



<http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i1p090-123>

O GeoGebra como recurso didático para a promoção da aprendizagem das funções exponencial e logarítmica¹

GeoGebra as a teaching resource to promote learning of exponential and logarithmic functions

SALMA TAIBO ADAMUGY ISSUFO²

0009-0007-6331-7338

AGOSTINHO AUGUSTO CAVELE³

0009-0005-2720-135X

RESUMO

Este artigo enquadra-se em uma experiência desenvolvida na Escola Secundária da Munhuana, na 10ª classe, no estudo das Funções Exponencial e Logarítmica, suportadas pelo software GeoGebra. A pesquisa comporta um estudo de caso exploratório e interpretativo, essencialmente qualitativo. Foi aplicado um questionário inicial e outro final aos alunos, bem como experimentos em sala de aulas, a partir dos quais, coletamos informações para o artigo. Da pesquisa, concluímos que há necessidade de se rever as metodologias de Ensino da Matemática e, optar por alternativas que estejam no contexto do aluno atual, com ênfase em Software educacional e interdisciplinaridade, em prol de uma aprendizagem significativa. Assim, com este artigo, pretende-se elucidar os resultados que o software GeoGebra pode trazer às aulas de Matemática, no ensino das funções exponencial e logarítmica.

Palavras-chave: GeoGebra e Educação STEAM; Funções Exponencial e Logarítmica; Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This article is part of an experience developed at Munhuana Secondary school, in the 10th class, in the study of Exponential and Logarithmic Functions, supported by the GeoGebra software. An initial and final questionnaire was administered to students, as well as experiments in the classroom, from which we collected information for the article. From the research, we concluded that there is a need to review Mathematics Teaching methodologies and opt for alternatives that are in the context of the current student, with an emphasis on educational software and interdisciplinarity, in favor of

¹ Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UIDP/05198/2020 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED). Também, contou com o apoio da Escola Secundária da Munhuana e da Universidade Pedagógica de Maputo.

² Professor de Matemática do Ensino Secundário Geral, Escola Secundária da Munhuana-salma.adamugy94@gmail.com

³ Professor de Matemática do Ensino Secundário Geral, Escola Secundária da Munhuana-agocavele@gmail.com

meaningful learning. Therefore, with this article, we intend to elucidate the results that the GeoGebra software can bring to Mathematics classes, in teaching exponential and logarithmic functions.

Keywords: *GeoGebra and STEAM Education; Exponential and Logarithmic Functions; Meaningful learning*

Introdução

A integração das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem das disciplinas para benefício de todos constitui o grande desafio para a educação nos últimos anos. Assim, muitas comunidades de aprendizagem estão revendo suas abordagens para a educação (Oldknow e Carol, 2011). Os referidos autores sustentam que se quisermos melhorar radicalmente o ensino e a aprendizagem da Matemática, beneficiando do melhor potencial do uso dessas tecnologias, é fundamental um balanço do que se sabe agora, do que se vê a funcionar, do que se gostaria de se tentar como também introduzir e sustentar as inovações necessárias.

Para o ensino e aprendizagem eficazes da matemática, o Nacional Council of Teachers of Mathematics – NCTM (2017) defende que:

Um programa de matemática de excelência exige um ensino efetivo que envolva os alunos numa aprendizagem significativa, através de experiências individuais e colaborativas que promovam a sua capacidade para verem o sentido das ideias matemáticas e para raciocinarem matematicamente. (NCTM, 2017, p. 7)

Ainda, complementa que: “Um ensino eficaz da matemática envolve os alunos na resolução e discussão de tarefas que promovem o raciocínio matemático e a resolução de problemas, além de permitirem diferentes abordagens e várias estratégias.” (NCTM, 2017, p. 7)

A estratégia de ensino e aprendizagem exploratória designada por Ponte (2005) de ensino-aprendizagem exploratório, suportada pelo GeoGebra, é apropriada para permitir o envolvimento dos alunos neste tipo de tarefas, vivenciando experiências de exploração e descoberta de relações matemáticas.

O GeoGebra, software matemático de geometria dinâmica, é uma ferramenta potente para propiciar este tipo de abordagens. Contudo, em Moçambique, infelizmente só agora é que estamos a dar os passos para a introdução do GeoGebra no ensino da Matemática, de uma forma efetiva, após a nossa participação numa Oficina de Formação que envolveu o GeoGebra e a Educação STEAM (Ciência, Tecnologia, Engenharia, Artes e Matemática). Este projeto da autora e investigadora Silveira (2023), enquadra-se no pós-doutoramento em Educação Matemática sobre o título pós-doutoramento subordinada ao título “GeoGebra e STEAM implicações para a Educação Matemática e das Ciências Naturais em Moçambique”, contemplou sessões de formação, sessões de planificação, sessões de acompanhamento pela formadora e sessões de reflexão em contexto de formação.

Sobre este assunto, no âmbito da agenda de Educação 2030, foi feita a revisão das políticas de educação em Moçambique, que oferece uma análise do sistema de educação do país numa perspectiva

sectorial. Nesta análise, foram identificados problemas específicos que relacionam políticas e planificação geral do sistema de educação, assim como, deixadas recomendações para ultrapassar tais problemas. No ponto concernente às questões políticas versos recomendações, lê-se “Relevância da Educação e das Necessidades da Sociedade- Incorporar no currículo de ensino os conceitos de STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática)” (Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano – MINEDH, 2019, p.22).

Com base nestes fundamentos, e considerando a nossa participação na *Oficina de Formação* que nos levou a refletir a nossa prática profissional, percebemos a importância de inserir as tecnologias digitais, em especial os softwares, no ensino da matemática, e propomos, o Ensino das funções exponencial e logarítmica utilizando como recurso tecnológico, o GeoGebra na experiência que levamos a cabo e que culminou na produção do presente estudo.

O GeoGebra é um software matemático livre (para uso não comercial), com base na GPL (General Public License), desenvolvido por Markus Hohenwarter no início de 2001 na University of Salzburg, na Áustria, para ser utilizado em ambientes de sala de aula. Escrito em JAVA e disponível em português, o programa é uma multiplataforma podendo ser instalado em computadores com sistema operacional Windows, Linux ou Mac, além de ter uma versão disponível para dispositivos móveis com sistema operacional Android, IOS ou Windows fone (HALLAL et al, 2020, p. 232).

Silveira (2015) refere que o GeoGebra, além de potenciar uma aprendizagem interativa e significativa, permite o desenvolvimento da entreajuda e do espírito colaborativo, ainda, possibilita o aluno ver, explorar, conjecturar, validar, compreender e comunicar os conceitos geométricos de uma forma interativa e atrativa, tornando-lhe um recurso apropriado e moderno para o estudo da Matemática.

Assim, este artigo, está baseado em aulas experimentais, sobre funções exponencial e logarítmica utilizando o GeoGebra, para análise de parâmetros específicos visando ajudar a compreender melhor esses conteúdos. Utilizar o Software GeoGebra como recurso didático para apoiar os processos de ensino e aprendizagem das Funções Exponencial e logarítmica constiuu o objetivo geral desta experiência. Como objetivos específicos, pretendeu-se:

- Realizar aulas experimentais utilizando o Software GeoGebra;
- Analisar parâmetros relativos a proficiência do uso do GeoGebra no ensino das funções exponencial e logarítmica;
- Promover uma aprendizagem ativa e interativa;
- Averiguar os benefícios e constrangimentos em uma aula de Matemática com o Software GeoGebra.

Fundamentos teóricos

Sistema educativo em Moçambique

Sob o olhar da revisão das políticas educacionais – Moçambique 2019, a educação básica compreende dois níveis principais: Primário e Secundário básico. Os alunos que concluírem o nível primário podem ir para o ensino secundário básico. Existem várias oportunidades de educação e formação técnica e vocacional para graduados dos níveis primário e secundário básico. A educação terciária (universidade) está aberta apenas aos graduados de nível secundário e equivalente. Os níveis de educação em Moçambique e os requisitos para entrada são os seguintes:

Educação Básica com entrada prevista aos 6 anos, com 9 anos de escolaridade:

- EP (Ensino Primário), 1^a – 6^a classe (idades 6 – 11 anos);
- ES1 (Ensino Secundário do 1^o Ciclo: 7^a – 9^a Classe (idades 12 – 14 anos).

Educação secundária, com três anos de escolaridade:

- ES2 (Ensino Secundário do 2^o Ciclo): 10^a –12^a classe (idades 15–17 anos).

Formação de professores:

- O modelo adoptado de formação de professores para o ensino primário é o de 12^a classe + 3 anos de formação.
- A formação de professores para o ensino secundário é feita nas universidades com o requisito de admissão de 12^a classe.

Relativamente às perspectivas do Ensino Secundário Geral em Moçambique, se propõe, entre outras estratégias “Incrementar o papel da informática no ensino, tal como é avançado no plano curricular do ensino secundário geral” (PCESEG, 2007).

Adiante, um olhar sobre o relatório da UNESCO, organização cujas intervenções tem por objetivo, também, reforçar os sistemas de educação, fomentar a ciência para a gestão sustentável dos recursos naturais, está listada como uma de suas prioridades em estratégia operacional “Capacidades nacionais reforçadas para desenvolver e implementar políticas de tecnologia TIC na educação, particularmente na formação de professores e desenvolvimento profissional” (UNESCO, 2016). Observamos aqui um denominador comum no que tange a orientação para utilização das TICs no processo de Ensino e Aprendizagem.

O plano estratégico da educação 2020-2029, traçou como um dos objetivos estratégicos principais, assegurar a qualidade da aprendizagem, e apontou como um dos pontos para sua materialização “o uso das TIC, por professores e alunos, enquanto ferramenta interativa e facilitadora do processo de ensino-aprendizagem, por exemplo, através de uso de materiais curriculares de ensino digital e multimédia para professores e alunos” (PEE, 2020, p.43).

