http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i1p161-195

O uso de GeoGebra & Educação STEAM como estratégia para uma aprendizagem significativa das Transformações de Funções Trigonométricas.[1]

The use of GeoGebra & STEAM Education as a strategy for meaningful learning of Trigonometric Function Transformations

BENSONE JOSÉ MATUSSE [2]

0009-0009-9395-7437

MANUEL CARLOS NHUMAIO [3]

0009-0003-5174-7980

RESUMO

Na sequência da nossa participação na Oficina de Formação "GeoGebra & STEAM" no âmbito do projecto de investigação do pós-doutoramento subordinada ao título "GeoGebra e STEAM implicações para a Educação Matemática e das Ciências Naturais em Moçambique". O presente trabalho resulta de uma experiência realizada na 12a classe da turma B1-1, na Escola Secundária da Munhuana, para a abordagem das Transformações de Funções Trigonométricas suportadas pelo GeoGebra no contexto da Educação STEAM. O estudo de caso, essencialmente qualitativo, de carácter exploratório e interpretativo, tem como finalidade promover a aprendizagem significativa desses conteúdos, numa perspetiva interdisciplinar do ensino. Os resultados apontam que o uso do GeoGebra possibilitou uma aprendizagem significativa dos conteúdos abordados. Assim, neste artigo, pretende-se trazer os resultados de implementação desta experiência e promover uma reflexão sobre as implicações do uso do GeoGebra no contexto da Educação STEAM em Moçambique.

Palavras-chave: GeoGebra e Educação STEAM; Transformações de Funções Trigonométricas; Aprendizagem Significativa.

[1]Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDP/05198/2020 (https://doi.org/10.54499/UIDP/05198/2020), Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED. Também contou com o apoio da Escola Secundária da Munhuana e da Universidade Pedagógica de Maputo. .

[2] Professor de Matemática do Ensino Secundário Geral, Escola Secundária da Munhuana-bensonematusse9@gmail.com

[3] Professor de Matemática do Ensino Secundário Geral, Escola Secundária da Munhuana-manuelcarlosmvd@gmail.com

ABSTRACT
Following our participation in the "GeoGebra & STEAM" Training Workshop within the scope of the post-doctoral research project under the title "GeoGebra and STEAM implications for Mathematics and Natural Sciences Education in Mozambique". The present work results from an experience carried out in the 12th class of class B1-1, at Munhuana Secondary School, to approach the Transformations of Trigonometric Functions supported by GeoGebra in the context of STEAM Education. The case study, essentially qualitative, of an exploratory and interpretative nature, aims to promote meaningful learning of these contents, from an interdisciplinary teaching perspective. The results indicate that the use of GeoGebra enabled significant learning of the content covered. Therefore, in this article, we intend to bring the results of implementing this experience and promote a reflection on the implications of using GeoGebra in the context of STEAM Education in Mozambique.

Keywords: GeoGebra and STEAM Education; Transformations of Trigonometric Functions; Meaningful Learning.

Introdução

A tecnologia computacional está presente em vários setores da sociedade atual, provocando mudanças no comportamento das pessoas e permitindo que tenham acesso aos mais variados tipos de informação e serviços. No contexto educacional, o uso da tecnologia para ensinar tem estado cada vez mais na esfera dos pesquisadores que buscam soluções para facilitar a aprendizagem dos estudantes e ser um diferencial no processo de ensino (JESUS, 2018).

Nesse sentido, nota-se que no estudo das transformações de funções trigonométricas, podem ser utilizadas as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) pois elas constituem apoio relevante, por exemplo, para fazer comparações entre os ciclos, que são necessárias à compreensão da periodicidade, da amplitude, do domínio e da representação do gráfico cartesiano desse tipo de funções. Assim, exige-se uma reflexão por parte dos professores, nomeadamente no contexto de Moçambique, da forma como promovem o ensino e como é que se pode usar as tecnologias de uma forma efetiva no contexto das suas práticas pedagógicas.

A nossa experiência como professores de Matemática mostra-nos que o uso das tecnologias no ensino da Matemática tem sido uma tendência de ensino e pesquisa, provocando novas posturas no modo de pensar e agir dos professores e alunos, e consequentemente nos processos de ensino e aprendizagem. Estas práticas dão a oportunidade aos alunos novas experiências, despertando um melhor senso crítico dos contextos abordados e novas abordagens na resolução de problemas e no trabalho cooperativo.

No âmbito do Projeto de investigação do pós-doutoramento subordinado ao título "GeoGebra e STEAM implicações para a Educação Matemática e das Ciências Naturais em Moçambique", participamos na Oficina de Formação "GeoGebra &

STEAM”. Na sequência, visando a obtenção de certificação como formador em GeoGebra, fomos desafiados a implementar uma experiência em sala de aula e traduzir os seus resultados num artigo científico para a sua publicação numa revista internacional. Assim, neste artigo, pretende-se trazer os resultados de implementação desta experiência e promover uma reflexão sobre as implicações do uso do GeoGebra no contexto da Educação STEAM (Ciência, Tecnologia, Engenharia, Artes e Matemática), considerando a realidade moçambicana.

As Tecnologias e a Matemática

De acordo com Ferreira, Camponez & Scortegagna (2015), citados por Sousa (2018, p. 21), as primeiras iniciativas sobre o uso das tecnologias no ensino da Matemática aconteceram no final da década de 90, motivadas principalmente pelos avanços e popularização da computação e da internet. Os referidos autores sustentam que muitas discussões ocorreram no sentido de criar estratégias que contemplassem o uso das tecnologias na educação e algumas abordagens passaram pelo uso de softwares matemáticos educacionais e planilhas eletrônicas, em seguida já eram possíveis trabalhos com realidade virtual e aumentada, blogs e simuladores.

Na busca por uma adequação tecnológica da escola é preciso rever os métodos de ensino tradicionais que ainda direcionam grande parte das práticas docentes e criar estratégias que possibilitem novas práticas, conducentes ao contexto tecnológico vivido pelo aluno. Para que isto aconteça se faz necessário o desenvolvimento de novas iniciativas na formação de professores, que de alguma forma possam despertar em cada um dos envolvidos uma cultura tecnológica que seja natural e cotidiana (SOUSA, 2018).

O referido autor defende que as representações gráficas associadas a novas formas de exploração e visualização de conteúdos, em especial na Matemática, colaboram na construção de ambientes tecnológicos que podem ampliar as possibilidades de abordagens no ensino e como consequência promover o desenvolvimento da cidadania.

Desta forma, as ferramentas tecnológicas podem propiciar ambientes que favorecem a motivação e interesse dos alunos.

A satisfação é uma dimensão da motivação na qual avalia-se que, ao finalizar uma atividade utilizando o software, o aluno é tomado por um sentimento de realização. Ela também diz respeito ao fato de o estudante gostar tanto do software que procura saber mais sobre ele, ou até mesmo utilizá-lo para estudar algum conteúdo. No que diz respeito ao engajamento e à motivação, os estudantes apontam sentimentos como satisfação, diversão e realização ao utilizarem o GeoGebra.

Também relatam que se sentem envolvidos no uso do software, ajudando os estudantes a manterem o foco durante a realização das atividades (GARCIA, 2021).

A Trigonometria no Contexto Moçambicano

As funções trigonométricas seno e cosseno têm várias aplicações em outras ciências, tais como: na Geografia para o estudo dos movimentos dos planetas e em sistemas de navegação por satélite. Nas funções periódicas, na descrição dos movimentos das marés, dos pêndulos, das ondas sonoras e luminosas. Na Medicina em exames de imagem, como equipamentos de Tomografia Computadorizado e Ultrassom. Na compactação de músicas em formato MP3 e fotos em formato jpg.

O programa de Ensino de Matemática do II ciclo (MINEDH, 2008. p.33) sugere que:

> Deve-se propor aos alunos problemas variados ligados a situações concretas onde aplicam métodos trigonométricos (problemas ligados à sólidos, à moldes, à navegação, à topografia, à históricos, etc.) de modo que percebam a importância da trigonometria para as várias ciências. As calculadoras permitem que o aluno se preocupe menos com os cálculos e mais com a compreensão do problema, embora, se refiram estes valores por se considerar que é importante que o aluno conheça alguns valores exatos das funções trigonométricas, nomeadamente para que mais tarde possa confirmar pontos traçados de gráficos trigonométricos, não devem os alunos trabalhar preferencialmente com eles pois possuem uma calculadora.

O documento sustenta que a modelação com funções trigonométrica pode ser feita tanto usando as capacidades específicas da calculadora gráfica (por exemplo, usando a regressão estatística a partir de dados recolhidos experimentalmente ou numa base de dados) como por análise algébrica da adequação de um modelo fornecido pelo professor, como por exemplo:

"Dois radares, distanciando de 20 km, observam um avião situado no mesmo plano vertical segundo os ângulos de 36 graus e 52 graus. A que altura se encontra o avião?"

"A temperatura do ar em graus centígrados numa certa cidade é dada pela função

$T(t) = 15 + 6.sen\left[\frac{\pi(t-8)}{2}\right]$ onde t é o tempo, em horas, a partir da meia.

Qual é a temperatura às 8 h? e às 12 h?

A que horas a temperatura atingiu 18 graus centígrados?

Representa graficamente a função".

O programa de ensino de Matemática (MINEDH, 2021), no contexto de Moçambique defende que a Matemática tem um papel essencial no desenvolvimento de processos de pensamentos, sendo a base prioritária para a formação da personalidade do aluno na formulação e na resolução de problemas concretos do dia-a-dia do aluno assim como desenvolver a capacidade de comunicação do pensamento matemático.

A resolução de problemas é perspetivada no referido programa como um processo de aplicação de conhecimentos previamente adquiridos à situações novas e não familiarizadas.

Um dos grandes obstáculos da aprendizagem da Matemática é a hierarquização dos conteúdos, bem como a sua abordagem de forma linear e rígida, sem, contudo, os alunos terem a oportunidade de explorá-los na sua vida quotidiana. Para a transformação do programa do ensino, foram estipuladas o programa em referência as seguintes orientações metodológicas:

- A incorporação de competências Matemáticas centradas no desenvolvimento do raciocínio dos alunos;
- O destaque para a resolução de problemas, explorando situações vividas no dia-a-dia, mostrando a necessidade da aprendizagem de matemática na solução dos problemas da vida;
- A apresentação dos conteúdos da matemática garantindo a interdisciplinaridade e a transversalidade, isto é, a inter-relação da Matemática com diferentes disciplinas;
- A utilização de métodos e procedimentos heurísticos para que o aluno realize a construção do seu próprio conhecimento, assegurando a compreensão do significado dos conteúdos. (MINEDH, 2021).

Estas orientações estão em consonância com a Educação STEAM e foram consideradas no contexto do presente estudo de investigação. Segundo Dos Santos & Silveira (2022, p.61), "a Educação STEAM corresponde a uma abordagem para promover a aprendizagem que recorre a contextos das Ciências, da Tecnologia, da Engenharia, das Artes e da Matemática como ponto de partida para orientar a exploração\investigação, o diálogo e o pensamento crítico dos estudantes."

