



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i1p061-0089>

## GeoGebra como software auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de funções quadráticas<sup>1</sup>

### GeoGebra as auxiliary software in the teaching and learning process of quadratic functions

BENTO CARLOS BUENE<sup>2</sup>

[0009-0005-5867-2146](mailto:0009-0005-5867-2146)

YULA MUNGUAMBE<sup>3</sup>

[0009-0007-2718-3985](mailto:0009-0007-2718-3985)

#### RESUMO

*O presente trabalho pretende analisar o uso do GeoGebra no contexto da Educação STEAM como ferramenta auxiliar ao estudo das Funções Quadráticas, visando fomentar a aprendizagem com compreensão e significativa dos conceitos matemáticos, de forma ativa e interativa. Optou-se por um estudo de caso exploratório, de natureza essencialmente qualitativa. A experiência envolveu uma turma de alunos da 9ª classe da Escola Secundária Unidade T3, com 120 alunos. No contexto de utilização do GeoGebra na sala de aula, com condições precárias e desprovida de tecnologia, verificou-se que as ações inovadoras provocaram uma interação participativa e colaborativa, mostrando um instigante e significativo interesse nos alunos na construção do conhecimento matemático. O GeoGebra levou-nos a ver que é possível melhorar o ensino e a aprendizagem das Funções Quadráticas, aliando a teoria e a prática em diferentes situações da vida real. Assim, o foco deste artigo centra-se na apresentação dos resultados trabalhos desenvolvidos no âmbito da experiência supracitada.*

**Palavras-chave:** *GeoGebra & STEAM, Função Quadrática, Aprendizagem Significativa.*

#### ABSTRACT

*This paper aims to analyse the use of GeoGebra in the context of STEAM education as an auxiliary tool for the study of Quadratic Functions, with the aim of promoting comprehensible and meaningful learning of mathematical concepts in an active and interactive way. We opted for an exploratory case study, essentially qualitative in nature. The experiment involved a 9th grade class of 120 students from the Unidade T3 Secondary School. In the context of using GeoGebra in a classroom with precarious conditions and devoid of technology, it was found that the innovative actions provoked participatory and collaborative interaction, showing an instigating and significant interest in the students in the construction of mathematical knowledge. GeoGebra led us to realise that it is possible to improve the teaching and learning of Quadratic Functions by combining theory and practice in different real-life situations. The focus of this article is therefore on presenting the results of the work carried out as part of the above-mentioned experiment.*

**Key-words:** *GeoGebra & STEAM, Quadratic Function, Meaningful Learning.*

<sup>1</sup>Apoio: Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDP/05198/2020 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED).

<sup>2</sup> Escola Secundária Unidade T3 – [charlesmarshall@gmail.com](mailto:charlesmarshall@gmail.com)

<sup>3</sup> Escola Secundária Unidade T3 – [munguambeyula@gmail.com7](mailto:munguambeyula@gmail.com7)

## Introdução

O uso das tecnologias vem ganhando seu espaço em várias esferas de trabalho, nomeadamente no contexto educativo, promovendo a comunicação em aula e estabelecendo conexões dentro e fora da matemática. Assim, as tecnologias vêm sendo inseridos como recurso auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de forma crescente, trazendo resultados positivos.

O *National Council of Teacher of Mathematics* – NCTM defende uma educação matemática de alta qualidade e enuncia no “Princípio Ferramentas e Tecnologias” que “um programa de matemática de excelência integra o uso de ferramentas matemáticas e de tecnologias como recursos essenciais para ajudar os alunos a aprender e perceber ideias matemáticas, raciocinar matematicamente e comunicar o seu raciocínio.” (NCTM, 2017, p. 79)

Por sua vez, a educação STEAM – Ciências, Tecnologias, Engenharias, Artes e Matemática perspectiva um ensino integrador contextualizado. Para Dos Santos, Silveira e Lavicza (2022), a educação STEAM consiste numa “abordagem para promover a aprendizagem que recorre a contextos das Ciências, da Tecnologia, da Engenharia, das artes e da matemática como ponto de partida para orientar a exploração/investigação, o diálogo e o pensamento crítico dos estudantes” (p. 60). Os referidos autores argumentam que:

Esta visão consiste na preparação dos cidadãos para os desafios do século XXI, desenvolvendo competências e abordagens multidisciplinares. Consustancia-se da intencionalidade do professor, que, com os seus alunos, parte de um problema ou modelo, sistematiza com eles as ideias de modo a construir ou desenvolver conhecimentos e competências. Partindo desta premissa axiológica as metodologias a utilizar pelo professor podem ser diversas, mas têm de estar relacionadas com as características do ensino e aprendizagem exploratória. DOS SANTOS, SILVEIRA & LAVICZA, 2022, p. 60)

Embora recentemente, de forma paulatina, a introdução das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) nessas classes ser levada a cabo, o domínio das tecnologias na maior parte dos professores do ensino secundário geral continua sendo um paradoxo. Torna-se necessário conciliar o modelo de ensino atualmente implementado nas salas de aula com o recurso as tecnologias, em virtude da sua evolução e o seu uso frequente pelos benefícios que esta pode trazer. Vieira (2011) destaca alternativas para o uso das TIC, destacando a importância de o professor utilizá-las para facilitar a transição do conhecimento, pois estas auxiliam a aprendizagem; além disso, ele consegue orientar os alunos a construir os seus próprios conhecimentos, reconstruí-los e materializá-los por meio de novas linguagens. Diante desse processo, o aluno é instigado a sua bagagem de conhecimento prático de forma crítica e criativa (PINTO, 2005, p. 41).

Segundo Marc Prensky (2010) “Our students have changed radically. Today’s students are no longer the people our educational system was designed to teach” (p.1).

Neste sentido torna-se necessário a capacitação dos professores para a implementação das tecnologias, pois é comum o professor desenvolver em sala de aula uma prática

convencional, e em um outro momento utilizar os recursos tecnológicos, como uma ferramenta de apoio na sala. São atitudes que revelam a interação das Mídias na prática pedagógica. O professor é mais importante do que nunca nesse processo de inclusão das ferramentas tecnológicas na educação. Em torno dessa ideia, ele precisa então se aprimorar nessas tecnologias para introduzi-las na sala de aula, no seu dia a dia. Da mesma forma que o professor um dia introduziu o primeiro livro em uma escola e teve de começar a lidar de modo diferente com o conhecimento, hoje ele não pode ignorar as TIC no processo educativo (MORAN, 2012).

Demo (2008) refere que toda proposta que investe na introdução das TICs na escola só pode dar certo passando pelas mãos dos professores. O que transforma tecnologia em aprendizagem, não é a máquina, o programa eletrônico, o software, mas o professor, em especial em sua condição sócrática.

Para Vieira (2011, p. 67):

É interessante compreendermos que as TIC têm um potencial inovador enorme, contudo elas vieram para enriquecer o espaço educacional, não para substituir o professor. Assim, sozinhas elas são apenas ferramentas, mas se bem utilizadas, elas podem colaborar para que haja de fato uma mudança radical no processo ensino-aprendizagem.

De forma a despertar atenção e curiosidade de todos os alunos, com objetivo de retê-los apreensivos, o professor deve buscar estratégias motivacionais para ter uma turma mais interessada e ativa, no sentido de ser uma estratégia para combater o abandono escolar. Pois, a melhor forma de ganhar a atenção do aluno é o afeto, dado que, quando ele sente amor, carinho, respeito do professor, certamente terá vontade de aprender. (CUNHA, 2008)

Para que as mudanças cheguem de forma efetiva na educação, se faz necessário que o processo formativo dos professores integre novos instrumentos em suas práticas, com destaque para o uso das tecnologias em sala de aula, com o objetivo de promover mudanças pedagógicas mais significativas (BITTAR, 2010).

Costa et. al, (2021) concluem que as TIC podem ser uma grande aliada nesse processo de ensino e aprendizagem. O professor que inova consegue transmitir o conhecimento pedagógico, tecnológico e de conteúdo, motivando seus alunos a melhorar sua capacidade autônoma a fim de enfrentar novos desafios e alcançarem o seu melhor; e ainda salientam que a elaboração de um plano bem estruturado do retorno das atividades pós-pandemia com o uso das tecnologias e de novas estratégias de ensino e aprendizagem são essenciais para enfrentar o problema do abandono escolar.

Para Souza *et al.* (2017) os recursos educativos digitais, somados as práticas pedagógicas inovadoras surgem para potencializar o processo de ensino e aprendizagem e aprimorar os aspectos cognitivos e sociais do educando.

Claudino e Adelino (2023) afirmam que a utilização do software GeoGebra contribui significativamente no ensino aprendizagem dos conteúdos matemáticos, uma vez que conduzem os alunos a refletir e a buscar soluções, pois oferecem a possibilidade de construir

e mapear objetos geométricos, privilegiando assim a visualização de figuras. Esse software pode ser utilizado em smartphone, tablet, telemóveis, com interfaces amigáveis, com vários recursos sofisticados e possui características dinâmicas em que gráficos, álgebras e tabelas estão interligados. O GeoGebra apresenta ferramentas tradicionais de um software de geometria dinâmica e possui uma vantagem didática: é composto por duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: janela geométrica (que pode ser 2D e 3D) e a janela algébrica. Este software possui uma interface interativa e pode ser instalada em telemóveis smartphone.

Entre maio e julho de 2023, tivemos uma oportunidade de participar numa Oficina de Formação “GeoGebra & STEAM”, de 36 horas, enquadrado no Projeto de investigação do pós-doutoramento subordinado ao título “GeoGebra e STEAM implicações para a Educação Matemática e das Ciências Naturais em Moçambique”, que “preconizou contribuir para a melhoria qualitativa do ensino da Matemática e das Ciências, com recurso ao GeoGebra em contexto da Educação STEAM, em Moçambique”. (Silveira, 2023, p. 14). A oficina de formação contemplou: sessões de formação, com simulação de aulas em contexto de formação); Sessões de planificação (com reflexão das aulas); sessões de implementação das experiências de ensino; Sessões de acompanhamento dos formandos durante a implementação das experiências em sala de aula; Sessões formação, planificação e reflexão, em simultâneo. (SILVEIRA, 2023)

Foi uma experiência peculiar no contexto da nossa prática profissional e no contexto de Moçambique pois pela primeira vez participamos numa ação de formação com estas características.

