



<https://doi.org/10.23925/2237-9657.2026.v15i1p007-035>

Livro digital interdisciplinar com GeoGebra: aplicações de equações diferenciais a circuitos elétricos em corrente contínua

CARLOS ROBERTO DA SILVA¹



<https://orcid.org/0009-0002-1650-6113>

CLODIS BOSCARIOLI²



<https://orcid.org/0000-0002-7110-2026>

RESUMO

Este artigo apresenta resultados de pesquisa, de caráter bibliográfico e documental, que identificou lacunas entre recursos didáticos com foco exclusivamente algébrico ou técnico, dificultando a integração entre teoria e prática. A partir daí, traz a proposta de um livro digital interativo na plataforma GeoGebra, voltado ao ensino de Equações Diferenciais Ordinárias aplicadas a circuitos elétricos em corrente contínua, no qual foram elaboradas atividades interdisciplinares que relacionam forma matemática, significado físico e comportamento dinâmico de circuitos RC, RL e RLC. O produto configura-se como recurso educacional digital aberto, com potencial de incorporação curricular em Engenharia Elétrica e de favorecer a aprendizagem por meio de abordagens visuais, dinâmicas e contextualizadas.

Palavras-chave: Interdisciplinaridade; Equações Diferenciais Ordinárias; Circuitos Elétricos; Recursos Educacionais Digitais; GeoGebra.

Interdisciplinary digital book with GeoGebra: applications of differential equations to direct current electrical circuits

ABSTRACT

This article presents the results of bibliographic and documentary research that identified gaps in teaching resources focused solely on algebra or technical aspects, which hinder the integration of theory and practice. In response, it proposes an interactive digital book on the GeoGebra platform designed to teach Ordinary Differential Equations as applied to direct current electrical circuits. The book includes interdisciplinary activities that connect mathematical form, physical meaning, and the dynamic behavior of RC, RL, and RLC circuits. This resource is configured as an open digital educational tool with the potential for curricular integration in Electrical

¹ Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN). Professor no Instituto Federal Catarinense (IFC), Videira, Santa Catarina, Brasil. E-mail: carlos.silva@ifc.edu.br

² Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (USP). Professor Associado na Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), Cascavel, Paraná, Brasil. E-mail: clodis.boscarioli@unioeste.br



Engineering and aims to promote learning through visual, dynamic, and contextualized approaches.

Keywords: *Interdisciplinarity; Ordinary Differential Equations; Electrical Circuits; Digital Educational Resources; GeoGebra.*

Introdução

A Educação Profissional e Tecnológica (EPT), conforme discutida por Frigotto (2007), constitui uma modalidade educacional voltada à formação integral do estudante, articulando competências necessárias ao mundo do trabalho com a preparação para a vida em sociedade. Mais do que transmitir conteúdos técnicos, a EPT busca integrar saberes científicos, culturais e práticos em um processo formativo que valoriza tanto a dimensão acadêmica quanto a social do conhecimento. Essa perspectiva amplia o papel da escola e do professor, exigindo práticas pedagógicas que favoreçam a articulação entre teoria e prática, de modo a desenvolver competências críticas e reflexivas essenciais à atuação profissional e cidadã.

Nesse cenário, o ensino da Matemática, enquanto área do saber, assume papel central, especialmente diante dos desafios de aprendizagem em componentes como o Cálculo Diferencial e Integral (CDI). A prática docente, alinhada aos princípios da EPT, demanda estratégias que aproximem teoria e aplicação, promovendo um aprendizado contínuo e relevante. A integração entre as áreas, matemática e técnica, torna-se fundamental para consolidar a formação integral do estudante e fortalecer sua preparação para os desafios profissionais e sociais, estabelecendo a base para propostas interdisciplinares que dialoguem com a realidade da Engenharia e demais áreas tecnológicas.

No Instituto Federal Catarinense (IFC), campus Videira, local da pesquisa, oferece uma infraestrutura composta por laboratórios equipados com *software* educacionais, o que favorece condições mais adequadas de trabalho e amplia as possibilidades de inovação pedagógica. Tal suporte institucional não elimina os desafios da prática docente, mas contribui para que o professor concentre seus esforços na integração entre conteúdos matemáticos e técnicos. Essa exigência encontra respaldo no Projeto Pedagógico do Curso (PPC) do Bacharelado em Engenharia Elétrica, que prevê a articulação entre teoria e prática desde os primeiros semestres, por meio de disciplinas de nivelamento e práticas experimentais, consolidando a convergência entre inovação tecnológica e formação acadêmica:

Em um curso de graduação em Engenharia Elétrica, a teoria e a prática devem dialogar a todo momento. No início do curso, as disciplinas visam resgatar o conhecimento prévio construído a partir de experiência e trajetórias do estudante, bem como, conduzi-lo para



uma nova rotina acadêmica. Nesta fase inicial as disciplinas de nivelamento e práticas experimentais buscam oportunizar um momento para a consolidação de saberes com a integração de conteúdos preparatórios que visam transformar possíveis defasagens em potencialidades futuras. (IFC VIDEIRA, 2022, p.31)

Nesse contexto, o primeiro autor desta pesquisa, atuando como professor de Matemática no IFC, campus Videira, e responsável por componentes de CDI no curso de Engenharia Elétrica, ao trabalhar com equações diferenciais ordinárias (EDO) em um currículo fundamentado em livros institucionais, identificou a necessidade de investigar e desenvolver materiais didáticos voltados à aplicação das EDO em circuitos elétricos de corrente contínua, aqui denominados simplesmente circuitos, com o apoio de tecnologias digitais (TD), como a plataforma GeoGebra, iniciativa que se insere no macroprojeto de pesquisa de pós-doutorado supervisionado pelo segundo autor e do qual o presente texto constitui um dos resultados. Ao longo de sua trajetória, o pesquisador tem buscado elaborar projetos que utilizam TD como recursos pedagógicos, em especial ferramentas como GeoGebra, simuladores e videoaulas, que assumem o papel de mediadores entre professor e estudante, favorecendo um aprendizado contínuo e colaborativo; tal perspectiva dialoga com o avanço tecnológico descrito por Abar (2020), ao evidenciar que as TD ampliam as possibilidades educacionais, mas, simultaneamente, demandam formação constante e maior responsabilidade profissional por parte dos docentes.

Para favorecer a consolidação de saberes por meio da integração de conteúdos, torna-se necessário revisitar conceitos fundamentais do ensino médio, especialmente aqueles relacionados às funções matemáticas, que desempenham papel essencial na compreensão das EDO. Nesse sentido, o livro digital proposto inclui atividades integradoras que exploram funções aplicadas à análise de circuitos, resgatando conhecimentos prévios dos estudantes e, ao mesmo tempo, promovendo a articulação entre os componentes de CDI e Circuitos Elétricos I. Essa abordagem busca unir teoria e prática de forma consistente, contribuindo para o componente de Pré-Cálculo, definido no PPC como disciplina de nivelamento.

No curso de Engenharia Elétrica do IFC, campus Videira, os componentes curriculares de CDI, denominados Cálculo II, III e IV desempenham papel central na formação matemática dos estudantes e na articulação com conteúdos técnicos da área de circuitos, sendo:

- Cálculo II (carga horária de 60h) aborda EDO lineares de primeira ordem, métodos de resolução como separação de variáveis, fator integrante e equações homogêneas. Nesse momento, os estudantes têm o primeiro contato com aplicações em circuitos simples, como RC e RL, relacionando resistência, capacitância e indutância com funções matemáticas que descrevem o comportamento da corrente e da tensão.