Assim, optou-se pelo uso do software GeoGebra para o ensino das transformações de funções trigonométricas, uma vez que a ferramenta facilita a aprendizagem dos alunos em diversas simulações enquanto resolvem as tarefas propostas.

Na análise de documentos orientadores, em Moçambique, para a abordagem da Trigonometria, levamos em consideração os manuais escolares, ver Anexo I.

3. Teorias de aprendizagem

Teoria de aprendizagem significativa de Ausubel

Segundo Bila & Rodrigues, Ausubel (1918) destaca quatro tipos de aprendizagem, a saber:

a) A aprendizagem por receção significativa ou compreendida - o professor organiza os conteúdos a ensinar na sequência lógica e o aluno relaciona estes conteúdos com os conhecimentos que este já possui de tal forma que ele possa perceber o que está a aprender e integrar os novos conhecimentos na sua estrutura cognitiva existente.

b) A aprendizagem por receção mecânica ou memorizada - o professor apresenta a matéria de tal forma que o aluno tem de memorizar.

c) A aprendizagem pela descoberta significativa ou compreendida - o aluno "descobre "o conhecimento por si próprio, chega à solução de um problema que lhe propõe ou a qualquer outro resultado e relaciona o conhecimento que acaba de adquirir com outros conhecimentos que já possuía.

d) A aprendizagem pela descoberta mecânica ou memorizada - apesar de chegar por si próprio à descoberta da solução de um determinado problema que lhe propõe, o aluno apenas a memoriza de forma mecânica sem integrar na estrutura cognitiva que já possuía.

Teoria construtivista de Vygotsky

Segundo Goulart (2010), Vygotsky considera que a aprendizagem está intimamente relacionada com o desenvolvimento da personalidade.

Para a autora, no desenvolvimento há que distinguir a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) e a Zona de Desenvolvimento Atual (ZDA).

A ZDP, indica que novas tarefas com o nível mais alto de conhecimentos, as capacidades e habilidades do aluno não são suficientes para resolver as novas tarefas, daí que, o aluno precisa da direção pedagógica mais alta do professor que vai se diminuindo à medida que o aluno vai atingir a ZDA.

A autora sustenta que Vygotsky utiliza o conceito de Zona de desenvolvimento Proximal para designar a zona em que o indivíduo ultrapassa o seu potencial para a aprendizagem, tendo em conta, o ambiente social em que a aprendizagem é efetuada. É nesta zona em que o uso das TIC se desenvolve, pois, permitem que por intermédio do ato de manipular estes aplicativos se ultrapasse o potencial individual de forma subtil.

Na ZDA, o aluno possui conhecimentos, capacidades e habilidades para resolver tarefas atuais, por tanto, ele tem a autonomia. nesta zona, a direção pedagógica ou instrução do professor é bastante reduzida.

Diante destas teorias pode se apontar que por intermédio do uso das TIC, o aluno aprende a agir numa esfera cognitiva e sendo livre na determinação das suas ações, estimulando a curiosidade e autoconfiança, proporcionando o desenvolvimento de vários fatores como a linguagem, o pensamento e a concentração.

Teoria de Piaget

Piaget (1975) propõe um redimensionamento na metodologia do ensino a ser desenvolvida pelo professor. Busca estabelecer formas que levem o ensino intelectual matemático a cumprir seu objetivo que é segundo autor, “aprender por si próprio a conquista do verdadeiro, correndo risco de despender tempo nisso e de passar por todos os rodeios que a atividade real propõe.”

O autor propõe que se estabeleça um contexto da atividade autónoma em que o aluno seja solicitado a descobrir por si próprio as correlações e as noções, criando-as.

Dentre as teorias mencionadas nesta pesquisa, Ausubel defende que a melhor estratégia de ensino de matemática é a descoberta guiada na qual o professor funciona como organizador do processo de ensino e aprendizagem, não deixando que o ensino e aprendizagem aconteça tanto ao sabor e ao ritmo dos interesses do aluno. Para o autor, é mais fácil aprender-se se a informação for organizada e sequenciada de forma lógica, isto é, de tal maneira que os objetivos que pressupõem conhecimentos anteriores não sejam ensinados sem que estes estejam presentes.

Relacionando o desenvolvimento do construtivismo iniciado pelas teorias estruturalistas de aprendizagem de Piaget e a tendência sócio-interacionista baseada nas teorias de Levy Vygotsky, reforça a ideia de que a aprendizagem do aluno deve ser um processo de construção do conhecimento pela interação social.

Em suma, as teorias de aprendizagem sugerem que o professor proceda da seguinte forma:

- adequar o ensino ao nível do desenvolvimento dos alunos e ajudá-los a reconhecer os conhecimentos e as novas habilidades com os que tenham previamente adquiridos;
- informações, indicar os fatos, abrir as pistas que facilitam a compreensão, a organização e a retenção dos conhecimentos.

Problema e objetivos

Como professores de Matemática no segundo ciclo do ensino secundário geral, em Moçambique, temos observado uma série de dificuldades pela maioria dos alunos que frequentavam as aulas de cálculos, principalmente, quando são abordados problemas envolvendo conceitos da trigonometria ou a ela relacionados.

As perguntas mais comuns e mais frequentes colocadas pelos alunos sobre o ensino da trigonometria é em relação a sua importância. Para quê aprendê-la? Para quê ensiná-la?

A relevância desse questionamento inicial se traduz na necessidade de o aluno estabelecer um vínculo com o conteúdo a ser apresentado. É, portanto, tarefa do professor ser capaz de auxiliar o aluno a compreender a necessidade que ele tem de aprender trigonometria e a sua aplicação nas outras ciências. Tais dificuldades podem ser resultantes da forma como os conteúdos de Matemática são abordados no ensino secundário como a utilização de memorização de fórmulas para a resolução de atividade e das provas ou por meio de recursos não convencionais para fixação de informações sobre o conteúdo. Outra possível variável aliada a uma formalização precoce dos conceitos trigonométricos presentes nos livros didáticos é a exploração dessas abordagens de forma superficial o que pode acarretar ao entendimento de forma limitada, má interpretação e pouca compreensão dos conceitos básicos e necessários por parte dos discentes.

Diante do exposto, formulou-se o seguinte problema: **“De que forma o uso do software GeoGebra e a Educação STEAM como estratégia metodológica pode potenciar a aprendizagem das transformações de funções trigonométricas?”**

O objetivo geral que norteou a presente pesquisa consiste em compreender como o uso do software GeoGebra e a Educação STEAM como estratégia metodológica pode potenciar a aprendizagem das transformações de funções trigonométricas, no contexto de uma turma da 12ª classe.

Especificamente, pretendeu-se:

a) Identificar as potencialidades do software GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem das transformações de funções trigonométricas seno e cosseno;

b) Aplicar funções trigonométricas na modelação de situações reais no contexto da educação STEAM;

c) Promover a participação ativa e a autonomia dos estudantes no estudo das transformações de funções trigonométricas seno e cosseno por meio da manipulação do software GeoGebra.

Contexto

O estudo foi realizado na Escola Secundária da Munhuana, numa turma da 12a classe, turno da tarde. A mesma é uma instituição pública que se localiza na cidade de Maputo em Moçambique, no bairro da Munhuana, quarteirão 13, no Distrito Municipal de Nlhamankulu. Esta Escola é considerada como modelo de uma instituição pública de ensino na cidade de Maputo.

Entrou em funcionamento no ano de 2019 e leciona da 8ª a 12ª classes em dois turnos: Manhã das 7 horas até às 12 h e 5 minutos e tarde das 12 horas e 30 minutos até as 17 h e 35 minutos, no curso diurno. Possui 18 salas de aulas, 3 laboratórios (de Biologia, Química e Física); uma sala de informática com 20 computadores e internet (até então conta com 7 computadores em funcionamento); uma biblioteca equipada com alguns livros das editoras aprovadas pelo Ministério, módulos do ensino a distância, dicionários e outros, um campo para a prática de desporto; 14 sanitários, um deles para alunos com Necessidades Educativas Especial, sala dos professores, bloco administrativo, papelaria, 2 cantinas, um cômodo para os guardas e um jardim. Sendo uma instituição pública, a escola é tutelada pelo Ministério de Educação e Desenvolvimento Humano.

FIGURA 1: Escola Secundária Da Munhuana
FONTE: Autores (2023)

A escola possui um total de 2444 alunos distribuídos por 2 ciclos de aprendizagem, o 1º ciclo com 1552 alunos e o 2º com 892. Destes, 49 alunos da 12ª - B1 foram envolvidos nesta pesquisa, sendo que 29 são do sexo feminino e 20 são do sexo masculino. Devido a insuficiência dos computadores os mesmos foram subdivididos em grupos compostos por 7 elementos, designados por G1 (Grupo 1), G2 (Grupo 2), G3 (Grupo 3), assim sucessivamente.

Foram planificadas e lecionadas 12 aulas com o recurso a Software GeoGebra e cada aula equivale a 45 minutos.

A escola conta com um total de 53 professores distribuídos por 2 ciclos de aprendizagem, o 1º ciclo com 29 e o 2º com 24 professores. Destes, 7 lecionam a disciplina de Matemática e 5 lecionam a disciplina de Física nos dois ciclos, sendo que 5 professores de Matemática e 3 de Física participaram da Oficina de Formação GeoGebra & STEAM no âmbito do Projeto de Pós-doutoramento referenciado.

Metodologia

Neste ponto apresenta-se os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa, como o método de pesquisa, o tipo de pesquisa, os procedimentos de pesquisa, detalhamento da intervenção pedagógica, caracterização dos sujeitos da pesquisa, instrumentos de coleta de dados.

Método de pesquisa

O estudo de caso, essencialmente qualitativo, de carácter exploratório e interpretativo, enquadra-se no âmbito do projeto de investigação do pós-doutoramento subordinada ao título “GeoGebra e STEAM implicações para a educação matemática e das ciências naturais em Moçambique” e pretende-se compreender de que forma o uso do software GeoGebra e a Educação STEAM como estratégia metodológica pode potenciar a aprendizagem das transformações de funções trigonométricas, no contexto, de uma turma da 12ª classe.

A pesquisa qualitativa é vista por Gerhardt & Silveira (2009) como aquela que se caracteriza por abordar aspetos que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais sem se preocupar com a dimensão da amostra nem com a generalização de resultados. O caráter qualitativo desta pesquisa assenta-se na exploração das ideias que os alunos têm sobre funções trigonométricas através do uso do Software GeoGebra. Ainda sobre a pesquisa qualitativa, analisou-se a disposição e o nível de satisfação dos alunos durante a execução das tarefas propostas.

Na perspetiva de Piovesan & Temporini (1995), a pesquisa exploratória, na qualidade de parte integrante da pesquisa principal, é o estudo preliminar realizado com a finalidade de melhor adequar o instrumento de medida à realidade que se pretende conhecer. Em outras palavras, a pesquisa exploratória, ou estudo exploratório, tem por objetivo conhecer a variável de estudo tal como se apresenta, seu significado e o contexto onde ela se insere. Pressupõe-se que o comportamento humano é melhor compreendido no contexto social onde ocorre.