No âmbito da nossa experiência e na realidade escolar onde estamos inseridos, as dificuldades enfrentadas pelos alunos na perceção de conteúdos relacionados ao ensino e aprendizagem de função quadrática, causadas aparentemente pela falta de motivação, aulas monótonas e ou sem relação com o quotidiano, apresentam tendências crescentes.

A superlotação das escolas, a falta de materiais básicos de ensino, a falta de condições das salas de aulas, dentre outros fatores como económicos e modelos tradicionais de ensino podem ser apontados como fatores desmotivacionais, aparentemente agravados pelo período pandémico da COVID-19. Nesta altura, viram-se as escolas encerradas adotando novas formas de mediação do conhecimento, usando o modelo de ensino híbrido comprometendo a qualidade de ensino e aprendizagem efetiva dos alunos, visto que estes não foram preparados previamente para o seu uso. Como consequência destas adversidades, os estudantes apresentam dificuldades em vários tópicos matemáticos, em particular nas funções quadráticas.

Assim, a experiência implementada em sala de aula colocou o foco no uso do GeoGebra, aliado à abordagem STEAM, como meio auxiliar no ensino exploratório da matemática para a promoção da aprendizagem significativa. Este modelo de lecionação ainda é pouco habitual no contexto moçambicano, principalmente ao nível do ensino primário e do ensino secundário geral.

Neste contexto, os autores deste estudo, aproveitaram a oportunidade para explorar e encontrar estratégias que minimizassem as dificuldades anteriormente enunciadas, propondo estratégias com o uso do GeoGebra, que permitissem potenciar a visualização fundamental

para a melhor compreensão dos conteúdos assim mitigar o abandono escolar, promovendo o engajamento dos alunos. A motivação dos alunos é crucial para o sucesso educacional e para combater o abandono escolar Assim, foi introduzido em aula um novo modelo de mediação do conhecimento mais dinâmico, motivador e focado na visualização de forma a proporcionar uma experiência de aprendizagem mais interativa do tópico das funções quadráticas usando o GeoGebra.

Assim, este artigo foca nos resultados de implementação desta experiência e pretende contribuir para uma reflexão sobre os desafios do uso do GeoGebra & Educação STEAM, no contexto da realidade moçambicana, onde o uso das TIC no sistema educativo é ainda feito, de forma tímida.

## Opções metodológicas do estudo

Toda a investigação tem um suporte teórico que a sustenta e valida. Considerando os objetivos traçados, optou-se por um estudo de caso exploratório e interpretativo (Yin, 2005), de natureza fundamentalmente qualitativa (Erickson, 1986; Yin, 2005), tendo-se recorrido à investigação quantitativa (Yin, 2005). A experiência envolveu uma turma de alunos da 9ª classe da Escola Secundária Unidade T3 (ver a descrição da Escola no anexo I), constituída por 120 alunos.

Contrariamente à investigação quantitativa, que procura averiguar se os fenómenos observados corroboram as previsões anunciadas por uma teoria e “confia na medição numérica, na contagem e frequentemente no uso de estatística para estabelecer com exactidão os padrões de comportamento de uma população”, a investigação qualitativa procura compreender e a reorganizar as perspetivas pessoais, experiências e pensamentos individuais, com enfoque “em métodos de colecta de dados sem medição numérica como as descrições e observações” e [...] “muitas vezes é chamado de “holístico”, porque considera o “todo”, sem reduzi-lo ao estudo de suas partes” (id). (Sampieri, Collado & Lucio, 2006, apud SILVEIRA, 2015, p. 103)

Merriam (1998, apud SILVEIRA, 2015, p. 139) sustenta que a investigação de natureza interpretativa, à descrição, junta-se “o desejo de uma interpretação de acordo com as categorias concetuais estabelecidas para uma melhor ilustração dos pressupostos teóricos identificados e estudados antes da recolha de dados”.

A interação é considerada por Erickson (1986, apud SILVEIRA, 2015, p. 104) como uma das características mais marcantes da investigação qualitativa, sendo que pela “interação ativa com os sujeitos em estudo no seu contexto real, o investigador cria interpretações significativas sobre a ação destas pessoas, descreve as perceções sobre a realidade observada e tira as suas próprias conclusões, as quais se mostram sempre abertas a novas interpretações.”

Yin (2005), considera que um estudo de caso: “investiga um fenómeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especificamente quando os limites entre o fenómeno e o contexto não estão claramente definidos; baseia-se em várias fontes de evidências” (p. 32).

O presente estudo enquadra-se no âmbito da nossa participação numa Oficina de Formação com o uso do GeoGebra, que contou com sessões de formação, de implementação de experiências em salas de aula e de acompanhamento pela formadora,

seguidas de sessões de reflexão. A exceção de um dos formandos que possuía computador, os restantes realizaram as atividades de formação a partir dos seus smartphones.

Os alunos 120 alunos (A1, A2, ...A120) que participaram neste estudo são oriundos do bairro onde a escola se insere ou em bairros periféricos, com idades compreendidas entre os 14 e 16 anos, pertencendo a uma turma da 9ª classe, do curso diurno numa escola secundária da província de Maputo, cidade da Matola. A experiência, com duas sessões de 90 minutos, envolveu três professores em sala de aula, sendo um deles o formador.

Apesar de a Escola não reunir, à partida, as condições mínimas para a implementação de uma experiência suportada por tecnologia, reinventamos condições e conseguimos trabalhar os conteúdos pretendidos recorrendo ao uso do GeoGebra. Foi um desafio enorme, a logística exigiu a troca das turmas para que pudéssemos trazer a energia elétrica para uma sala onde foi improvisada para acolher a formação (Figura 1).



Igualmente, tivemos que solicitar a troca das salas para que pudéssemos trazer energia da sala de formação para uma sala para acolher a experiência (Figura 2). Ainda, contamos com um laboratório móvel que a formadora usou durante o trabalho no nosso estabelecimento de ensino e que foi disponibilizada por uma professora do ensino superior.



Para a concretização do presente trabalho, antes da realização da experiência em sala de aula foi aplicado um questionário inicial aos alunos visando conhecer a relação dos

mesmos com o computador, obter informações sobre o acesso a este equipamento, se gostam de o usar, que recursos utilizam quando usa o usam, bem como as suas opiniões sobre as suas potencialidades no processo de ensino e de Aprendizagem da Matemática. Este instrumento foi aplicado a 120 alunos, e obtiveram-se 96 respostas.

A experiência em sala de aula contemplou apenas duas sessões devido a falta de condições na escola e a logística exigida para a realização deste tipo de atividades.

Na 1ª sessão, os professores exploraram os conteúdos pela alteração dos parâmetros com questões sistemáticas aos alunos à medida que as diversas situações fossem apresentadas, permitindo a observação direta da expressão algébrica e, em simultâneo, a representação gráfica das funções quadráticas, de modo a desenvolver no aluno a comunicação matemática, a formulação de conjecturas e capacidades de análise. Foi utilizado o laptop pessoal e data show emprestado pela formadora do curso de GeoGebra dado que a escola tem falta de dispositivos próprios para a realização da aula.

A 2ª sessão, foi realizada com auxílio do software GeoGebra, para aplicação dos conteúdos abordados na 1ª sessão sobre problemas em contexto, de forma a consolidar a aprendizagem. Para tal, os professores formaram grupos de 5 alunos a trabalharem juntos na modelação de problemas envolvendo equações e funções quadráticas com uso do GeoGebra nos seus smartphones, culminou essa experiência com a aplicação do questionário final para aferir a satisfação dos alunos no uso do GeoGebra nas aulas de matemática e, se é importante ou não nas aulas.

Visando recolher dados e informações passíveis de averiguar se a utilização do GeoGebra influenciou ou não o comportamento dos alunos e se contribuiu para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva, das ferramentas informáticas na aprendizagem, para a destreza tecnológica e melhoria da aprendizagem dos conteúdos abordados, foi aplicado um questionário final. Foram analisadas 100 questionários dos alunos. Para o tratamento dos questionários, usou-se o Excel e o Statistical Package for Social Science (SPSS) versão 25 para Windows.

Yin (2005), num estudo de caso considera de suma importância três princípios de recolha e tratamento de dados: i) “a utilização de várias fontes de evidências, e não apenas uma; ii) a criação de uma base de dados e iii) a manutenção de um encadeamento de evidências” (p. 109).

Assim, para além destes instrumentos ainda foram recolhidas informações por observação direta, registos fotográficos, registos em arquivos, e depoimentos dados pelos alunos.

De forma a adequar o método aplicado, aproximar mais ainda o aluno a realidade contextual desta prática educativa, colocou-se a possibilidade de o aluno trazer o aparelho tecnológico (laptop, tablets, smartphones, etc.) para a escola. Pois, muitos tinham smartphones que permitiam o trabalho em aula, com o uso do GeoGebra nesses dispositivos. Contudo, em 2016, o Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano – MINED proibiu o uso de telemóveis nas salas de aulas. Assim, os professores tiveram uma árdua tarefa de contactar os encarregados de educação dos 120 alunos para solicitar a autorização para os seus educandos trazer os dispositivos móveis para a Escola e para fins exclusivos às atividades previstas na experiência.

Infelizmente, apenas dois (2) alunos tiveram autorização para trazer o telemóvel, ao contrário do que aconteceu numa turma da mesma Escola onde foi implementada a experiência. E para expandir no máximo possível a disponibilização do celular e contacto direto da visualização do layout da tela do celular, os professores deram emprestado seus smartphones aos alunos.

Com a insuficiência de cobertura desses dispositivos, optou-se por agrupar os alunos em média de 7 a 10 ou um pouco mais para uso da maioria e posterior passar o instrumento para grupo subsequente que não tinha.

A atividade inicial foi de instruir os alunos a instalar nos smartphones o software GeoGebra a partir da página oficial acessado pelo endereço [www.GeoGebra.org](http://www.GeoGebra.org). Seguidamente, os alunos foram orientados a introduzida na opção Entrada do GeoGebra a função do 2º grau na forma canónica, e o aluno verifica o layout. pelas características da função, exige do aluno a partir do gráfico verificado a construir seu conhecimento de forma individual. Daí cada aluno responde os pontos dados de forma individual.

Por fim, em grupos e de forma autónoma, sobre a orientação dos professores, realizam os problemas propostos do contexto real de aplicação da função quadrática.

## Apresentação, análise e interpretação dos resultados

### Antes da experiência

Antes da realização da experiência em sala de aula foi aplicado um questionário inicial aos alunos visando conhecer a relação dos mesmos com o computador, obter informações sobre o acesso a este equipamento, se gostam de o usar, que recursos utilizam quando usa o usam, bem como as suas opiniões sobre as suas potencialidades no processo de ensino e de Aprendizagem da Matemática.

