



<https://doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i3p104-122>

Exercício de imaginação pedagógica sobre o uso de objetos virtuais de aprendizagem para o ensino de trigonometria

Pedagogical imagination exercise about virtual learning objects using for trigonometry teaching

JANAINA ESTELA PINHEIRO¹

<https://orcid.org/0009-0004-0030-0668>

VITOR JOSÉ PETRY²

<https://orcid.org/0000-0002-8838-8753>

ROSANE ROSSATO BINOTTO³

<https://orcid.org/0000-0001-9420-9312>

RESUMO

Considerando a relevância das tecnologias digitais no Ensino de Matemática, este trabalho teve como objetivo identificar possibilidades e potencialidades do uso de objetos virtuais de aprendizagem (OVA), visando o estudo de trigonometria e funções trigonométricas. Caracteriza-se como uma pesquisa qualitativa e propositiva, em que se analisou, por meio de um exercício de imaginação pedagógica, na perspectiva proposta por Skovsmose, uma sequência didática contendo OVA construídos no software GeoGebra. Além das percepções dos autores, professores que atuam no Ensino Médio também participaram da imaginação pedagógica. Destaca-se a possibilidade de manipulação dos OVA, proporcionando maior facilidade de entendimento dos conceitos, elementos e propriedades a serem explorados.

Palavras-chave: *Tecnologias digitais; GeoGebra; Ensino Médio; Trigonometria.*

ABSTRACT

Considering the digital technologies relevance in Mathematics Teaching, this work aimed to identify possibilities and potential for using virtual learning objects (OVA), aiming to study trigonometry and trigonometric functions. It's characterized as a purposeful qualitative research, in which, through a pedagogical imagination exercise, from the perspective proposed by Skovsmose, a didactic sequence containing OVA constructed in the GeoGebra software is analyzed. In addition to the authors' perceptions, teachers who work in high school also

¹ Universidade Federal da Fronteira Sul – janainaestelap@gmail.com

² Universidade Federal da Fronteira Sul – vitor.petry@uffs.edu.br

³ Universidade Federal da Fronteira Sul – rosane.binotto@uffs.edu.br

participated in the pedagogical imagination. The possibility of manipulating OVA stands out, providing greater ease of understanding the concepts, elements and properties to be explored.

Key-words: *Digital technologies; GeoGebra; High school; Trigonometry.*

Introdução

Reflexões acerca de metodologias para o ensino de Matemática na Educação Básica são recorrentes entre professores e pesquisadores da área. Como a tecnologia faz parte do cotidiano dos estudantes, seu uso em sala de aula pode trazer benefícios para o ensino e a aprendizagem. Assim, dentre as possibilidades para compor metodologias para as aulas de Matemática, destaca-se o uso de tecnologias digitais (TD), como recursos que possibilitam abordar objetos do conhecimento matemático de forma atrativa e dinâmica, contribuindo com a aprendizagem. Para Kenski (2003), as TD representam uma nova forma de aprendizagem, sendo possível proporcionar processos de interação dos estudantes em um ambiente virtual. Essa autora enfatiza ainda que as TD se tornam aliadas dos educadores, potencializando o ensino.

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugere o uso das TD no ensino de Matemática, com o intuito de desenvolver nos estudantes a capacidade de “investigação e de formulação de explicações e argumentos, que podem emergir de experiências empíricas – induções decorrentes de investigações e experimentações com materiais concretos, apoios visuais e a utilização de tecnologias digitais” (Brasil, 2018, p. 540). Assim, o uso de TD pode ser motivador para o estudante, possibilitando-lhe ser protagonista de sua aprendizagem, além de contribuir para a facilitação do processo de ensino.

Os objetos virtuais de aprendizagem (OVA) são recursos digitais que podem ser usados nas aulas de Matemática, em que o professor tem a possibilidade de apresentar e discutir conceitos de forma dinâmica, além de proporcionar a interação dos estudantes com os objetos de um modo diferente do tradicional, contribuindo para os processos de ensino e aprendizagem. Além disso, propor a manipulação dos OVA nas aulas de Matemática é uma forma de envolver os estudantes, possibilitando seu aprendizado ativo, despertando neles habilidades importantes para a vida, como raciocínio lógico, autonomia para resolver problemas, proatividade e protagonismo. Neste contexto, considera-se um OVA como um recurso digital com potencialidades para o ensino de conceitos considerados abstratos por alguns, como por exemplo, os conceitos relacionados ao estudo da trigonometria no Ensino Médio.

Considerando a relevância das TD para o ensino de Matemática, e as inúmeras possibilidades de utilização do software GeoGebra para a elaboração de materiais didáticos, nesta pesquisa criou-se uma sequência didática contendo OVA, visando o estudo de trigonometria, funções trigonométricas e aplicações, para o Ensino Médio.

Os OVA foram construídos com o intuito de contribuir para a aprendizagem dos estudantes, a partir da sua interação e manipulação dos objetos.

Neste sentido, elencou-se como objetivo do trabalho identificar possibilidades e potencialidades do uso dos OVA, visando o estudo de trigonometria e funções trigonométricas. Realizou-se uma pesquisa de abordagem qualitativa e propositiva, em que se considerou uma sequência didática construída e disponibilizada no GeoGebra on-line, composta por 18 OVA e questões exploratórias para direcionar os estudos na interação com o material. A análise dos dados se deu por meio da Análise de Conteúdo de Bardin (2011), a partir de um exercício de imaginação pedagógica (IP), na perspectiva de Skovsmose (2015), realizado pelos autores e professores do Ensino Médio, com os dados organizados em categorias. De acordo com a concepção de Skovsmose, esse exercício é baseado na possibilidade de desenvolver e experimentar novas ideias e abordagens pedagógicas e tem como principal objetivo “desenvolver uma compreensão mais profunda da situação imaginada. [...] É por meio desse processo que a situação imaginada se torna fundamentada” (Skovsmose, 2015, p. 79). A IP, portanto, é entendida como uma capacidade dinâmica e criativa que permite aos pesquisadores e educadores, desenvolver novas abordagens pedagógicas, levando em conta as necessidades e perspectivas dos estudantes e o contexto em que eles estudam. Neste artigo apresenta-se um recorte da pesquisa desenvolvida pela primeira autora, sob orientação dos demais autores, em sua dissertação no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), na Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS) (Pinheiro, 2023).