Para Soares (2019) o carácter interpretativo de uma pesquisa está sujeita ao tipo de dados coletados, tendo "como opção, por exemplo, análise de conteúdo, análise do discurso, ou por outras palavras, consiste na construção do conhecimento a partir da subjetividade de interpretação dos indivíduos, deixando abertura para múltiplas e complexas camadas de interpretações, cabendo ao investigador desvendar essa teia de camadas para o conhecimento de um fenómeno.

Deste modo, para a abordagem das transformações de funções trigonométricas, adotou-se neste estudo a estratégia de ensino e aprendizagem exploratória (Ponte, 2003, 2005; NCTM, 2007, 2017; Canavarro, 2011). Assim, as sessões contemplaram os seguintes momentos:

No primeiro momento – apresentação da ficha de trabalho pelo professor e sua interpretação pelos alunos;

No segundo momento – realização de trabalho autónomo pelos alunos, aos grupos, através de tarefas orientadas e abertas para investigar o papel de cada um dos parâmetros A, a, B e b nos gráficos das translações das funções trigonométricas.

No terceiro momento – apresentação das resoluções e confrontos com outras resoluções alternativas, de forma a promover debates e reflexões a respeito do tema em análise;

No quarto momento – por último, o professor, através do questionamento dos alunos, faz a síntese das tarefas desenvolvidas, com vista à consolidação dos conceitos estudados e deve proceder à formalização dos mesmos envolvendo a estratégia de ensino exploratória e baseada em resolução de problemas.

Etapas de investigação

O estudo contemplou as seguintes etapas de investigação:

Revisão da literatura

A revisão de literatura resulta do processo de levantamento e análise do que já foi publicado sobre o tema e o problema de pesquisa escolhidos e tem como finalidade de obter informações sobre a situação atual do tema ou problema pesquisado bem como verificar as opiniões similares e diferentes a respeito do tema ou de aspetos relacionados ao tema ou ao problema de pesquisa.

Aplicação do questionário inicial

Com este questionário, pretendeu-se principalmente, conhecer a relação do aluno com o computador bem como recolher opinião sobre as suas potencialidades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Pretendeu-se, ainda, recolher informações para a análise e melhor compreensão das dificuldades encontradas na aprendizagem das transformações das funções trigonométricas.

Familiarização com o software GeoGebra

É o momento em que os alunos manuseiam e interagem com o computador de modo a explorar e compreender as funcionalidades do software GeoGebra.

Implementação da experiência em sala de aula

É neste momento em que os alunos, através de duas fichas de trabalho, realizam as tarefas propostas e emitem as suas opiniões através da observação direta daquilo que acontece ao manipular cada parâmetro das funções seno e cosseno com recurso a software GeoGebra. Pretendeu-se:

- Explorar as potencialidades do software GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem das transformações de funções trigonométricas seno e cosseno;
- Promover a participação ativa e a autonomia dos alunos na aplicação de funções trigonométricas na modelação em situações reais no contexto da Educação STEAM.

Aplicação do questionário final

Neste questionário, perspetivou-se recolher dados e informações possíveis de averiguar se a utilização do GeoGebra influencia ou não o comportamento dos alunos e se contribui para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas para a melhoria da aprendizagem dos conteúdos abordados.

Entrevistas a alguns alunos

Na presente pesquisa foi aplicada a entrevista não-estruturada que segundo Gerhardt & Silveira (2009) é aquela em que o entrevistado é solicitado a falar livremente a respeito do tema pesquisado e busca a visão geral do tema.

Análise e Tratamento dos dados

A análise e tratamento dos dados incidiu:

- no tratamento qualitativo dos documentos, registos no diário dos investigadores, produções dos alunos, registos fotográficos e de áudio e/ou vídeo, entrevistas e questões abertas dos questionários.
- *na quantificação – questionários dos alunos e fichas de trabalho.*

Apresentação, Análise e Discussão dos Resultados

Análise dos dados do questionário inicial aplicado aos alunos.

Questionados se têm computador em casa, a tabela 1 mostra que apenas 38,8 % dos alunos (19 registos) têm computador, a maioria dos alunos não têm computador em casa (25 registos, 51%) e 5 alunos (10,2%) não responderam à questão.

Tabela 1: Visão geral da frequência de alunos que têm computador em casa.

Tens computador em casa?					
		Frequência	%	% válida	% acumulada
Válido	Sim	19	38,8	43,2	43,2
	Não	25	51,0	56,8	100,0
	Total	44	89,8	100,0	
Omisso	Sistema	5	10,2		
Total		49	100,0		

Questionados se utilizam o conceito de funções trigonométricas em outras disciplinas do ano que frequentam, a tabela 2 mostra que 42,9% (21 registos) dos alunos não utilizam, 16 alunos (32,7%) utilizam e 12 alunos (24,5%) não responderam à questão.

Tabela 2: Visão geral da frequência de alunos que utilizam o conceito de funções trigonométricas em outras disciplinas.

		Frequência	%	% válida	% acumulada
Válido	Sim	16	32,7	43,2	43,2
	Não	21	42,9	56,8	100,0
	Total	37	75,5	100,0	
Omisso	Sistema	12	24,5		
Total		49	100,0		

Alguns alunos afirmaram que nunca utilizaram os conhecimentos matemáticos da trigonometria em outras disciplinas e nem em situações do seu dia-a-dia.

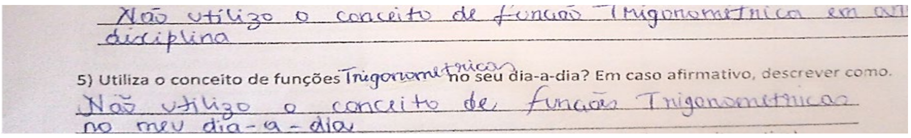


FIGURA 2: Opinião dada pelo grupo 3
FONTE: Autores (2023)

Sobre as preferências em estudar as aulas de matemática, a maioria dos alunos prefere “resolver exercícios” e “utilizar atividades contextualizadas” pois foram as mais indicadas, com 18 e 16 frequências, respectivamente, sendo que as opções menos assinaladas foram “promover atividades lúdicas” e “utiliza recursos tecnológicas, com 3 e 1 frequência, respectivamente.

Tabela 3: Visão geral das categorias de opinião de alunos sobre a preferência em estudar as aulas de Matemática.

Nas aulas de Matemática, seu professor…					
		Frequência	%	% válida	% acumulada
Válido	Apenas resolve exercícios	18	36,7	47,4	47,4
	Utiliza atividades contextualizadas	16	32,7	42,1	89,5
	Promove atividades lúdicas (jogos)	3	6,1	7,9	97,4
	Utiliza recursos tecnológicos (celular, computador, etc)	1	2,0	2,6	100,0
	Total	38	77,6	100,0	
Omisso		11	22,4		
Total		49	100,0		

Quanto à utilização do software GeoGebra, o Tabela abaixo mostra que a maior parte dos alunos (31 registos) nunca utilizou GeoGebra como recurso tecnológico, 6 afirmaram que raramente utilizam GeoGebra, apenas 3 sempre utilizam software e os restantes não responderam à questão. Questionados sobre as razões que levaram a maioria dos alunos a não responder esta questão, o desconhecimento da utilidade do GeoGebra foi a razão apontada.

Tabela 4: Opinião dos alunos sobre a utilização de software GeoGebra no ensino da Matemática.

Nas aulas de Matemática já utilizaste o *software* GeoGebra como recurso tecnológico?					
		Frequência	Porcentagem	Porcentagem válida	Porcentagem acumulativa
Válido	Nunca	31	63,3	77,5	77,5
	Raramente	6	12,2	15,0	92,5
	Sempre	3	6,1	7,5	100,0
	Total	40	81,6	100,0	
Omisso		9	18,4		
Total		49	100,0		

A análise da Tabela 5, sobre as potencialidades do GeoGebra nas aulas de Matemática tem como suporte a frequência do questionário inicial em 4 parâmetros, nas variáveis “discordo parcialmente” e “completamente” e o aumento da frequência nas variáveis concordo plenamente e parcialmente.

Tabela 5: Opinião dos alunos sobre as potencialidades do GeoGebra nas aulas de Matemática

Parâmetros O uso do GeoGebra pode:	I	II	III	IV	NR
Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras;	0	2	4	4	39
Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;	0	1	1	4	43
Contribuir para que os alunos aprendam duma forma mais significativa;	0	1	6	4	38
Estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias;	0	0	1	5	43

Legenda: I - Discordo completamente; II - Discordo parcialmente; III - Concordo parcialmente; IV - Concordo completamente; NR - Não responderam.

Momento de familiarização com software GeoGebra

Durante os ensaios, os alunos mostraram o grau de satisfação e curiosidade a respeito da importância do computador e das potencialidades do uso do *software* GeoGebra como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. As condições de implementação da familiarização e a realização das tarefas ilustram-se na Figura 3.

FIGURA 3: Momento de familiarização com *software* GeoGebra
FONTE: Autores (2023)

Momento da realização das tarefas utilizando software GeoGebra

Para a realização das atividades, é importante identificar a posição da caixa de "Entrada", local em que as funções serão inseridas, a "Janela de Álgebra" que mostrará as funções digitadas na caixa de entrada e também utilizada para selecionar as funções de interesse nas análises e, por fim, a "Janela de Visualização" onde os gráficos serão construídos.

Para permitir melhor a análise dos gráficos das funções trigonométricas, o eixo das abscissas deve ser graduado em radianos.

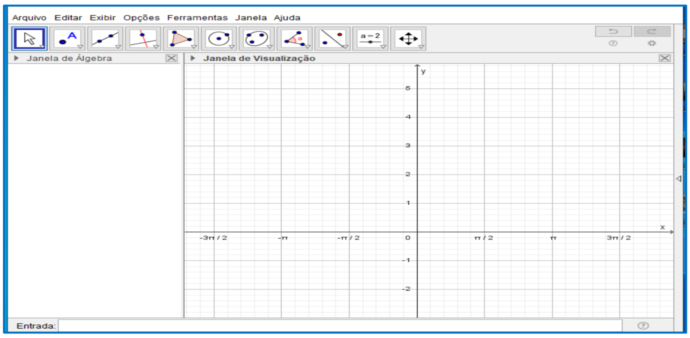


FIGURA 4: Momento da realização das tarefas utilizando *software* GeoGebra
FONTE: Autores (2023)

Tarefa 14-Exploração da Função seno no GeoGebra

Habilite apenas a função seno e varie os parâmetros A, a B e b, da função $f(x) = Asen(ax + b) + B$, indicando, por exemplo, pelo parâmetro b, deixando os demais fixos, contemplando valores positivos e negativos – valores maiores que 1, valores entre zero e 1, entre 0 e – 1, menores que – 1, etc.

Observe as alterações que ocorrem no comportamento do gráfico da função seno em relação ao gráfico de $f(x) = sen(x)$ e anote na tabela abaixo. Repita o procedimento com os demais parâmetros.