Das informações obtidas a partir do questionário inicial, dos 120 alunos, 75 (62,5%) são do sexo feminino e 35 (37,5%) são do sexo masculino

Conforme as informações da na tabela 1, dos 62,5% do sexo feminino, 45,8% gosta de matemática enquanto que 14,6% não; dos 37,5% dos rapazes responderam, apenas 7, 3% não gosta de matemática.

**Tabela 1: Gostas de Matemática?**

Sexo	Resposta	Percentagem
Feminino	Não	14,6%
	Sim	45,8%
	Não respondeu	2,1%
Masculino	Não	7,3%
	Sim	29,2%
	Não respondeu	1,0%

Questionados se utilizam algum recurso tecnológico educacional, a partir da tabela 2, pode-se verificar que dos 62,5% do sexo feminino, 27,1% usam enquanto dos 37,5% dos rapazes, 15, 6% assinalaram usar.

**Tabela 2: Utiliza algum recurso tecnológico educacional?**

Sexo	Resposta	Porcentagem
Feminino	Não	14,6%
	Sim	27,1%
	Não respondeu	20,8%
Masculino	Não	16,7%
	Sim	15,6%
	Não respondeu	5,2%

Com base nos dados da tabela 3, pode-se notar que 87,50% dos alunos não possuem um computador em casa, enquanto a maioria (72,9%) tem um *smartphone* e que 66, 7% utilizam a Internet. Contudo aquando da realização da experiência, constatamos que os equipamentos pertenciam aos seus pais ou encarregados de educação. De notar que 46,9% dos alunos têm um telemóvel sem capacidade para instalar aplicações e utilizar dados móveis para ter Internet ou apresentar suporte adequado dos softwares educativos.

**Tabela 3: Uso de Tecnologias**

Questões	Sim		Não	
	Frequência	%	Frequência	%
Tens computador em casa?	12	12,5	84	87,5
Tens telemóvel?	45	46,9	51	53,10
Tens smartphone?	70	72,9	26	27,1
Utilizas a Internet	64	66,7	32	33,3

### Durante a experiência

Os professores, com toda a turma, exploraram o ponto 1 da Ficha de Trabalho 1 (ver **anexo II**), que consistia na alteração dos parâmetros a, b e c da função e análise do comportamento da função.

Nesta fase, optou-se por trazer em aulas atividades concernentes a problemas de situações vivida pelos alunos conducentes a funções e equações quadráticas (Ver **anexo III – Ficha de Trabalho 2**).

A exploração da função quadrática no GeoGebra com auxílio de um projetor foi valioso para a aprendizagem dos conteúdos. A visualização dos objetos e a interação possibilitada pelo GeoGebra apoiou na compreensão dos conteúdos.

Embora houvesse falta de equipamentos informáticos na escola, pouco domínio do uso do Software a partir do Smartphone, registos da prática demonstraram eficiência na aprendizagem.

Com vista a verificar se o aluno consegue identificar cada parâmetro, então, foi convidado a identificar-lhes. Perguntou-se ao aluno, qual era o valor de a e em coro

responderam 1. O valor de  $b$ , responderam 1 e o para o valor de  $c$  responderam corretamente também. Em seguida o professor alterou os parâmetros de  $a$ ,  $b$  e  $c$  para verificar se de facto conseguem identificar. E mais uma vez eles responderam corretamente. Perguntou-se aos alunos, o que acontecia com o gráfico da função quando o valor de  $a$  fosse negativo e responderam que fica voltada para baixo e o professor executou a experiência, deixando o coeficiente  $a$  negativo, e aí a confirmação. Foi-se alterando outros parâmetros da função e, verificou-se a alteração do gráfico.

Maior parte dos alunos respondiam positivamente às questões do professor. Grande entusiasmo no semblante do aluno com alteração do gráfico com a mudança dos coeficientes. Constatou-se um desejo de querer apreender a matemática a partir do software GeoGebra, dado que foi uma nova forma de aprendizagem e uma novidade para eles.

Houve também um bom desempenho e progresso no entendimento e preenchimento da atividade prática dado ao aluno para resolução individual.



**FIGURA 3:** Momento de exploração dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função  $f(x) = ax^2 + bx + c$

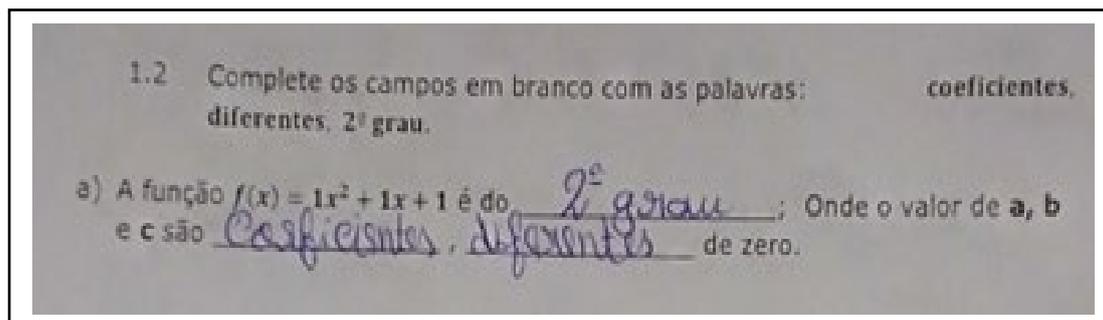
**FONTE:** Câmara fotográfica do Smarthone do professor

No momento seguinte, a atividade foi desenvolvida pelos alunos, de forma autónoma, para verificar o seu nível do conhecimento.

Foram orientados a completar a frase das alíneas a e b do número 1.2 com as palavras coeficientes, diferentes e 2º grau.

Os alunos mostraram não ter nenhuma dificuldade para responder a questão 1.2 que consistia no preenchimento dos espaços em branco com as palavras indicadas no enunciado da tarefa.

Por exemplo, o A2 respondeu de forma certa ao dizer que a função  $f$  correspondia a uma função do 2º grau para a primeira lacuna e na segunda lacuna com a palavra coeficientes e a última lacuna acertou em dizer diferentes.



**FIGURA 4:** Resposta do A2 ao item 1.2 da ficha de trabalho

**FONTE:** Câmara fotográfica do Smarthone do professor

Com esta verificação dos resultados, constata-se que houve uma efetivação do aprendizado. Outras evidências mostraram mesmas respostas. E verificando o tempo que eles levaram para realização da mesma, deu entender que eles tinham certeza no que haviam escrito. E ainda na mesma questão, para verificar se todos haviam acertado aquela questão, o professor, de forma aleatória, escolheu um aluno (A9) que lesse o que havia respondido na primeira lacuna. E o aluno corretamente “segundo grau” e os outros aplaudiram. Convidou-se o segundo aluno aleatoriamente (A13) que desse a resposta para a segunda lacuna, este respondeu “coeficientes”. E mais uma vez este respondeu corretamente. E, também, seguido de salva de palmas. (ver a figura 5 que ilustra momentos de apresentação dos trabalhos dos alunos (A9 e A13))



**FIGURA 5:** Momentos de apresentação das respostas ao item 1.2

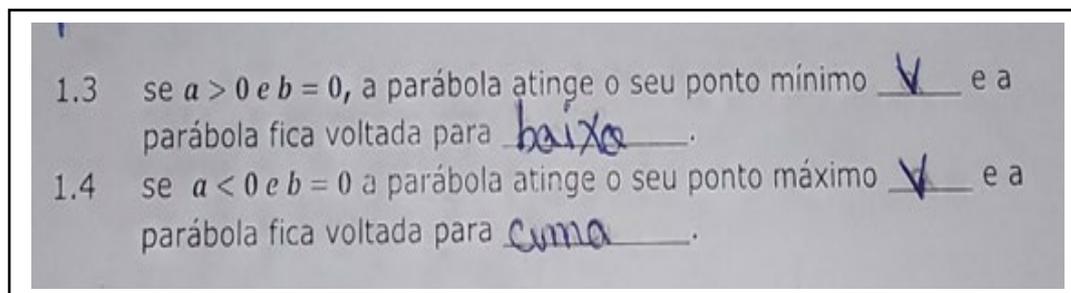
**FONTE:** Câmara fotográfica do Smarthone do professor

E para a última lacuna perguntou-se a toda turma e, estes em coro e com vozes audíveis responderam “A parábola está voltada para baixo porque o valor de  $a$  é negativo” (Diário de bordo, 28/06/23).

Procedeu-se com as atividades 1.3 e 1.4. O professor alterou os parâmetros da função  $f$ , colocando na função  $a > 0$  e  $b = 0$  e pediu para lerem juntos com ele o ponto 1.3. para verificar se a parábola atinge um máximo ou mínimo. E verificar se a parábola estava voltada para baixo ou para cima e, então podiam completar com o valor lógico V caso eles

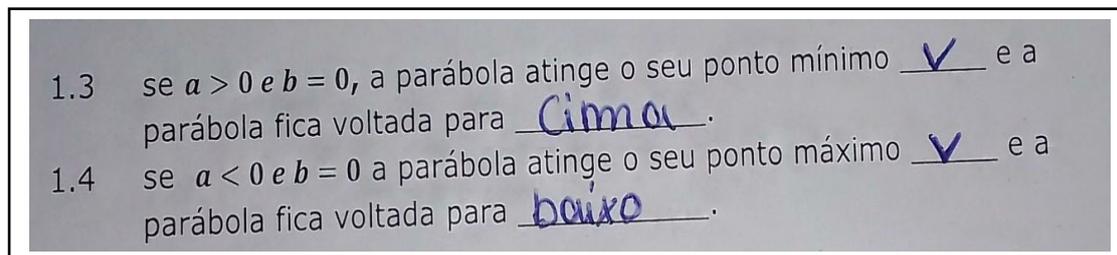
verificassem se a parábola fosse voltada para cima, isto é,  $a > 0$  e caso contrário F. e no ponto 1.4, respondesse V caso a parábola fosse voltada para baixo, isto é,  $a < 0$ .

Buscando mais intervenções dos alunos, foram encontrados um número considerável de alunos que cometeram alguns erros na indicação do sentido da parábola. Observação direta da função dada pelo professor, evidências mostram que o **A90** teve problema em identificar o sentido da parábola para os dois pontos, isso sem tirar o mérito de que ele entendeu que o gráfico atinge um mínimo para  $a > 0$  e o máximo em  $a < 0$ .