- Cálculo III (carga horária de 60h) amplia o estudo para EDO lineares de segunda ordem, explorando métodos como coeficientes indeterminados e equações não homogêneas. Aqui, a conexão com circuitos RLC torna-se evidente, pois tais sistemas são modelados por EDO de segunda ordem com coeficientes constantes. A análise de osciladores elétricos e fenômenos transitórios reforça a interdisciplinaridade entre Matemática e Engenharia Elétrica.
- Cálculo IV (carga horária de 60h) aprofunda o estudo das EDO com técnicas avançadas, como a Transformada de Laplace, fundamental para resolver problemas de valor inicial e de contorno em circuitos. Esse método permite tratar sistemas mais complexos e facilita a transição para disciplinas técnicas que trabalham com circuitos, onde os estudantes aplicam diretamente os conceitos matemáticos na análise de sistemas reais.

Dessa forma, os três componentes de CDI não apenas consolidam o domínio teórico das EDO, mas também estabelecem pontes com a prática profissional da Engenharia Elétrica. A resolução por meio dos coeficientes indeterminados e das Transformadas de Laplace mostra-se essencial para compreender o comportamento dinâmico de circuitos RC, RL e RLC, evidenciando a integração entre teoria matemática e aplicação prática.

O objetivo aqui é apresentar materiais didáticos digitais que integrem os conceitos de EDO à análise de circuitos, utilizando a plataforma GeoGebra como recurso tecnológico, de modo a favorecer a interdisciplinaridade entre os componentes de CDI e Circuitos Elétricos I, promovendo a articulação entre teoria matemática e aplicação prática, e contribuindo para a melhoria da compreensão e do desempenho dos estudantes de Engenharia Elétrica, e para melhor organização e compreensão, o artigo segue assim estruturado: A Seção 1 traz a fundamentação teórica e os trabalhos correlatos que sustentam o estudo. A Seção 2 descreve a metodologia e os procedimentos adotados, evidenciando o caráter bibliográfico e documental da investigação. Por fim, a Seção 3 aborda o uso da plataforma GeoGebra na elaboração de materiais didáticos, ressaltando sua contribuição para a integração entre conteúdos matemáticos e técnicos e para a visualização dinâmica dos circuitos modelados por EDO.

1. Fundamentação teórica e revisão da literatura

Nesta seção são apresentados a fundamentação teórica, os conceitos basilares e os trabalhos correlatos que sustentam a pesquisa. A revisão da literatura foi conduzida na plataforma Google Acadêmico, com foco em estudos sobre o ensino e a aprendizagem de EDO no contexto do CDI aplicado à Engenharia Elétrica. A escolha por essa base de dados se justifica pela ampla cobertura de artigos, teses e livros, pela facilidade de acesso gratuito e pela integração com diferentes formatos



de publicação, fatores que, diante do tempo reduzido disponível para a investigação, garantiram maior alcance e diversidade de referências relevantes à temática.

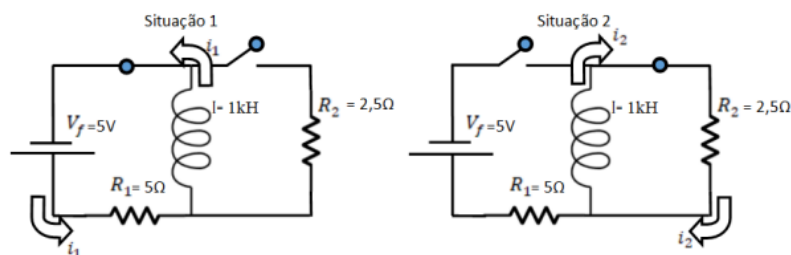
Tofoli *et al.* (2011) destacam que em cursos de Engenharia Elétrica, o ensino de CDI é frequentemente conduzido por professores de Matemática, que embora com sólida formação pedagógica, muitas vezes carecem de experiência prática em Engenharia, o que resulta em uma abordagem predominantemente algébrica, sem explorar de forma adequada a aplicabilidade dos conceitos. Surge assim, um impasse: professores de Matemática apresentam boa base didática, mas pouco domínio técnico; já os engenheiros docentes possuem conhecimento prático, mas carecem de formação pedagógica. Essa fragmentação dificulta a compreensão dos conceitos e reforça a necessidade de práticas interdisciplinares apoiadas por infraestrutura e tempo para apropriação das TD adequadas. Para superar esses desafios, é fundamental que o professor de CDI realize estudos integrados entre sua área propedêutica e a área técnica. O uso de recursos como a plataforma GeoGebra, simuladores de laboratório e videoaulas favorece esse trabalho interdisciplinar, aproximando áreas do saber de Matemática e de Engenharia Elétrica.

Santos e Pinter (2021), sobre as possibilidades de aplicações do CDI na Engenharia Elétrica, apresentam a curva catenária que descreve o lugar geométrico de um cabo suspenso por duas extremidades, submetido apenas à força da gravidade, e o circuito elétrico quando acompanhado de capacitores e/ou indutores, circuitos passivos de primeira ordem que envolvem resistência, capacitância e fonte de tensão (RC) ou resistência, indutância e fonte de tensão (RL) e também de segunda ordem com resistência, capacitância, indutância e fonte de tensão (RLC) que podem ser modelados por EDO.

No ensino de EDO, Moreno e Azcárate Giménez (2003, p. 267) ressaltam que muitos professores replicam métodos tradicionais baseados em suas próprias experiências acadêmicas, sem formação didática específica. Essa prática limita a inovação e dificulta o desenvolvimento de uma aprendizagem contextualizada. A Teoria da Transposição Didática (TTD), de Chevallard (1992), ajuda a compreender esse cenário ao destacar a relação entre saber pessoal e saber institucional. Ensinar significa auxiliar o estudante a modificar sua relação com o conhecimento, adequando-a às expectativas institucionais.

Silva e Pinheiro (2019), em uma proposta de atividade interdisciplinar envolvendo EDO aplicadas a circuitos, apresentam um circuito RL composto por dois resistores, uma fonte de tensão, um indutor e duas chaves de contato. O objetivo da atividade consistia em levar os estudantes a determinarem a função da corrente elétrica em dois momentos distintos: no processo de carga do indutor (com a chave 1 fechada e a chave 2 aberta) e no processo de descarga (com a chave 1 aberta e a chave 2 fechada), conforme ilustrado na Figura 2.

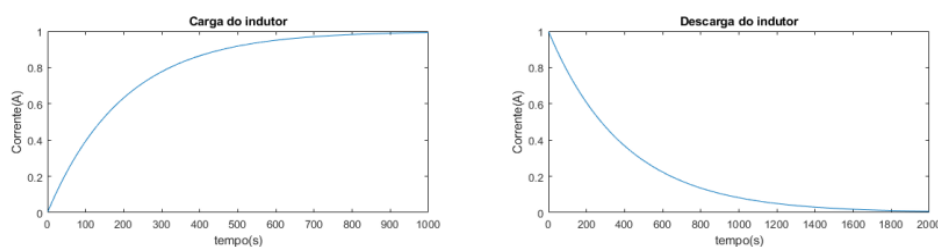
Figura 2: Circuito elétrico RL



Fonte: Extraída de Silva e Pinheiro (2019, p. 3).

Após a modelagem das EDO de primeira ordem, considerando um problema de valor inicial (PVI) com $i_1(0) = 0$, os estudantes são orientados a encontrar as soluções pelos métodos do fator integrante e das equações separáveis. Em seguida, devem interpretar as funções obtidas por meio da noção de limites e representar graficamente os resultados, consolidando a articulação entre teoria matemática e aplicação prática no contexto da Engenharia Elétrica, conforme Figura 3.

Figura 3: Gráficos de um circuito RL



Fonte: Extraída de Silva e Pinheiro (2019, p. 4).

