. Essas formações trouxeram mais suporte e convicção para que possamos oferecer conteúdos de qualidade aos alunos.

As oficinas de formação ofereceram aos professores meios atualizados para detetar as dificuldades dos alunos e com isso, introduzir maneiras dinâmicas de ensino. A experimentação, mostrou-nos que os alunos são mais engajados nas atividades de aprendizagem, ou seja, colocam em prática as suas ideias e desenvolvem habilidades que vão além das formalidades ensinadas na sala de aulas.

Referências

- ANTONIASSI, Kleber Rodrigo. *Ensino através de situações-problema*. São Carlos, 2013.
- CANAVARRO, A. P. *Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios*. Em *Educação e Matemática*,. Associação de Professores de Matemática, 2021.
- COVEY, Stephen. “Os 7 Hábitos das Pessoas Altamente Eficazes: Put First Things First .” (1989).
- D’AMBROSIO, U. *Matemática e sociedade ou sociedade e matemática? A difícil questão da primazia*. Conferência de Abertura. Recife: SBEM: Anais do VII ENEM, 2004.
- FONSECA, BRUNHEIRA, PONTE, *As actividades de Investigação, o professor e a aula de Matemática*. Ed. 91-101. APM: Actas do ProfMat 99, 1999.
- MARCONI, Marina de Andrade e EVA Maria Lakatos. *Técnicas de Pesquisa*. Vol. 5. São Paulo: Atlas, 2002.
- NCTM. *National Council Teachers of Mathematics*. 2008. <<https://www.nctm.org>>.
- OLDKNOW, ADRIAN e CAROL KNIGHTS. *Mathematics Education with Digital Technology (Education and Digital Technology)*. Bloomsbury Academic: Edição Reprint, 2011.
- PAULOS, J. A. *Mas aliá de los números: meditaciones de un matemático*. 1993.

FERNANDES PEREIRA, ÂNGELA E., & CORREIA VAZ, H. V., O GeoGebra no Estudo de Funções Trigonométricas a partir da Análise Gráfica. *Revista do Instituto de Geogebra Internacional De São Paulo*, 2022, 11(2), 119-137. <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2022.v11i2p119-137>

PÓLYA, George. *Como resolver problemas: Um aspecto novo do método matemático*. Lisboa: Gradiva (publicado originalmente em inglês em 1945). 2003.

PONTE, J. P. *Investigar a nossa própria prática. Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. APM., 2002.

PONTE, J. P., et al. *Didáctica da Matemática*. Lisboa: DES do ME, 1997.

ROSÁRIO, P. e Almeida, L. “As estratégias de aprendizagem nas diferentes abordagens ao estudo: uma investigação com alunos do Ensino Secundário.” *Portuguesa de Psicologia e Educación*, 1999: 273-280.

ROSÁRIO, P. *Estudar o estudar – (Des)venturas do Testas*. Porto: Porto Editora, 2004.

ROSÁRIO, P. *Variáveis Cognitivo-motivacionais na Aprendizagem: As “Abordagens ao Estudo “em alunos do Ensino Secundário” (Tese de Doutoramento não publicada)*. Braga: Instituto de Educação e Psicologia da Universidade do Minho, 1999a.

SANTOS, J. S. e A. I. R. Homa. *ecnologia Digital para o Ensino da Trigonometria: Uma Proposta Desenvolvida como Oficinas para professores licenciados em matemática*. ISSN 2316-7785, 2018.