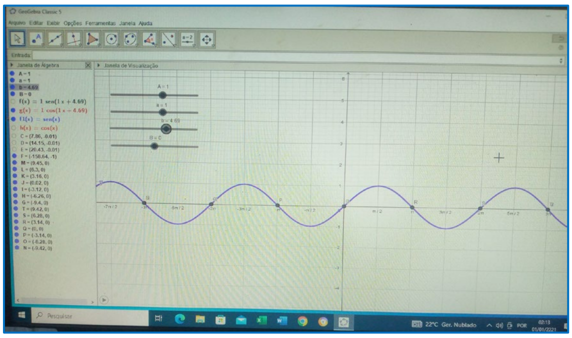
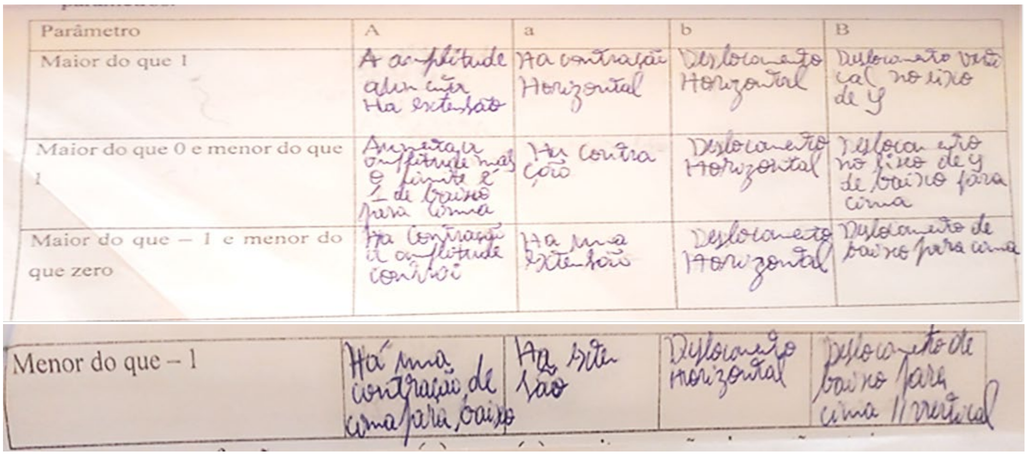


FIGURA 5: Representação do gráfico da função *f* pelo grupo 5
FONTE: Autores (2023)

[4] Fonte: Adaptado de funções trig graf transf questoes.pdf (ufcg.edu.br)

Momento do preenchimento das fichas de trabalho

FIGURA 6: Momento do preenchimento das fichas de trabalho grupo 2
FONTE: Autores (2023)



Parâmetro	A	a	b	B
Maior do que 1	A amplitude [illegible] Ha extensão	Ha contração Horizontal	Deslocamento Horizontal	Deslocamento vertical no eixo de y
Maior do que 0 e menor do que 1	Aumenta a amplitude mas o limite é 1 de baixo para cima	Ha contração	Deslocamento Horizontal	Deslocamento no eixo de y de baixo para cima
Maior do que − 1 e menor do que zero	Ha contração a amplitude [illegible]	Ha uma extensão	Deslocamento Horizontal	Deslocamento de baixo para cima
Menor do que − 1	Há uma contração de cima para baixo	Ha extensão	Deslocamento horizontal	Deslocamento de baixo para cima // vertical

FIGURA 7: Resolução da tarefa 1 pelo grupo 3
FONTE: Autores (2023)

Depois das questões colocadas pelo professor para o preenchimento da figura acima, alguns alunos concluíram o seguinte:

A é a amplitude; $A \neq 0$	**b** representa o deslocamento na horizontal b$\neq$ **0**
$\boldsymbol{A > 1}$ Produz uma extensão na vertical	$\boldsymbol{b > 1}$ Produz uma deslocação horizontal para a esquerda
$\boldsymbol{0 < A < 1}$ Produz uma extensão na vertical	$\boldsymbol{0 < b < 1}$ Produz uma deslocação horizontal para a esquerda
$\boldsymbol{-1 < A < 0}$ Produz uma contração na vertical	$\boldsymbol{-1 < b < 0}$ Produz uma deslocação horizontal para a esquerda
$\boldsymbol{A < -1}$ Produz uma contração na vertical	$\boldsymbol{b < -1}$ Produz uma deslocação horizontal para a esquerda
a é o período da função; $a \neq 0$	**B** representa o deslocamento na vertical; B$\neq$**0**
$\boldsymbol{a > 1}$ Produz uma contração horizontal	$\boldsymbol{B > 1}$ Produz uma deslocação vertical para a cima

$\mathbf{0 < a < 1}$ Produz uma contração horizontal	$\mathbf{0 < B < 1}$ Produz uma deslocação vertical para cima.
$\mathbf{-1 < a < 0}$ Produz uma extensão na horizontal	$\mathbf{-1 < B < 0}$ Produz uma deslocação vertical para cima
$\mathbf{a < -1}$ Produz uma extensão na horizontal	$\mathbf{B < -1}$ Produz uma deslocação vertical para cima

Quadro 1: Conclusão de alguns alunos extraída a partir do preenchimento da figura 7.

Fonte: Autores (2023)

Nota: Os seletores foram manipulados considerando o sentido da esquerda para direita e não da direita para esquerda, como por exemplo: $\mathbf{-1 < B < 0}$ **é o mesmo que** $]-1; 0[$e não de] 0; -1[.

Exploração da função cosseno no GeoGebra

3. Habilite apenas a função cosseno e $g(x) = cos(x)$ e repita as ações da questão anterior.

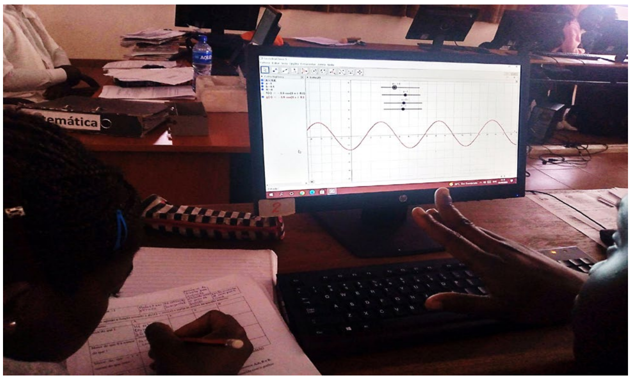
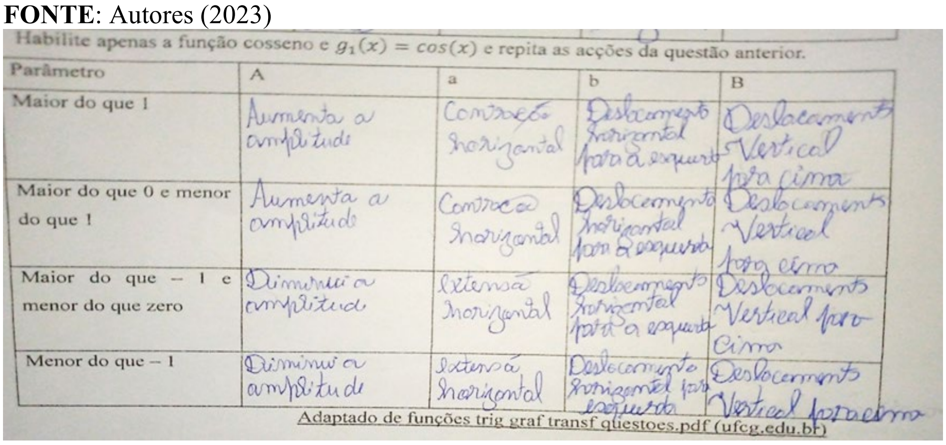


FIGURA 8: Representação do gráfico cosseno e preenchimento da tabela pelo grupo 2.
FONTE: Autores (2023)



Habilite apenas a função cosseno e $g_1(x) = cos(x)$ e repita as acções da questão anterior.

Parâmetro	A	a	b	B
Maior do que 1	Aumenta a amplitude	Contração horizontal	Deslocamento horizontal para a esquerda	Deslocamento Vertical para cima
Maior do que 0 e menor do que 1	Aumenta a amplitude	Contracção horizontal	Deslocamento horizontal para a esquerda	Deslocamento Vertical para cima
Maior do que − 1 e menor do que zero	Diminui a amplitude	Extensão horizontal	Deslocamento horizontal para a esquerda	Deslocamento Vertical para cima
Menor do que − 1	Diminui a amplitude	Extensão horizontal	Deslocamento horizontal para esquerda	Deslocamento Vertical para cima

Adaptado de funções trig graf transf questoes.pdf (ufcg.edu.br)

FIGURA 9: Resolução da tarefa 1 pelo grupo 7.
FONTE: Autores (2023)

4. Habilite apenas a função cosseno e o manipulando os parâmetros **A, a, B** e **b,** convenientemente**,** é possível fazer com que o gráfico da função cosseno coincida com o gráfico da função seno? Se verdadeiro, para quais valores dos parâmetros?

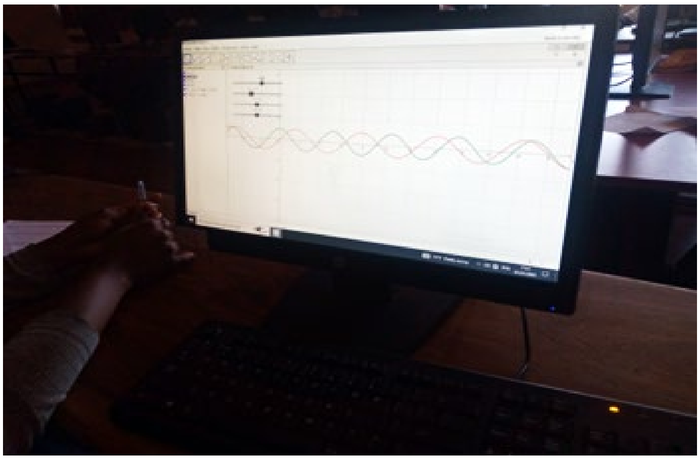


FIGURA 10: Representação gráfica das funções *f e g* pelo grupo 6
FONTE: Autores (2023)

Depois de várias tentativas de fazer coincidir os gráficos das duas funções, alguns alunos concluíram o que se ilustra na Figura 11.

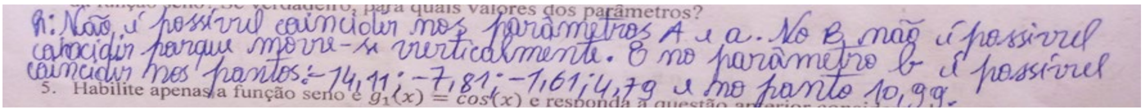


FIGURA 11: Resposta dada pelo grupo 5
FONTE: Autores (2023)

5. Habilite apenas a função seno e responda à questão anterior considerando o gráfico da função seno em relação ao gráfico da função cosseno? Se verdadeiro, para quais valores dos parâmetros?