1. Marco teórico

As tecnologias, geralmente, são desenvolvidas com o intuito de facilitar a vida das pessoas. De acordo com Kenski (2003) em cada era se destacou determinado tipo de tecnologia que transformou os comportamentos pessoal e social das pessoas, e o contexto educacional. Atualmente, as TD estão em ascensão e seu uso na Educação é pauta de pesquisas e discussões entre profissionais de diversas áreas, incluindo a da Educação Matemática. Observa-se, por exemplo, que a presença das TD nas aulas de Matemática é mais frequente, visto que estas podem proporcionar uma interação diferenciada e dinâmica entre professores, estudantes e os objetos de estudo.

Neste sentido, Oliveira, Moura e Sousa (2015, p. 76), afirmam que “a utilização de recursos tecnológicos no processo de ensino, é cada vez mais necessária, pois torna a aula mais atrativa, proporcionando aos alunos uma forma diferenciada de ensino”. Esses autores salientam ainda, que as TD podem beneficiar a forma de ensinar e aprender, proporcionando aos professores maior dinamicidade

ao explorar conceitos, e aos estudantes, possibilidades para uma nova forma de aprendizagem. Já de acordo com Kenski (2003), as

tecnologias digitais de comunicação e informação nos orientam para novas aprendizagens. Aprendizagens que se apresentam como construções criativas, fluidas, mutáveis, que contribuem para que as pessoas e a sociedade possam vivenciar pensamentos, comportamentos e ações criativas e inovadoras, que as encaminhem para novos avanços socialmente válidos no atual estágio de desenvolvimento da humanidade. (Kenski, 2003, p. 9).

Ao utilizar as TD como instrumentos no processo de ensino é possível construir novas possibilidades para professores e estudantes, visto que “o uso da informática na educação implica em novas formas de comunicar, de pensar, ensinar/aprender, ajuda aqueles que estão com a aprendizagem muito aquém da esperada” (Oliveira, Moura & Sousa, 2015, p. 81). Além disso, as TD, em especial os softwares de geometria dinâmica, possibilitam “[...] utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação” (Borba, Silva & Gadanidis, 2020, p. 31). Assim, na Matemática, os softwares se destacam como tecnologia facilitadora do processo de ensino, permitindo aos professores, inovar no planejamento das atividades.

Considerando as contribuições do uso dos softwares para o ensino da Matemática, em especial da trigonometria, o GeoGebra merece destaque, pois de acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2020), ele é multiplataforma que permite elaborar atividades matemáticas diferenciadas. Na concepção desses autores, o uso do GeoGebra pode ser significativo para a aprendizagem em Matemática, em especial quando as atividades desenvolvidas são complexas no que diz respeito ao pensamento matemático. Além disso, esse software possibilita atingir uma precisão não alcançada manualmente, permite construir e manipular objetos, além de explorar conceitos matemáticos de forma dinâmica e interativa, por meio da sincronização dos elementos algébricos e geométricos de um mesmo objeto, além de levar o estudante a conjecturar hipóteses e verificar teses.

O GeoGebra Tarefa é um recurso do GeoGebra on-line que permite a criação de salas virtuais, em que podem ser elaboradas atividades interativas no formato digital, com a inserção de textos, questões objetivas e discursivas, vídeos, imagens, OVA, além de possibilitar a construção colaborativa de atividades por meio do compartilhamento. Além disso, o professor pode acompanhar o progresso dos estudantes na interação com o material proposto em tempo real.

Pautando-se o uso das TD para o ensino de Matemática, os OVA são instrumentos que proporcionam ao estudante protagonismo na aprendizagem, quando a partir da observação de padrões, possibilitam estabelecer conjecturas que

contribuem para a construção do conhecimento. Segundo Borges e Scheffer (2018, p. 64) os OVA “permitem a contextualização, no sentido de estabelecer relações entre os conteúdos, suas aplicações práticas e a inter-relação com várias disciplinas”.

Para Kleemann e Petry (2020, p. 235), o uso de TD “para desenvolver materiais didáticos e inseri-los na aplicação e planejamento das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, pode impulsionar a aprendizagem dos conteúdos curriculares e favorecer a prática pedagógica”. Esses autores destacam ainda a importância de o professor desenvolver ou ao menos usar/reutilizar OVA disponíveis, com o intuito de “proporcionar maior compreensão dos conceitos abordados em suas aulas, permitindo melhor visualização, seja geométrica ou algébrica, dos objetos de estudo” (p. 235). Já Binotto, Petry e Gaio (2022, p. 126) destacam a importância da disponibilização de OVA prontos aos professores da Educação Básica, como modelos, devido à “demanda de tempo (muitas vezes não disponibilizada dentro da jornada normal de trabalho do professor) necessária para a preparação de OVA com atividades interativas”. Ponderam ainda que essa demanda é mais visível nos professores que apresentam dificuldades de interação com TD.

A reflexão do professor acerca das possibilidades do uso das TD digitais no ensino, se faz necessária, pois amplia as perspectivas de uso das TD, visto que proporciona a ele imaginar situações que podem vir a acontecer. Na Educação este tipo de exercício é denominado IP, na concepção proposta por Skovsmose (2015). Segundo esse autor o objetivo do exercício de IP “é desenvolver uma compreensão mais profunda da situação imaginada [...], é por meio desse processo que a situação imaginada se torna fundamentada” (Skovsmose, 2015, p. 79).

Para Skovsmose (2015, pp. 69-70), pesquisar possibilidades é analisar o que não é, mas poderia ser, é uma pesquisa que “inclui não somente um estudo de ‘o que é’ ou ‘o que é construído’, mas também um estudo de ‘o que não é’ e ‘o que poderia ser construído’”. Considera-se que analisar possibilidades é imaginar as possíveis alternativas para a situação observada. Segundo Lima (2021), a IP é um processo voltado à reflexão de situações de sala de aula, em que se questiona o que poderia ser diferente e busca-se alternativas para novas práticas educativas. Ainda de acordo com Skovsmose (2015), o exercício de IP pesquisa as possibilidades e não sua relevância, visto que todas as possibilidades podem ser exploradas, mas nenhuma pode ser considerada como a mais relevante.

Diante do exposto, neste trabalho apresenta-se um exercício de IP realizado pelos autores e alguns professores, participantes do estudo, que elencaram possibilidades e potencialidades de exploração e uso do material proposto.

2. Procedimentos metodológicos

Neste trabalho realizou-se uma pesquisa de abordagem qualitativa e propositiva. Insere-se na perspectiva qualitativa, uma vez que busca “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de método previamente definido e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes” (Bicudo, 2020, p. 113). De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 209), pesquisas qualitativas “devem revelar maior preocupação pelo processo e significado, e não pelas suas causas e efeitos”. Enquadra-se como uma pesquisa propositiva, pois, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 69), o pesquisador “não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica”. Assim, propôs-se uma sequência de atividades definidas a partir da elaboração dos OVA e desenvolveu-se uma pesquisa de possibilidades por meio de um exercício de IP, onde são apontados os principais conceitos relacionados aos objetos do conhecimento em tela, que podem ser abordados a partir da interação de estudantes com os OVA e demais componentes da sequência didática.