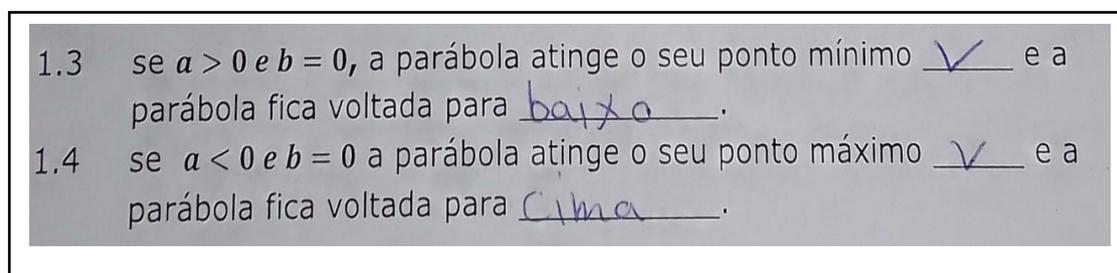
**FIGURA 6:** Resposta do A90 aos itens 1.2 e 1.3  
**FONTE:** Câmara fotográfica do Smarthone do professor

Diferentemente do aluno anterior, o A4 foi mais atencioso nas suas respostas, dado que as suas respostas foram todas corretas, conforme a figura 7.



**FIGURA 7:** Resposta do A4 aos itens 1.2 e 1.3  
**FONTE:** Câmara fotográfica do Smarthone do professor

As respostas não diferenciam das respostas do A4. Isso mostra um padrão de respostas, isto é, os mesmos erros e acertos, conforme a resposta do A16.



**FIGURA 8:** Resposta do A16 aos itens 1.2 e 1.3  
**FONTE:** Câmara fotográfica do Smarthone do professor

Observando os dois pontos (1.3 e 1.4), respostas dadas por 3 alunos, é possível notar que existem diferenças nas respostas. Percebe-se que existe no aluno a falta de interpretação do gráfico quando este faz trabalho independente e sem nenhuma instrução do professor. Outros alunos deram suas respostas de forma individual, quando o professor os convidou um a um para se levantar e dar sua resposta, pode se notar que parte considerável destes deram suas respostas com erros em alguns casos e outros com respostas certas em toda atividade.

Desta forma, constata-se que existe um bom número considerável que ainda não apresenta um domínio de interpretação do gráfico da função quadrática. Evidências em sala de aulas e na forma escrita, mostram que a média dos alunos na turma apresentam falta de conhecimento na identificação da concavidade da parábola; onde obtiveram maior frequência de erros cometidos.

Depois da primeira Ficha de Trabalho, optou-se por uma abordagem exploratória em aulas subsequentes, em trabalhos de grupo. Então procede-se a 2ª fase da experiência em sala de aulas.

Nesta fase, optou-se por trazer em aulas atividades concernentes a problemas de situações vivida pelos alunos conducentes a funções e equações quadráticas (Ver anexo II – Ficha de Trabalho 2).

Dado aos alunos a atividade em registo escrito, em grupos de 5 a 8 elementos, resolveram os problemas propostos, de forma autónoma e sob a orientação do professor, visando promover um trabalho colaborativo, o que pode propiciar maior construção do conhecimento, interação entre eles e desenvolver um raciocínio reflexivo. A Ficha de Trabalho proposta pelos professores sobre aplicação prática das funções quadráticas na modelação de situações de vida real que objetiva resolver problemas quotidianas que envolvam funções quadráticas recorrendo método tradicional; resolver problemas quotidianos que envolvam funções quadráticas com recurso ao software GeoGebra; representar os gráficos de funções quadráticas que ilustram os problemas propostos e analisar e tirar ilações dos gráficos.

As funções quadráticas apresentam inúmeras áreas de aplicação, algumas delas procuram solucionar problemas de vida real do nosso dia-a-dia. A título de exemplos: Na Física pode ser aplicada para modelar situações que seguem um caminho parabólico, também podem ser úteis para estimação do lucro de um bem ou serviço “Economia” ou formular a velocidade de um projétil; na engenharia pode ser usada para projetar e analisar estruturas e sistemas mecânicos, como pontes e edifícios; na economia pode ser usada para modelar a relação entre a oferta e a demanda; na mecânica quântica pode ser usada para descrever comportamento das propriedades ondulatórias das partículas subatômicas Nas atividades propostas, utilizar-se-ão os conhecimentos das funções quadráticas para resolver os problemas da vida real propostos, pelo método tradicional e com o uso do GeoGebra.

Para a realização desta ficha de trabalho, moveu-se a sala habitual da sala que foi conduzida a experiência anterior para uma outra sala com uma área maior, dado o número de alunos que foi aumentado vindo das outras turmas que pediram participar da aula.

Para esta fase, teve-se que sensibilizar os alunos a trazerem smartphones mas sem sucesso, pois, os que estes tem utilizado para suas pesquisas e referiram possuir no questionário inicial pertencem aos seus pais. Então, como apenas dois grupos estava na posse de smartphones e outros não, os professores adotaram a prática de dar emprestado os seus

smartphones aos alunos. O grupo que terminasse mais cedo emprestava ao outro grupo e assim sucessivamente até todos os grupos completarem as suas atividades. Nota-se que o tempo de espera do smartphone para a realização das atividades constituiu um constrangimento enorme para esta experiência, tendo muitos alunos que se distraíram durante a aula, enquanto os outros iam trabalhando.



**FIGURA 9:** Sala onde decorreu a experiência final

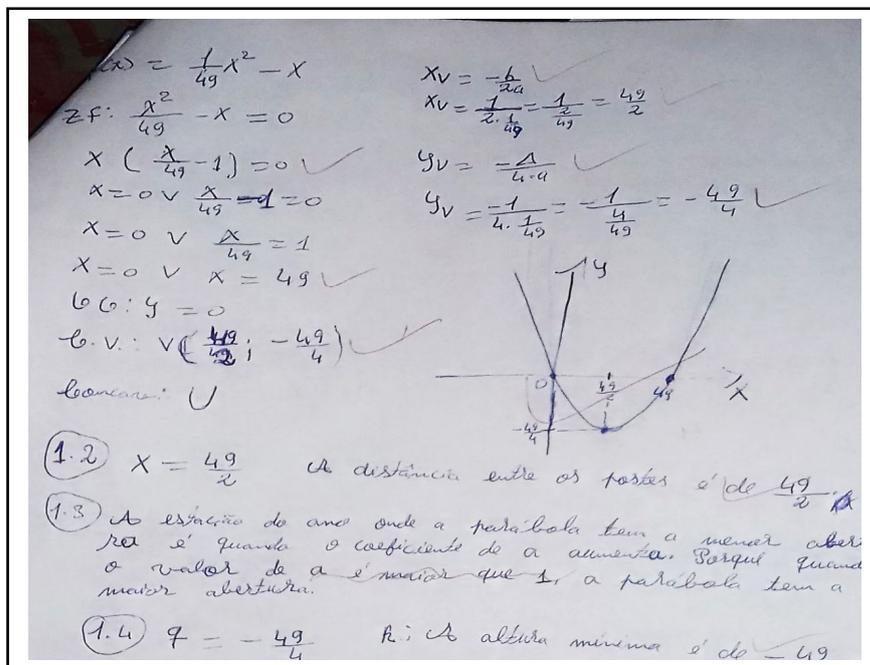
**FONTE:** Câmara fotográfica do Smartphone do professor

Na realização desta atividade os professores acompanharam os trabalhos que eram feitos dentro dos grupos, percebia-se que entre os grupos havia uma interação de todos os integrantes e o trabalho era conjunto e havia discussão de troca de conhecimento entre eles. Buscando verificar a eficiência das resoluções de cada atividade podemos notar que a atividade 1 foi resolvido de forma correta em todos os grupos, uma vez que tiveram auxílio do GeoGebra, então podiam verificar a sua resolução a partir do gráfico. E, como o aluno tinha o domínio do software, foi mais fácil resolver os pontos 1.1, 1.2, 1.3 e 1.4

Onde esboçavam o gráfico em 1.1 da função  $f$ , o layout para todos os grupos foi o mesmo. Isto é, a resposta dada pelos grupos foi coerente. Em seguida o ponto 1.2 em que pretendia-se buscar os zeros da função a partir duma abordagem diferenciada, as duas extremidades da corda eram valores das abcissas, onde para achar a distância entre os dois pontos podiam determinar a variação do  $x$  ( $\Delta x = x_2 - x_1$ ), assim, mais fácil verificam os **zeros** da função mas aparentemente optarem por observação para identificar a distância entre os dois pontos e, todos grupos acertaram a esta questão, alguns com erros ligeiros consideráveis No ponto 1.3 procurou-se relacionar a dilatação linear dos corpos onde este “cabo” exposto a certas temperaturas, sofre uma variação nas dimensões do comprimento, área e volume. Dai que o cabo submetido as diminuições da temperatura, este dilata diminuindo a abertura da parábola e em dias com temperaturas baixas contrai o que pode ocasionar maior abertura da parábola. Nesta questão, acima da média responderam consideravelmente bem e os demais não foram tão bem tanto como os grupos que acertaram. Apontamos as causas dessas a caligrafia não legível do líder do grupo, formação frásica e o entendimento da dilatação linear dos corpos sólidos. E, em 1.4 pretendia-se que os grupos determinassem as coordenadas de vértice, efetuassem o cálculo na forma tradicional e pudessem observar diretamente as coordenadas de vértice no esboço do GeoGebra, todos alunos tiveram um bom desempenho e acertaram esta atividade. Daí, concluíram que é possível que todas essas observações sejam verificadas a partir do software.