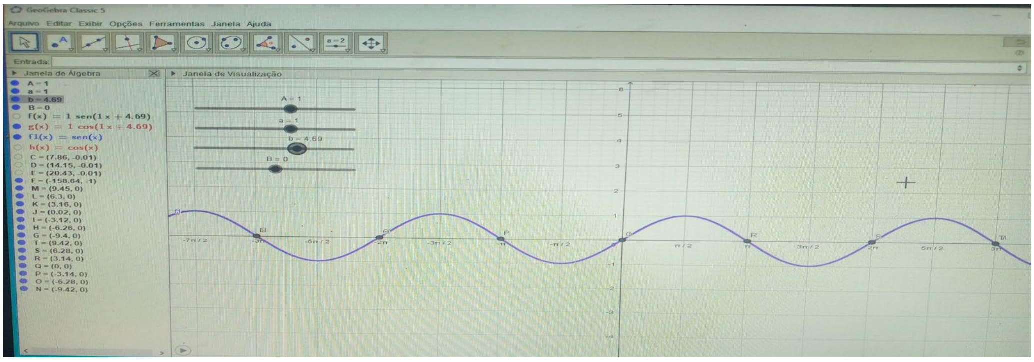


FIGURA 12: Representação do gráfico *f* e *g* pelo grupo 1.
FONTE: Autores (2023)

Manipulando os seletores, alguns alunos concluíram como se ilustra na Figura 13.

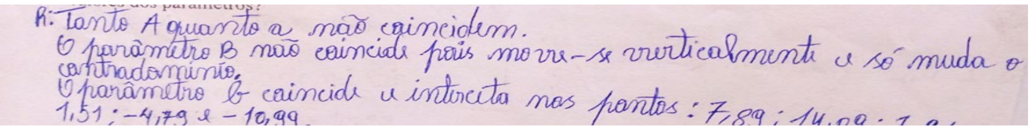


FIGURA 13: Resposta dada pelo grupo 3.
FONTE: Autores (2023)

6. Qual a influência que os parâmetros A, a, B e b, têm no domínio das funções estudadas?

Os alunos concluíram pela não influencia dos parâmetros no domínio da função como se ilustra na Figura 14.

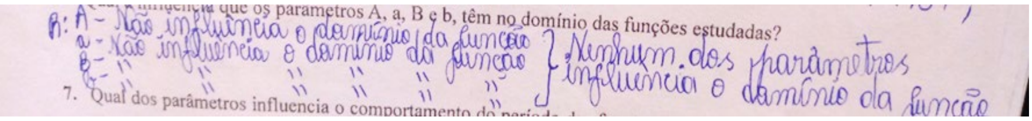


FIGURA 14: Resposta dada pelo grupo 3.
FONTE: Autores (2023)

7. Qual dos parâmetros influencia o comportamento do período das funções seno e cosseno? De que forma?

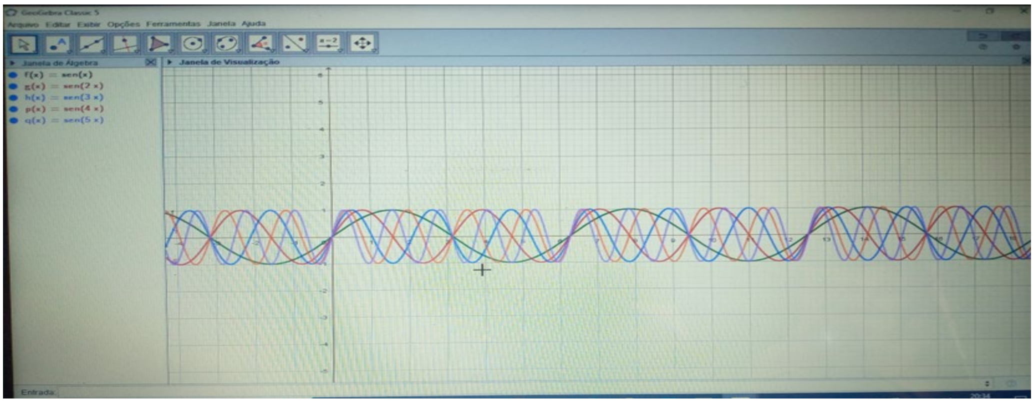


FIGURA 15: Representação do gráfico pelo grupo 2.
FONTE: Autores (2023)

Os alunos concluíram pela influencia do parâmetro a no período da função, referindo parcialmente o modo como este se relaciona com o período, ver Figura 16.

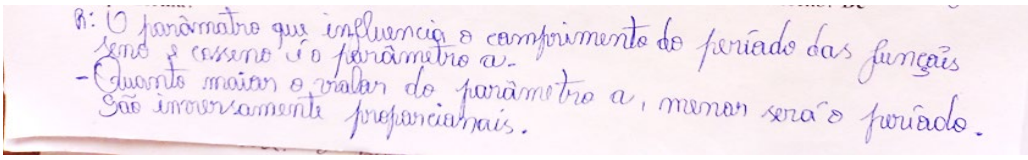


FIGURA 16: Resposta dada pelo grupo 6.
FONTE: Autores (2023)

8. Qual ou quais dos parâmetros influenciaram na imagem das funções estudadas? De que forma?

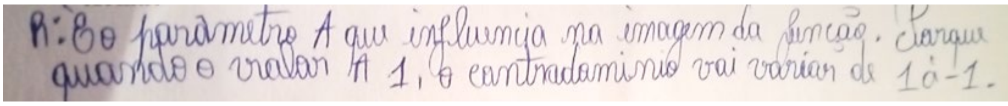


FIGURA 17: Resposta dada pelo grupo 7
FONTE: Autores (2023)

9. Qual dos parâmetros influencia na amplitude do gráfico das funções estudadas? De que forma?

FIGURA 18: Representação dos gráficos pelo grupo 1
FONTE: Autores (2023)

Na comparação da função $f(x) = cos(x)$ com as funções, $h(x) = 3cos(x)$ e $i(x) = 4\ cos(x)$ é possível observar que os gráficos das funções g, h e i sofrem uma dilatação vertical de dois, três e quatro unidades para cima e para baixo, respetivamente, em relação ao gráfico da função f. Essa modificação foi provocada pelos fatores 2, 3 e 4, o qual alterou as amplitudes das funções e, consequentemente, o conjunto imagem que passou de $[-1; 1]$,$[-2; 2]$,$[-3; 3]$ e $[-4; 4]$, respectivamente.

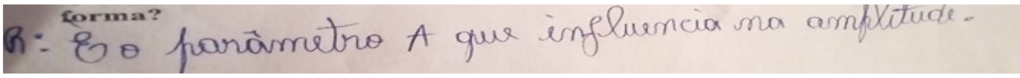


FIGURA 19: Resposta dada pelo grupo 4
FONTE: Autores (2023

Tarefa 2

Aplicação das funções trigonométricas na modelação de situações reais no contexto da Educação STEAM.

Nesta tarefa vamos fazer a comparação dos resultados obtidos pelos alunos na resolução de problemas antes e depois da aplicação do software GeoGebra, pois o professor disponibilizou a ficha de atividades para eles resolverem em casa sem o uso deste dispositivo.

1. O gráfico a seguir representa a função periódica definida por $f(x) = 2sen(x)$. No intervalo $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$=$f\left(\frac{5\pi}{2}\right)$, M e N são pontos do gráfico nos quais são os valores máximos dessa função. Determine a área do retângulo MNOP.

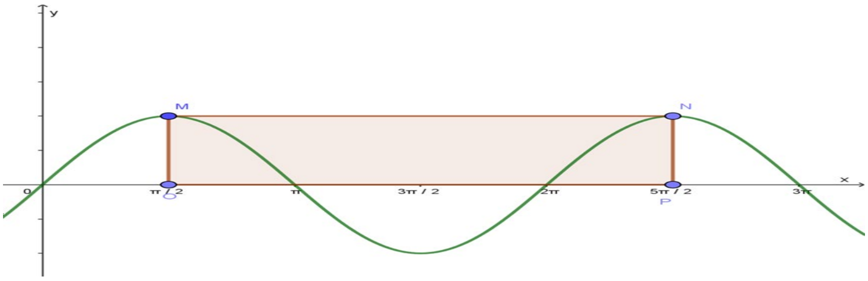


FIGURA 20: Determinação da área sombreada
FONTE: Autores (2023)

Exemplo de uma resposta pode ser visualizada na Figura 21.

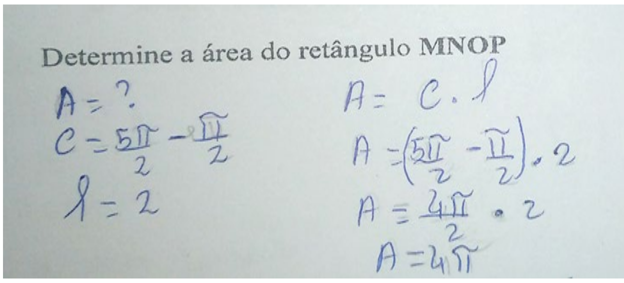


FIGURA 21: Resolução feita em casa sem o uso de *software* GeoGebra pelo grupo 4
FONTE: Autores (2023)

Todos os grupos resolveram corretamente a tarefa, pois identificaram com facilidade que o valor da largura é igual ao valor da amplitude.

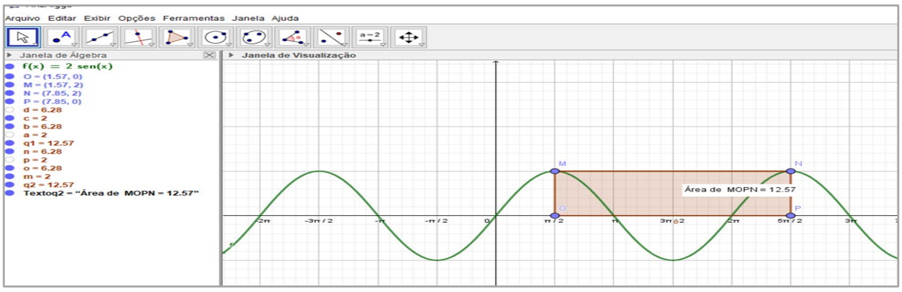


FIGURA 22: Resolução feita usando *software* GeoGebra em sala de aula pelo grupo 7
FONTE: Autores (2023)

O que mais impressionou aos grupos nesta resolução é o fato de GeoGebra ter simplificado os cálculos e para além disso, os resultados aparecem na figura indicada e os dados encontram-se na janela algébrica o que gerou mais debate e discussões em sala de aula.

O grupo 4, do princípio julgou o resultado obtido com o recurso GeoGebra diferente com o encontrado em casa, isto é, $A = 12{,}57\ cm^2\ e\ A = 4\pi\ cm^2$, respectivamente. Mas em contrapartida os outros grupos notaram que o resultado obtido com o recurso ao GeoGebra é mais completo do que a do grupo 4, pois $\pi\ equivale\ a\ 3{,}14$.