Nesse contexto, a modelagem das EDO realizada pelos estudantes torna-se viável desde que haja a mediação docente, momento em que o saber matemático é transformado em saber ensinado e, na interação com os discentes, converte-se em saber aprendido. Tal processo, entretanto, demanda do professor domínio das Leis de Kirchhoff para tensão e corrente em circuitos, o que pressupõe estudos adicionais ou mesmo a colaboração de docentes da área técnica. Observa-se, contudo, a ausência do desenvolvimento completo da modelagem das EDO e de sua respectiva solução, aspecto essencial para a compreensão conceitual das aplicações das funções que emergem como soluções dessas equações. Além disso, verifica-se que o método do fator integrante apresenta elevado grau de complexidade e exige esforço significativo por parte dos estudantes; por essa razão, recomenda-se a utilização de alternativas como o método dos coeficientes indeterminados, que se mostra mais acessível para a resolução de EDO lineares de primeira ordem, como aquelas modeladas em circuitos RL. No que se refere à representação gráfica, os resultados foram obtidos por meio do *software* MATLAB, cuja licença implica custos institucionais. Nesse sentido, entende-se que ferramentas gratuitas, como a plataforma GeoGebra, poderiam ser empregadas para a construção dos gráficos,

ampliando a acessibilidade e a aplicabilidade das atividades. Nesse sentido, Silva e Pinheiro (2019) se destacam ao propor atividades de EDO aplicadas a circuitos, articulando teoria e experimentação de forma consistente.

A Ciência, intrinsecamente ligada à busca humana por compreender a natureza, recorre a teorias, codificações e símbolos para interagir com a realidade, e nesse processo a linguagem matemática e as representações gráficas tornam-se instrumentos essenciais para organizar e interpretar fenômenos, transformando dados em conhecimento. A Matemática, enquanto ciência formal, constrói seus próprios objetos de estudo, mas também desempenha papel fundamental nas ciências naturais e factuais, como Biologia e Psicologia, ao permitir a formalização de situações-problema. Conforme D'Ambrosio (1996), a consolidação da Matemática Aplicada no início do século XX está relacionada ao papel histórico e cultural da disciplina, que se legitima socialmente ao aproximar teoria e prática e ao oferecer uma linguagem universal para compreender e intervir na realidade. Já Bassanezi (2002) enfatiza a dimensão metodológica desse movimento, destacando a modelagem matemática como processo dinâmico capaz de representar fenômenos reais por meio de símbolos e relações formais, permitindo prever tendências e compreender sistemas complexos. Assim, enquanto D'Ambrosio ressalta a função social e epistemológica da Matemática, Bassanezi evidencia sua função prática e técnica, mostrando que ambas as perspectivas se complementam na definição da Matemática Aplicada como campo voltado à integração entre abstração e aplicação concreta.

Observamos essa Matemática Aplicada na pesquisa realizada por Javaroni (2007), que motivada pela falta de estudos sobre o ensino de EDO com o auxílio de TD, como o uso de *software* educacionais gratuitos na Educação Matemática, identificou uma lacuna nesse contexto, especialmente considerando a importância da disciplina Equações Diferenciais Ordinárias como elo entre a Ciência e a Matemática. Observou-se que, quando as EDO fazem parte do currículo, a abordagem muitas vezes é estritamente algébrica, negligenciando a compreensão do processo gerador das equações.

Carlos *et al.* (2020) e Barbosa (2021) evidenciam que circuitos aparentemente simples exigem conhecimento aprofundado de seus componentes e podem ser modelados com precisão por meio de EDO. Métodos clássicos, como os coeficientes indeterminados ou a Transformada de Laplace, oferecem soluções eficazes; entretanto, o uso de *software* gratuitos, como a plataforma GeoGebra, amplia o acesso e facilita a visualização gráfica, tornando o processo mais didático e acessível. Nesse cenário, esta pesquisa identifica uma integração relevante entre os componentes da Matemática e da Física, especialmente no tratamento das equações diferenciais modeladas por circuitos RC e RL. Ressalta-se, contudo, a necessidade de uma demonstração detalhada dessas modelagens, indo além da simples atribuição

de valores aos componentes e às condições iniciais (PVI), de modo a favorecer uma compreensão conceitual sólida e aplicada.

Constatamos a ausência de demonstrações detalhadas das EDO modeladas por circuitos em livros técnicos voltados à análise desses circuitos. Em geral, tais obras apresentam diretamente as soluções, sem explicitar o processo de modelagem matemática que as fundamenta. Por exemplo, ao discutir o ciclo de carga de um capacitor, Sadiku, Musa e Alexander (2014, p. 239) afirmam que “a tensão sobre o capacitor em qualquer instante de tempo t pode ser obtida por cálculo diferencial como $v_c = V_s - (V_s - V_0)e^{-\frac{t}{RC}}$ ”. De modo semelhante, ao tratar de um circuito RL sem a presença de uma fonte de tensão, destacam que “podemos aplicar o cálculo diferencial para mostrar que a corrente através do circuito RL é $i(t) = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$ ” (Sadiku, Musa e Alexander, 2014, p. 269).

Em ambos os casos, espera-se que os estudantes desenvolvam a compreensão do CDI, ainda que, provavelmente, não tenham vivenciado previamente a modelagem de circuitos RC e RL no estudo das EDO. Nesse sentido, evidencia-se a necessidade de que um componente curricular de Equações Diferenciais contemple tais conhecimentos, fundamentais para a continuidade do desenvolvimento conceitual ao longo da transição entre os conteúdos de CDI e de Circuitos Elétricos. Tal constatação reforça a importância da produção de materiais didáticos que proponham atividades voltadas à modelagem matemática e às aplicações das EDO, favorecendo uma aprendizagem integrada entre teoria e prática.

Nesse contexto da modelagem matemática, ao enfrentar um problema, os matemáticos geralmente buscam construir um modelo dentro de teorias matemáticas existentes. No entanto, quando não há uma teoria apropriada para desenvolver um modelo adequado ao problema original, pode ser necessário criar um ramo na ciência matemática. Exemplos raros dessa situação incluem o desenvolvimento da Teoria dos Jogos por John Neumann (1903-1957) para modelar a competição econômica. Em outros casos, um modelo associado ao problema pode ser elaborado em uma teoria já existente, mas as técnicas e métodos disponíveis podem ser insuficientes. Nessas circunstâncias, os cientistas devem desenvolver métodos necessários, o que motiva o avanço das teorias matemáticas estabelecidas. O desenvolvimento das EDO, desde sua origem ligada ao CDI e à Mecânica Clássica, é um exemplo clássico dessa dinâmica (Javaroni, 2007).

Souza (2019), em pesquisa sobre a aplicação das EDO a circuitos, destaca a importância do entendimento de seus componentes e da análise gráfica do comportamento das funções. Além disso, ressalta o método da Transformada de Laplace como ferramenta eficaz para a resolução dessas equações diferenciais.

Carlos *et al.* (2020) desenvolveram uma pesquisa sobre EDO aplicadas a circuitos RLC, cujo objetivo foi determinar as funções de carga e de corrente elétrica que oscilam em um circuito RLC em série. A partir de uma modelagem matemática

fundamentada nas Leis de Kirchhoff, obteve-se uma EDO de segunda ordem com coeficientes constantes. A solução dessa equação resultou em uma função para a carga elétrica e, por derivação, em uma função para a corrente elétrica oscilante. Inicialmente, as soluções foram obtidas de forma teórica e, posteriormente, implementadas no Laboratório de Engenharia Elétrica. Os resultados mostraram-se satisfatórios para a corrente elétrica, enquanto a carga elétrica foi validada por meio de simulação em *software*. O estudo evidencia a relevância das EDO na Engenharia Elétrica, demonstrando que diversos problemas de circuitos oscilatórios podem ser resolvidos com precisão a partir dessas equações, contribuindo significativamente para análises técnicas, pesquisas e cálculos aplicados.