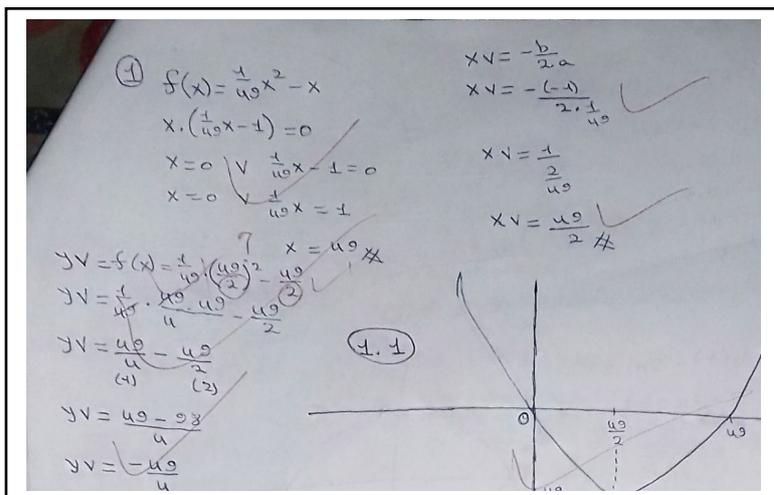
Na verificação dos registos dados pelos alunos nos grupos, para tirarmos ilações sobre o seu nível de aprendizagem, temos evidências seguintes:

Observando a resolução da questão 1.1, grupo 1 deu uma resposta certa. Para 1.2 não acertaram dado que a distância entre os postes é de 49 metros e este grupo respondeu  $49/2$  e não completou a sua resposta para 1.3.



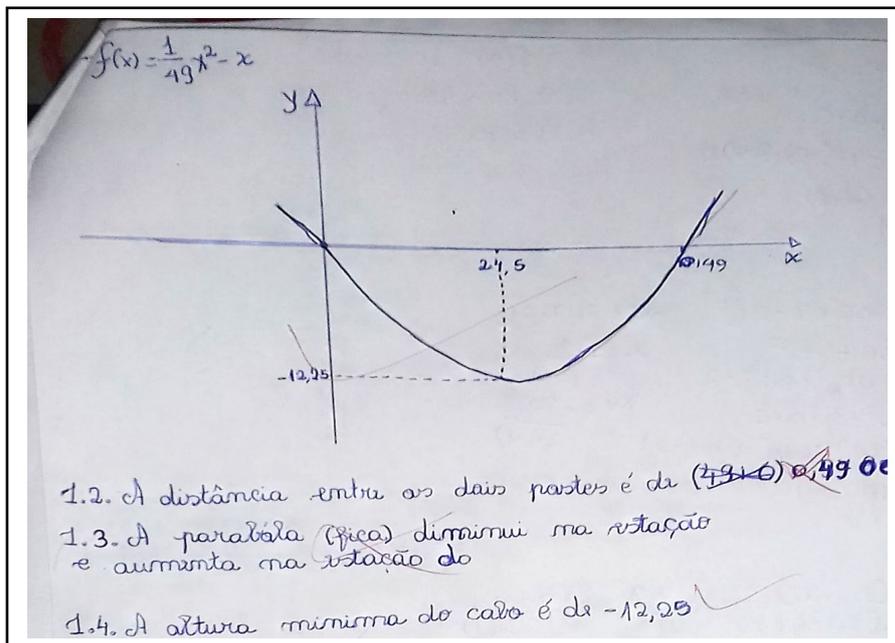
**FIGURA 10:** Realização da atividade prática desenvolvida pelo Grupo 1  
**FONTE:** Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38.

O grupo 2 acertou também o item 1.1, tal como o grupo 1, obteve o resultado aplicando os dois modelos, tradicional e tecnológico. A resposta dada por este grupo em 1.3 pode ser receber consideração ligeira, mas não deu resposta coerente.



**FIGURA 11:** Realização da atividade prática desenvolvida pelo Grupo 2  
**FONTE:** Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38.

Para o Grupo 3, não teve respostas muito diferentes dos outros grupos. Apenas 1.3, o grupo teve um raciocínio completo. O grupo mostrou ter trabalhado muito na efetivação das outras tarefas.



**FIGURA 12:** Realização da atividade prática desenvolvida pelo Grupo 3  
**FONTE:** Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38.

Para as atividades 2 e 3, similares, pretendia-se que o aluno desenvolvesse técnicas para a determinação das raízes e coordenadas de vértices a partir de conhecimentos sobre lançamento oblíquo onde aplica-se a função do segundo grau; para esta atividade, os grupos efetuaram operações pelo modelo tradicional e obtiveram os valores das coordenadas a partir das linhas ou grelha do ambiente de trabalho do GeoGebra.

O Grupo 4 acertou na atividade 2.

Handwritten work for Group 4. At the top, the function is given as  $f(t) = 40t - 5t^2$ . Below it, the student shows the steps to solve for the roots:

$$\begin{aligned} \text{ZF: } 40t - 5t^2 &= 0 \\ t(40 - 5t) &= 0 \\ t = 0 \vee -5t + 40 &= 0 \\ t = 0 \vee -5t &= -40 \\ t = 0 \vee t &= \frac{-40}{-5} \\ t = 0 \vee t &= 8 \end{aligned}$$

At the bottom, there is a handwritten note: "R.: A bala bate no solo quando o tempo é igual a 0 ou é igual a 8."

**FIGURA 13:** Realização da atividade prática desenvolvida pelo Grupo 4  
**FONTE:** Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38.

Diferentemente dos grupos 1 e 3, os grupos 2 e 4 deram respostas completas para todos pontos da atividade 2. Esperava-se do aluno, a determinação do tempo máximo em que a bola bate ao solo no ponto 2.1. Para o ponto 2.2, espera-se do aluno, a determinação da altura máxima atingida pela bola no instante 2 segundos.

Handwritten student work for Group 2:

2.  $f(t) = 40t - 5t^2$   
 $t = 0 \quad \vee \quad 40 - 5t = 0$   
 $t = 0 \quad \vee \quad 40 = 5t$   
 $\frac{40}{5} = t$   
 $8 = t$

2.1 R: A bola bate no solo 8 segundos depois.

2.2  $f(2) = 40 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$   
 $f(2) = 80 - 20$   
 $f(2) = 60 \text{ m}$   
 R: A altura é de 60 m.

**FIGURA 14:** Realização da atividade pratica desenvolvida pelo **Grupo 2**

**FONTE:** Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38.

Ainda, na atividade 2, o grupo 2 aplicou a fórmula resolvente para a determinação das raízes da função  $40t - 5t^2$ , e o grupo atingiu os objetivos para os pontos 2.1 e 2.2. E para 2.3 pretendia que o aluno desenvolvesse um raciocínio lógico de forma a determinar o tempo gasto pela bola se a altura máxima ( $f(t)$ ) atingida for 2. No ponto 2.3, o grupo 2 não fez a substituição correta a partir do discriminante; daí que os passos subsequentes também não estão certos.

Handwritten student work for Group 2:

2.1.  $40t - 5t^2$   
 $\Delta = (b)^2 - 4 \cdot a \cdot c$   
 $\Delta = 40^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 0$   
 $\Delta = 1600$   
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$   
 $x = \frac{-40 \pm 40}{2 \cdot 5}$   
 $x = \frac{40 \pm 40}{-10}$   
 $\frac{40 + 40 = 0}{-10}$   
 $\frac{-40 - 40 = -80}{-10}$   
 Em esta altura 8

2.2.  $f(2) = 40 \cdot 2 - 5(2)^2$   
 $f(2) = 80 - 20$   
 $f(2) = 60$

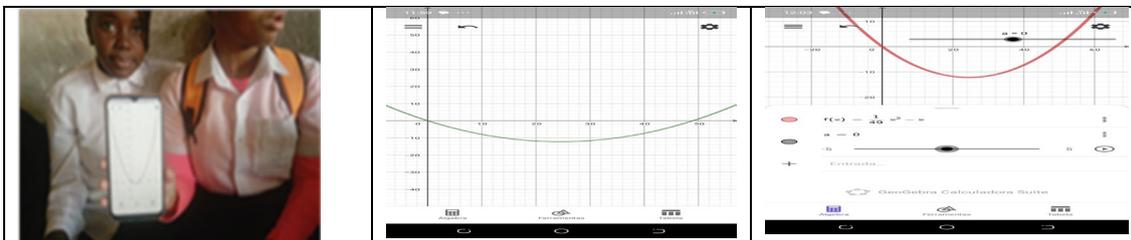
2.3.  $y = 2$   
 $f(t) = 40t - 5t^2$   
 $2 = 40t - 5t^2$   
 $40t - 5t^2 - 2 = 0$   
 $\Delta = (40)^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-2)$   
 $\Delta = 1600 - 40$   
 $\Delta = 1560$

**FIGURA 15:** Realização da atividade pratica desenvolvida pelo **Grupo 2**

**FONTE:** Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38.

Embora as condições não muito favoráveis a realização da experiência final sobre a modelação de problemas conducentes a funções quadráticas a partir de situações de vida real,

desenvolveu-se nesta aula um trabalho muito árduo na tentativa de concretização da mesma. Apesar de exigir o uso de aparelhos tecnológicos e aplicação do software GeoGebra, conseguiu-se reunir 3 smartphones, sendo 2 deles trazidos pelos alunos e o terceiro do professor a ser usado pelo aluno, embora todos eles não tivessem ótimas condições para a instalação do software pelo que os aparelhos ficaram lentos, efetivou-se a experiência.



**FIGURA 16:** Exemplos de atividades práticas realizadas pelos grupos a partir dos smartphones em sala de aula

**FONTE:** Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38. E screanshort a partir do celular ITEL P38 e Tecno Spark 3.

Na atividade 3, pretende-se em 3.1 determinar os zeros da função que correspondem ao tempo gasto pela bola após ter sido lançada, considerando que a bola parte do solo.

Segundo a resolução da atividade 3, verifica-se um bom desempenho do grupo 4 apenas nos pontos 3.1 e 3.2. e no ponto 3.3 esperava-se que o grupo determinasse o tempo para uma altura máxima de 2 metros. O grupo não teve acerto no ponto 3.3 Outros grupos tiveram raciocínio similar de resolução.

$$\textcircled{3} \quad h(t) = 20t - 5t^2$$

$$-5t^2 + 20t = 0$$

$$t(-5t + 20) = 0$$

$$t = 0 \vee -5t + 20 = 0$$

$$t = 0 \vee -5t = -20$$

$$t = 0 \vee t = \frac{-20}{-5}$$

$$t = 0 \vee t = 4$$

R.: A bola irá bater no solo quando o tempo for igual a 0 ou 4 segundos.

$$\textcircled{3.2} \quad h(t) = 20t - 5t^2$$

$$t = 3$$

$$h(3) = 20 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2$$

$$h(3) = 60 - 5 \cdot 9$$

$$h(3) = 60 - 45$$

$$h(3) = 15$$

R.: A altura será de 15m.

3.3  $h(t) = 20t - 5t^2$   
 $-5t^2 + 20t = 2$   
 $-5t^2 + 20t - 2 = 0$   
 $a = -5; b = 20; c = -2$   
 $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$   
 $\Delta = 20^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-2)$   
 $\Delta = 400 - 40$   
 $\Delta = 360$

FIGURA 17: Realização da atividade prática desenvolvida pelo Grupo 4

FONTE: Foto tirada pela câmera do celular Tecno Spark 3.