2.1. Descrição da amostra

Além das percepções dos autores desse artigo, buscou-se a contribuição de professores de Matemática e Física, que atuam no Ensino Médio. Estes participaram por adesão a partir de convite feito por e-mail, com uma breve exposição dos objetivos da pesquisa, da relevância da IP e das etapas a serem cumpridas para contribuir com a mesma, para egressos de um curso de Licenciatura em Matemática, egressos de um curso de mestrado profissional para professores de Matemática e demais contatos profissionais, sendo condição para participar da pesquisa, estar trabalhando ou já ter trabalhado os conteúdos em tela no Ensino Médio. Aos professores que manifestaram interesse em participar da pesquisa, foi enviado o termo de consentimento livre e esclarecido, o link para acesso e interação com o material produzido, um vídeo com as informações para o acesso, a interação e condução das atividades, além de um link para responder ao questionário. Assim, durante a pesquisa, a colaboração dos professores se deu de forma remota assíncrona.

Todas as etapas previstas foram realizadas por sete professores, embora um número maior tenha manifestado interesse e iniciado a interação. Os participantes foram identificados por P1, P2, P3, P4, P5, P6 e P7, a fim de preservar sua identidade⁴. Vale ressaltar que a intenção não foi obter um retrato estatístico da percepção dos professores com a finalidade de fazer generalizações, mas considerar

⁴ Este estudo integra um projeto de pesquisa aprovado no Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal da Fronteira Sul, com os seguintes dados CAAE: 64092222.1.0000.5564; número do parecer de aprovação: 5.760.815 e data da aprovação: 17/11/2022.

as contribuições de alguns professores no exercício de IP. Assim, não houve preocupação com o tamanho da amostra de respondentes.

2.2. Análise dos dados

Os dados produzidos com a colaboração dos professores foram submetidos a uma Análise de Conteúdo (AC) como alternativa metodológica no estudo das informações.

A AC, proposta por Bardin (2011), consiste numa técnica que tem na fenomenologia um de seus fundamentos. Compreende um conjunto de instrumentos em contínuo processo de aperfeiçoamento, podendo ser aplicada em diferentes tipos de discursos, incluindo respostas a questionários. Um de seus focos é a valorização dos sujeitos e de suas manifestações, permitindo que os fenômenos sejam percebidos. Além disso, visa melhor compreender um fenômeno a partir de explicações de teorias construídas com base em informações reunidas a partir do próprio fenômeno. (Kleemann; Petry 2020, p. 238).

Bardin (2011), indica o desenvolvimento da AC em três fases: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados através da inferência e da interpretação. Segundo a autora, na primeira fase definem-se os materiais que serão considerados, fazendo-se uma análise prévia, levantando-se possíveis hipóteses e objetivos para elaboração de estudos mais aprofundados, que conduzem à produção final. A segunda fase, complementa a primeira, onde é realizada a reestruturação das informações consideradas relevantes, o que permite associar, organizar e compreender as informações coletadas, tomando-se o cuidado para não excluir informações relevantes para a pesquisa. A terceira fase consiste na transformação dos dados brutos em dados significativos, e que tenham validade. Para tanto, é importante ter em mente aos referenciais teóricos, como suporte de ancoragem para reforçar as teorias e hipóteses propostas na exploração estudo dos dados.

No presente trabalho, de posse das respostas ao questionário e dos registros obtidos na interação dos professores com a sequência didática, que ficaram registrados em uma sala virtual do GeoGebra on-line, fez-se a pré-análise dos dados, explorando os diferentes direcionamentos. Na sequência, propôs-se um diálogo entre as respostas obtidas com a interação observada, buscando-se a aproximação de sentidos. Durante essa análise, foram usados trechos reais das argumentações apresentadas pelos sujeitos colaboradores. Assim, evidencia-se a importância de atribuir sentido às expressões dos sujeitos de pesquisa, mesmo que sejam em simples palavras, dialogando entre as diferentes considerações dos professores, dos autores e dos referenciais teóricos. Posteriormente, os dados foram organizados em três categorias de análise que são apresentadas na próxima seção.

3. Resultados e Discussões

Nesta seção apresenta-se alguns dos OVA, acompanhados de uma análise de possibilidades e potencialidades, realizada por meio de um exercício de IP. Inicialmente, na primeira categoria, ilustra-se as percepções dos autores do trabalho acerca dos OVA, que consiste na sua descrição, orientações de manuseio para auxiliar na sua exploração e apontamento de possibilidades e potencialidades do seu uso. Na sequência apresenta-se a IP realizada a partir das percepções dos professores que contribuíram para a pesquisa, organizadas em duas categorias. Menciona-se que a sequência didática composta pelos 18 OVA e questões exploratórias, está disponível no formato de livro no GeoGebra⁵ on-line.

3.1. Apresentação dos OVA e exercício de IP na perspectiva dos autores

O OVA 1 e o OVA 2 exploram a semelhança de triângulos e a razão entre lados proporcionais destes triângulos. O OVA 1, dado na Figura 1, tem a finalidade de proporcionar ao estudante a compreensão dos conceitos envolvidos na semelhança de triângulos ($\triangle ACA'$ e $\triangle BCB'$). Ao interagir com esse OVA, o estudante pode perceber que, movendo alguns vértices os ângulos internos correspondentes dos dois triângulos se mantêm congruentes, mesmo o tamanho dos lados dos triângulos alterando-se e que as razões entre os lados correspondentes permanecem iguais, como mostra a caixa de texto do OVA 1. Assim, a semelhança dos triângulos $\triangle ACA'$ e $\triangle BCB'$ pode ser observada, movendo-se alguns de seus vértices, uma vez que os ângulos internos correspondentes são congruentes entre si e as razões dos segmentos correspondentes são sempre iguais a uma constante. Para facilitar a percepção dos estudantes, nas caixas de texto as razões entre os segmentos estão representadas na mesma cor que os segmentos correspondentes nos triângulos.