Nessas pesquisas observa-se que, para a construção dos gráficos, foi utilizado o *software* Maple, recurso que nem sempre está disponível nos laboratórios em razão de seu custo. Esse aspecto reforça a relevância da proposta deste projeto, que prevê a elaboração de atividades em um livro digital na plataforma GeoGebra sobre aplicações de EDO a circuitos, por se tratar de uma ferramenta gratuita. Nesse contexto, Souza (2019) modelou EDO aplicadas a circuitos RLC pelo método da Transformada de Laplace, enquanto Carlos *et al.* (2020), optou pelo método dos coeficientes indeterminados por considerá-lo viável. A comparação entre essas abordagens evidencia que a escolha do método de resolução deve estar vinculada ao tipo de circuito analisado.

Com efeito, identificamos que o método da Transformada de Laplace apresenta maior pertinência para circuitos de corrente alternada, enquanto, para circuitos em corrente contínua, foco deste artigo, a solução geral do problema consiste em uma combinação linear da solução homogênea e da solução particular, obtida, respectivamente, pela equação característica e pelo método dos coeficientes indeterminados. Essa articulação entre diferentes métodos e TD não apenas amplia as possibilidades de ensino e aprendizagem, mas também favorece a integração entre teoria matemática, modelagem física e representação gráfica, consolidando a proposta de atividades interdisciplinares voltadas à Engenharia Elétrica.

Sakyrabiar et al. (2023), em artigo que discute a intersecção entre Física e Matemática, apresentam aplicações das EDO a circuitos, destacando sua capacidade de modelar e descrever o comportamento dos componentes e das correntes. Os autores consideram as EDO essenciais para a análise de circuitos, pois permitem estabelecer relações entre tensão, corrente e resistência, além de resolver problemas envolvendo essas variáveis. O estudo investigou diferentes circuitos e seus elementos, analisando o comportamento de funções em exemplos simples e complexos, com base em equações lineares de primeira e segunda ordem com coeficientes constantes, bem como em equações não lineares. Para a análise gráfica, foi utilizado o *software* GeoGebra, reforçando a importância de TD acessíveis no processo de ensino e aprendizagem.

Diante desta revisão da literatura sobre EDO aplicada a circuitos, na busca por estratégias de ensino envolvendo esses saberes da áreas propedêutica e técnica, surge a necessidade de propor a criação de materiais didáticos sobre funções e EDO aplicadas a circuitos para os componentes curriculares do CDI da Engenharia Elétrica, haja vista que na revisão de literatura, em se tratando de estratégias de ensino, o que encontramos refere-se, principalmente, a importância do entendimento de EDO aplicadas a circuitos e os seus diferentes métodos em busca de soluções.

Dessa forma, estamos empenhados em desenvolver materiais didáticos na plataforma GeoGebra, com a construção de um livro digital gratuito, para facilitar a compreensão de funções, revisitadas do Ensino Médio, e EDO aplicadas a circuitos, a partir de pressupostos teóricos e metodológicos das teorias da Transposição Didática e Informática.

Chevallard (1991), ao formular a Teoria da Transposição Didática (TTD), evidencia que o saber científico precisa ser transformado em saber ensinável, adaptado às condições institucionais e às práticas pedagógicas, para posteriormente tornar-se saber ensinado e aprendido por meio da mediação docente e da interação com os estudantes. Balacheff (1994) amplia essa discussão ao introduzir a Teoria da Transposição Informática (TTI), destacando o papel das TD na Educação Matemática e como elas modificam e potencializam os processos de ensino e aprendizagem. Nesse quadro teórico, a elaboração de atividades sobre EDO aplicadas a circuitos, desenvolvidas na plataforma GeoGebra, fundamenta-se na articulação entre a TTD e a TTI: a primeira justifica a reescrita dos conteúdos científicos, como as EDO que modelam circuitos RC, RL e RLC, em saberes ensináveis; a segunda evidencia como os recursos digitais podem ampliar a compreensão conceitual, favorecer a visualização gráfica e aproximar teoria e prática. Conforme Abar (2020), a integração dessas perspectivas oferece suporte às estratégias pedagógicas e consolida a proposta de materiais didáticos digitais voltados à formação interdisciplinar.

A TTI, nesse sentido, fundamenta o redesenho dos saberes para ambientes digitais interativos como o GeoGebra, indo além da simples digitalização de exercícios e implicando uma reorganização didática que considera as limitações e potencialidades dos sistemas computacionais. Segundo Abar (2020), essa teoria transforma modelos matemáticos de referência em modelos computacionais manipuláveis, permitindo simulação, visualização dinâmica e manipulação de parâmetros, elementos que favorecem a compreensão funcional e física dos modelos matemáticos.

Essa necessidade de articulação entre teoria e prática também se evidencia na experiência profissional. Um dos autores, relata que durante sua graduação o estudo das EDO seguiu a perspectiva apontada por Kallaher (1999), marcada por métodos tradicionais e pouco contextualizados. Somente ao lecionar Cálculo IV no curso de Engenharia Elétrica do IFC campus Videira, pôde perceber a lacuna existente entre

o ensino teórico e a aprendizagem contextualizada, tanto para estudantes quanto para docentes. Essa constatação torna-se ainda mais pertinente quando se trata da modelagem e das aplicações matemáticas a circuitos, área em que o contato inicial com o CDI pode desempenhar papel decisivo para um aprendizado mais robusto.

Nesse sentido, Chevallard (1992) destaca que estudar é uma possibilidade de modificar a relação pessoal com o saber, enquanto ensinar consiste em auxiliar o estudante nesse processo. Assim, estabelecer uma relação pessoal com conteúdos como as EDO implica transformá-los para atender às expectativas de uma determinada relação institucional, como ocorre nos cursos de Bacharelado em Engenharia Elétrica do IFC. Essa perspectiva reforça a importância de compreender como os conteúdos matemáticos são apropriados e ressignificados em contextos específicos de formação profissional.

Chevallard (1992) ainda enfatiza que a forma de ensino estabelecida depende diretamente da relação institucional vigente. Nessa mesma direção, Moreno e Azcárate Giménez (2003) identificam quatro fatores que explicam a persistência dos métodos tradicionais em detrimento de abordagens inovadoras: a percepção de baixa competência matemática dos estudantes; a concepção formalista que privilegia a manipulação algébrica em detrimento de abordagens numéricas e gráficas; o receio de perder conteúdos considerados “as matemáticas de verdade”; e a valorização institucional de outras tarefas em detrimento da preparação de práticas inovadoras. No ensino de EDO em Cálculo II, III e IV, conforme relato de prática docente, observa-se a predominância desses métodos tradicionais, alinhados ao que se encontra institucionalizado nos livros didáticos. Tal cenário limita a exploração de recursos tecnológicos e de abordagens aplicadas, amplamente utilizadas em áreas técnicas como a Engenharia Elétrica, onde as EDO são frequentemente modeladas a partir da análise de circuitos.

É fundamental distinguir entre modelagem matemática e modelo matemático. Nas atividades propostas, os estudantes trabalham com modelos matemáticos já consolidados, como as EDO que descrevem circuitos elétricos, sem necessariamente percorrer todo o processo de modelagem conforme definido por Bassanezi (2002). A ênfase recai sobre a leitura geométrica e interpretativa das soluções, seguindo a perspectiva de Kallaher (1999), que privilegia a análise do comportamento transitório e da resposta física dos circuitos. Nesse contexto, a fundamentação teórica orienta não apenas a seleção dos conteúdos, mas também sua reorganização didática e computacional, promovendo uma abordagem contextualizada do ensino de Matemática apoiada por TD. Bassanezi (2002) define a modelagem matemática como um processo dinâmico de representação de fenômenos por meio de símbolos e relações matemáticas; no caso de circuitos, essa modelagem via EDO permite prever tendências e compreender o comportamento dinâmico de sistemas RC, RL e RLC. Evidencia-se, assim, a importância de materiais didáticos capazes de articular

teoria matemática, significado físico e representação gráfica, favorecendo uma compreensão integrada entre abstração formal e aplicação prática.