A Matemática no contexto atual

O avanço tecnológico das sociedades do mundo contemporâneo global impõe, mesmo às sociedades menos avançadas, um esforço e interesse em acompanhar os últimos inventos e desenvolvimentos que procuram dar resposta a uma dinâmica cada vez mais exigente quanto à eficiência e eficácia dos meios informáticos em todos os contextos,

em particular no contexto educacional e na Educação Matemática. (SILVEIRA, 2015, p. 13)

Além das salas com acesso imediato às tecnologias, o NCTM (2008) defende a adoção de políticas que promovem e integrem a aprendizagem e um comprometimento com a equidade e a excelência. Este organismo, na sua visão para a Matemática Escolar, perspectiva:

Imagine uma sala de aula, uma escola ou um agrupamento de escolas, onde todos têm acesso a um ensino de matemática estimulante e de elevada qualidade. As expectativas são ambiciosas, para todos, com meios adicionais para aqueles que deles necessitem. Os professores mais bem preparados e experientes possuem recursos adequados em que baseiam o seu trabalho e encontram-se em desenvolvimento enquanto profissionais. O programa curricular é bastante rico ao nível da matemática, proporcionando aos alunos uma aprendizagem compreensiva dos conceitos e procedimentos matemáticos mais importantes. [...] (NCTM, 2008, p. 3)

Ainda, nesta visão, considera que:

A tecnologia constitui uma componente essencial desse ambiente. É com confiança que os alunos se envolvem em tarefas matemáticas complexas, criteriosamente escolhidas pelos professores. Constroem os conhecimentos a partir de uma vasta gama de temas, por vezes abordando o mesmo problema sob diferentes perspetivas matemáticas ou procedendo a representações matemáticas distintas, até encontrarem os métodos que lhes permitem progredir. Os professores ajudam os alunos a formular, aperfeiçoar e explorar conjeturas, baseadas em evidências, e a utilizar uma diversidade de técnicas de raciocínio e de prova de modo a confirmar ou infirmar essas conjeturas. Os alunos resolvem os problemas de forma flexível e expedita. Individualmente ou em grupos, e com recurso às tecnologias, trabalham produtiva e reflectidamente, sob a orientação competente dos seus professores. Os alunos transmitem de modo eficaz as suas ideias e resultados, sob forma oral ou escrita. Valorizam a Matemática e envolvem-se ativamente na sua aprendizagem. (NCTM, 2008, p. 3).

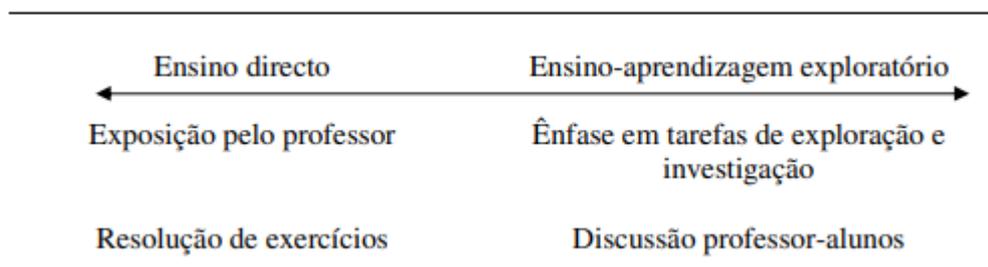
Segundo Hallal *et al* (2020), ensinar matemática constitui,

[...] uma tarefa desafiadora para quem deseja alcançar o objetivo de mediar conhecimentos para a formação do aluno, ajudar a desenvolver curiosidades, motivações, desejos por aprender. Diante disso, se fazem necessárias práticas pedagógicas que tenham significado para os alunos, sendo o professor um mediador da aprendizagem, aquele que instiga esse desenvolvimento, utilizando-se de estratégias e ferramentas que contribuam para a construção do conhecimento (HALLAL *et al*, 2020, p.242).

Partilhando desta perspetiva, NCTM (2017, p.87) defende que “[...] os professores deverão explorar formas inovadoras de terem os alunos a usar a tecnologia para descrever o seu pensamento matemático, em colaboração com os colegas”.

Nesta senda, Ponte (2005), defende que uma planificação de uma unidade não se reduz à seleção de umas tantas tarefas, levando o professor a ponderação de diversos fatores que podem indicar ênfases maiores ou menores em determinados tipos de tarefa, em modos de trabalho e materiais apropriados. Assim, ao fazer a planificação de uma unidade didáctica, considera necessariamente diversos elementos. Toda a planificação pressupõe a definição (explícita ou implícita) de uma estratégia de ensino, onde sobressaem sempre dois elementos, a atividade do professor (o que ele vai fazer) e a atividade do aluno (o que ele espera que o aluno faça), e se estabelece um horizonte temporal para a respetiva concretização (um certo período de tempo ou número de aulas).

Assim, o referido autor identifica duas estratégias essenciais no ensino da Matemática, o ensino direto e a aprendizagem exploratória (ver quadro 1). No ensino direto, o professor assume um papel fundamental como elemento que fornece informação de modo tanto quanto possível claro, sistematizado e atrativo. Apresenta exemplos e comenta situações. Assume-se que o aluno aprende ouvindo o que lhe é dito e fazendo exercícios, cujo objetivo é mobilizar os conceitos e técnicas anteriormente explicados e exemplificados pelo professor. Enquanto o ensino-aprendizagem exploratório, sua característica principal é que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem. Existem versões extremas de ensino direto e de ensino-aprendizagem exploratório, tal como existem muitas versões intermédias (PONTE, 2005).



Quadro 1: estratégias de ensino, de acordo com do papel do professor e dos alunos e a ênfase das tarefas
Fonte: Ponte (2005 p.14).

E, conforme, King e Schattschneider (2003, p. 11), no prefácio da edição americana, o “software de geometria dinâmica adapata-se na perfeição à exploração e à descoberta ou guiada, ou completamente aberta (isto é, investigação)”.

O GeoGebra, software gratuito, pelas suas características que o destaca de outros softwares, segundo Hohenwarter & Printer (2007), a múltipla perceção dos objetos que proporciona constitui a sua característica mais peculiar.

Podemos perceber mais das características do GeoGebra apartir da descrição do autor COELHO(2016):

O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente, permitindo realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc, nele é possível inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente mesmo após a finalização da construção. Equações e coordenadas também podem ser diretamente inseridas na sua forma explícita (COELHO, 2016, p.37).

De acordo com Dos Santos, Silveira e Trocado (2019), do ponto de vista da didática da disciplina de Matemática, o GeoGebra tem sido utilizado por uma vasta comunidade internacional de professores, sendo que as suas aplicações em múltiplos contextos têm incidido na aprendizagem dos estudantes nos primeiros anos, no ensino secundário e no ensino de outras ciências.

Oldknow e Knights (2011) referem que, no contexto atual, existe um imperativo político adicional em muitas nações para a colocação de uma maior ênfase nas disciplinas STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática). Prue (2011), realça que ocorrerão maiores níveis de transformação quando a matemática for combinada com outras disciplinas-chave essenciais, nomeadamente, como ciência e engenharia.

No pressuposto de que o papel do professor é de suma importância, a Oficina de Formação que participamos contemplou múltiplas valências, nomeadamente o desenvolvimento das competências matemática, didática, curricular e tecnológica, em prol do nosso desenvolvimento profissional e conducentes a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos, mediado estrategicamente pelo GeoGebra no contexto da Educação STEAM. (Silveira, 2023).

Dos Santos e Silveira (2021) realçam que:

A abordagem STEAM parte inicialmente da intencionalidade do professor. Em geral um problema ou um modelo é o ponto de partida, sendo importante ouvir os estudantes, sistematizar as suas ideias iniciais sobre o assunto ajudando ao processo de desenvolvimento de novos conceitos e competências integrando as já existentes ou evidenciadas. De facto, podendo existir algumas ligeiras variações, as práticas STEAM seguem os pressupostos da abordagem PBL, próximas do Ensino Exploratório, alicerçando-se numa perspetiva da aprendizagem baseada no Construtivismo e Construtivismo Social. (DOS SANTOS e SILVEIRA, 2021, p. 91)

Os referidos autores defendem:

o uso da tecnologia nas práticas STEAM, em especial o GeoGebra, software de cariz predominantemente construtivista, dadas as múltiplas representações que o mesmo oferece dos conceitos matemáticos, pode apoiar no desenvolvimento de uma compreensão mais profunda da matemática, ser potenciadora para a exploração de situações problemáticas e investigativas, ser facilitadora para que argumentos e as evidências matemáticas surjam, mesmo que os estudantes não dominem exaustivamente os conteúdos matemáticos necessários às situações propostas. (DOS SANTOS E SILVEIRA, 2021, p. 92)

Igualmente, realçam a necessidade do professor possuir algum domínio desta ferramenta visando adaptar os recursos às necessidades dos assuntos a estudar e do seu público-alvo com quem trabalha. “Também o conhecimento e o nível de proficiência que o professor tem do software é fundamental para que se sinta confiante para o seu uso na aula, onde para além de manipularem e utilizarem as aplicações disponíveis sejam capazes de construir outras, estimulando a curiosidade e a criatividade dos estudantes.” (DOS SANTOS E SILVEIRA, 2021, p. 92)

Metodologia

Metodologia é um estudo de caminhos para se chegar a um determinado fim, com objetivo de analisar as características de vários métodos. Tendo em conta os propósitos delineados para o desenvolvimento deste trabalho de investigação, a opção metodológica deste estudo aponta para uma pesquisa essencialmente qualitativa na medida em que os experimentos tiveram como ambiente natural a sala de aulas de onde foram coletados os dados, sendo estes, predominantemente descritivos. É também um estudo de caso exploratório e interpretativo, dado que procuramos estudar determinado fenómeno (Ensino da Matemática baseado na inserção das TIC) para obter explicações mais aprofundadas, e posteriormente fazer a análise.

Conforme Lüdke e André (1983, p. 11):

A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento. Os dados coletados são predominantemente descritivos. Para estes autores, a preocupação com o processo é maior do que com o produto. O interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é verificar como ele se manifesta nas actividades, nos procedimentos e nas interacções quotidianas.