2. O número de elementos de uma população de aves oscila sinusoidalmente entre o valor mais baixo de 300, relativo a 1 de janeiro e um valor mais elevado de 900, relativo a 1 de julho. Esboce um gráfico e escreve uma expressão analítica para uma função que representa a situação apresentada.[5]

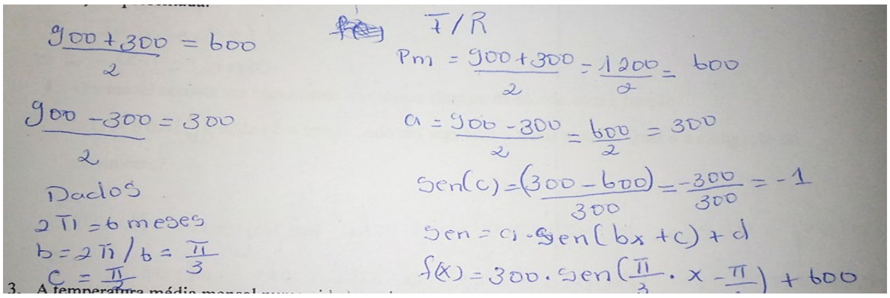


FIGURA 23: Resolução feita em casa sem o uso de *software* GeoGebra pelo grupo 6
FONTE: Autores (2023)

Apesar de o grupo ter efetuado os cálculos e ter encontrado a expressão analítica, não conseguiu representar o gráfico que descreve o enunciado e o mesmo aconteceu com os outros grupos.

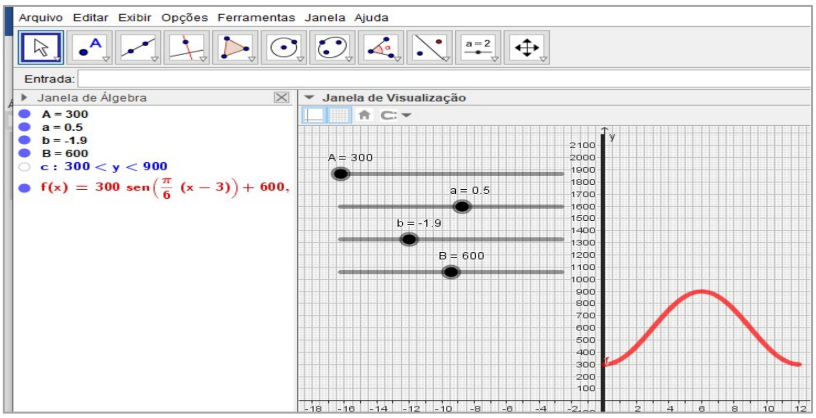


FIGURA 24: Resolução feita usando *software* GeoGebra em sala de aula pelo grupo 2.
FONTE: Autores (2023)

[5] Fonte: Neves & Silva (2017).

Com base na interpretação e análise dos dados do exercício foi possível encontrar em simultâneo o gráfico e a respetiva expressão analítica, contudo, os alunos ficaram impressionados pela forma como este dispositivo flexibiliza e visualiza de forma clara o trabalho que seria impossível com Tabela e giz e destacaram ainda necessidade de ter o domínio total das ferramentas existentes do GeoGebra.

Nota: Partindo do conhecimento de que $f(0) = 300$, então $t = 0$ corresponde a 1 de janeiro.

3. A variação da pressão sanguínea é calculada em função do tempo, desta forma é obtida através da função trigonométrica (cíclica ou periódica) cuja lei de formação é: $P(t) = 100 - 20.cos\left[\left(\frac{8\pi}{3}\right).t\right]$, em que o valor de $\frac{8\pi}{3}$ é dado em radianos[6].

O gráfico a seguir representa a variação da pressão sanguínea (em mm Hg) de uma pessoa, em função do tempo (em s), em um monitor médico.

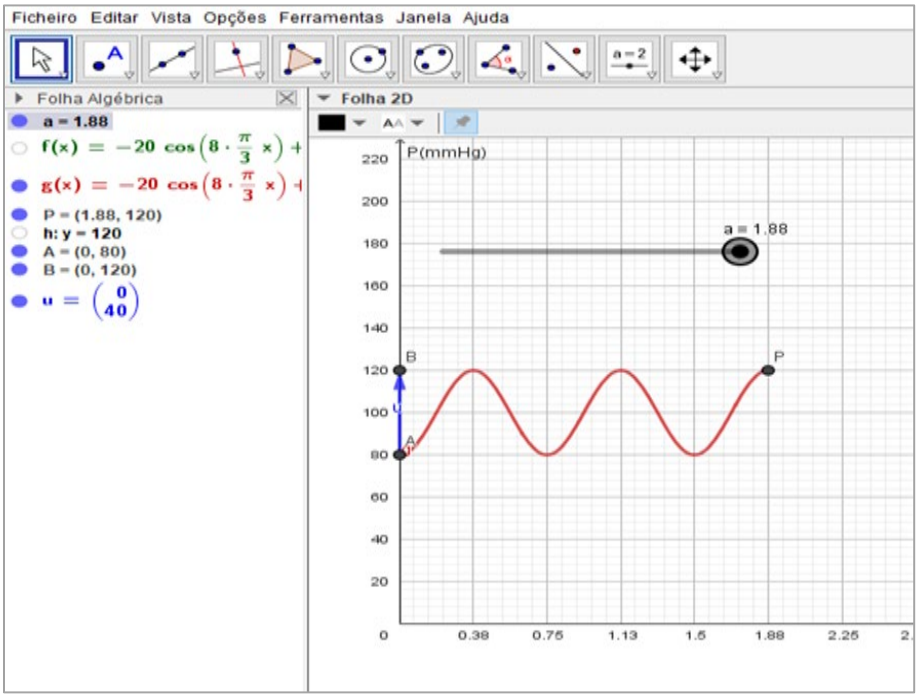


FIGURA 25: Representação do gráfico da função g pelo grupo 3
FONTE: Autores (2023)

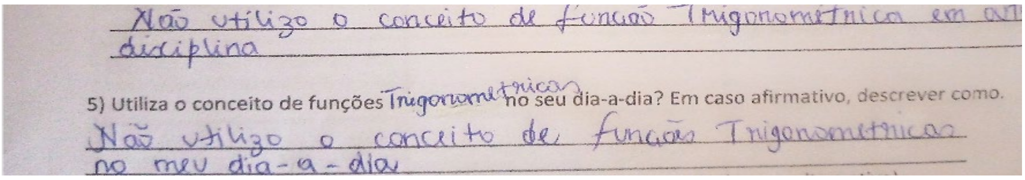
O intervalo de tempo de um batimento cardíaco dessa pessoa é 0,76 segundos que corresponde a um ciclo completo, ou seja, o período dessa função. E, A pressão

[6] Fonte: Rosa (2014)

arterial normal de um adulto é 12 por 8, ou 120 mm Hg por 80 mm Hg, o que está representado no gráfico.

Neste problema todos os grupos abstiveram-se a resolver alegando que o exercício era muito difícil comparativamente com os outros. Daí que a resolução do mesmo foi feita em sala de aula com o recurso a software GeoGebra.

No questionário inicial alguns alunos afirmaram que nunca utilizaram os conhecimentos matemáticos da trigonometria em situações do seu dia-a-dia.


Não utilizo o conceito de função Trigonométrica em ou
disciplina

5) Utiliza o conceito de funções Trigonométricas no seu dia-a-dia? Em caso afirmativo, descrever como.
Não utilizo o conceito de funções Trigonométricas
no meu dia-a-dia

FIGURA 26: Opinião dada pelo grupo 3
FONTE: Autores (2023)

Análise do questionário final dos alunos

A tabela abaixo, mostra a opinião dos alunos sobre a forma como pode se aprender a Matemática e nele observa-se que 93,9 % dos alunos (46 registos) afirmaram que a melhor forma de aprender a Matemática é resolver os exercícios com a ajuda do computador, 2 alunos afirmaram que se aprende melhor a Matemática fazendo no caderno exercícios passados pelo professor porque não têm o domínio do uso do computador e 1 aluno afirmou que a melhor forma de aprender a Matemática é estudante com livro. Contudo, comparando os dados do Tabela 3 do questionário inicial no qual apenas um aluno utilizava computador para estudar a Matemática e 18 alunos simplesmente resolviam exercícios no caderno e 11 não responderam à questão, mostram que no questionário final houve melhorias significativas no estudo dos conteúdos matemáticos e o computador é o elemento chave para o ensino da Matemática.

Tabela 6: Visão geral da opinião dos alunos sobre a melhor forma de aprender a Matemática

Escolhe a forma que melhor traduz a tua opinião sobre como se aprende matemática.					
		Frequência	%	% válida	% acumulada
Válido	Fazendo, no caderno, exercícios passados pelo professor	2	4,1	4,1	4,1

	Estudando no livro	1	2,0	2,0	6,1
	Resolvendo exercícios com a ajuda do computador	46	93,9	93,9	100,0
	Total	49	100,0	100,0	

Questionados sobre como consideram os conteúdos da trigonometria abordados com a utilização do computador, a tabela 7 ilustra que num total de 49 alunos inquiridos, 2 alunos responderam que não alterou o que já sabiam, pois alguns aspetos abordados são do conhecimento deles, 2 alunos responderam que o uso do computador complicou as aulas pois eles não têm o domínio do uso do computador e os restantes afirmaram positivamente que a utilização do computador permitiu aprender mais e de melhor forma, o que fez concluir que a utilização do computador para o estudo dos conteúdos da trigonometria permitiu aprender de forma significativa.

Tabela 7: Categorias de opinião dos alunos sobre os conteúdos da trigonometria abordados com a utilização do computador

Relativamente aos conteúdos de Trigonometria abordados na experiência com utilização do computador, consideras que...					
		Frequência	%	% válida	% acumulada
Válido	Permitiu aprender mais	20	40,8	40,8	40,8
	Não alterou o que já sabias	2	4,1	4,1	44,9
	Permitiu aprender melhor	25	51,0	51,0	95,9
	Complicou as aulas	2	4,1	4,1	100,0
	Total	49	100,0	100,0	

A tabela 8, mostra os dados da opinião dos alunos sobre a importância da utilização do software GeoGebra no processo de ensino e aprendizagem da trigonometria, onde apenas 10,2% dos alunos (5 registos) responderam que a utilização do software não contribui na totalidade no ensino e aprendizagem da trigonometria pois, não dominam o uso do computador. 4,1% (2 registos) não responderam à questão e a mesma percentagem equivale a frequência de alunos que respondeu negativamente, 32,7 % dos alunos (16 registos) afirmaram que a utilização dos softwares foi bastante importante na aprendizagem da trigonometria e 49,0% (24 registos) afirmaram que a utilização do software GeoGebra foi muito importante para o estudo dos conteúdos trigonométricos pois permite a visualização direta das transformações, o que não seria possível com o Tabela e giz.

Tabela 8: Opinião dos alunos sobre a importância da utilização do *software* GeoGebra no ensino e aprendizagem da trigonometria.

Na tua opinião, achas importante a utilização deste software no ensino e na aprendizagem da trigonometria					
		Frequência	%	% válida	% acumulada
Válido	Pouco	5	10,2	10,6	10,6
	Bastante	16	32,7	34,0	44,7
	Muito	24	49,0	51,1	95,7
	Nada	2	4,1	4,3	100,0
	Total	47	96,9	100,0	
Omisso		2	4,1		
Total		49	100,0		

Com base na informação apresentada e recolhida durante a realização da experiência, pode-se concluir que a utilização do software pode ter contribuído muito na aprendizagem dos conteúdos trigonometria, visto que, 49% dos inquiridos assinalaram que permitiu maior interação entre o aluno, o computador e o professor.