A próxima seção apresenta a metodologia e os procedimentos metodológicos que sustentam a investigação, detalhando o caráter bibliográfico e documental do estudo e a forma como os materiais didáticos foram concebidos e organizados para favorecer a integração entre Matemática e Eletroeletrônica.

2. Metodologia e procedimentos metodológicos

A pesquisa caracteriza-se como bibliográfica e documental, com abordagem qualitativa voltada à análise de conteúdos e materiais didáticos relacionados ao ensino de EDO e circuitos. Foram examinados o PPC do curso de Engenharia Elétrica do IFC, campus Videira, as ementas dos componentes curriculares de Cálculo II, III, IV e Circuitos Elétricos I, além dos livros didáticos adotados nesses componentes.

A análise evidenciou lacunas entre os materiais de EDO, predominantemente voltados ao tratamento algébrico, e os de Circuitos, com enfoque técnico, o que dificulta a integração entre teoria matemática e aplicação prática. Para enfrentar essa questão, foram elaborados quadros analíticos que relacionam forma matemática e significado físico de corrente e tensão, bem como o comportamento dinâmico de circuitos RC, RL e RLC (como decaimento, amortecimento e resposta ao degrau). Esses quadros constituem parte do método de construção de um livro digital interativo na plataforma GeoGebra, caracterizado como recurso educacional aberto, com potencial de futura incorporação curricular.

O estudo delimita seu escopo à análise de circuitos (RC, RL e RLC) e às EDO de primeira e segunda ordem com coeficientes constantes. Essa escolha metodológica concentra o trabalho em situações em que o nível matemático dos estudantes já permite interpretar os modelos envolvidos e em que as equações possuem soluções analíticas fechadas, favorecendo sua exploração visual e dinâmica na plataforma GeoGebra. Essa delimitação permite maior controle sobre os conteúdos abordados e favorece a construção de atividades que dialogam diretamente com os saberes propedêuticos e técnicos dos cursos de Engenharia Elétrica, promovendo uma integração efetiva entre teoria matemática e aplicação prática.

A abordagem qualitativa adotada não se refere a procedimentos empíricos, mas ao tratamento do conteúdo matemático. Em consonância com Kallaher (1999), privilegia-se a leitura geométrica, interpretativa e física das soluções das EDO aplicadas a circuitos, enfatizando o comportamento transitório, a interpretação gráfica de corrente e tensão ao longo do tempo e a associação dessas curvas às grandezas reais dos sistemas elétricos. Além disso, conforme Bassanezi (2002),



distingue-se entre modelagem matemática, processo de formular um modelo a partir de um fenômeno físico, e modelo matemático, entendido como uma das EDO resultante desse processo. No material proposto, os estudantes não percorrem integralmente o processo de modelagem, mas trabalham com modelos já consolidados na Engenharia, como as EDO que descrevem circuitos RC, RL e RLC. O foco está na interpretação funcional e física dessas soluções, promovendo uma compreensão aplicada e interdisciplinar dos conceitos matemáticos.

Por fim, os resultados da análise subsidiaram a construção de um livro digital na plataforma GeoGebra, com atividades que integram conteúdos matemáticos e técnicos, organizadas de modo a favorecer a interdisciplinaridade e a visualização dinâmica das soluções de EDO aplicadas a circuitos. Com base nesse direcionamento, a análise dos livros didáticos adotados torna-se fundamental para verificar como eles apoiam a interpretação das soluções de EDO aplicadas a circuitos e a integração entre conteúdos matemáticos e técnicos. Essa etapa permite identificar em que medida os materiais favorecem a interdisciplinaridade e sustentam práticas pedagógicas voltadas à compreensão aplicada.

2.1. Análise dos livros didáticos

No livro de EDO intitulado “Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno” dos autores Boyce, Diprima e Meade (2020), ao tratar de modelagem matemática apresenta na seção problemas um exercício sobre EDO aplicadas a circuito elétrico com corrente contínua, conforme Figura 4, para o qual espera-se que o professor de CDI saiba resolver esse tipo de questão prática. Segundo pesquisas, isso requer um entendimento técnico da área de eletroeletrônica, incluindo o reconhecimento das Leis de Kirchhoff para Tensões (LKT), que permitem tal modelagem. Além disso, é necessário compreender quais métodos matemáticos utilizar para encontrar a solução da Equação Diferencial Ordinária (EDO), o que permitirá resolver as questões propostas, como esboçar o gráfico da função $Q(t)$.

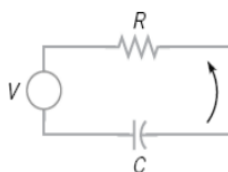
Figura 4: Equação Diferencial Ordinária modelada em circuito RC

Considere um circuito elétrico contendo um capacitor, um resistor e uma bateria; veja a Figura 1.2.3. A carga $Q(t)$ no capacitor satisfaz a equação⁵

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V,$$

em que R é a resistência, C é a capacitância e V é a voltagem constante fornecida pela bateria.

- ☐ a. Se $Q(0) = 0$, encontre $Q(t)$ em qualquer instante t e esboce o gráfico de Q em função de t .
- ☐ b. Encontre o valor limite Q_L para onde $Q(t)$ tende após um longo período de tempo.
- ☐ c. Suponha que $Q(t_1) = Q_L$ e que, no instante $t = t_1$, a bateria é removida e o circuito é fechado novamente. Encontre $Q(t)$ para $t > t_1$ e esboce seu gráfico.



Fonte: Extraída de Boyce, DiPrima e Meade (2020, p. 37).

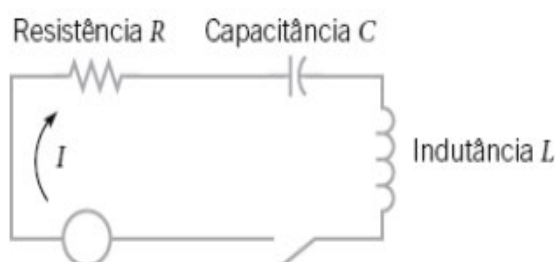
Boyce, DiPrima e Meade (2020, p. 42) destacam a importância dos computadores no estudo das EDO, mencionando três programas de grande potencial: Maple, Mathematica e MATLAB. Esses *software* são capazes de realizar uma ampla gama de operações matemáticas, incluindo cálculos numéricos extensos e a produção de gráficos versáteis. Além disso, Maple e Mathematica possuem robustas capacidades analíticas, permitindo resolver diversas EDO com um único comando. Os autores sugerem que qualquer pessoa interessada em EDO deve se familiarizar com pelo menos um desses programas, dada sua relevância para o ensino e a prática matemática. O único problema é que são programas pagos e normalmente as instituições de ensino não têm essa disponibilidade para a comunidade acadêmica, exceto algumas universidades públicas. Nesse sentido o nosso foco é buscar um programa gratuito, nesse caso a plataforma GeoGebra.

Boyce, DiPrima e Meade (2020, p. 220) explicam que estudar equações lineares de segunda ordem com coeficientes constantes é valioso porque elas modelam muitos processos físicos importantes, especialmente em vibrações mecânicas e elétricas. Exemplos incluem o movimento de uma massa em uma mola, torções de uma haste com volante e o fluxo de corrente em um circuito simples. Essas equações ajudam a descrever e resolver problemas físicos através de soluções de problemas de valor inicial (PVI). Aqui, estamos interessados em analisar o fluxo de corrente em um circuito simples por meio de funções que são soluções da EDO modelada por esse circuito.