Outros autores como Bogdan & Biklen (1994, p.88), partilham da mesma opinião, ao referirem que:

os investigadores qualitativos escolhem para estudo cenários contextualizados, porque sentem que a acção pode ser melhor compreendida, quando é observada no cenário em que se desenrola. Ao fazer a recolha dos dados, é importante anotar a situação envolvente em que são recolhidos. Na verdade, a separação de determinado gesto, acto ou palavra do seu contexto significa, para o investigador, perder uma parte do respectivo significado.

Segundo Richardson, “Uma pesquisa exploratória tem por objectivo conhecer as características de um fenómeno para procurar, posteriormente, explicações das causas e consequências de dito fenómeno. Este estudo busca hipóteses e proposições relevantes para orientar estudos posteriores” (1999, p. 326).

Para Ponte (2006), um estudo de caso,

visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que

interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse. (PONTE, 2006, p.2)

Considerando o exposto, esta investigação, enquadra-se em um estudo de caso, dado o interesse dos autores ao buscar entender em profundidade, a questão do GeoGebra enquanto recurso didático na promoção da aprendizagem das funções exponencial e logarítmica.

Os instrumentos da recolha de dados utilizados neste trabalho foram, questionários, observação direta, observação participante, registos fotográficos e registos em arquivos.

A investigação decorreu no ano letivo 2023, numa sala de informática da Escola Secundária da Munhuana, no período da manhã com duas turmas da 10^a Classe, com 64 alunos cada (divididos em nove grupos, num total de 128 alunos, sendo 52 do sexo masculino e 76 do sexo feminino, como ilustra a Tabela 1, com a idades compreendidas entre os 15 e os 19 anos.

Tabela 1: Número de alunos

Turmas	H	M	HM
1-10 ^a	23	41	64
2-10 ^a	29	35	64
Total	52	76	128

Para a realização da investigação teve que passar-se por diversas fases, desde aplicação do questionário, familiarização com o software até aplicação de duas tarefas aos alunos e posteriormente a aplicação do questionário final.

No questionário inicial pretendeu-se conhecer a dos alunos com o computador, se têm acesso a um, se gostam de trabalhar com ele, que recursos utilizam quando usam o computador bem como a opinião dos mesmo sobre as suas potencialidades no processo de Ensino e de Aprendizagem da Matemática. Igualmente, pretendeu-se, recolher informações para análise e melhor compreensão das dificuldades encontradas na aprendizagem das Funções Exponenciais e Logarítmicas.

Partindo do princípio de que estes alunos nunca tiveram uma experiência de ensino com auxílio de um software educativo, o estudo teve que decorrer em duas fases nomeadamente: fase da familiarização com o software e a fase da realização da experiência.

Na fase da familiarização com o software, os professores fizeram a apresentação e a descrição da interface gráfica, objetos e as suas propriedades, assim como ferramentas e comandos elementares. Tudo foi feito de modo a facilitar os alunos a manipular a interface da geometria dinâmica e realizar aplicações simples do GeoGebra.

Na fase da realização da experiência, os professores elaboraram uma ficha de tarefa e procedimentos de realização para que cada grupo de aluno executasse no seu computador. No final da execução da tarefa

pelos alunos, os professores criavam as condições para orquestrar produtivamente discussões e análises matemáticas com os seus alunos, com intuito de alcançar os objetivos da aula. Nesta fase, os alunos trabalharam em equipes.

Considerando que a escola possui apenas uma sala de informática com um número reduzido de computadores, e atendendo que foram 3 grupos de professores que realizaram experiências em sala de aula no âmbito da Oficina de Formação que participamos, e tendo em conta que a sala é destinada às aulas de Informática e de uso dos professores para os trabalhos na suas disciplinas, na turma 1 foi trabalhado a função exponencial e na turma 2, a função logarítmica.

No questionário final, pretendeu-se, partindo dos novos dados apresentados, fazer uma análise comparativa no ponto das potencialidades do GeoGebra, relativamente aos dados do primeiro questionário, a fim de compreender melhor, em que medida a implementação do GeoGebra nas aulas de Matemática, constituiu diferencial no processo de aprendizagem.

Foram recolhidas as produções dos alunos realizadas no GeoGebra, juntamente com outros instrumentos de recolha de dados: um questionário inicial e outro final que os alunos responderam por escrito; as observações dos registos fotográficos; as notas dos investigadores presentes em sala de aula.

Apresentação, Análise e Interpretação dos Resultados

Antes da Experiência

Anteriormente ao primeiro encontro com os alunos na sala de aulas, foi-lhes dado o questionário inicial para preencherem e entregar a posterior. Para se ter uma visão mais alargada deste público, apresentam-se a seguir alguns resultados da análise do questionário inicial.

Dos alunos contemplados neste estudo, 52 são do sexo masculino e 76 do sexo feminino, na faixa etária média de 16 anos de idade. Dos 128 alunos, 82 (64,1%) referiram que gostam de Matemática, porém a grande maioria referiu não ser bons alunos a Matemática onde 111 (87%) assumem ter muitas dificuldades não somente este ano nesta disciplina.

Quando solicitados a justificarem as suas opções, a maioria referiu que a Matemática é uma disciplina muito difícil. Seguem duas justificações ilustradas nas figuras 1 e 2.

3. Gostas de Matemática Sim Não Porque? Porque não consigo memorizar todo os conteúdos e quando em aula.

Tens sido bom aluno(a) a Matemática? Sim Não

FIGURA 1: resposta do aluno a questão 8.

FONTE: câmara fotográfica dos professores

3. Gostas de Matemática Sim Não Porque? Porque acho a disciplina muito difícil e não me enquadro nas aulas.

4. Tens sido bom aluno(a) a Matemática? Sim Não

FIGURA 2: resposta dos alunos a questão 3

FONTE: câmara fotográfica dos professores

Quanto ao uso de tecnologias, 76% afirmou não ter computador em casa, 54% usa smartphone, 95% usa a internet para acessar as redes sociais e fazer algumas pesquisas escolares. No que concerne à utilização de recurso tecnológico educacional, 62% dos inquiridos afirmou que usa, no caso se referindo ao computador e *smartphone* para pesquisas no Google e digitar documentos no Word, assim como, a calculadora.

Relativamente ao estudo da Matemática, 10 dos inquiridos referiram que gostam muito, 44 que gostam, 57 mais ou menos, 5 que não gosta e os restantes (11) não responderam. A maioria justificou que a matemática é uma disciplina muito difícil e alega em sua própria linguagem que “custa, tem muitos cálculos que não entendo”, “demoro para perceber”, “exige pensar muito”.

Quanto à utilização de conceitos de função exponencial ou logarítmica, 117 alunos revelaram não ter nenhuma noção sobre áreas de aplicação dessas funções, e 11 dos inquiridos, reconheceram a sua aplicação no estudo de crescimento populacional na Geografia.

No que concerne ao conhecimento e à frequência utilização de alguns softwares educativos na Matemática, constatou-se que todos inquiridos revelaram desconhecer ou nunca ter utilizado os softwares educativos listados (ver tabela 2), excepto o Excel, em que (7) dos inquiridos dizem que usam raramente. Dos que assinalaram outros, indicaram o Google e o Word que usam algumas vezes quando tem trabalhos de pesquisas a ser digitalizado, dados pelo professor.

Tabela 2: Softwares utilizados pelos alunos nas aulas de Matemática

Softwares	Nunca	Raramente	Várias Veze	Sempre	Desconheço
Excel	68	7	0	0	53
Cabri-Géomètre II Plus	51	0	0	0	77
Cabri-Géomètre 3D	51	0	0	0	77
Geometer's Sketchpad	49	0	0	0	79
Grpmática	47	0	0	0	81
GeoGebra	47	0	0	0	81
Outro(s). Qual(ais)?	62	4	0	0	62
Excel	68	7	0	0	53

Quanto à importância do uso de softwares educativos em Matemática, 9 dos inquiridos consideram que não tem nenhuma importância, 42 pouca importância, 39 que tem muita importância, 27 que tem bastante importância e 11 não responderam. De salientar que nesta altura os inquiridos ainda não tinham experienciado uma aula com recurso a softwares educativos.

Relativamente às potencialidades oferecidas pela utilização do software GeoGebra, no que diz respeito ao desenvolvimento de aprendizagem significativa, interativa e autónoma, conforme os dados resumidos na tabela 3, a maioria dos inquiridos concorda parcialmente ou completamente com a maioria dos parâmetros.

Tabela 3: Opinião dos alunos sobre as potencialidades do GeoGebra por variados parâmetros

O software GeoGebra pode:	Discordo completamente	Discordo parcialmente	Concordo parcialmente	Concordo completamente
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;	3	30	47	48
Contribuir para o desenvolvimento da comunicação em Matemática;	5	24	56	43
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio em Matemática;	5	30	46	47
Permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia;	13	48	49	18
Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras;	1	22	35	70
Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;	5	18	45	60
Contribuir para que os alunos aprendam numa forma mais significativa;	6	29	39	54
Contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática;	7	27	46	48
Contribuir para uma aprendizagem mais autónoma e responsável;	8	40	55	25
Permitir uma aprendizagem mais activa e dinâmica dos conteúdos químicos;	14	47	43	24
Permitir uma construção mais eficaz de conceitos matemáticos;	12	42	45	29

Potenciar o desenvolvimento do raciocínio em Matemática	7	37	48	36
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela;	7	28	49	44
Estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias;	17	15	49	47
Diminuir o distanciamento entre os alunos;	30	27	32	39
Facilitar a comunicação entre o professor e o aluno;	23	25	37	43
Diminuir a distração dos alunos nas aulas.	43	17	30	38

Nota-se que os parâmetros merecedores de maior destaque foram: “contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras” (70), “contribuir para uma visão mais positiva da Matemática” (60), “contribuir para que os alunos aprendam numa forma mais significativa” (54) e “contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas; contribuir para se perceber melhor a importância da Matemática; tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela ” (48). No que concerne a discordância, os itens mais penalizados foram “diminuir a distração dos alunos nas aulas” (43), “diminuir o distanciamento entre os alunos” (30); “facilitar a comunicação entre o professor e o aluno” (23); “estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias” (17); “permitir uma aprendizagem mais ativa e dinâmica dos conteúdos Matemáticos” (14); “permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia (13); e “permitir uma construção mais eficaz de conceitos de funções” (12).