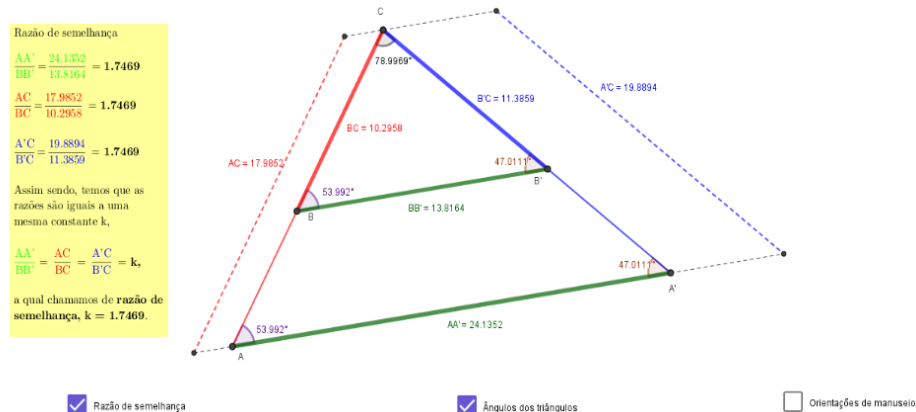


FIGURA 1: OVA 1 - Semelhança de triângulos

FONTE: Os autores (2024)

⁵ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/r7qguzks>. Acesso em: 09/09/2024

A manipulação do OVA 1 e as respostas às questões exploratórias disponíveis na sequência didática, permitem aos estudantes concluírem que o valor da constante k é a razão de semelhança entre os dois triângulos. Com a ação orientadora do professor, espera-se que o estudante perceba que se uma das relações ocorrer - ângulos internos correspondentes congruentes ou razão entre os três segmentos correspondentes é a constante k - então os triângulos são semelhantes. Já o OVA 2, tem a finalidade de apresentar outras razões que podem ser exploradas em triângulos semelhantes. Para contribuir com a compreensão dos objetos, a sequência didática conta com seções denominadas “refletindo sobre a atividade”, em que se faz uma síntese e sistematização dos conceitos abordados nos OVA.

Os OVA 3 e 4, tem como objetivo, respectivamente, evidenciar razões de proporcionalidade constantes entre os lados de triângulos retângulos semelhantes, com relação a um dos ângulos agudos, denominado por α , e introduzir os conceitos de seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo, a partir destas razões. Ao manipular esses objetos, o estudante observará que os lados correspondentes e as respectivas razões se mantêm iguais entre si, mesmo que a medida do ângulo α se altere. A Figura 2 apresenta o OVA 4, em que se espera que os estudantes percebam que as razões entre lados de um triângulo retângulo resultam nos valores do seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo do triângulo, estabelecendo-se estas relações em distintos triângulos retângulos semelhantes. Assim, este objeto mostra a relação de igualdade entre essas razões, para cada valor de α , independente das medidas da hipotenusa e dos catetos. E que para cada valor de α , existe um único valor para seno, cosseno e tangente desse ângulo, independente do tamanho dos lados do triângulo, reforçando assim, o entendimento de que cada uma destas razões trigonométricas está associada ao respectivo ângulo.

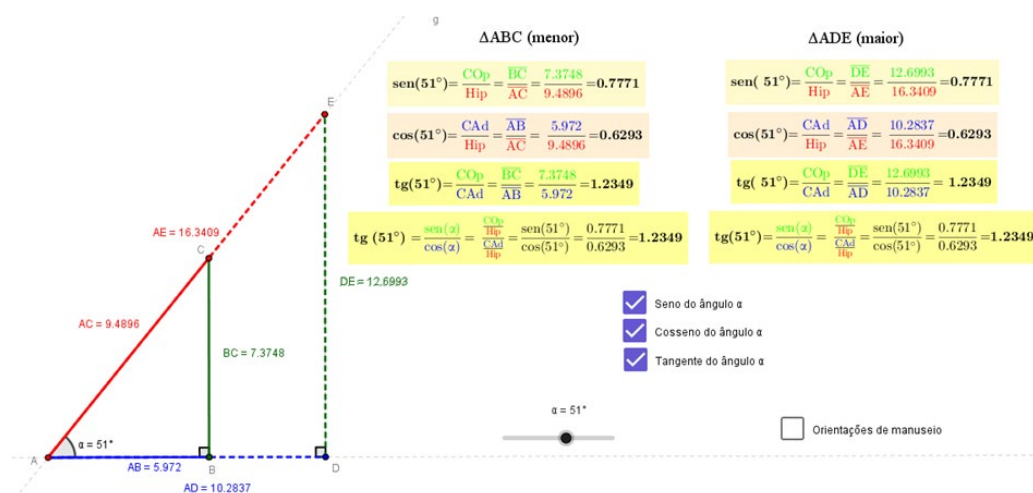


FIGURA 2: OVA 4 - Seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo

FONTE: Os autores (2024)

Os OVA 5 e 6, têm o propósito de explorar conceitos relativos à medida linear de um arco em uma circunferência de raio r , possibilitando observar que, ao se alterar o valor de r a medida C do comprimento da circunferência é alterada de forma proporcional. No OVA 5, por meio de uma animação, varia-se a medida do ângulo central α , correspondente ao arco \widehat{AB} , e observa-se a variação da medida linear do arco \widehat{AB} na circunferência. Assim, explora-se a razão entre a medida C e a medida linear de \widehat{AB} . Já no OVA 6 observa-se a relação do comprimento da circunferência e a medida linear de um arco, com o valor do raio r .

Os OVA 7, 8 e 9, exploram conceitos relativos à medida angular de um arco. No OVA 7, a partir de uma animação, são construídos arcos em uma circunferência. Por exemplo, podem ser construídos arcos com medida de ângulo central 10° , até completar uma volta na circunferência, com a finalidade de mostrar ao estudante que a circunferência pode ser dividida em 360 arcos cômputos, com ângulo central igual a 1° , de forma a definir o grau como $1/360$ parte da circunferência.