A análise da tabela 9, sobre as potencialidades do GeoGebra, permite concluir que houve sucesso na implementação da experiência, pois esta afirmação tem como base a diminuição da frequência entre o questionário inicial e final em quase todos os parâmetros apresentados nas variáveis “discordo completamente e parcialmente” e aumento significativo da frequência das variáveis “concordo parcialmente e completamente”.

Tabela 9: Visão geral da opinião dos alunos sobre as potencialidades do GeoGebra nas aulas de Matemática.

Parâmetros **O uso do GeoGebra pode:**	**I**	**II**	**III**	**IV**
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;	0	0	10	26
Permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia;	5	9	15	8
Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras;	2	3	6	27
Contribuir para que os alunos aprendam duma forma mais significativa;	2	1	7	27
Permitir uma construção mais eficaz de conceitos matemáticos;	3	6	12	11
Potenciar o desenvolvimento do raciocínio em Matemática	0	3	2	29
Estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias;	1	2	9	18

Legenda: I - Discordo completamente; II - Discordo parcialmente; III - Concordo parcialmente; IV - Concordo completamente.

Feita a avaliação global da experiência, o Tabela abaixo mostra que 40,8% dos alunos afirmam que ela foi muito boa, 40,8% dos alunos afirmam que a experiência foi boa, 8,2 % acham que foi suficiente e 5 alunos (10,2%) não responderam à questão.

Com base nas evidências pode-se concluir que o uso do GeoGebra contribuiu positivamente para uma aprendizagem significativa das transformações de funções trigonométricas seno e cosseno.

Tabela 10: Avaliação global da experiência realizada em sala de aula.

		Frequência	%	% válida	% acumulada
Válido	**Suficiente**	4	8,2	9,1	9,1
	Bom	20	40,8	45,5	54,5
	Muito Bom	20	40,8	45,5	100,0
	Total	44	89,8	100,0	
Omisso		5	10,2		
Total		49	100,0		

A tabela 11 dá conta que 25 alunos do sexo feminino consideram “Bastante” ou “Muito” importante a utilização do software no ensino e aprendizagem da trigonometria, enquanto que 15 do sexo masculino são dessa opinião.

Tabela 11: Importância da utilização do *software* no ensino e aprendizagem da trigonometria e gênero.

		Pouco	**Bastante**	**Muito**	**nada**	Total
Gênero	**Masculino**	2	3	12	2	19
	Feminino	3	13	12	0	28
Total		5	16	24	2	47

Depois da realização da experiência foram entrevistados alguns alunos no dia 14 de julho de 20 de 2023 pelas 16 h 00 na sala de informática para recolher a sua opinião sobre o estudo das transformações de funções trigonométricas com a utilização do software GeoGebra.

Professor P1: “É para você descrever o teu sentimento naquilo que estudou e se teve algum ganho ou não nesta aula desde o primeiro dia até hoje e o que devemos melhorar nestas aulas lecionadas com software GeoGebra”.

Aluna do G3: “Primeiramente eu me sinto muito feliz pois aprendemos [a trigonometria] com GeoGebra no computador e é mais fácil do que estudar com Tabela e giz. Foi possível verificar a movimentação dos gráficos”.

Aluno do G2: “De coração aberto nem (...) , prender [com] GeoGebra foi muito interessante porque é um programa que facilitou muito a nossa vida, por exemplo tratando-se uma matéria como funções trigonométricas era tida como muito difícil e muito complicada mas usando GeoGebra foi muito fácil e muito simples e aprendemos muitas coisas sobre amplitude, por exemplo eu não sabia e nem tinha conhecimento bem “afixados” e bem formados mas *agora já sei como é que o A influência na amplitude e já sei quais são os parâmetros que influenciam em cada deslocamento das funções eu não sabia e também acho que é muito difícil o professor explicar na sala de aulas os gráficos no Tabela mostrando a amplitude a mudar mas com GeoGebra só por fazer um clique conseguimos ver isso tudo e acho que devíamos continuar e muito obrigado pela oportunidade".*

Aluna do G3: "Eu gostei muito de usar GeoGebra, foi uma experiência muito boa e para mim está tudo bem e não deve acrescentar nada e gostaria que o programa fosse implementado em outras várias áreas e pude aprender muito com GeoGebra".

Aluno do G6: Eu acho que GeoGebra é um projeto muito bom também e vai desenvolver novos conhecimentos e novos tipos de estudo sobre muita coisa e devemos continuar no próximo ano com os nossos colegas, como também não estarei aqui [aluno finalista], mas é um bom projeto "gostei" da aprendizagem e deu para aprender muita coisa".

Aluno do G7: **"***Na minha ideia tinha que se continuar com o projeto porque veio para facilitar muito acerca do estudo dos ângulos, tudo mais, porque nós levávamos mais tempo para calcular, mas com GeoGebra veio facilitar. O meu conselho é que temos que continuar com este trabalho [pois] é um trabalho muito bom [e] vai facilitar a nossa vida.*

Professor P1: Facilitou em alguma coisa?

Aluno do G7: facilitou sim, nós levávamos muito tempo num exercício que podíamos levar 30 minutos para calcular, mas com GeoGebra calculamos com 5 minutos e "ele" nos dava resultados certeiros.

Professor P1: Achaste muito simples?

Aluno do G7: Sim, é muito simples e facilita muito".

Considerações finais

Diante das teorias de aprendizagens que foram abordadas na presente pesquisa, pode-se apontar que por intermédio do uso das TIC, o aluno aprende a agir numa esfera cognitiva e sendo livre na determinação das suas ações, estimulando a curiosidade e autoconfiança, proporcionando o desenvolvimento de vários fatores como a linguagem, o pensamento e a concentração. Alinhando os resultados desta experiência com a zona de desenvolvimento Proximal de Vygotsky pode-se concluir que o uso das TIC se desenvolve, pois, permitem que por intermédio do ato de manipular estes aplicativos se ultrapasse o potencial individual de forma subtil.

A pesquisa mostra que a construção manual de gráficos é uma tarefa árdua e limitada pela própria dificuldade no traçado das curvas e o software GeoGebra facilita essa construção e possibilita a utilização de parâmetros variados que, em alguns casos, seriam impossíveis de serem utilizados manualmente.

No fator de qualidade de motivação, os alunos revelam que o GeoGebra é um software que os auxilia a manter a concentração nas atividades, possivelmente pela interatividade que ele proporciona, uma vez que os alunos podem personalizar suas construções, observar como um gráfico varia de acordo com a alteração da lei da função. Revelam também que é um software que gera um sentimento de satisfação e que ajuda a entender um conteúdo mais complexo.

A conclusão acima, vai ao encontro do pensamento da autora Garcia (2021) que defende que satisfação é uma dimensão da motivação na qual avalia-se que, ao finalizar uma atividade utilizando o software, o aluno é tomado por um sentimento de realização. Ela também diz respeito ao fato de o estudante gostar tanto do software que procura saber mais sobre ele, ou até mesmo utilizá-lo para estudar algum conteúdo. As falas acima também trazem esses elementos, uma vez que os alunos percebem que as primeiras atividades podem ser utilizadas na realização das demais. Além disso, o fato de o GeoGebra cativar os estudantes para que eles busquem mais materiais sobre os conteúdos trabalhados está presente na fala do estudante.

De acordo com a opinião dos alunos e das evidências depois da implementação da experiência (entrevistas não estruturadas) em sala de aulas pode se concluir que o software possibilita a construção precisa dos gráficos dessas funções e isso permite uma visualização dos efeitos gerados pelos parâmetros os quais podem alterar o período, a imagem, a amplitude e o domínio das funções.

Alinhando os fatos descritos com a teoria de aprendizagem pela descoberta significativa ou compreendida de Ausubel pode-se concluir que diante das tarefas propostas na presente pesquisa o aluno “descobriu “o conhecimento por si próprio, chegou à solução de um problema que lhe propõe ou a qualquer outro resultado através da visualização direta da movimentação dos parâmetros e relacionou o conhecimento que acaba de adquirir com outros conhecimentos que já possuía.

Estudar as funções trigonométricas com o apoio de um software como o GeoGebra, nos fez acreditar que é possível dar uma contribuição para motivar os alunos e potenciar de forma significativa a aprendizagem dos conteúdos matemáticos bem como despertar mais interesse em estudar a Matemática pois os dados obtidos nesta pesquisa confirmam esta afirmação.

Referências

BILA, V.L & RODRIGUES, A. **Módulo de Psicologia de Desenvolvimento e de Aprendizagem** – Ensino à Distância. Universidade Pedagógica.

CANAVARRO, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática* (115), 11-17.

DOS SANTOS, J. D. S., & SILVEIRA, A**. Abordagem STEAM e GeoGebra - Aprendizagem e ensino das Ciências na formação de professores de Cabo Verde**, 2021. Disponível em https://parc.ipp.pt/index.php/sensos/article/download/4302/2560.

GARCIA, S.F. **GeoGebra e o ensino de funções trigonométricas: percepções dos estudantes do Ensino Médio**. Porto Alegre, 2021 Disponível em https://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/10594/2/Disserta%C3%A7%C3%A3o _FernandaDosSantosGarcia_Homologacao.pdf

GERHARDT, E.T & SILVEIRA, T.D. **Métodos de pesquisa. 1ª edição. Universidade Federal do Rio Grande do Sul,** 2009. Disponível em https://www.ufrgs.br/cursopgdr/downloadsSerie/derad005.pdf.

GOULART, M**. Psicologia de Aprendizagem I Belo Horizonte**, 2010.

JESUS, D. **O uso do software GeoGebra para o ensino de funções do 2º grau: caso da 1ª série do Ensino Médio de uma Escola Federal**. Lajeado, 2018. Disponível em https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/2491/1/2018DanilodoNascimentodeJesus.pdf.

MINEDH. **Matemática - Programa de Ensino da 11ª e 12ª classes,** 2011**.**

NEVES, A.F & SILVA, N. J **Matemática 12ª classe**, Plural Editores, 2017.

PIAGET, J**. Para onde vai a educação?** 3ª edição. Rio de Janeiro, 1975.

PONTE, J.P. **Gestão Curricular em Matemática, Professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa, 2005.

SOARES, J. S. **Pesquisa científica: uma abordagem sobre o método qualitativo.** Montes Claras, 2019. Disponível em https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/ciranda/article/view/314.

SOUSA, J. **Uso do GeoGebra no ensino da Matemática**. Lajeado, 2018. Disponível em https://www.univates.br/bdu/bitstreams/af54e2a0-e31946ac84967625df6c1caa/download.

ROSA, N. **Trigonometria - Ciência em Desenvolvimento**, 2014.

TEMPORINI, E. & PIOVESAN, A**. Pesquisa exploratória: procedimento metodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública**.

Universidade de São Paulo – Brasil.1995. Disponível em https://www.scielo.br/j/rsp/a/fF44L9rmXt8PVYLNvphJgTd/.

VUMA, J. P & CHERINDA, M. **Matemática - 11ª classe**. Logman 1ª edição. Maputo, 2009.