Em síntese, os dados apontam que todos os alunos, apesar de ainda não terem utilizado o software GeoGebra, reconheceram a sua importância e concordam parcialmente, com tendência a completamente das potencialidades no contexto educativo.

Durante a experiência

Turma 1/ Aula 1

Tema: Familiarização com o software GeoGebra

Objetivos:

Geral: Ganhar destreza tecnológica com o software GeoGebra.

Específicos:

- Identificar e abrir o aplicativo;
- Conhecer a estrutura de apresentação do GeoGebra;
- Saber trabalhar ferramentas específicas (necessárias a aula em questão: criação de seletores, inserção de funções e animações, trabalhar a folha de caes, entre outros);
- Salvar o trabalho executado no GeoGebra.

Procedimentos: aula exploratória, envolvendo os professores e toda a turma e os alunos trabalharam em equipes, ao todo foram nove grupos formados de até sete alunos.

1. Abrir o aplicativo GeoGebra e criar a , b e c $[-5; 5]$, com incremento de $0,1$ e pinta-los cada um dos seletores de uma cor.
2. Inserir as funções
 - A. $f(x) = ax^2$
 - B. $g(x) = ax^2 + bx$
 - C. $h(x) = ax^2 + bx + c$
3. Ocultar g e f e animar o seletor a .

Em relação a tarefa 3, todos os grupos resolveram a totalidade e ficaram maravilhados com o resultado.

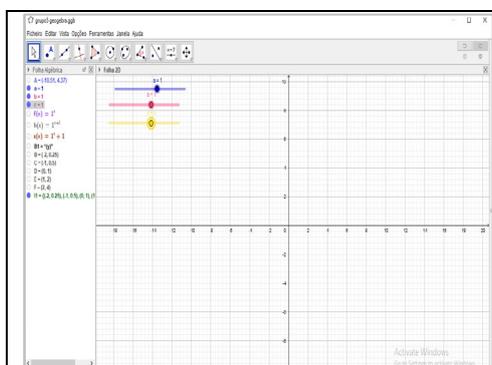


FIGURA 3: Construção dos seletores no GeoGebra pelo grupo 5
FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

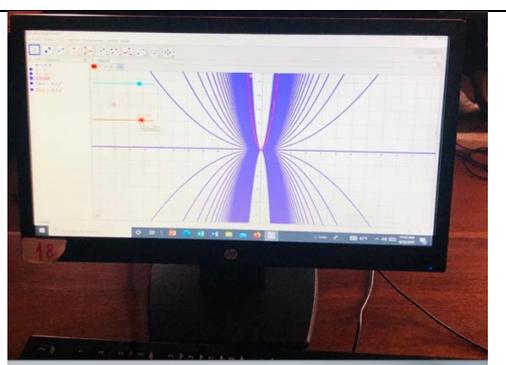


FIGURA 4: Construção da tarefa 3 no GeoGebra pelo grupo 2
FONTE: Câmara fotográfica dos professores

4. Qual é o comportamento do gráfico a medida que o seletor a vai variando?

Foi promovida uma discussão entre os grupos, com a orientação dos professores.

Consenso: para todo $a < 0$ o gráfico tem concavidade voltada para baixo e $a > 0$ o gráfico tem concavidade voltada para cima.

- Fixar o seletor a em 2, mostrar a função g e animar o seletor b . Discutir o comportamento de g em relação à f .

Esta aula não foi fácil, pois foram momentos desafiadores para os professores. Tivemos que dar apoio aos alunos em vários momentos da aula.



FIGURA 5: Momento de familiarização com o GeoGebra

FONTE: câmara fotográfica da formadora

Consenso: g sofre uma translação horizontal. para $b = 0 \rightarrow f = g$. Para $b < 0$, g sofre um deslocamento para esquerda e para $b > 0$ g se desloca para a direita).

- Fixar $b = 0$, ocultar g , mostrar h e animar o seletor c . Discutir o comportamento de h em relação à f .

Consenso: h sofre uma translação vertical. Para $c = 0 \rightarrow f = h$. Para $c < 0$, h se desloca c unidades para baixo. Para $c > 0$, h se desloca c unidades para cima.

Aula 2

Esta foi uma aula exploratória, envolvendo os professores e toda a turma e os alunos trabalharam em equipes, ao todo foram nove grupos formados de até sete alunos.

Tema: Construção do Gráfico da Função Exponencial utilizando GeoGebra como Recurso Didático.

Objetivos:

- Construir o gráfico $f(x) = a^x$ e estudar o seu comportamento;
- A partir de $f(x) = a^x$, construir o gráfico $h(x) = a^{x+b}$ e $s(x) = a^x + c$, estabelecendo a relação entre os mesmos;
- Elaborar a tabela e destacar os pontos do gráfico.

Procedimentos:

1. Criar três seletores, a , b e c , cada um com sua cor, em intervalos de -5 a 5 e incremento 0,1;
2. Inserir as seguintes funções:

A: $f(x) = a^x$

B: $h(x) = a^{x+b}$

$s(x) = a^x + c$

3. Pintar $f(x)$ da mesma cor do seletor a , $h(x)$ da mesma cor do seletor b e $s(x)$ da mesma cor do seletor c ;
4. Ocultar $h(x)$ e $s(x)$;
5. Variar o seletor a , e preencher a tabela.



FIGURA 6: Momentos de exploração do parâmetro a da função exponencial $f(x) = a^x$
FONTE: Câmara fotográfica da formadora

Analisando as resoluções dos alunos, notamos que os grupos conseguiram interpretar as variações do parâmetro e chegar a resolução pretendida sem grandes dificuldades, e com base nelas, foi possível conduzi-los ao preenchimento acerto da tabela na ficha de trabalho. Ver o trabalho do grupo 5 na figura 7.

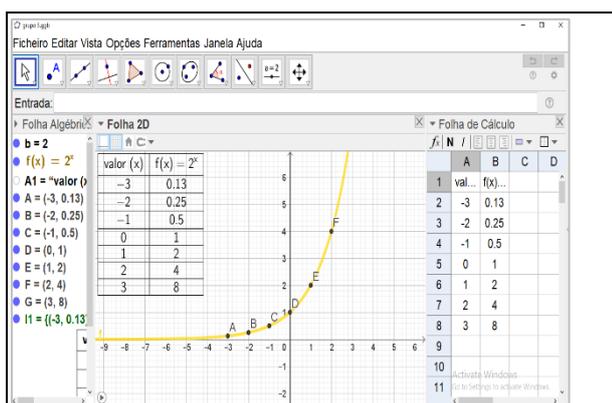


FIGURA 7: Trabalho do grupo 5 no GeoGebra
FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

5. Variar o seletor a, e preencher a tabela

A	$[-5,0[$	$]0,1[$	1	$]1,5[$
$f(x)$	$a < 0$ o gráfico não existe	quando $0 < a < 1$, decrece	o gráfico fica constante	$a > 1$: cresce

FIGURA 8: resposta do grupo 6 à questão 5.

FONTE: Câmara fotográfica dos professores

Consenso: ao variar o seletor a observa-se que o gráfico não existe para $a < 0$, e para $a \neq 1$ gráfico é de uma função constante. $0 < a < 1$ o gráfico decresce e se $a > 1$ o gráfico cresce.

De seguida, em grupos de trabalho, de forma autónoma e sob a orientação dos professores, os alunos exploraram os parâmetros b e c das funções $h(x) = a^{x+b}$ e $s(x) = a^x + c$. Registaram-se diversos momentos de interação entre os elementos dos grupos e o espírito de inter-ajuda entre eles, conforme ilustram as imagens na Figura 9.



FIGURA 9: Momentos de interação entre os elementos dos grupos durante o trabalho autónomo

FONTE: Câmara fotográfica da formadora

Fixar o seletor “a” em 2; mostrar $h(x)$ e variar o seletor b.

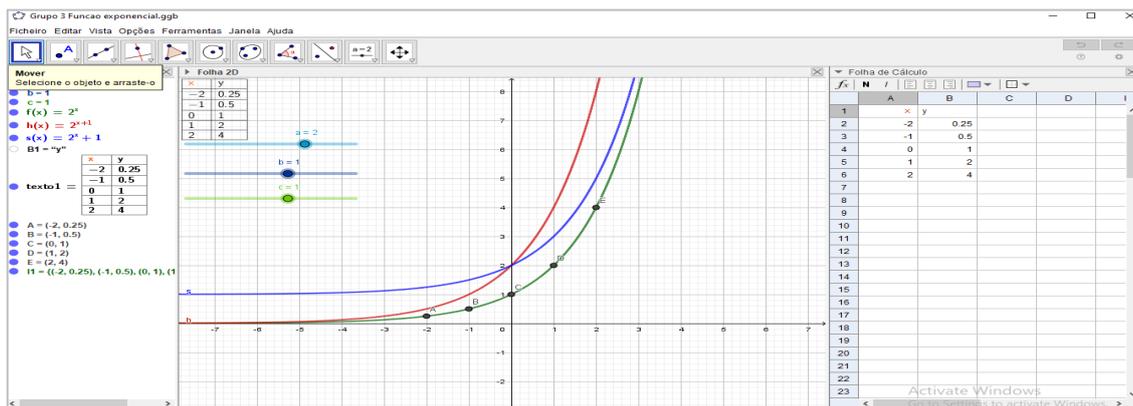


FIGURA 10: Resolução do grupo 3 à questão 6 no GeoGebra .

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

Em relação à tarefa 6, todos os grupos resolveram e a maioria preencheu corretamente a tabela.

6. Ocultar $h(x)$ e mostra $s(x)$;
7. Variar seletor c e preencher as tuas conclusões:

8. Variar seletor b e preencher as tuas conclusões na tabela a baixo:

B	$[-5,0[$	0	$]1,5]$
$f(x)$	O gráfico deslocado-se Para o lado direito	O gráfico deslocado-se Para o lado Esquerdo	O gráfico deslocado-se Para o lado Esquerdo

FIGURA 11: Resposta do Grupo 7 à questão 8.