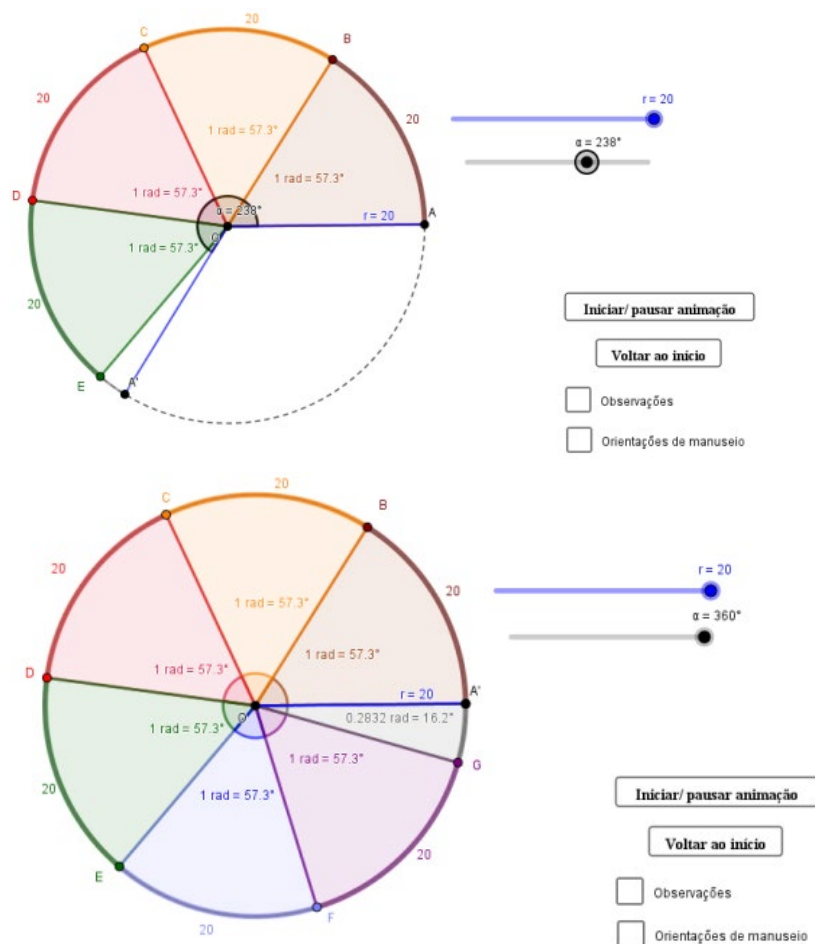


FIGURA 3: OVA 9 - Arcos com medida em radianos para dois valores distintos de α
FONTE: Os autores (2024)

Para definir a unidade de medida angular radiano (*rad*), o OVA 8 permite alterar a medida do raio da circunferência e como consequência, alterar a medida linear do arco \widehat{AB} que tem medida de ângulo central α igual a 1 radiano ($\alpha = 1 \text{ rad}$). No OVA 9, mostra-se que o ângulo central de uma circunferência é de aproximadamente $6,28 \text{ rad}$, estabelecendo-se a relação entre as unidades de medida do ângulo em graus e em radiano, como mostra a Figura 3.

Ao ser animado, esse objeto constrói na circunferência seis arcos com medida linear igual à medida do raio r , (1 rad), restando um arco menor, de aproximadamente $0,28 \text{ rad}$, conforme mostra na Figura 3 (*print* em dois momentos distintos). Isso possibilita observar que uma circunferência completa subtende a um ângulo central de aproximadamente $6,28 \text{ rad}$ (uma aproximação com duas casas decimais de $2\pi \text{ rad}$).

O OVA 10, tem por objetivo apresentar o ciclo trigonométrico e suas principais características. Possibilita analisar, em cada um dos sentidos (positivo – anti-horário e negativo – horário), os arcos e a respectiva medida angular. O OVA 11 permite explorar as relações do seno, do cosseno e da tangente de um ângulo qualquer no ciclo trigonométrico. O objeto apresenta três ângulos notáveis do 1º quadrante (30° , 45° e 60°), e os seus correspondentes nos demais quadrantes. Espera-se que os estudantes observem que cada ângulo tem relação com um ângulo do 1º quadrante, estabelecendo-se a redução de arcos para o primeiro quadrante.

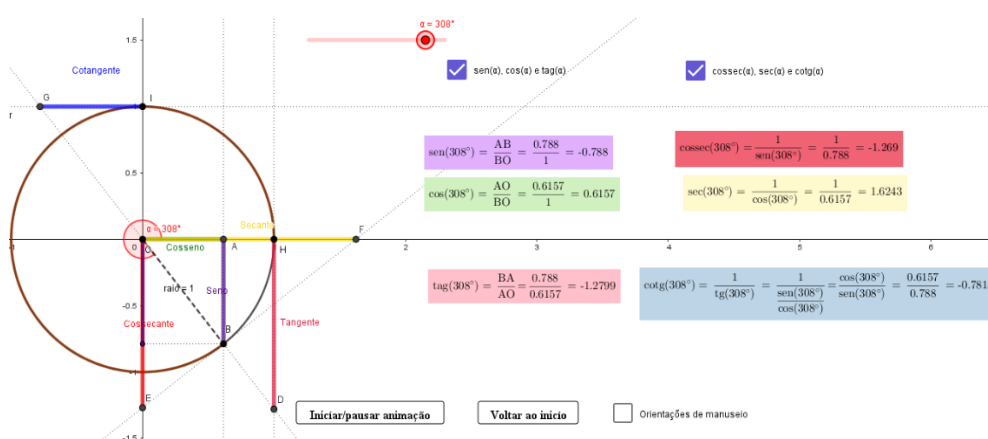


FIGURA 4: OVA 12 - Determinação das razões trigonométricas no ciclo
FONTE: Os autores (2024)

As razões trigonométricas seno, cosseno e tangente para ângulos quaisquer são estabelecidas no ciclo trigonométrico, usando-se as relações construídas em OVA anteriores. O OVA 12, dado na Figura 4, apresenta o ciclo com os valores de $\text{sen}(\alpha)$, $\text{cos}(\alpha)$, $\text{tg}(\alpha)$, $\text{cosec}(\alpha)$, $\text{sec}(\alpha)$ e $\text{cotg}(\alpha)$, para $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$, além de caixas

de textos que mostram as razões que resultam nesses valores e os segmentos que os representam no ciclo trigonométrico. Nesse OVA, considera-se ainda o sinal das respectivas relações de acordo com a orientação do segmento no ciclo. A partir de sua exploração, ao responder as questões da sequência didática, o estudante pode observar, por exemplo, que a cossecante de um ângulo α é o inverso multiplicativo do seno de α , bem como relações análogas para a secante e a cotangente de α .

O OVA 13 tem o intuito de representar graficamente e explorar as funções trigonométricas, acionando a construção do gráfico de cada uma delas, de forma independente. Apresentando os triângulos retângulos na circunferência, estabeleceu-se uma relação com o disposto no OVA 12. A partir das questões disponíveis na sequência didática e da manipulação do OVA 13, mostrado na Figura 5, podem ser estabelecidas as condições de existência e conseqüentemente a determinação do domínio das funções $tg(x)$, $cossec(x)$, $sec(x)$ e $cotg(x)$. Também é explorada a ideia do período das funções, usando diferentes cores para representá-los, além da identificação da imagem de cada uma das funções trigonométricas representadas.