Para finalizar, na atividade 4 explorou-se as funções do 2º grau a partir da literacia financeira, onde procurou-se conhecer o lucro do empreendimento de camisas.

O grupo 2 teve dificuldades na modelação de problemas conducentes a funções. É do

4.1 uma camisa — 40 mt  
 $x$  — 1600 mt  
 $x = \frac{1600}{40}$   
 $x = 40$  camisas  
 R: O alfaiate ~~vende~~ deve vender 40 camisas.

4.2 preço:  $xv = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-80}{2 \cdot (-1)} = \frac{-80}{-2} = 40$  mt

4.3  $h(x) = x(80 - x)$   
 $h(x) = 80x - x^2$   
 $\Delta = 80^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0$   
 $\Delta = 6400$

lucro max =  $yv = \frac{-\Delta}{4 \cdot a} = \frac{-6400}{4 \cdot (-1)} = 1600$  Mt  
 R: O lucro máximo esperado é de 1600 Mt.

FIGURA18: Realização da atividade pratica desenvolvida pelo Grupo 2

FONTE: Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38.

Diferente do grupo anterior, o grupo 5 teve todas as alíneas do ponto 4 acertadas. Mostra que teve domínio do problema na modelação deste problema. Os professores iam verificando as atividades realizadas pelos mesmos alunos e, ao perceber que este era o único grupo que acertou, pediu que introduzissem a mesma função no GeoGebra e que comparassem o tempo de sua resolução com o tempo expendido pelo modelo tradicional e pelo modelo tecnológico. Depois desta aplicação no GeoGebra, o grupo percebeu-se que obtinha mais rápido e eficiente os resultados no GeoGebra.

4.2 RHA. 3:

R:  $P_C = 20 \text{ MT}$      $P(x) = x(80 - x) - 20(80 - x)$   
 $C(x) = (80 - x)$      $P(x) = 8x - x^2 - 1600 + 20x$   
 $P_V = x \text{ mt}$      $P(x) = -x^2 + 160x - 1600$

a)  $x_V = \frac{-b}{2a}$     d)  $x_V = \frac{-b}{2a}$   
 $x_V = \frac{-100}{-2}$      $x_V = \frac{-100}{-2}$   
 $x_V = 50$      $x_V = 50$

c)  $P(x) = -x^2 + 100x - 1600$   
 $P(50) = -(50)^2 + 100 \cdot 50 - 1600$   
 $P(50) = 2500 + 5000 - 1600$   
 $P(50) = 2500 - 1600$

**FIGURA19:** Realização da atividade pratica desenvolvida pelo **Grupo 5**

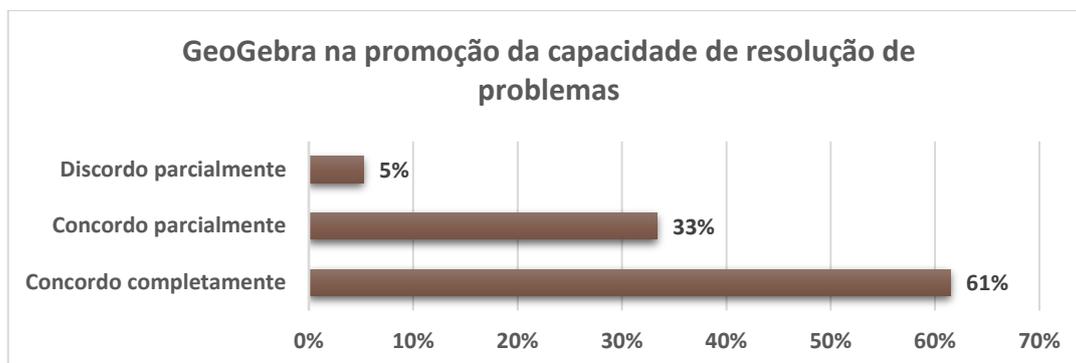
**FONTE:** Foto tirada pela câmera do celular ITEL P38

### Depois da experiência

Diante dos resultados observados, no fim desta atividade o professor aplicou um questionário final, objetivo de verificar melhorias no entendimento da temática, fundamentar e complementar a proposta de implantação do software GeoGebra como ferramenta auxiliar na mediação das funções quadráticas. O questionário foi respondido de forma individual e salvaguardando a integridade dos dados do aluno.

Os resultados relativos à opinião do aluno acerca das vantagens e impacto que o GeoGebra apresenta, ou seja, que mudanças trouxe no entendimento das funções quadráticas, são ilustrados de seguida.

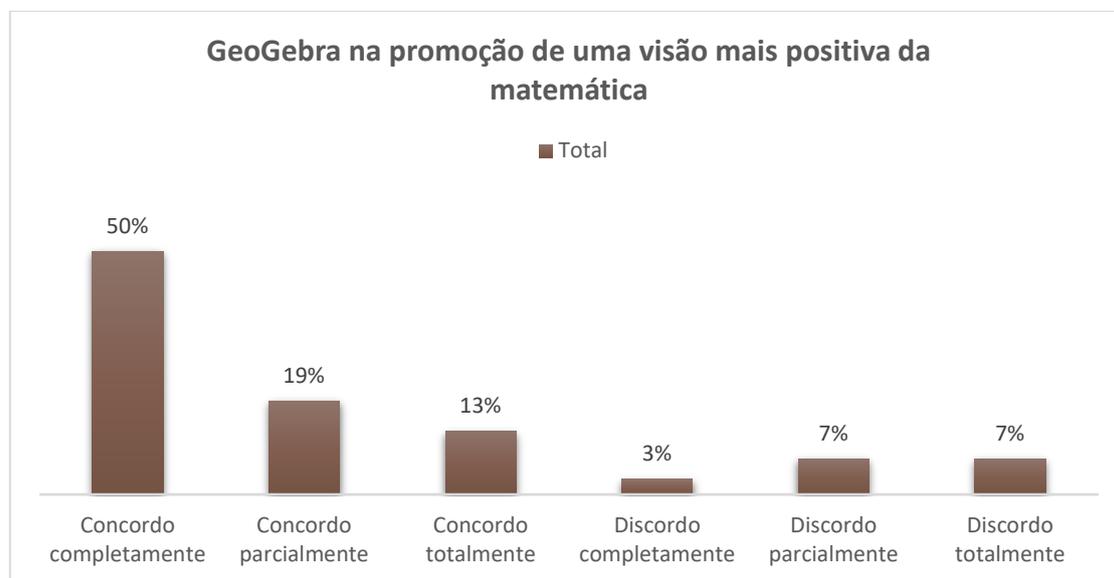
Relativamente à capacidade de resolução de problemas, 61% dos alunos, concordam completamente que o software GeoGebra pode contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas, enquanto que 5% discordam parcialmente e 33% concordam parcialmente. Nenhum dos alunos discorda totalmente.



**FIGURA 20:** Gráfico de barras sobre a promoção da capacidade de resolução de problemas pelo GeoGebra

**FONTE:** Dados de campo, elaborado pelo autor.

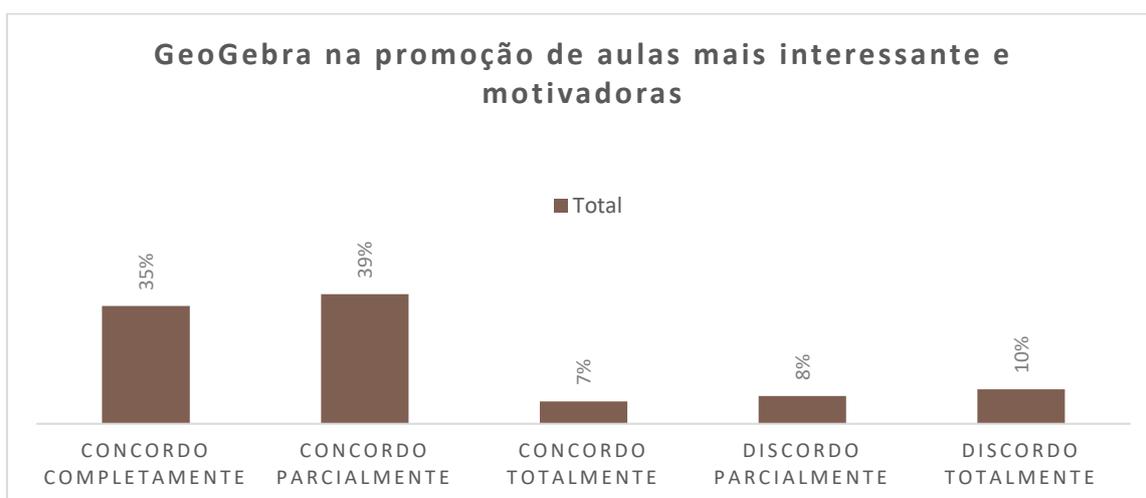
Sobre o parâmetro “O GeoGebra pode contribuir para uma visão mais positiva da matemática”, 50% concordam completamente; 3% discorda completamente; enquanto isso, 13% desses alunos concorda totalmente, 19% concorda parcialmente, 7% discordam totalmente e 7% discorda parcialmente. Apenas um aluno absteve-se da resposta a essa pergunta.



**FIGURA 21:** Gráfico de barras sobre o GeoGebra na promoção de uma visão mais positiva da matemática

**FONTE:** Dados de campo, elaborado pelo autor.

Relativamente ao parâmetro “O GeoGebra pode contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras”, 35% concordaram completamente enquanto que 10% discordam totalmente; 39% concordam parcialmente, enquanto que; 8% discordam parcialmente e 7% concordam totalmente.