Boyce, DiPrima e Meade (2020, p. 230) modelam uma EDO linear de segunda ordem a partir de um circuito RLC, conforme ilustrado na Figura 5. Para fundamentar essa modelagem, os autores ressaltam que “o fluxo de corrente no circuito é governado pela segunda lei de Kirchhoff: em um circuito fechado, a tensão

aplicada é igual à soma das quedas de tensão no resto do circuito”. A partir desse princípio, a EDO obtida descreve o comportamento dinâmico da corrente elétrica, permitindo analisar a resposta do sistema em diferentes condições. Novamente entendemos a necessidade do professor de EDO ter um conhecimento básico da área técnica ou da Física sobre as Leis de Kirchhoff.

Figura 5: circuito RLC com fonte

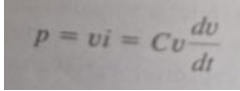
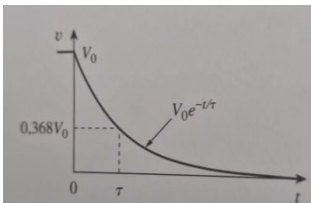
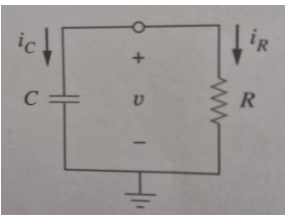
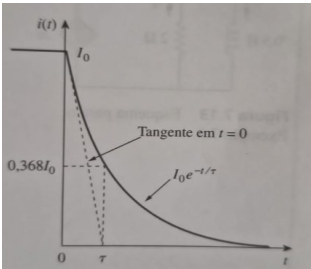
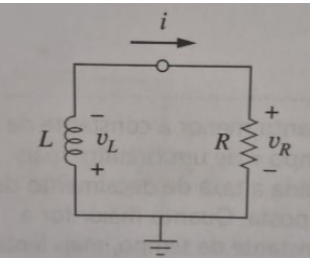


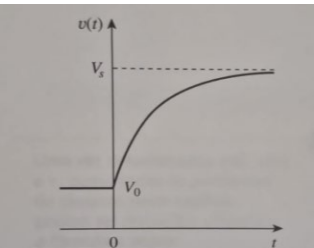
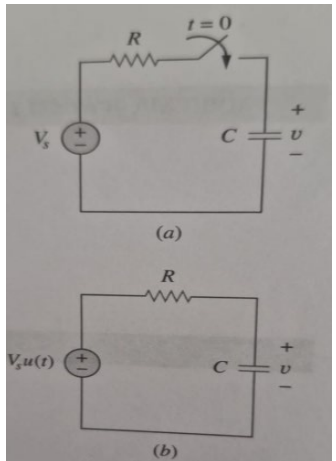
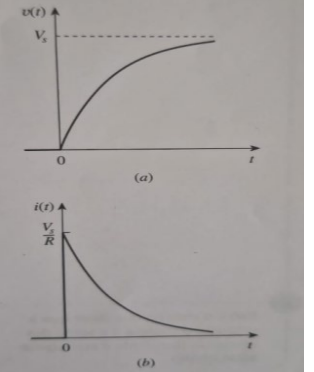
Fonte: Extraída de Boyce, Diprima e Meade (2020, p. 230).

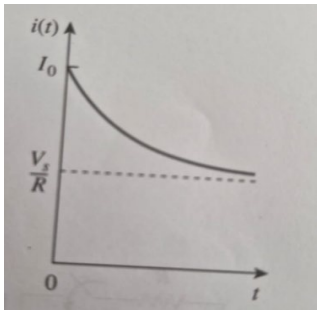
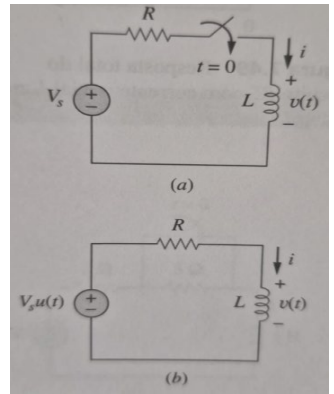
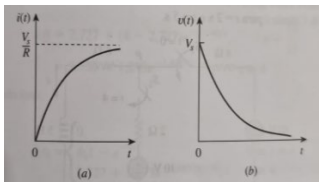
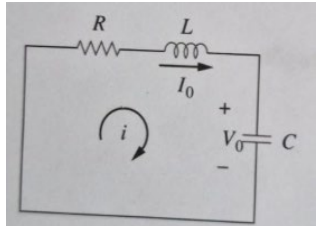
Alexander e Sadiku (2013), no livro “Fundamentos de Circuitos Elétricos”, apresentam diversas situações com exemplos, definições e atividades que envolvem EDO aplicadas a circuitos. A partir dessa referência, elaboramos no Quadro 1, um comparativo que relaciona as EDO aplicadas aos conceitos da eletroeletrônica, destacando aqueles que se mostram mais relevantes para os objetivos desta pesquisa.

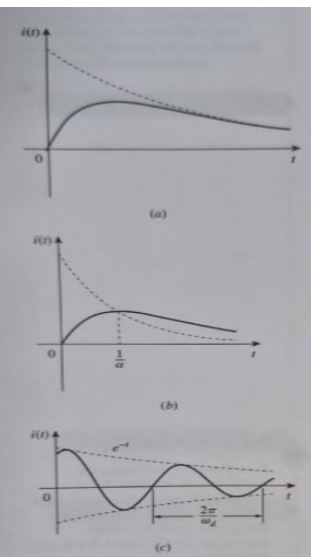
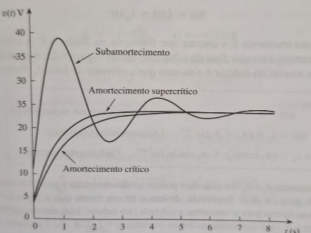
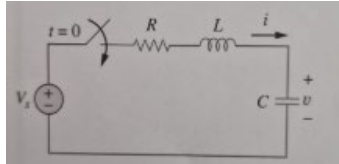
Quadro 1: EDO aplicadas a circuitos

Representação algébrica das EDO modeladas e funções aplicadas	Representação gráfica	Diagrama de circuito e conceitos da eletroeletrônica
$i = C \frac{d(v)}{d(t)}$ Linear	Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.192)	Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.191) Corrente Tensão Capacitância
$v = L \frac{di}{dt}$ Linear	Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.200)	Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.200) Corrente

		Tensão Indutância
 Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.192) Afim	não apresenta o gráfico	Não apresenta o diagrama Potência Tensão Corrente Lei de Watt
$C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0$ Solução geral: $v(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ Exponencial	Tensão do circuito RC  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.226)	RC sem fonte  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.224) Tensão Resistência Capacitância Lei de Kirchhoff para tensão (LKT) Constante $RC = \tau$
$L \frac{di}{dt} + Ri = 0$ Solução geral: $i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ Exponencial	Corrente do circuito RL  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.229)	RL sem fonte  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.229) Corrente Resistência Indutância Lei de Kirchhoff para corrente (LKC) Constante $\frac{L}{R} = \tau$
$\frac{d(v)}{d(t)} + \frac{v}{RC} = \frac{V_s}{RC} u(t)$ Ou $\frac{d(v)}{d(t)} + \frac{v}{RC} = \frac{V_s}{RC} \text{ com } t > 0.$	RC com capacitor inicialmente carregado	RC com entrada de degrau de tensão