FONTE: Câmara fotográfica dos professores

Consenso: ao variar o seletor b , g sofre uma translação horizontal. Para $b = 0 \rightarrow f = g$. Para $b < 0$, g desloca-se b unidades para direita e Para $c > 0$, g desloca-se b unidades para esquerda.

Com alteração do seletor c , os alunos conseguiram fazer a interpretação e preencher a tabela. Ilustre-se o trabalho de grupo 9 na figura 12:

10. Variar o seletor c e preencher as tuas conclusões:

C	$[-5,0[$	0	$]1,5]$
$f(x)$	$c < 0$ deslocamento Para baixo	Quando $c = 0$ $s(x) = f(x)$	$c > 0$ deslocamento Para cima

FIGURA 12: resposta do Grupo 9 à questão 10.

FONTE: Câmara fotográfica dos professores

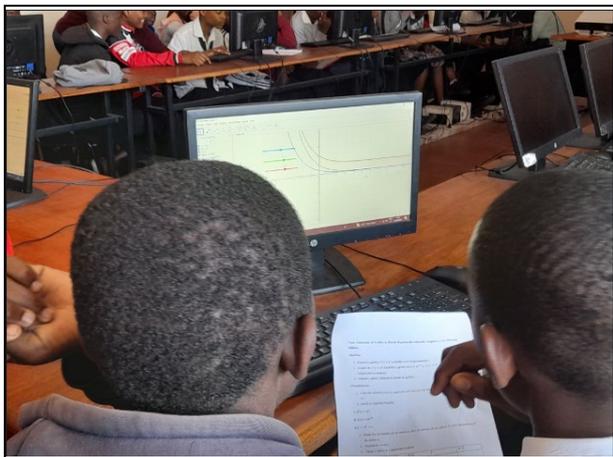


FIGURA 13: Trabalho do grupo 6 no GeoGebra

FONTE: Câmara fotográfica da formadora

Consenso: ao variar o seletor c , h sofre uma translação vertical. Quando $c = 0 \rightarrow f = h$. Para $c < 0$, h desloca c unidades para baixo. Para $c > 0$, h desloca c unidades para cima.

Nota: a função exponencial é definida pela lei: $f(x) = a^x$, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$.

Os momentos de apresentação e discussão dos trabalhos foram muito úteis para a formalização dos conteúdos. Houve muita disputa para a apresentação dos trabalhos. (Ver figura 14)



FIGURA 14: Momentos de discussão dos resultados e formalização dos conteúdos

FONTE: Câmara fotográfica da formadora

Problema

“O código de estrada de Moçambique determina que o limite tolerável de álcool no sangue para uma pessoa conduzir automóvel deve ser inferior a 0,3mg/l. A quantidade de álcool em mg/l no sangue de um determinado indivíduo, t horas após ter parado de ingerir decresce segundo a função $q(t)=1,8 \times 3^{-0,5t}$.

- Determine a quantidade de álcool no sangue desse indivíduo passada 1h.
- Quanto tempo de espera este indivíduo deverá aguardar para dirigir o automóvel?” (LANGA, 2017; p. 105)

Resolução:

Para a resolução desse problema usando o software GeoGebra, primeiro inserimos a função e marcamos os intervalos do seletor a , de seguida marcamos os pontos e extraímos a tabela de valores como ilustrado a baixo.

Consenso (enquadramento no GeoGebra):

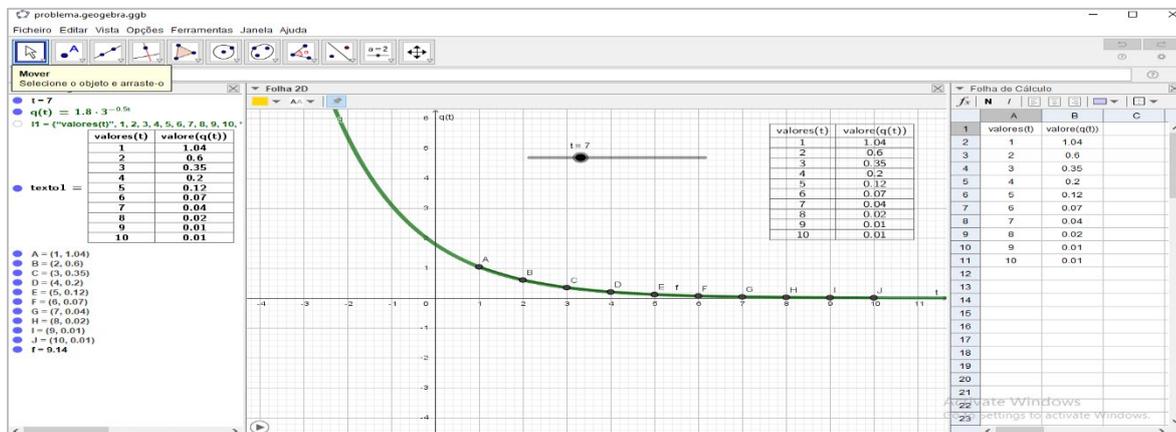


FIGURA 15: resolução conjunta professor-alunos.

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

Turma 2

Aula 2

Tema: Construção do Gráfico da Função Logarítmica utilizando GeoGebra como Recurso Didático.

Objetivos:

1. Construir o gráfico $f(x) = \log_a x$ e estudar o seu comportamento para $a < 1$ e $0 < a < 1$;
2. Elaborar a tabela e destacar os pontos do gráfico.

Procedimentos:

1. Criar o seletor “a” no intervalo de -5 a 5 e incremento 0,1;
2. Inserir a função: $f(x) = \log_a x$
3. Variar o seletor a, e preencher a tabela.

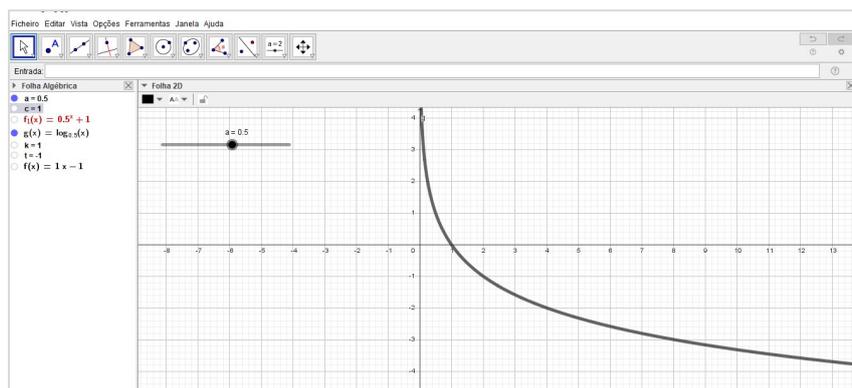


FIGURA 16: construção no GeoGebra grupo 1 à questão 1.

FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores.

4. Fixar o seletor **a** em 0.5 obter a tabela, lista de pontos e observar o gráfico.
5. Fixar o seletor **a** em 2. Obter a tabela, lista de pontos e observar o gráfico.

As figuras 17 e 18 ilustram as resoluções dos grupos 2 e 3 no GeoGebra.

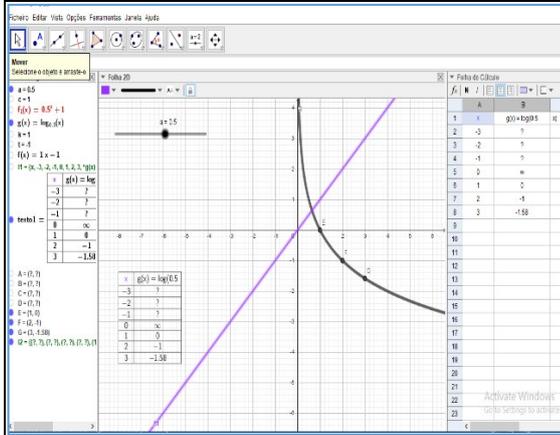


FIGURA 17: resolução do grupo 2.
FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

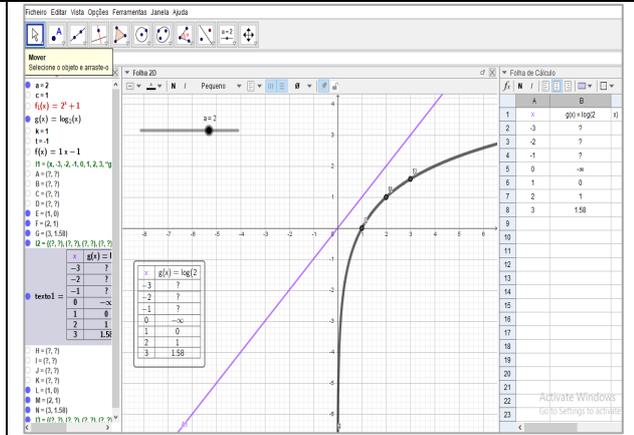


FIGURA 18: resolução do grupo 3.
FONTE: Dados de campos, recolhidos pelos autores

Depois da Experiência

Perguntados sobre qual a melhor forma de aprender Matemática, a maioria, 42 dos inquiridos foi de opinião de que a melhor forma de aprender Matemática é “Fazendo no caderno, exercícios passados pelo professor na aula”, e 42 “Repetindo no caderno, os exercícios do livro” e “Resolvendo exercícios com a ajuda do computador; 26 compartilham da opinião que é Repetindo no caderno, os exercícios do livro; 7 Resolvendo exercícios no quadro; 5 Resolvendo exercícios com a ajuda do computador; 1 estuda dos livros, e o restante faz uma combinação de duas ou mais opções.