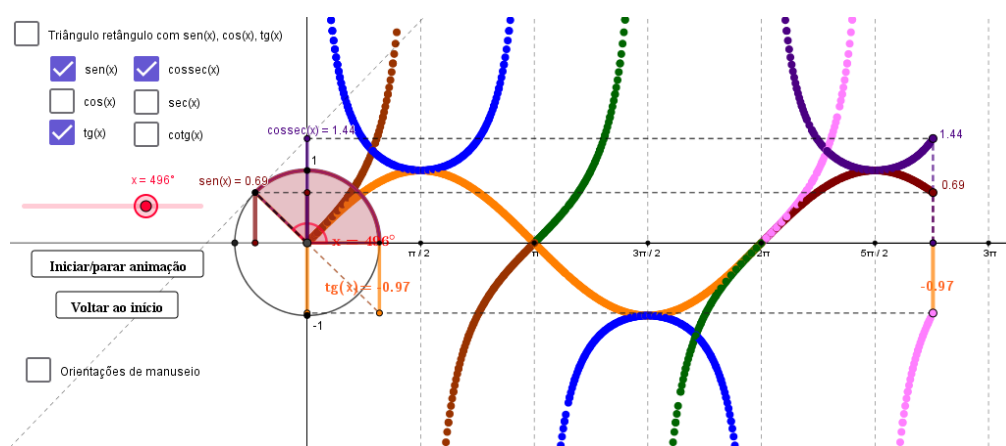


FIGURA 5: OVA 13 - Construção das funções trigonométricas a partir do ciclo
FONTE: Os autores (2024)

Os OVA 14, 15 e 16, foram criados com a finalidade de estudar as funções seno, cosseno e tangente, respectivamente, e suas transformações por translações ou dilatações. Exemplificando-se, no OVA 15, consideram-se as transformações da função $f(x) = \cos(x)$, que resultam na função $F(x) = A + C \cdot \cos(Dx + B)$, com parâmetros A , B , C e D variando. Ao manipular estes parâmetros, o estudante poderá relacionar a lei de formação da função, o período, a imagem e o “comportamento” do gráfico da função F , comparando-o com o gráfico da função f . No caso da função tangente (OVA 16) também se aborda a alteração do seu domínio.

As ondas sonoras podem ser representadas geometricamente por uma senoide. Assim, as propriedades consideradas para o gráfico da função seno, também valem para a representação geométrica da onda sonora, tais como, translações vertical e

horizontal, amplitude, período, domínio e imagem. Dessa forma, o OVA 17 foi elaborado com o intuito de apresentar o gráfico de uma onda sonora e suas principais características, com as terminologias usadas no estudo das ondas. Para finalizar, no OVA 18 exploram-se características que envolvem o som produzido por uma onda, o que possibilita explorar as relações entre os conceitos das funções trigonométricas, em particular, da função seno, com a onda sonora.

3.2. Aspectos gerais identificados no exercício de IP na perspectiva de professores de Matemática da Educação Básica

Na sequência apresentam-se algumas percepções dos professores, por meio de um exercício de IP sobre material disponibilizado. Todos os professores que colaboraram com o estudo mencionaram o uso de alguma TD para o ensino em suas aulas de Matemática, com destaque para o GeoGebra. Em suas percepções, consideram esse software um recurso com potencialidades para o ensino de Matemática, por proporcionar aos estudantes manipular, visualizar e explorar com facilidade diferentes representações relacionadas aos objetos de estudo. Segundo Oliveira, Guimarães e Andrade (2012), o uso de um software facilita a compreensão visto que proporciona a visualização e, assim, o estudante tem a possibilidade de refletir sobre conjecturas levantadas por ele mesmo ou pelo professor.

Sobre as principais possibilidades e potencialidades do uso do GeoGebra para o ensino de Matemática, P1 considera-o de fácil manuseio, além de proporcionar uma *“aprendizagem dinâmica”*. Para P2, ao usar esse software, *“as construções ficam mais fáceis e é possível mostrar mais rapidamente e com maior precisão propriedades da geometria que não são demonstrados em sala de aula, mas podem ser verificados por meio de vários exemplos”*. Para P4 *“o software GeoGebra tem um potencial imenso decorrente das inúmeras possibilidades que o mesmo permite explorar”*, sendo essas possibilidades *“em diferentes áreas: Geometria Euclidiana e Analítica, Funções, Polinômios, Trigonometria”*, conforme aponta P1.

Em relação ao uso de OVA nas aulas, alguns professores mencionaram utilizá-los como estratégia de ensino em sua prática docente, principalmente, os objetos disponíveis no GeoGebra on-line. P1 argumenta que contribui para a *“interação de aluno e professor”* e para *“proporcionar a inclusão digital, [...] troca de materiais e experiência entre colegas de diferentes lugares, de forma digital”*. Para P3, o uso dos OVA tem *“potencial para explorar situações contextualizadas, resgatando aplicações de conceitos matemáticos na busca por justificar fenômenos cotidianos”*, além do *“desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático dos estudantes”*.

No que diz respeito a aspectos gerais sobre a sequência didática proposta, P2 afirma que *“os botões para visualizar ou ocultar os elementos são bem úteis para dar ênfase a cada uma das propriedades”*, de forma que as propriedades podem ser

trabalhadas separadamente, para que o estudante explore o objeto sem tanta poluição visual. Isso permite ao estudante não se deparar com muitas informações simultâneas na tela, o que poderia dificultar a assimilação dos conceitos apresentados, além de organizar a construção e deixá-la visivelmente mais atrativa. P3 aponta que “*o esquema das cores*” (referindo-se à relação entre as cores das caixas de texto e os seus respectivos objetos geométricos), “*auxilia muito para que os alunos visualizem o comportamento do ciclo trigonométrico*”. O fato de usar cores distintas para relacionar o valor de cada grandeza ao segmento correspondente, por exemplo, facilita para que os estudantes sintetizem melhor as informações apresentadas.

Levando-se em consideração o material como um todo P3 considera que “*a possibilidade de manipular dados é algo que cativa a atenção dos estudantes e enriquece a aprendizagem. Os alunos almejam muito por aulas diversificadas, e fazer uso das TD, mais especificamente de OVA é muito produtivo*”. Para P5 “*o material é rico e cheio de possibilidades para uma aprendizagem significativa*”. P6 considera que através do material “*é possível mostrar aos estudantes diversas propriedades*”, se referindo aos objetos de conhecimento abordados nas atividades, enquanto P7 complementa afirmando que ao trabalhar “*de forma dinâmica se faz possível atribuir novas características às representações, visualizações completas e entendimento das propostas, despertando novas possibilidades no processo de construção do conhecimento matemático*”. Considera ainda, que os OVA proporcionam “*possibilidades de aprendizagens diferenciadas para os alunos [...] facilitando a compreensão de diversos conteúdos matemáticos*”.