**FIGURA 22:** Gráfico de barras sobre o GeoGebra na promoção de aulas mais interessante e motivadoras

**FONTE:** Dados de campo, elaborado pelo autor.

Para terminar a experiência final, os professores deixaram um espaço aberto para depoimentos dos alunos. Estes mostraram um instigante desejo de explorarem mais as aulas com GeoGebra. Os excertos abaixo retratam a opinião de quatro alunos sobre a experiência:

*Aluno 5: Eu não vou falar muita coisa. Simplesmente, quero dizer que o que consegui perceber é que o GeoGebra veio para facilitar a nossa vida. Por exemplo, isto que fizemos aqui hoje, o que respondemos aqui sem o GeoGebra seria um pouco mais difícil resolver. Resumindo, o GeoGebra pode facilitar a nossa matemática.*

*Aluno 12: Salientava o que o meu colega disse. O GeoGebra sim, veio para facilitar os alunos porque com o estudo que fizemos hoje conseguimos estudar a função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Sabemos que o valor de  $a$  é todo aquele que está colado a  $x^2$  e o valor de  $b$  é colado a  $x$  e o valor  $c$  é aquele termo independente que tem na nossa função  $f(x)$ . E, sabemos que quando o valor de  $a$  é negativo, a parábola fica voltada para baixo e se o valor de  $a$  é positivo, a parábola fica voltada para cima. Quando  $b$  é positivo ou negativo, a parábola desloca-se da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda. Quando  $c$  é positivo, a parábola desloca-se para cima e quando é negativo desloca-se para baixo.*

*Aluno 4: A aula foi bastante interessante. Pude aprender bastante sobre o GeoGebra. É de salientar que os professores ajudaram muito, eles são incríveis. Gostei muito. Eu só espero nós dediquemos bastante. E, com esforço e dedicação nós podemos alcançar os nossos sonhos, claro para sermos alguém futuramente. Nós também podemos estar aqui amanhã sendo professores doutores, engenheiros, arquitectos ou médicos.*

*Aluno 17: Bom dia colegas. Eu acho que a aula de hoje foi muito interessante e construtiva porque eu pude perceber que o GeoGebra não só pode nos ensinar como pode abrir a nossa mente fechada. Nós sempre tivemos em mente que a Matemática é muito difícil de se aprender e perceber. Mas, o GeoGebra mostra-nos que a matemática é mais do que uma disciplina, é uma forma de se divertir e aprender mais. O GeoGebra permitiu-me formar gráficos, fazer parábolas e pode até nos ajudar a construir outras coisas que eu, particularmente, não sabia até hoje. Mas, o GeoGebra foi capaz de nos mostrar que a Matemática é muito além de uma disciplina chata, como dizemos sempre. Eu gostaria de continuar a aprender no GeoGebra, de continuar tendo aula com os nossos professores que hoje nos ajudaram muito sobre as funções quadráticas. E muito mais, é muito incrível poder perceber a Matemática. Sempre ouvimos muito que as pessoas já nascem predestinadas a saber Matemática, mas é só uma questão de se dedicar e procurar saber mais. Eu acho que o GeoGebra vai nos ajudar a aumentar a nossa nota. Será muito difícil alguém esquecer algo que foi divertido de se aprender. Ninguém pode esquecer os momentos mais felizes da sua vida. Então, acho que o GeoGebra veio para nos ajudar.*

Com base em dados obtidos nos questionários, depoimentos dados pelos alunos, existem evidências claras observadas que as aulas com recurso ao GeoGebra tem um impacto significativo na facilitação, compreensão da matemática. O uso desta aplicação em aulas revelou um desempenho crescente. Embora o uso dos smartphones não tenha criado

eficiência e facilitação durante a produção gráfica, os grupos mostraram um domínio pelas TIC. Esses apontam uso do GeoGebra em aulas de ciências como um instrumento indispensável dado que este ajuda a alcançar muitas competências cognitivas.

Depoimentos dos alunos no que diz respeito a sua opinião na experiência vivida na aplicação do GeoGebra em aulas de Matemática preferência de modelos a serem aplicados pelos professores em aulas. Todos alunos apontam ter sido uma ótima experiência “pois o GeoGebra facilita a sua vida e que a escola devia ter sala de informática”. Outro aluno aponta outra razão “é fácil chegar ao resultado e facilita a vida e que devíamos ter mais aulas assim”, outro aluno diz “gostaria de usar o GeoGebra em aulas antes do modelo tradicional para ter respostas previamente no GeoGebra”.

Depois das experiências vividas pelos alunos, em sala de aulas com modelo de aprendizagem híbrida, depoimentos dados pelos mesmos no uso do GeoGebra revela uma vantagem educativa por ser mais rápida e eficiente. Deixou-se ficar também a opinião de poder-se implementar mais em classes seguintes a aplicação do GeoGebra em aulas de ciências. Que para além de facilitar a compreensão da matemática, a sua aplicação é lúdica, mais interativa e motivacional.

Como já vimos anteriormente neste artigo, o GeoGebra é uma ferramenta de extrema importância no processo educativo e aprendizagem das funções quadráticas, e neste contexto em que serviu no presente trabalho. Mediante a aplicação das TIC no PEA das funções quadráticas pelo GeoGebra, neste trabalho concluímos que conseguimos alcançar satisfatoriamente os nossos objetivos da preconizados pois, observamos aplicações diferentes do conhecimento de ferramentas do GeoGebra nos alunos, a partir da exploração do conteúdo na barra de ferramenta as demais opções nela contida. O aluno pode verificar a função quadrática na forma canónica e obter todas informações que ela contém, a partir dos parâmetros até a variável em que pretende-se estudar. Depoimentos mostram a preferência do aluno querer ter mais aulas com GeoGebra. Assim, o GeoGebra é uma ferramenta eficaz para a promoção da aprendizagem.

## Conclusões

Com base em observações das experiências decorridas em sala de aulas, registos evidentes relativos as construções diferenciadas de funções quadráticas levadas a cabo pelos alunos, concluímos que a educação STEAM e GeoGebra, desempenham um papel extremamente diferenciável na prática educacional.

O GeoGebra impulsionou o entendimento dos alunos e levá-los a compreender outros conteúdos de forma dinâmica, participativa e interativa; O GeoGebra possibilitou a aprendizagem do estudo completo da Função Quadrática, pela manipulação dos parâmetros e análise do comportamento do seu gráfico em múltiplas situações; A visualização proporcionada pelo software GeoGebra permitiu aos alunos concluir sobre o papel dos parâmetros da Função através da visualização gráfica de funções; O GeoGebra foi um recurso apropriado para apoiar o trabalho do professor, tanto no ensino como noutras tarefas educativas e na planificação de aulas diárias, no desenvolvimento de Manuais Escolares, Investigações.

Concluímos que, existe uma necessidade muito grande da aplicação das TIC em aulas de matemática, especialmente em Moçambique. Pelo que, maior parte das estatísticas colhidas no questionário mostram progresso e entendimento nas temáticas e na opinião dos

alunos, embora as experiências conduzidas pelos professores decorreram sem uso efetivo dos computadores ou recursos apropriados, uma vez que a aula estava em torno ao uso de tecnologias, ou mínimas condições. Embora o aluno mostrasse um instigante desejo e vontade de aprender, alguns ficaram desmotivados por falta de recursos auxiliares para aprendizagem das funções quadráticas, tal como falta equipamentos informáticos.

Corroboramos como os autores Silveira (2015), Claudino e Adelino (2023) que o GeoGebra realmente pode fazer a diferença no processo de ensino e aprendizagem matemática, desperta o interesse dos alunos pelas aulas, motiva-os a aprender e torna a aula mais interessante, ativa e interativa.

## Constrangimentos e recomendações

Como já podemos notar em experiências conduzidas na sala de aulas, houve inúmeras dificuldades na realização das mesmas no que diz respeito o espaço, salas condicionadas e com ligação de rede de internet. Para possível colmatação dessa implicação, sugerimos para a aplicação do GeoGebra, haja a priori uma formação dos professores de matemática de modo a terem domínio das TIC e do GeoGebra, haja implantação de infraestruturas equipadas de condições básicas de informática e por fim, implantação de uma rede de internet.

Assim, recomendamos a utilização do potencial do GeoGebra no contexto moçambicano para a efetivação das aulas em diversos conteúdos, nomeadamente da Matemática, Física, Química e áreas afins.

## Agradecimentos

Agradecemos a priori a professora Astrigilda Pires Rocha Silveira pela orientação, dedicação, paciência, perseverança e ensinamentos e pela oportunidade de inclusão a participação num projeto similar; aos professores colegas do grupo de trabalho da ESG\_UT3; A todos os alunos das turmas 1-6 da 9ª classe 1º período de 2023 principalmente a turma\_4 pelo trabalho colaborativo e participação ativa e massiva. Agradecer a escola Unidade T3 pela permissão do programa de formação dos professores; A todos professores, amigos que de forma direta ou indireta contribuíram a efetivação desta experiência.

## Referências

[NCTM] National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. 2017. (Obra original em inglês publicada em 2014).

BITTAR, M. A Escolha do Software Educacional e a Proposta Didática do Professor: estudo de alguns exemplos em matemática. In: BELINE, Willian; COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da (Org.). **Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores: algumas reflexões**. Campo Mourão, PR: Editora de Fecilcam, 2010.

COSTA, M. R. D. S. C., AMÂNCIO, A. G. L. A., BRITO, C. D. S. B., CIPRIANO, J. D. R. C., CLEMENTE, E. T. M. C. C., RORIZ, J. W. R. C. C., ... & SOUZA, W. L. B. S. (2021). **Estratégias De Aprendizagem Para Evitar A Evasão Escolar Pós Pandemia**. Anais do Seminário de Atualização de Práticas Docentes, 3(2), 84-88.

CUNHA, A.E. **Afecto e aprendizagem, relação de amorosidade e saber na prática pedagógica**. Rio de Janeiro, Wak, 2008.