Tabela 4: Melhor forma de apreder Matemática

Softwares	Frequência	%
Fazendo, no caderno, exercícios passados pelo professor	42	32,8
Estudando no livro	1	0,8
Repetindo no caderno, os exercícios do livro	26	20,3
Resolvendo exercícios no quadro	7	5,5

Resolvendo exercícios com a ajuda do computador	5	3,9
Fazendo, no caderno, exercícios passados pelo professor & Repetindo no caderno, os exercícios do livro	4	3,1
Fazendo, no caderno, exercícios passados pelo professor & Repetindo no caderno, os exercícios do livro & Resolvendo exercícios no quadro	1	0,8
Fazendo, no caderno, exercícios passados pelo professor & Repetindo no caderno, os exercícios do livro & Resolvendo exercícios com a ajuda do computador	42	32,8
Total	128	100

Desses dados, foi possível extrair evidências de que a aprendizagem mecanizada, onde o aluno é orientado a memorizar ou decorar os conteúdos é a mais predominante, pois viu-se que a maioria aponta na repetição ou resolução de exercícios no caderno como a melhor forma, o que não ajuda a desenvolver capacidades de análise, reflexão, descobertas e nem desafia o aluno a explorar as suas capacidades.

Sobre a aula com recurso ao computador, grande parte dos inquiridos 66, compartilham da opinião que foi fácil aprender matemática utilizando computador, 52 que foi uma experiência normal, 7 que foi uma experiência muito fácil e apenas 3 que referiram que foi difícil sendo *a primeira vez a estudar com um software no computador, falta de domínio do uso do computador*, como pode se aferir no QI que 76% dos alunos não tem acesso a um computador nas suas casas. Contudo os dados mostram que a maioria conseguiu familiarizar-se com o computador e o software facilmente e se envolveu positivamente na experiência.

Tabela 5: Aprender Matemática utilizando o computador foi, para ti, uma experiência:

Parâmetros	Frequência	%
Muito difícil	0	0
Difícil	3	2,3
Normal	52	40,6
Fácil	66	51,5
Muito fácil	7	5,5
Total	128	100

Relativamente aos conteúdos abordados na experiência com utilização do computador: 77 dos inquiridos compartilham da opinião que permitiu aprender melhor, 50 que permitiu aprender mais, e 1 que não alterou o que já sabias, o que indica que a aulas suportada pelo GeoGebra, trouxe facilidade na aprendizagem e tornou a aula, mas interessante porque propicia maior gosto por explorar e aprender. A grande potencialidade do GeoGebra ao possibilitar a visualização do objeto na zona gráfica e a manipulação do objeto através da animação do selector, contribui para uma aprendizagem mais significativa dos alunos, pós permite aprender Matemática de uma forma diferente que aumenta o interesse e a curiosidade dos alunos nas aulas.

Tabela 6: Opinião dos alunos sobre a aprendizagem dos conteúdos abordados na experiência com utilização do computador

Parâmetros	Frequência	%
permitiu aprender melhor	77	60,1
permitiu aprender mais	50	39,1
não alterou o eu já sabia	1	0,8
Total	128	100

Dos conteúdos abordados nesta experiência; 56 dos inquiridos referiram que gostaram mais da construção e translação do gráfico, enquanto 18 da translação de gráficos e 54, do estudo completo da função.

Tabela 7: preferência dos alunos sobre os conteúdos abordados na experiência

Parâmetros	Frequência	%
Construção de gráficos	56	43,7
Translação	18	14,1
Estudo completo da função	54	42,2
Problemas	0	0
Total	128	100

Sobre o grau de compreensão dos procedimentos das tarefas da experiência, 107 alunos referiram não ter tido dificuldades em compreender as tarefas dos procedimentos da experiência, e 21 alunos afirmaram ter tido algumas dificuldades em algumas tarefas.

Tabela 8: grau de compreensão dos procedimentos das tarefas da experiência

Parâmetros	Frequência	%
não ter tido dificuldades em compreender as tarefas dos procedimentos da experiência	107	83,6
ter tido algumas dificuldades em algumas tarefas.	21	16,4
Total	28	100

A estrutura utilizada para as aulas trouxe vantagens para a aprendizagem dos conteúdos abordados, na medida que, em cada tarefa os alunos conseguiram acompanhar a movimentação ou variação do gráfico de forma autónoma, interpretar as propriedades e fazer o estudo das funções. Os alunos aderem com satisfação o trabalho com recurso a ferramentas informáticas, como esta experiência pôde demonstrar. No entanto, esse desafio deve ser ponderado nas estratégias de captação do interesse e da motivação dos alunos, e a necessidade do acompanhamento e orientação do professor durante a realização do trabalho.

Questionados sobre a preferência da modalidade de trabalho ao longo da experiência, 108 dos inquiridos repondeu que preferem trabalhar em grupo, 12 sozinhos e 8 com um colega.

Tabela 9: modalidade de trabalho ao longo da experiência

Parâmetros	Frequência	%
Trabalhar em grupo	108	84,4
Trabalhar com um só colega	8	6,2
Trabalhar sozinho	12	9,4
Total	128	100

O trabalho colaborativo contribuiu para reforçar o interesse dos alunos em participar das atividades, sendo a modalidade que mais lhes agradou no decorrer da experiência, com justificações que denotam uma atitude de valorização deste aspeto: *“juntamos as nossas ideias e formamos num só”*; *“porque posso ouvir outras opiniões”*; *“pude aprender mais com as opiniões dos colegas”*; *“trocamos ideias e conseguí tirar as minhas dúvidas”*; *“tivemos a oportunidade de partilhar nossas ideias e acertar”*. Os que preferem trabalhar sozinhos justificaram *“melhor concentração”*. Esses dados mostram que o uso do software GeoGebra, contribuiu para diminuir o distanciamento entre os alunos e abrir um espaço de interação entre eles e com o professor, sendo notório o interesse e a motivação e a disciplina na sala, notou-se também uma boa participação onde todos queriam e disputavam para apresentar em primeiro lugar as suas resoluções algo que nunca aconteceu numa aula tradicional. O trabalho autónomo dos alunos constituiu uma oportunidade para a realização dos momentos de reflexão e de discussão entre eles, bem como de sistematização e formalização do conhecimento, e foi reconhecida a necessidade de acompanhamento pela Professora, contribuindo assim para um resultado de aprendizagem mais significativo.

Questionados sobre os contributos positivos apontados à prática letiva do professor na aula com a utilização do computador, a maior parte dos alunos (106; 82,8%) referiu que, com suporte do GeoGebra nas aulas, a Professora explicou melhor os conteúdos e os restantes (22) consideraram que explicou mais.

Tabela 10: contributos positivos apontados à prática letiva do professor na aula com a utilização do computador

Parâmetros	Frequência	%
a Professora explicou melhor os conteúdos	106	82,8
a Professora explicou mais	22	17,2
Total	128	100

Quanto à estratégia utilizada pela professora durante a experiência, 82 dos alunos consideraram que contribuiu muito para uma melhor compreensão dos conteúdos abordados e 46 dos alunos que contribuiu bastante.

Tabela 11: quando a estratégia utilizada pela professora durante a experiência

Parâmetros	Frequência	%
contribuiu muito para uma melhor compreensão	82	64,1
contribuiu bastante	46	35,9
Total	128	100

Foram apresentadas algumas justificações do tipo: “*para mim ficou mais fácil entender com ajuda do computador*”; “*explicou muito bem e consegui fazer todas tarefas*”; “*porque nos mostrou as imagens e translação no computador*”; “*a experiência foi boa*”; “*explicou diferente e muito bem*”; “*porque podemos ver o que acontecia com o gráfico a cada passo*”.

Apreciação global da experiência

Sobre a apreciação global da experiência, no que diz respeito a exploração dos conteúdos com o software GeoGebra, 85 dos inquiridos afirmaram que gostaram bastante de ter explorado os conteúdos sobre funções exponenciais ou logarítmicas, 41 gostaram muito e apenas 2 gostaram pouco.

Tabela 12: exploração dos conteúdos com o software GeoGebra

Parâmetros	Frequência	%
Gostaram bastante	85	66,4
Gostaram muito	41	32
Gostaram pouco	2	1,6
Não gostaram	0	0
Total	128	100

Algumas justificações apresentadas foram: “*porque foi mais fácil de aprender*”; “*foi fácil entender com ajuda do computador*”; “*foi uma experiência nova e agradável*”; “*aprendemos melhor e fácil*”; “*transmite vontade de aprender*”; “*torna fácil e agradável*”.

Relativamente à exploração das potencialidades do GeoGebra, a partir desta experiência, 120 alunos afirmaram ter ganho mais confiança para a exploração do software.

A inserção do software GeoGebra na aprendizagem dos alunos teve um impacto muito significativo, na medida em que os alunos conseguiram compreender os conteúdos de uma forma clara e autónoma, ao contrário do que tem acontecido nas aulas habituais, em que os alunos normalmente memorizam os conceitos. Observou-se que houve ganhos quanto ao envolvimento dos alunos na apresentação e discussão das tarefas.

Questionados sobre a importância do uso de softwares educativos na aprendizagem da Matemática, 78 alunos referiram que tem muita importância, 49 bastante e apenas 1 que considera que tem pouca importância, o que indica que a experiência trouxe um contributo significativo na visão dos inquiridos.

Tabela 13. importância do uso de softwares educativos na aprendizagem da Matemática

Parâmetros	Frequência	%
Bastante	78	60,9
Muito	49	38,3
Pouco	1	0,8
Total	128	100

No que tange às potencialidades dos softwares educativos no ensino e na aprendizagem da Matemática, a maioria se situa nas escalas do muito e bastante importante, apontando como justificações: *“ajuda compreender as matérias com mais facilidade”*; *“a aula fica mais interessante com o uso de softwares.”*; *“Porque desenvolve a nossa capacidade e interesse nas aulas de Matemática”*; *“há oportunidade de relacionar a teoria com a prática”*; *“há capacidade de visualizar mudanças no gráfico”*.