Sobre as contribuições do material para o ensino, P1 pondera que “*a pesquisa trouxe uma ótima oportunidade de ferramenta para trabalhar a trigonometria*”. Para P3 o material poderá contribuir para além da assimilação dos objetos de conhecimento matemático propostos, como por exemplo, “*para o ensino de geometria, com especificidade à trigonometria. Facilita a compreensão dos conceitos matemáticos pelos estudantes, bem como a relação da teoria com a prática. Desenvolve o senso crítico-reflexivo, permitindo assimilar teoria-prática-cotidiano*”. Essas percepções corroboram com a finalidade para o qual o material foi elaborado, visando propor atividades que possibilitem explorar conceitos da trigonometria através de OVA e questões, que contribuam para o ensino.

Acerca do ensino de trigonometria, P4 observa que “*[...] é importante, mas difícil de apresentar aos alunos devido à falta de material prático*”, ressaltando importância da disponibilização dos OVA. P5 pondera que “*[...] olhando essa atividade percebi o quanto seria mais fácil trabalhar os conceitos de ondulatória em Física, caso esses conceitos sejam abordados e compreendidos na Matemática*”. Percebe-se que a aplicação da Matemática em outras áreas é significativa para a aprendizagem, além de possibilitar desenvolver outras habilidades nos estudantes.

Para Skovsmose (2001, p. 21), “a essência da matemática encontra-se em suas aplicações e, portanto, de um certo modo, fora da matemática”. P3 aponta que um “[...] aspecto relevante da atividade é que ela inicia apresentando conceitos da matemática, mas é finalizada com uma contextualização que permite visualizar aplicações do estudo desses conceitos”, sendo que com isso, “não fica uma atividade vaga, onde simplesmente se anotam conceitos e busca-se memorizá-los”.

Segundo P4 “os OVA apresentados nesse material, mostraram mudanças em como ensinar conteúdos de matemática utilizando tecnologia e até a forma de conduzir as aulas. As metodologias ativas são adaptações nos ambientes escolares”. Na mesma perspectiva, P1 salienta que a “inserção dos OVA nas aulas é fundamental, pois proporciona aos alunos momentos para discussão de resultados, valorizando as ideias e execução, ou seja, ótimos momentos para desenvolvimento intelectual do aluno”. As TD, em especial os OVA, são recursos importantes para o ensino da Matemática, pois aproximam os estudantes do objeto de estudo e facilitam a compreensão dos objetos de conhecimento estudados. Porém, como menciona Kenski (2003), a apropriação das TD para fins pedagógicos deve ser aliada ao conhecimento das metodologias de ensino e dos processos de aprendizagem.

3.3. Percepções específicas sobre os OVA identificados no exercício de IP

No que se refere as contribuições específicas de OVA, para P5, os OVA 1 e 2 facilitam o entendimento dos conceitos da semelhança de triângulos, enquanto, P4 avalia que podem ser utilizadas não só para o Ensino Médio, pois os considera como “excelentes atividades para demonstração das relações trigonométricas essenciais trabalhadas no 9º ano e revisadas na 2ª série do Ensino Médio”. Sobre a abordagem das relações trigonométricas no triângulo retângulo (OVA 3 e OVA 4) e as questões que os acompanham na sequência didática, P2 considera “[...] interessante a primeira questão fazer referência ao conteúdo anterior de semelhança, assim dá ideia de continuidade”. Desse modo, o estudante retoma os conceitos já estudados e relaciona-os com os novos conceitos que se apresentam, o que pode proporcionar, além da revisão, uma contextualização do objeto de estudo. P4 considera positiva a forma de organização desses objetos, pois “inicia sem conceituar, apenas fazendo reflexões sobre a razão de semelhança e então só depois traz o conceito” e aponta que “esses objetos poderiam ser utilizados facilmente em sala de aula para mostrar de forma dinâmica a relação para encontrar o valor do seno, cosseno e tangente”.

Proporcionar que os conceitos sejam construídos pelos estudantes, enriquece o processo de aprendizagem. P5 pondera que conceitos de trigonometria geralmente “são difíceis para compreensão dos educandos, mas utilizando essa atividade fica mais fácil e claro, pois os alunos terão a possibilidade de mudar as medidas e perceber o que muda e o que permanece”, em uma referência à possibilidade de

interação com os objetos, alterando as medidas dos segmentos e observando o comportamento de padrões. Quando o material proporciona visualização prática da teoria, os conceitos passam a ser ressignificados pelos estudantes, como destaca P2 acerca dos objetos voltados à medida linear de um arco (OVA 5 e 6), são “*úteis para que os alunos possam observar, na prática, como é o comportamento da medida linear de um arco para vários tamanhos de circunferência*”. Na atividade sobre medida angular de um arco (OVA 7, 8 e 9), P3 pondera que “*está bem elaborada e permite explorar diversos conceitos sobre o assunto*”. P4 considera que “[...] *buscou trabalhar de maneira simples a conversão de graus para radianos e vice-versa*”, o que considera positivo. Para P5, “*os conceitos abordados dessa forma, mostrando o processo de construção, propiciam aos educandos uma aprendizagem bastante significativa*”. Essa observação é corroborada por P4, enaltecendo uma das essências do material: proporcionar ao estudante refletir sobre os conceitos e não apenas apresentá-los. Sobre a construção que aborda o ciclo trigonométrico e suas características (OVA 10), P2 diz que “*esse objeto contém os elementos e conceitos principais sobre o círculo trigonométrico*”, enquanto que em relação a atividade que explora as relações trigonométricas no ciclo (OVA 11), considera relevante relacionar os ângulos do 1º quadrante com dos demais quadrantes, afirmando que “*mostrar a relação entre os ângulos dos quatro quadrantes é algo muito importante, pois assim o aluno consegue relacionar e perceber que essa relação pode ajudar a resolver problemas que envolvem ângulos que estão em outros quadrantes*”.