Anexo I

Funções do tipo $f(x) = A.sen(ax + b) + B$ e $g(x) = A.cos(ax + b) + B$

No estudo do movimento harmônico simples, os autores Vuma & Cherinda (2009, p. 103), apresentam as seguintes funções:

Função do tipo $y = sen(x) + d$.

Obtém-se o gráfico da função $y = sen(x) + d$ a partir do gráfico de $y = sen(x)$ pela translação ao longo do eixo dos y (eixo das ordenadas).

No valor de |d| unidades para cima se d > 0;

No valor de |d| unidades para baixo se d < 0.

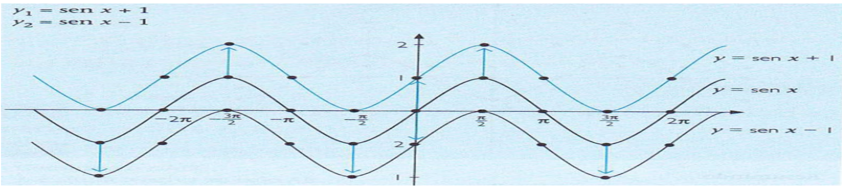


Figura 27: Função do tipo $y = sen(x) + d$.
Fonte: VUMA & CHERINDA (2009, p.103)

Função $y = sen\left(\frac{x}{2}\right)$

O gráfico da função $y = sen\left(\frac{x}{2}\right)$, obtém-se a partir do gráfico da função $y = sen(x)$ por um alargamento horizontal de fator 2

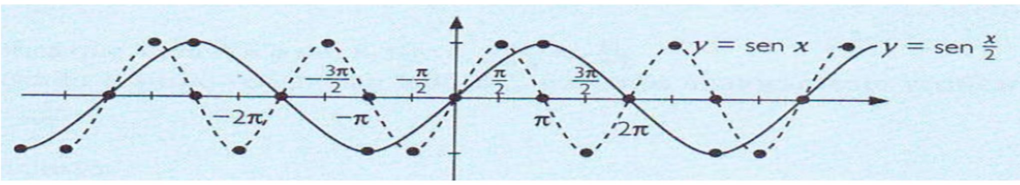


Figura 28: Gráfico da função $y = sen\left(\frac{x}{2}\right)$
Fonte: VUMA & CHERINDA (2009, p.103)

Função $y = 3 + 2\, sen(x - \frac{\pi}{2})$

O gráfico acima pode ser obtido a partir do gráfico de y = sen(x) seguindo os passos:

Translada o gráfico de y = sen(x) para a direita $\frac{\pi}{2}$ unidades para obter o gráfico de

$y = sen(x - \frac{\pi}{2})$;

Faz uma extensão do gráfico$y = sen(x - \frac{\pi}{2})$. ao longo do eixo dos y em 2 unidades para obter $y = 2.sen(x - \frac{\pi}{2})$.

Faz a translação de $y = 2.sen(x - \frac{\pi}{2})$. ao longo do eixo dos y em 3 unidades para cima para obter o gráfico de

$y = 3 + 2.sen(x - \frac{\pi}{2})$.

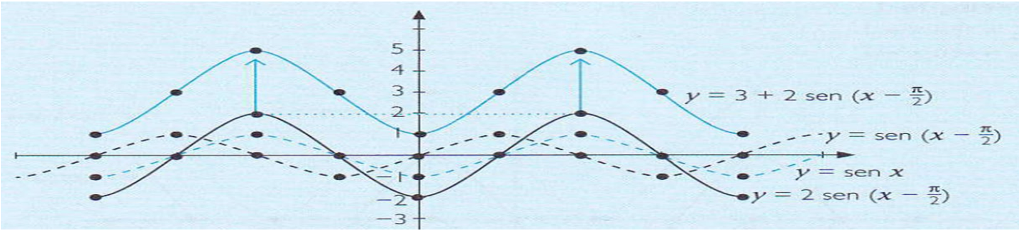


Figura 29: Gráfico da função $y = 3 + 2\ sen(x - \frac{\pi}{2})$
Fonte: VUMA & CHERINDA (2009, p.104)

Função cosseno
Função $y = 3 - cos(3x)$, $x \in [-\pi; \pi]$

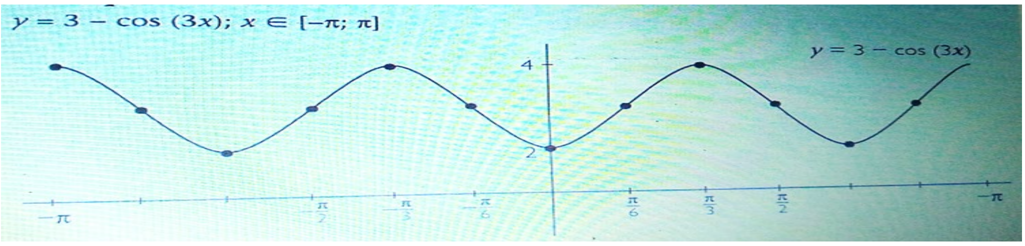


Figura 30: Gráfico da função $y = 3 - cos(3x)$
Fonte: VUMA & CHERINDA (2009, p.105)

Observação:

a) O período da função *f* só se altera quando se multiplica ou divide o argumento $x\ por\ |a| \neq 1$
b) Sendo P o período de *f,* então o período da função $f(ax)$ é $\frac{\pi}{|a|}$.

Transformações dos gráficos das funções trigonométricas

Segundo Neves e Silva (2009, p. 207), a utilização das funções trigonométricas na modelação de situações reais é uma das mais importantes aplicações do estudo da trigonometria.

Os autores defendem que para resolver este tipo de problemas é importante conhecer os efeitos nos gráficos das funções provocadas pela introdução de parâmetros nas funções $y = sen(x)\ e\ \ y = cos(x)$.

Gráfico de $y = \ Asen(x)\ e\ y = Acos(x), com\ A \neq 0$

Como se obtém o gráfico de $y = 3sen(x)$ partindo do gráfico $y = sen(x)$e $y = -\ \frac{1}{2}sen(x)$?

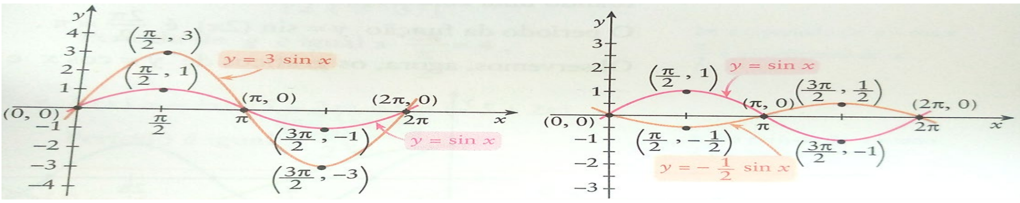


Figura 31: Representação gráfica da função $y = 3\ sen(x)\ e\ y = -\frac{1}{2}sen(x)$
Fonte: NEVES & SILVA (2009, p. 207)

Obtém-se o gráfico de y = 3 sen(x) partindo do gráfico de y = sen(x) fazendo uma extensão na vertical segundo o fator 3.

Obtém-se o gráfico de $y = -\frac{1}{2}sen(x)$ fazendo uma contracção na vertical segundo o fator $\frac{1}{2}$ e, em seguida, obtendo o gráfico simétrico relativamente ao eixo das abcissas.

Gráfico de $y = sen(ax)\ e\ de\ y = \ cos(ax)$, com $a \neq 0$

Como se obtém o gráfico de $\boldsymbol{y = sen}(2x)$ partindo de $\boldsymbol{y = sen(x)}$ **?**

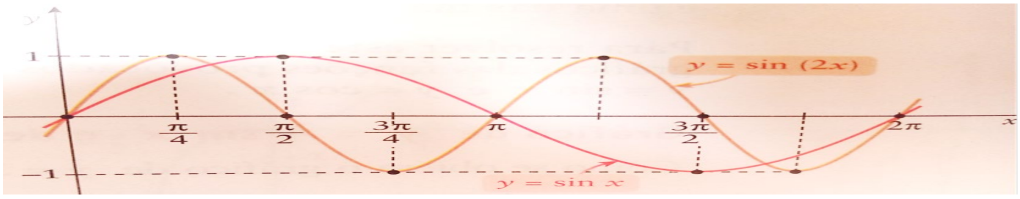


Figura 32: Representação gráfica da função $y = sen(2x)$
Fonte: NEVES & SILVA (2009, p. 208)

Obtém-se o gráfico de $y = sen(2x)$ partindo do gráfico de $y = sen(x)$ efetuando uma contracção na horizontal segundo o fator 2.

O período da função $y = sen(2x)$ é $\frac{2\pi}{2} = \pi$.

Observemos, agora, os gráficos de $y = cos(x)\ e\ y = cos\left(\frac{1}{2}x\right)$.

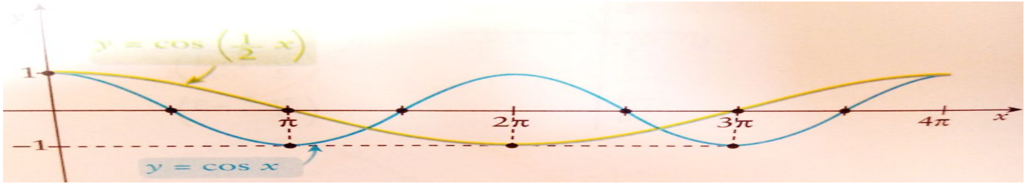


Figura 33: Representação gráfica da função $y = cos(x)$ e $y = \ cos\left(\frac{1}{2}x\right)$
Fonte: NEVES & SILVA (2009, p. 209)

Repara que o período da função $y = cos\left(\frac{1}{2}x\right)$ é $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$.

Aplicação das funções trigonométricas na modelação de situações reais.

Com os dados recolhidos numa doca, construiu-se o esboço do gráfico da figura.

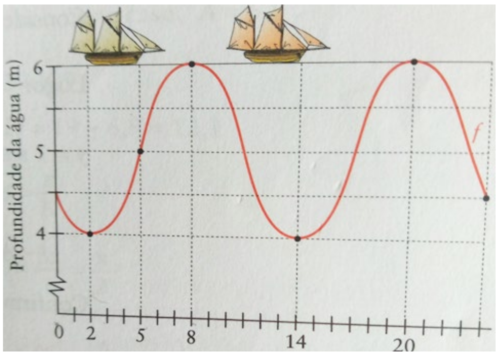


Figura 34: Gráfico que relaciona a profundidade da água com marés.
Fonte: NEVES & SILVA (2009, p.2 13).

O gráfico mostra como varia a profundidade da água com as marés. Na baixa-mar, a profundidade da água na boca é de 4 m, com a subida da maré, a água atinge na praia-mar 6 m de profundidade.

Num certo dia a baixa-mar ocorreu às 2 horas da manhã e a praia-mar às 8 horas da manhã.

a) Escreva o modelo matemático do tipo $y = A\, sen(ax - b) + B$, sendo y a profundidade da água, em metros, e x o tempo de horas, decorridos após a meia-noite.
b) Usando o modelo matemático referido em a), determine a profundidade da água às 17 horas.