Questionados sobre a forma como preferem ter as aulas de Matemática após a experiência, 64 prefere passar a ter aulas de Matemática usando softwares educacionais com computador, 56 nas duas formas (tradicional e uso do software) e 8 na forma tradicional. A preferência dos alunos em ter aulas de matemática suportadas pelo GeoGebra recaiu mais acentuadamente na eficácia e facilidade na aprendizagem potenciadas por esse recurso: *“Porque é mais prático, mais fácil e mais divertido”*; *“Porque no computador torna mais fácil e a aula fica mais interessante”*; e *“Estimula o gosto de estudar Matemática”*. O que indica que a utilização do GeoGebra influenciou positivamente e contribuiu para que os alunos aprendessem com facilidade, tornando a aula mais divertida e interessante e criando um ambiente de mais interação e partilha de ideias entre os alunos.

Tabela 14. Preferência de modelo de aula de Matemática após experiência com GeoGebra

Parâmetros	Frequência	%
aulas de Matemática usando softwares educacional com computador	64	50
tradicional e uso do software	56	43,8
Aula no modelo tradicional	8	6,2
Total	128	100

A análise da tabela 15, sobre as potencialidades do GeoGebra, permite concluir o sucesso da experiência. A afirmação tem como suporte a diminuição da frequência entre o questionário inicial e final em quase todos os parâmetros apresentados, nas variáveis *“discordo parcialmente”* e *“discordo completamente”* e o aumento da frequência nas variáveis *“concordo plenamente”* e *“concordo parcialmente”*.

Tabela 15. Opinião dos alunos sobre as potencialidades do GeoGebra por variados parâmetros

Parâmetros O uso do GeoGebra pode:	Discordo Completamente		Discordo parcialmente		Concordo Completamente		Concordo Parcialmente	
	QI	QF	QI	QF	QI	QF	QI	QF
Contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas;	3	0	30	4	47	56	48	68
Contribuir para o desenvolvimento da comunicação em Matemática;	5	0	24	3	55	63	43	62
Contribuir para o desenvolvimento do raciocínio em Matemática;	5	0	30	3	45	58	47	67
Permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-dia;	13	0	48	2	48	69	18	57
Contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras;	1	0	22	2	34	33	70	93
Contribuir para uma visão mais positiva da Matemática;	5	0	18	2	45	46	60	80
Contribuir para que os alunos aprendam numa forma mais significativa;	6	0	29	1	39	58	54	69
Contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática;	7	0	27	2	45	54	48	72
Contribuir para uma aprendizagem mais autónoma e responsável;	8	0	40	3	55	62	25	63
Permitir uma aprendizagem mais activa e dinâmica dos conteúdos matemáticos;	14	0	47	2	42	69	24	57
Permitir uma construção mais eficaz de conceitos de funções;	12	0	42	2	44	66	29	45
Potenciar o desenvolvimento do raciocínio em Matemática	7	0	37	1	47	67	36	60
Tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela;	7	0	28	3	48	48	48	73
Estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias;	17	0	15	3	48	55	47	70
Diminuir o distanciamento entre os alunos;	30	0	27	5	32	65	39	58
Facilitar a comunicação entre o professor e o aluno;	23	0	25	5	37	78	43	45
Diminuir a distração dos alunos nas aulas.	43	1	17	11	30	79	38	37

No QI, tinha-se notado que os itens merecedores de maior destaque foram:

“contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras” (70), “contribuir para uma visão mais positiva da Matemática” (60), “contribuir para que os alunos aprendam numa forma mais significativa” (54) e “contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas; contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática; tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela ” (48). No que concerne a discordância, os itens mais penalizados foram “diminuir a distração dos alunos nas aulas” (43), “diminuir o distanciamento entre os

alunos” (30); “facilitar a comunicação entre o professor e o aluno” (23); “estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias” (17); “permitir uma aprendizagem mais activa e dinâmica dos conteúdos Matemáticos” (14); “permitir o relacionamento dos conteúdos matemáticos com o dia-a-dia” (13); e “permitir uma construção mais eficaz de conceitos de funções” (12). Já no QF, os parâmetros mais destacados passaram a ser: “contribuir para que as aulas sejam mais interessantes e motivadoras” (93); “contribuir para uma visão mais positiva da Matemática” (80); “tornar a aprendizagem mais desafiante permitindo ao aluno um maior controlo sobre ela” (73); “contribuir para se aperceber melhor a importância da Matemática” (72); “estimular a imaginação e promover o desenvolvimento de novas ideias” (70). Sendo os que mereceram mais discordância parcial: “diminuir a distração dos alunos nas aulas” (11); “diminuir o distanciamento entre os alunos” (5); “facilitar a comunicação entre o professor e o aluno” (5); “contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas” (4), tendo se verificado apenas um item com discordância completa: “contribuir para o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas” (1).

Na avaliação global da experiência, metade dos alunos (64) atribuiu uma classificação de muito bom, 62 de bom e apenas 2 alunos deram uma classificação de suficiente, o que releva o sucesso da experiência.

Tabela 16: avaliação global da experiência

Parâmetros	Frequência	%
Mau	0	0
Suficiente	2	1,6
Bom	62	48,4
Muito bom	64	50
Total	128	100

Os 8 professores que realizaram a Oficina de Formação implementaram 3 experiências em salas de aula. Na sequência desta Oficina de Formação, algo peculiar marcou o dia da Feira da Ciência realizada nesta Escola, no dia 28 de julho de 2023, onde alguns alunos participaram da rubrica “*Professor por um dia*”, usando o GeoGebra, com a presença da Direção da Escola, Diretora Distrital da Educação de Maputo, alunos de diferentes anos de Escolaridade e professores de diversas áreas científicas da Escola (Silveira, 2023)



FIGURA 19. Ambiente na Feira da Ciência da Sessão de “Professor por um dia”

FONTE: câmara fotográfica da formadora

As atividades desenvolvidas nesta Feira, pelos professores e alunos que participaram nesta investigação, espelham resultados de trabalhos realizados com impacto no desenvolvimento do conhecimento matemático e da comunicação dos estudantes.

O nosso grupo orientou os estudantes para o tópico das funções exponenciais, para a aula 1. Segue o excerto da aula realizada.

- **Aula 1: Professor por um dia**

O Grupo 1, constituído pelos alunos P1, P2 e P3 orientados pela Profa. Salma e Prof. Agostinho, fizeram o estudo da Função Exponencial.

Enquanto P1 vai explicando, em simultâneo, P2 vai *executando no GeoGebra*. e P3 escrevendo no quadro.



FIGURA 20: Intervenção do Grupo 1 – “Professor por um dia” na Feira da Ciência

FONTE: câmara fotográfica da formadora

P1: Bom dia, Senhores e Senhoras. Sejam bem-vindos a nossa casa e vossa casa. Nós somos alunos das Escola Secundária da Munhuana, estudantes da 10ª classe. E, temos a honra de sermos professores por um dia. Esperamos que possam aprender de nós e que a gente possa aprender de vocês. O tema da nossa aula será representação da função exponencial do tipo $y = ax$, usando o GeoGebra. Primeiro dizer que o GeoGebra é um aplicativo incrível para explorar e visualizar conceitos matemáticos de uma forma interativa e desenvolve um interesse no aluno para aprender Matemática.

[...]

P1: O principal objetivo da nossa aula é de fazer perceber que o aplicativo GeoGebra é um aplicativo que pode facilitar no trabalho do professor e pode exercitar o aluno na construção do gráfico.

P1: Primeiro passo: Vamos a caixa de entrada acima e vamos inserir a nossa função $y = ax$. Clicamos no enter e vai aparecer “criar seletor”, no intervalo de -10 até 10 com incremento de 0,1.

[...]

P1: No intervalo de -10 até 0, o que acontece com o gráfico?

A1: Desapareceu.

A2: O gráfico não existe.

P1: É verdade, o gráfico não existe. E, o que acontece com o gráfico no intervalo de 0 a 1?

A3: O gráfico aparece.

A4: Está a afastar. Está a cair.

P1: O gráfico fica reto no 1. Agora vamos ver algumas particularidades relacionadas nos extremos deste gráfico no intervalo de 0 a 1. De 0 a 1, o que acontece com o gráfico?

A4: Está a cair.

P1: é verdade, o gráfico é decrescente, a função é decrescente. E, no intervalo de 1 a 10, o que aconteceu com o gráfico?

A5: Está a crescer.

P1: É verdade, o gráfico é crescente. Agora podemos criar a tabela relacionada com o gráfico da função que construímos da seguinte forma. Vamos na opção vista, escolhemos a folha de cálculo e inserimos valores de x , -3, -2. Para o meu colega não ter muito trabalho, ele vai puxar e a tabela vai nos dar os valores correspondentes. Inserimos o nosso $f(x)$, ele vai copiar e anexar na tabela e vai nos dar os valores correspondentes na tabela. Já, P2?

P2: Já.

P1: Agora vamos criar os nossos pontos. É importante dizer que o gráfico nunca toca o eixo dos x, nunca, nunca mesmo, não toca o eixo dos x. Pode parecer que está a tocar, mas não está a tocar nunca mesmo. Já, P2?

P2: Já.

P1: Agora vamos levar a nossa tabela que já criamos e vamos anexar na folha algébrica. A folha algébrica coloca os cálculos e a folha 2D nos dá o nosso gráfico. Já, P2?

P2: Já.

P1: Levamos a nossa tabela e colocamos num lugar visível onde todos podemos ver.

P2: Já está.

P1: E, já está. Já criamos o nosso gráfico usando GeoGebra. Muito obrigada pela vossa participação e vossa presença.