- DA SILVA, Ana Paula Freire. **A Importância Da Afetividade No Processo De Ensinoaprendizagem Na Educação Infantil: UM ESTUDO NA ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PROFESSORA MARIA DO SOCORRO MAIA**, 2021.
- DEMO, Pedro. **Habilidades do século XXI**. Boletim Técnico do SENAC, v. 34, n. 2, p. 4-15, 2008.
- DOS SANTOS, J. M.; SILVEIRA, A. LAVICZA, Z. **Abordagem STEAM e GeoGebra - Aprendizagem e ensino das Ciências na formação de professores de Cabo Verde**. *Sensos-e*, v. 9, n. 2, 2022, DOI 10.34630.
- ERICKSON, F. **Qualitative methods in research on teaching**. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161), 1986.
- MONTEIRO, C. L. T. M.; DA SILVA, A. G. **GeoGebra como ferramenta facilitadora na resolução de problemas envolvendo função quadrática**. 2023.
- MORAN, J. M.; MASSETTO, M. T., BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediações pedagógicas**. Campinas, SP. Papirus, 2012.
- PINTO, Á. V. **O conceito de tecnologia**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.
- PRENSKY, M. **Digital Natives, Digital Immigrants**. MCB University Press, 2001.
- SILVEIRA, A. P. R. **O GeoGebra na formação e aprendizagem de transformações geométricas isométricas no plano euclidiano**. 2015. Tese de Doutorado. Universidade de Aveiro (Portugal).
- SILVEIRA, A. P. R. Relatório final de atividades Projeto “**GeoGebra & STEAM: Implicações para a melhoria da Educação Matemática em Moçambique**”. Pós-doutoramento em Educação Matemática. 2023. inED-ESE. Instituto Politécnico do Porto.
- SOUZA, J. A.; CIRILO, E. M.; SILVA, N. D.; RICCI, M. F. C. M. & RODRIGUES, M. F. **A importância das Tecnologias de Comunicação e Informação (TIC) como ferramenta pedagógica na educação infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental**. *Revista Mosaico*. 2017.
- UDZIWI, **Revista de Educação da Universidade Pedagógica, Centro de Estudos de Políticas Educativas (CEPE)** da Universidade Pedagógica de Moçambique (UP), 2016
- VIEIRA, R. S. **O papel das tecnologias da informação e comunicação na educação: um estudo sobre a percepção do professor/aluno**. Formoso - BA: Universidade Federal do Vale do São Francisco (UNIVASF), 2011. v. 10.
- YIN, R. K. **Estudo de Caso. Planejamento e métodos**. 3ª Edição. São Paulo: Bookman, 2015.

## **Anexo I - Descrição da Escola onde decorreram a formação e a experiência em sala de aula**

### Localização geográfica

A Escola Secundária Unidade T3 encontra-se situada na Província de Maputo, distrito da Matola, no Bairro do T3, liga o município de KaMubukwana com o município da Matola, encontra-se entre vale de Infulene e Malauze no município da Matola, faz limite com Ndlavela, Manduca, Estádio. Zona Verde e São Damasso.

### Breve historial

O nome T-3, vem ganhar espaço depois de reassentamento das populações que viviam no bairro Luís Cabral e suas periferias, vítimas de calamidades. No âmbito do mesmo reassentamento foi criado este novo bairro que, teve a sigla T-3, que quer dizer terceira transferência. O bairro é muito movimentado pois é um centro comercial e terminal de vários transportes, onde populações das periferias, como Ndlavela, São Damasso, Khongolote, Mathlemele, concentram-se a fim de encontrar transporte para vários locais de suas preferências.

#### Caracterização física

A ESG\_UT3, possui 37 salas de aulas sem portas e sem janelas, dois blocos administrativos: sector pedagógico e bloco administrativo; tem um campo de futebol 11 e um de futebol de praia em condições adversas. A escola dispõe de uma pequena sala para o material de limpeza. Tem 3 casas de banho com latrinas, uma casa de banho para as raparigas e outra para os rapazes. Os professores e outros funcionários da escola partilham a mesma casa de banho. A escola tem vedação, tem dois portões, tem três guardas residentes no mesmo bairro, não dispõe de um dispositivo para incêndio. Possui uma fonte de água potável para garantir uma higiene adequada aos alunos bem como aos funcionários desta instituição. não tem biblioteca.

Até o início do ano letivo 2020, a escola possuía 101 turmas das quais, 43 do ensino primário e 58 do ensino secundário (17 da 8ª classe curso diurno e 7 curso noturno (pós laboral), 12 da 9ª classe curso diurno e 5 curso noturno, 12 da 10ª classe curso diurno e 6 curso noturno). Tem 8247 alunos, onde 5150 alunos são do ensino secundário dos quais 2737 raparigas. O 1º e o 2º turno tinha uma duração média de 5 horas por dia enquanto o 3º turno durava 4 horas e 30 minutos. Este ano, a escola funciona com 10026 alunos dos quais 5858 são do sexo feminino na razão de 136 professores no total e dentre eles 67 são do sexo feminino e 18 auxiliares de serviços gerais, destes 12 são do sexo feminino.

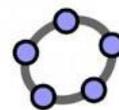
Os pais e encarregados de educação têm tido fácil acesso a escola, pois são solicitados trimestralmente para a partilha de informação pedagógica ou quando necessitam de uma informação pertinente.

#### **Grupo da disciplina de Matemática**

O grupo é composto por 7 professores dos quais uma mulher. Destes, 4 tem o nível superior e 3 com o nível médio. Os professores com o nível médio estão em formação.

O grupo de disciplina possui uma pasta de arquivo para cada classe ou nível escolar, tem um plano anual de atividades e um plano trimestral. Tem feito planificações quinzenais. Possui actas das reuniões na pasta de arquivo. As reuniões do grupo de disciplina realizam-se quinzenalmente depois ou durante a planificação quinzenal de aulas. Nestas reuniões, os professores, expõem dificuldades enfrentadas durante o processo de ensino e aprendizagem, aproveitamento pedagógico, fraca qualidade do material usado pelos alunos, eventuais estratégias de superação, falta de matéria didático, falta de carteiras para todos os alunos devido a superlotação nas salas de aulas e outros pontos pertinentes.

## Anexo II – Ficha de Trabalho 1



ESCOLA SECUNDÁRIA UNIDADE T3 GEOGEBRA E STEAM EM MOÇAMBIQUE

### Actividade prática\_1

### Funções quadráticas:

1. Aceder o programa GeoGebra e proceder de seguinte modo:

1.1 Com a opção Entrada:

e digite a função quadrática na forma canónica  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , irá abrir uma janela para criar seletores para **a**, **b** e **c**.



1.2 Complete os campos em branco com as palavras: **coeficientes, diferentes, 2º grau.**

a) A função  $f(x) = 1x^2 + 1x + 1$  é do \_\_\_\_\_; onde o valor de a, b e c são \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ de zero.

**a, baixo ou cima, positivo ou negativo**

b) A parábola está voltada para \_\_\_\_\_; porque o valor de \_\_\_\_\_ é \_\_\_\_\_.

1.3 se  $a > 0$  e  $b = 0$ , a parábola atinge o seu ponto mínimo \_\_\_\_\_ e a parábola fica voltada para \_\_\_\_\_.

1.4 se  $a < 0$  e  $b = 0$  a parábola atinge o seu ponto máximo \_\_\_\_\_ e a parábola fica voltada para \_\_\_\_\_.

2. se  $a > 0$  e  $b = 0$ , a parábola atinge o seu ponto mínimo \_\_\_\_\_ e a parábola fica voltada para \_\_\_\_\_.

se  $a < 0$  e  $b = 0$  a parábola atinge o seu ponto máximo \_\_\_\_\_ e a parábola fica voltada para \_\_\_\_\_.

3. Coordenadas de vértice

3.1 Observe a função  $g(x) = -x^2 + 1$

a) As coordenadas de vértice são  $V(\text{_____}; \text{_____})$

**Anexo III – Ficha de Trabalho 2** - Aplicação prática das funções quadráticas na modelação de situações de vida real.

ESG-1º ciclo 9ª classe

**Tema:** Funções quadráticas

**Objetivos de aprendizagem:**

1. Resolver problemas quotidianas que envolvam funções quadráticas recorrendo ao método tradicional;
2. Resolver problemas quotidianos que envolvam funções quadráticas com recurso ao software GeoGebra;
3. Representar os gráficos de funções quadráticas que ilustram os problemas propostos;
4. Analisar e tirar ilações dos gráficos.

**Contextualização:**

As funções quadráticas apresentam inúmeras áreas de aplicação, algumas delas procuram solucionar problemas de vida real do nosso dia-a-dia. A título de exemplos: Na Física pode ser aplicada para modelar situações que seguem um caminho parabólica, também podem ser úteis para estimação do lucro de um bem ou serviço “Economia” ou formular a velocidade de projétil; na engenharia pode ser usada para projetar e analisar estruturas e sistemas mecânicos, como pontes e edifícios; na economia pode ser usada para modelar a relação entre a oferta e a demanda; na mecânica quântica pode ser usada para descrever comportamento das propriedades ondulatórias das partículas subatómicas. Nas atividades propostas, utilizar-se-ão os conhecimentos das funções quadráticas para resolver os problemas da vida real propostos, pelo método tradicional e com o uso do GeoGebra.

**Atividade 1.** Uma das maiores pontes de Moçambique é a de Maputo-Catembe com 3041m. Os cabos que sustentam a estrutura têm um formato parabólico que variam em função da temperatura. A expressão que representa a amplitude dos cabos que sustentam os postes é

$$f(x) = \frac{1}{49}x^2 - x.$$

1.1 Represente o gráfico da função  $f(x)$ .

1.2 Considerando os zeros da função os extremos do cabo, indica a distância entre os dois postes.

1.3 Sabendo que o coeficiente “a” pode diminuir ou aumentar; em que estação do ano a parábola tem menor abertura? Porquê?

1.4 Considerando a expressão da função  $f$ , qual é a altura mínima do cabo?

**Atividade 2.** Um aluno da 9ª classe, turma 4, depois de ter prestado uma lição de matemática, foi jogar futebol com os amigos no campo. Durante o jogo fez um remate chapéu, a velocidade inicial da bola foi de  $40 \text{ m/s}$ . A altura dada pela bola ao fim de  $t$  segundos é dada pela lei

$$f(t) = 40t - 5t^2.$$

2.1 Em que instante a bola bate no solo?

2.2 Se a bola permanecer 2 segundos no ar, qual seria a altura nesse instante?

2.3 Se o adversaria saltasse e intersectasse a bola com a cabeça a uma altura de 2 metros, em que instante alcançaria a bola?

**Atividade 3.** A Izabeth atirou uma bola ao ar a uma certa velocidade inicial. A altura dada pela bola ao fim de  $t$  segundos é dada pela expressão

$$h(t) = 20t - 5t^2.$$

3.1 Em que instante a bola bate no solo?

3.2 Se a bola permanecer 3 segundos no ar, qual seria a altura nesse instante?

3.3 Se o adversário saltasse e intersectasse a bola com a cabeça a uma altura de 2 metros, em que instante alcançaria a bola?

**Atividade 4** Um alfaiate decidiu emigrar no negócio de venda de camisas de uniforme escolar. Para a produção de cada camisa o alfaiate gasto 20MT, e durante um mês consegue vender em média  $(80 - x)$  camisas de uniforme. Se ele decidir vender a peça por  $x$  MT:

4.1 Quantas peças o alfaiate deve vender de modo a obter o lucro máximo?

4.2 Para que preço praticado o alfaiate terá o lucro máximo?

4.3 Qual é o lucro máximo esperado?

**Bom trabalho!**

**Bento Buene & Yula Munguambe**