Nas atividades que abordam conceitos de funções trigonométricas (OVA 14, 15 e 16), P2 considera importante como “*as funções originais (seno, cosseno e tangente) são mantidas na tela para que o aluno consiga com mais facilidade perceber o comportamento desta função quando os parâmetros são alterados*”, salientando que a construção do gráfico usando animação tem potencial de “*prender a atenção*” dos estudantes. Complementa, destacando que as questões exploratórias “*aumentaram o potencial de contribuição, pois da forma que os conceitos são apresentados é possível em muitos casos que os alunos consigam realizar as atividades e reflexões sem a necessidade de acompanhamento direto do professor*”. Assim, o material não precisa ser utilizado exclusivamente como recurso para o ensino do professor, mas pode ser utilizado pelos estudantes, para complementação de seus estudos sobre os assuntos abordados em aula. Ainda para P2, as construções que exploram a onda sonora e suas principais características (OVA 17 e OVA 18) permitem contextualizar o objeto de conhecimento, visto que é possível fazer “*a relação entre os termos utilizados nas ondas sonoras e no gráfico da função seno*” de forma que o estudante “*possa correlacionar e entender que os conhecimentos matemáticos aprendidos em sala de aula podem aparecer no dia a dia*”.

Na percepção dos professores, os OVA apresentam elementos suficientes para uma abordagem adequada dos tópicos propostos, como exemplificado por P1, ao afirmar que *“todos os objetos possuem abordagem adequada para a faixa etária e séries propostas”*. Para P3 *“os OVA elaborados exploram vários elementos, o que acredito serem suficientes de acordo com os objetivos da pesquisa”*. Quanto a viabilidade de usar o material com os estudantes em suas aulas de Matemática, os professores foram unânimes em concordar que há, de forma que com o material, o estudante terá a oportunidade de construir o conhecimento, considerando-o viável.

4. Considerações finais

Nesse trabalho elencaram-se possibilidades e potencialidades do uso de OVA, dispostos em uma sequência didática na forma de livro dinâmico no GeoGebra, visando o estudo de trigonometria no Ensino Médio. Por meio do exercício de IP foram indicadas algumas das possibilidades de exploração e interação com o material para a construção do conhecimento acerca dos conteúdos envolvidos.

Considera-se que o uso das TD, particularmente, do software GeoGebra, pode facilitar o processo de ensino de trigonometria. O desenvolvimento dos OVA permite disponibilizar aos professores da Educação Básica, construções dinâmicas e interativas que não seriam possíveis sem esses recursos. Isso corrobora com as percepções de Oliveira, Moura & Sousa (2015), ao afirmarem que as TD, quando utilizadas, contribuem com o processo de ensino, visto que propiciam ambientes virtuais de aprendizagem, oportunizando ao estudante que assimile os conceitos.

A partir do exercício de IP buscou-se evidenciar as principais possibilidades do uso material na percepção dos autores, o que, conforme Lima (2021), permite pensar em possibilidades. Porém, outras percepções podem surgir durante a utilização do material pelos professores e estudantes, pois segundo Lima (2021), a IP é um processo contínuo, o que ficou evidenciado na análise das perspectivas apresentadas pelos professores que participaram da pesquisa. Nesta análise foram identificados indicativos de que os OVA acompanhados de questões que direcionam as observações a serem feitas pelos estudantes e das seções *“refletindo sobre a atividade”*, constituem-se como ferramentas potencializadoras do processo de ensino. Além da apresentação dos conceitos em tela, promovem a interação dos estudantes com os objetos de estudo, possibilitando, por meio da manipulação, a observação e a compreensão dos padrões e propriedades envolvidas.

Por fim, há também a possibilidade de explorar conceitos relacionados à outras áreas do conhecimento que usam da Matemática para explicar seus fenômenos, como é o caso das ondas sonoras. Isso evidencia algumas potencialidades dos OVA para a

exploração e explicação de fenômenos do cotidiano dos estudantes, em uma abordagem interdisciplinar.

Referências

- Bardin, L. (2011). *Análise de Conteúdo*. São Paulo, SP: Edições 70.
- Binotto, R. R., Petry, V. J. & Gaio, S. M. (2022). Estudo de possibilidades do uso de objetos virtuais de aprendizagem no ensino de cônicas por meio de um exercício de imaginação pedagógica. *Ensino da matemática em debate*, 9(2), 108-129.
- Bicudo, M. A. V. (2020). Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: M. C. Borba & J. L. Araújo, (Orgs.), *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. (pp. 107-119). São Paulo, SP: Autêntica.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borba, M. C.; Silva, R. S. R. & Gadanidis, G. (2020). *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. (3a. ed.). Belo Horizonte, MG: Autêntica.
- Borges, P. A. P. & Scheffer, N. F. (2018). Contribuições de Objetos Virtuais para a aprendizagem de conceitos de Geometria. In: N. F. Scheffer.; E. Comachio. & D. Cenci (Orgs.), *Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática: articulação entre pesquisas, objetos de aprendizagem e representações*. (pp. 63-77). Curitiba, PR: CRV.
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação. Brasília.
- Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2012). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. (3a. ed.). Campinas, SP: Autores Associados.
- Kenski, V. M. (2003). Aprendizagem mediada pela tecnologia. *Revista diálogo educacional*, 4(10), 1-10.
- Kleemann, R. & Petry, V. J. (2020). Desenvolvimento de um Exercício de Imaginação Pedagógica a partir de uma Proposta Metodológica Interdisciplinar. *Investigações em Ensino de Ciências*, 25(3), 232 – 251.
- Lima, P. C. (2021). Imaginação Pedagógica, Educação Matemática e Inclusão: em busca de possibilidades para aulas de Matemática. *INTERMATHS*, 2(1), 121-137.
- Oliveira, C., Moura, S. P. & Sousa, E. R. (2015). TIC'S na educação: a utilização das tecnologias da informação e comunicação na aprendizagem do aluno. *Pedagogia em ação*, 7(1), 75 – 95.
- Oliveira, I. L. L., Guimarães, S. U., & Andrade, J. A. A. (2012). As potencialidades do GeoGebra em processos de investigação matemática: uma análise do

desenvolvimento de objetos de aprendizagem da EaD no ensino presencial. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 1(1), CCLXV - CCLXXIX.

Pinheiro, J. E. (2023). Ensino de trigonometria a partir de objetos virtuais de aprendizagem: um estudo de possibilidades. [Dissertação de mestrado]. Universidade Federal da Fronteira Sul.

Skovsmose, O. (2001). *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. São Paulo, SP: Papirus.

Skovsmose, O. (2015). Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: B. S. D'Ambrosio & C. E. Lopes (Orgs.), *Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática*. (pp. 63-90). Campinas, SP: Mercado de Letras.

Enviado: 13/06/2024

Aceito: 19/08/2024