[...] (Aula gravada em áudio pela formadora, 28-07-23)

Os alunos conseguiram mostrar a análise dos gráficos da função exponencial, pela alteração do parâmetro. Notou-se uma destreza tecnológica dos alunos no uso das ferramentas do GeoGebra. Em algumas situações, o aluno P1 teve alguma dificuldade em expor de forma clara e rigorosa as suas ideias. De notar que a comunicação matemática foi um assunto que foi debatido no decorrer da Oficina de Formação. Contudo, temos a plena consciência que o rigor na linguagem oral requer algum tempo para a sua apropriação e efetivação. Pois, os alunos não estavam habituados a trabalhar desta forma. Igualmente, uma aula suportada por uma tecnologia requer um tempo para a sua efetivação, em diversos níveis, nomeadamente, a dinâmica de sala de aula, a comunicação, a natureza das tarefas e a condução da aula. (Silveira, 2023)

Na sequência das aulas realizadas pelos alunos e apresentação de um dos professores, em representação do grupo, registaram-se várias intervenções do público. Houve reconhecimento pelo trabalho desenvolvido na Escola e ficou patente o forte investimento que se deve fazer no contexto atual para se acompanhar a evolução tecnologia visando da inovação pedagógica e melhoria da aprendizagem dos alunos. (Silveira. 2023). Destacam-se as seguintes intervenções:

- **Profa. Salma:**

[...] É orgulhoso sentar deste lado, e poder aprender convosco. Vocês hoje ensinaram-me pelo menos a mim. O caminho é este. Vocês, enquanto alunos conseguiram nos inspirar. Realmente vale a pena se o retorno é este, vale a pena, emocionada. Nós conseguimos perceber aqui que não dá para ignorar dado a realidade. Conseguimos perceber que há alunos com muita curiosidade e que muitas vezes vai exigir mais de nós professores. Estou a imaginar a ter alunos como estes que já conseguem programar. O que isto exige de mim enquanto professora? Então o caminho é este, muita força. É tudo o que quero falar. (Depoimento gravado em áudio pela formadora, 28-08-23)

- **Diretora da Escola:**

[...] Na Munhuana, fazemos cultura, temos a ciência. Só nos faltam recursos. Como viram, entrando no campo do GeoGebra, primeiro agradecer a professora Astrigilda que trouxe este projeto para a nossa Escola e agradecer os professores envolvidos no projeto. Este projeto será bom, benéfico para eles próprios, não só para a Profa., mas também para os próprios professores. E agradecer pelo facto de terem aderido ao projeto e terem-se entregado de corpo e alma ao projeto. Por isso é que hoje temos estes resultados. Por isso é que hoje os nossos alunos são capazes de apresentar aquilo que aprenderam com os professores dar esta aula de sapiens que todos nós aqui recebemos. [...] (Depoimento gravado em áudio pela formadora, 28-08-23)

- **Diretora Distrital:**

[...] Eu fiquei emocionada com o trabalho, mas super emocionada. [...]. Eu falava a Diretora, um trabalho deste não dá para ser visto só a este nível. Precisamos de expandir, compartilhar. E o que me deixou feliz, as crianças pareciam os próprios professores. [...]. Eu acredito que as aulas assistidas, a Feira que nós tivemos, eles espelharam-se em algum lugar. Ao espelho que eles viram e disseram eu posso me espelhar, eu posso fazer Estão de parabéns senhores professores. Vocês são verdadeiros heróis. No meio de tantas dificuldades, reconheço e friso, o trabalho não parou, eis aí o resultado, eis aí os nossos objetivos, coisa bonita. [...] Nós sabemos que Ciências é aquela cadeira que ninguém quer saber, matemática, química, Porquê? Mas, nós quando mostramos através de Matemática e Ciências nós podemos ajudar alguém. [...]. Sra. Professora Astrigilda, muito obrigada pelo apoio, por quanto tem feito por esta escola. Agradeço em nome do Distrito. (Depoimento gravado em áudio pela formadora, 28-08-23)

Conclusão

A inserção do GeoGebra no Ensino trouxe uma nova dinâmica às aulas de Matemática, sendo um software dinâmico e educativo, mostrou ser muito eficiente na aprendizagem dos alunos, uma vez que com esse software podemos visualizar gráficos e manipular, facilitando a sua interpretação e o reconhecimento de alguns pontos importantes, sem mencionar o facto de motivar os alunos a serem autónomos e, por meio da experimentação, indica contribuições para a aprendizagem. Os questionários iniciais e finais propostos aos alunos revelaram tal facto.

Com o software GeoGebra, as aulas ficaram mais interessantes e motivadoras, ao olhar dos alunos, com 98% de concordo tal como indicou o respectivo parâmetro.

A utilização do GeoGebra influenciou positivamente o comportamento dos alunos e contribuiu para o desenvolvimento de uma visão mais abrangente, correta e positiva das ferramentas informáticas na aprendizagem, para a destreza tecnológica e melhoria da aprendizagem da Matemática, tendo a motivação, o interesse, participação ativa, comunicação e a eficácia na aprendizagem grangeado mais preferências na utilização do mesmo.

Inicialmente, como professores, tivemos alguma dificuldade para deixar as aulas tradicionais e abraçar uma nova forma de estar em sala de aulas. Contudo, a formação em GeoGebra, foi essencial para

nos encorajar enquanto professores, a trazer o GeoGebra às aulas de Matemática. Há ainda desafios por considerar, quando o assunto é utilização de software educacional no Ensino da Matemática. Menor investimento em pesquisa para lecionar conteúdos específicos, elevado rácio professor-aluno, a insuficiência de equipamentos informáticos, principalmente, a não formação dos professores em matéria de software educacional são alguns exemplos de desafios a serem superados. No entanto, a utilização do GeoGebra nas aulas de Matemática revelou-se uma experiência que vale muito a pena ter continuidade e atenção merecida, dados os significativos resultados evidenciados na pesquisa.

Pretendíamos realizar mais sessões para trabalharmos mais problemas do contexto real envolvendo o GeoGebra e a Educação STEAM, mas infelizmente, dados aos poucos recursos na escola, não conseguimos. Esperamos, no futuro, termos condições para trabalharmos à matemática, combinada com outras áreas do saber, numa perspetiva inter e trans-disciplinar.

Para fechar este ponto, apresentamos dois parágrafos que refletem o impacto deste trabalho no nosso desenvolvimento profissional:

Professora Salma Adamugy: a experiência do trabalho com o software GeoGebra abriu uma nova página na forma como ministro as minhas aulas. Ganhei maior entendimento a respeito do quão relevante é, o professor buscar atualizar suas metodologias de trabalho a fim de se ajustar as tendências mais recentes e ao atual aluno. Senti-me confortável durante o processo, embora também desafiada, pelas exigências que daí advieram. Faço muito gosto em dar continuidade ao trabalho com GeoGebra.

Professor Agostinho Covele: No final da formação e da experiência envolvendo GeoGebra, posso dizer que foi benéfico para o meu desenvolvimento profissional, pois aumentei significativamente os meus conhecimentos e competências tecnológicas para poder ter condições de proporcionar uma aprendizagem mais motivadora, efetiva, diversificada.

Referências

BOGDAN, R. & BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora. ISBN: 972-0-34112-2. 1994

COELHO, José Renato Paveis. **O GeoGebra no Ensino das funções exponenciais**, Universidade Estadual do Norte, campo dos Goytacazes-RJ, 2016.

DOS SANTOS, J.M; SILVEIRA, A. P. R. **Formação de formadores e formação de pilotos de professores de Matemática com o GeoGebra em contexto STEAM**. 2021. <https://doi.org/10.34630/sensose.v8i1.3805>.

DOS SANTOS, J.M; SILVEIRA, A; TROCADO, A. **GeoGebra e situações que envolvem modelação numa abordagem STEAM**. 2019. Disponível em <https://doi.org/10.34630/sensose.v8i1.3805>.

HALLAL, R; PINHEIRO, N. A.M; OLIVEIRA, R; CIAPPINA, J. R; ALVARISTO, E. F. **O Ensino de matemática e o software GeoGebra**. EM TEIA: REVISTA ESPACIOS. EDUCAÇÃO, VOL 41. 2020.

- HOHENWARTER, M., & PREINER, J. **Dynamic Mathematics With GeoGebra**. 2007. Disponível em: <http://www.maa.org/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html>
- KING, J., & SCHATTSCHEIDER, D. *Geometria dinâmica*. Seleção de textos do livro *Geometry Turned On!* Lisboa. 2003
- LÜDKE, M. & ANDRÉ, M. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU. 1986
- MOÇAMBIQUE, Ministério de Educação e Desenvolvimento Humano. *Revisão de Políticas Educacionais*. Maputo: MINEDH/UNESCO, 2019.
- MOÇAMBIQUE, Ministério da Educação e Cultura. *Plano Curricular do Ensino Secundário Geral*. Maputo: Ministério da Educação e Cultura/Instituto Nacional do Desenvolvimento da Educação, 2007.
- MOÇAMBIQUE, Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano. *PLANO ESTRATÉGICO DA EDUCAÇÃO 2020- 2029*. Maputo: Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano, 2020.
- MOÇAMBIQUE, Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano. **Relatório anual**. Maputo: UNESCO MOÇAMBIQUE, 2016.
- [NCTM] National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar** (2.^a Edição). Lisboa: APM. (Texto original publicado em inglês em 2000). 2008.
- [NCTM] National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2017.
- OLDKNOW, A.; KNIGHTS, C. (Ed.). **Mathematics Education with Digital Technology** (Education and Digital Technology, pp. 251– 256). Bloomsbury Academic, 2011. Retrieved August 29, 2022, from <http://dx.doi.org/10.5040/9781472553119.ch-027>
- PRUE R. **Home and School – Bridging the Gap**. In A. Oldknow (Ed.). *Mathematics Education with Digital Technology* (Education and Digital Technology, pp. 118– 122). Bloomsbury Academic, 2011. Retrieved September 19, 2022, from <http://dx.doi.org/10.5040/9781472553119.ch-028>
- SAPATINHA, J. C; GUIBUNDANA, D. H. **Saber Matemática 10**. Maputo, 2014
- SILVEIRA, A. P. R. **O GeoGebra na formação e aprendizagem de transformações geométricas isométricas no plano euclidiano**. [Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro]. Repositório Institucional da Universidade de Aveiro. 2015
- SILVEIRA, A. P. R. **Relatório final de atividades Projeto “GeoGebra & STEAM: Implicações para a melhoria da Educação Matemática em Moçambique”**. Pós-doutoramento em Educação Matemática. 2023. inED-ESE. Instituto Politécnico do Porto.
- RICHARDSON, R. et al. **Pesquisa social: Métodos e Técnicas**. 3^a edição, São Paulo. 1999.