Solução geral: $v(t) = V_0, \text{ se } t < 0$ Ou $v(t) = V_s + (V_0 - V_s)e^{-\frac{t}{\tau}}, \text{ se } t > 0$ Exponencial	 Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.243)	 Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.242) Tensão Resistência Capacitância Lei de Kirchhoff para tensão (LKT) Constante $RC=\tau$
Não apresenta a EDO para $v(t)$ e $i(t)$ Solução geral para $V_0 = 0$: $v(t) = V_s \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) u(t)$ $i(t) = C \frac{d(v)}{d(t)} = \frac{C}{\tau} V_s e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ se } t > 0$ Ou $i(t) = \frac{V_s}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} u(t)$ Exponencial	Resposta a um degrau de um circuito RC com capacitor descarregado  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.243)	Tensão Corrente Resistência Capacitância Lei de Kirchhoff para tensão (LKT) Constante $RC=\tau$
Não apresenta a EDO para $i(t)$ Solução geral: $i(t) = \frac{V_s}{R} + \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}$ Exponencial	Resposta total do circuito RL com corrente inicial I_0 no indutor	RL com tensão de entrada em degrau

	 Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.248)	 Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.247) Tensão Corrente Resistência Indutância Lei de Kirchhoff para corrente (LKC) Constante $\frac{L}{R} = \tau$
Não apresenta a EDO para $i(t)$ Solução geral: Se $I_0 = 0$: $i(t) = \frac{V_s}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ com $t > 0$ Exponencial	Corrente inicial nula no indutor: resposta de corrente e tensão  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.249)	Tensão Corrente Resistência Indutância Lei de Kirchhoff para corrente (LKC) Constante $\frac{L}{R} = \tau$
$\frac{d^2(i)}{d(i)^2} + \frac{R}{L} \frac{d(i)}{d(t)} + \frac{i}{LC} = 0$ Soluções gerais para os casos de amortecimento: a) Supercrítico ($\alpha > \omega_0$) $i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$ b) Crítico ($\alpha = \omega_0$) $i(t) = (A_2 + A_1 t) e^{-\alpha t}$ c) Subamortecimento ($\alpha < \omega_0$) $i(t) = e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t))$	Casos de amortecimento	RLC em série e sem fonte  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.282) Tensão Corrente Resistência Capacitância Indutância Lei de Kirchhoff Frequência de Neper

Exponencial e trigonométrica	 Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.285)	Frequência natural não amortecida Frequência de amortecimento
$\frac{d^2(v)}{d(i)^2} + \frac{R}{L} \frac{d(v)}{d(t)} + \frac{v}{LC} = \frac{V_s}{LC}$ Soluções gerais para os casos de amortecimento: a) Supercrítico ($\alpha > \omega_0$) $v(t) = V_s + (A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t})$ b) Crítico ($\alpha = \omega_0$) $v(t) = V_s + (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t}$ c) Subamortecimento ($\alpha < \omega_0$) $v(t) = V_s + e^{-\alpha t} (A_1 \cos(\omega_d t) + A_2 \sin(\omega_d t))$ Exponencial e trigonométrica	Casos de amortecimento RLC com fonte  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.299)	RLC em série e com fonte  Fonte: Alexander e Sadiku (2013, p.282) Tensão Corrente Resistência Capacitância Indutância Lei de Kirchhoff Frequência de Neper Frequência natural não amortecida Frequência de amortecimento

Fonte: Elaborado pelos autores.

O Quadro 1 apresenta conceitos fundamentais de EDO aplicadas a circuitos. No registro algébrico, são mostradas as expressões matemáticas que descrevem o comportamento dos circuitos RC, RL e RLC, permitindo ao estudante compreender como a modelagem matemática traduz fenômenos físicos em equações. Já o registro gráfico transforma essas soluções em curvas visuais, representando a evolução da corrente, da tensão ou da carga ao longo do tempo.

A articulação entre os dois registros é essencial: enquanto o algébrico evidencia o processo de resolução e a estrutura formal da equação, o gráfico possibilita interpretar intuitivamente os resultados, tornando visível o

comportamento dinâmico dos sistemas elétricos. Essa integração favorece a transição entre teoria e prática, permitindo que o estudante perceba como a manipulação simbólica se conecta diretamente ao fenômeno físico.

Explicita os saberes que envolvem circuitos como carga, corrente, tensão, capacitância e indutância elétricas, a lei de Ohm, a lei Watt, as leis de Kirchhoff para tensão e corrente integrado a noções de EDO modeladas por circuitos de primeira e segunda ordem e suas soluções como funções afim, exponencial e trigonométrica, além das funções revisitadas do Ensino Médio ou do Ensino Técnico em Eletroeletrônica como constante, afim, linear, exponencial, hiperbólica e trigonométrica com suas representações algébricas e gráficas, além dos diagramas de circuitos elétricos e seus elementos, que necessitam da mediação dos professores de ambas as áreas. No Quadro 2, apresentamos uma análise do Quadro 1.

Quadro 2: Análise do Quadro 1 – integração matemática e eletroeletrônica

Sistemas de Representação Matemática	Conceitos Representados	Articulação Algébrico-Gráfico	Função Pedagógica no Livro Digital
Registro Algébrico	EDO que modelam circuitos RC, RL e RLC.	Mostra a forma simbólica da solução exemplo: $i(t) = \frac{V_s}{R} + \left(I_0 - \frac{V_s}{R}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}$.	Desenvolver a habilidade de modelar matematicamente fenômenos físicos e aplicar métodos de resolução.
Registro Gráfico	Curvas que representam corrente, tensão ou carga em função do tempo.	Traduz a solução algébrica em comportamento dinâmico visível.	Favorecer a compreensão intuitiva e visual dos fenômenos, como carga/descarga de capacitores ou oscilações em RLC.
Integração	Relação entre teoria matemática e significado físico dos circuitos.	O estudante observa como mudanças nos parâmetros alteram simultaneamente equação e gráfico.	Promover interdisciplinaridade entre Matemática e Circuitos Elétricos, tornando o aprendizado relevante e aplicado.

Fonte: Elaborado pelos autores.

No Quadro 2, cada sistema de representação matemática cumpre uma função específica dentro do livro digital. O registro algébrico fortalece a competência de modelar e resolver EDO, enquanto o registro gráfico amplia a compreensão intuitiva e visual dos fenômenos. Juntos, eles promovem a interdisciplinaridade entre Matemática e Circuitos Elétricos, estimulando um aprendizado relevante. Além disso, ao serem implementados em um ambiente interativo como o GeoGebra, os sistemas de representação permitem que o estudante manipule parâmetros e observe em tempo real como a equação e o gráfico se modificam, tornando o processo de aprendizagem dinâmico e exploratório. Após essa análise bibliográfica e

documental, vamos para os procedimentos metodológicos com vistas à criação de materiais didáticos na plataforma GeoGebra, relatados a seguir.

3. GeoGebra e a criação de materiais didáticos

Costa (2010) ressalta que a tecnologia, incluindo computadores e *software* específicos, desempenha papel crucial na mediação pedagógica, influenciando o processo educacional de forma não neutra. Nesse cenário, a Plataforma GeoGebra se apresenta como uma TD valiosa que contribui de maneira relevante para os processos de ensino e aprendizagem, conforme destacado por Junior e Estevam (2022). Almouloud (2022), por sua vez, enfatiza a importância de compreender os fundamentos da didática da matemática para orientar o uso de recursos digitais, favorecendo práticas pedagógicas que promovam participação ativa dos estudantes e uma abordagem interativa capaz de reduzir tensões associadas às avaliações.

Valente (1993) categoriza o uso do computador na educação em três modalidades: como máquina de ensinar, como ferramenta educacional e como material didático para estudantes e professores. A Plataforma GeoGebra se enquadra na segunda categoria, permitindo que os estudantes desenvolvam suas habilidades matemáticas enquanto realizam tarefas no computador. Embora seja uma referência mais antiga, sua contribuição permanece atual e relevante, pois estabelece uma base conceitual sólida para compreender o papel das TD no processo de ensino e aprendizagem. A categorização proposta por Valente continua sendo utilizada como referência teórica em pesquisas contemporâneas, justamente por oferecer um quadro analítico que ajuda a interpretar como a plataforma GeoGebra, podem ser integrados de forma relevante ao ensino da Matemática. Assim, mesmo diante da evolução tecnológica, a obra de Valente mantém pertinência ao fornecer fundamentos que sustentam a reflexão sobre práticas pedagógicas mediadas por recursos digitais, e como ferramenta educacional, a plataforma GeoGebra possibilita a criação de um livro digital com atividades dinâmicas sobre EDO, modeladas por circuitos e suas aplicações na análise desses circuitos.

Valente (1993) categoriza o uso do computador na educação em três modalidades: como máquina de ensinar, como ferramenta educacional e como material didático para estudantes e professores. A plataforma GeoGebra insere-se na segunda modalidade, pois permite que os estudantes desenvolvam habilidades matemáticas ao realizar tarefas diretamente no ambiente digital. Embora seja uma referência mais antiga, a obra de Valente permanece atual e relevante por estabelecer uma base conceitual sólida para compreender o papel das TD no processo de ensino e aprendizagem. Sua categorização continua sendo utilizada em pesquisas contemporâneas justamente por oferecer um quadro analítico que orienta a integração de recursos como o GeoGebra ao ensino da Matemática. Dessa forma, mesmo diante da evolução tecnológica, a contribuição de Valente mantém

pertinência ao fornecer fundamentos que sustentam a reflexão sobre práticas pedagógicas mediadas por recursos digitais. Nesse contexto, como ferramenta educacional, o GeoGebra possibilita a criação de um livro digital com atividades dinâmicas sobre EDO, modeladas e aplicadas à análise de circuitos.

Oliveira e Zanette (2020) destacam as potencialidades dos livros digitais dinâmicos e interativos produzidos na plataforma GeoGebra, ressaltando que esses materiais podem democratizar o conhecimento e possibilitar que professores criem seus próprios recursos didáticos. Segundo os autores, tais materiais atraem a atenção dos estudantes por suas características dinâmicas, que contrastam com os ambientes estáticos, tornando as aulas mais interativas e favorecendo o desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Esses autores enfatizam que a plataforma GeoGebra oferece novas possibilidades para a socialização, uso, reuso e autoria de atividades e livros digitais dinâmicos de forma gratuita, características dos Recursos Educacionais Abertos.

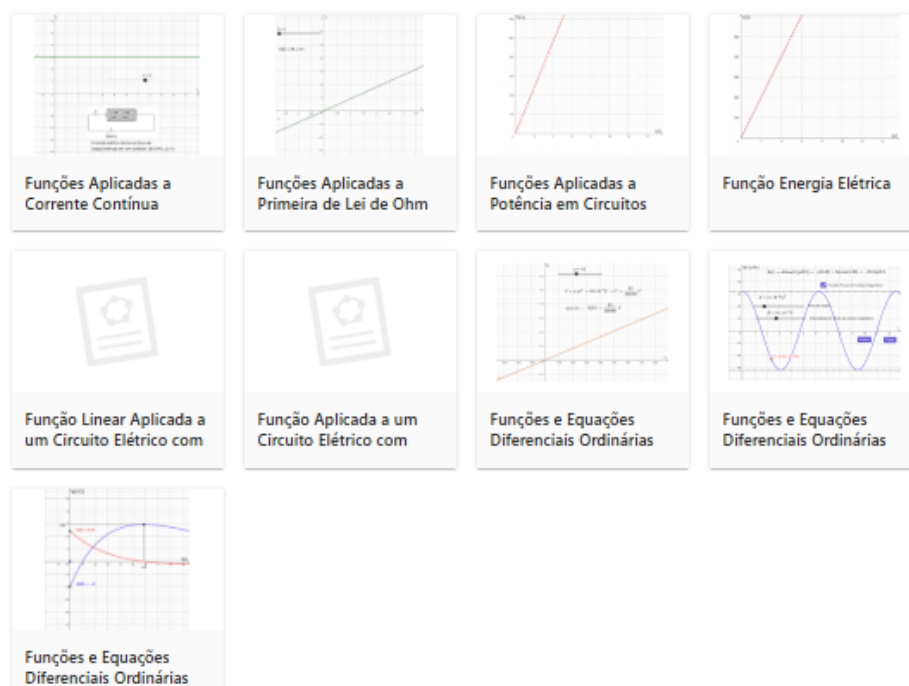
Esses autores sugerem, ainda, que esses materiais não sejam meras reproduções de livros estáticos, mas que apresentem demonstrações matemáticas de forma interativa, contribuindo para o entendimento da noção de conceitos matemáticos (Oliveira e Zanette, 2020). Essa proposta corrobora com a produção de materiais didáticos como livro digital na plataforma GeoGebra sobre EDO modeladas por circuitos, com demonstrações que permitem identificar as soluções dessas EDO como aplicações de funções matemáticas, possibilitando a análise desses circuitos e seus elementos.

Nesse contexto, a TTD definida por Chevallard (1991), desempenha um papel crucial na adaptação desses conhecimentos sobre EDO para o ensino. Além disso, no âmbito da educação matemática e informática, a TTI introduzida por Balacheff (1994), é igualmente essencial. Ela envolve o processo de representar e implementar o conhecimento em um ambiente informático, considerando as restrições impostas pelo hardware, *software* e modelo computacional. Portanto, a plataforma GeoGebra é fundamental para favorecer a mediação pedagógica e promover uma interação com potencial para favorecer a aprendizagem entre o estudante e o conteúdo matemático. Isso exige uma cuidadosa transposição informática do conhecimento a ser ensinado para se adequar ao ambiente digital, sendo essencial para a criação e desenvolvimento dos materiais didáticos propostos neste trabalho. Com essas indicações para desenvolver estratégias que abordem a temática, iniciou-se a produção de atividades na plataforma GeoGebra.

Neste contexto, conforme Figura 6, revisitamos atividades sobre funções aplicadas a circuitos nos cursos de Ensino Médio ou Técnico em Eletroeletrônica e desenvolvemos atividades sobre EDO modeladas por esses circuitos, definindo as soluções gerais dessas EDO que são funções aplicadas na análise desses circuitos e seus elementos.

Figura 6: Livro digital na plataforma GeoGebra sobre EDO aplicadas a circuitos
Funções e Equações Diferenciais Ordinárias Aplicadas a Circuitos Elétricos em Corrente Contínua

Entender a noção de Corrente Elétrica, Função Constante, Função Tensão Elétrica ou Diferença de Potencial Elétrico (DDP), Função Energia Elétrica Consumida, Funções Aplicadas a Primeira Lei de Ohm.



Fonte: Elaborada pelos autores³.

Passamos a explicitar algumas das atividades propostas que envolvem EDO aplicadas a circuitos, conforme apresentado nos Quadros 4, 5 e 6. Nessas atividades, evidenciam-se as EDO utilizadas na modelagem dos circuitos, a articulação com conceitos fundamentais da Eletroeletrônica e as funções matemáticas que surgem como soluções das EDO, aplicadas diretamente à análise do comportamento dinâmico desses sistemas.

Quadro 4: Funções e EDO aplicadas a relação entre corrente e tensão em um capacitor

EDO de primeira ordem modeladas em circuitos	Noção de conceitos da Eletroeletrônica em circuitos	Funções como soluções de EDO aplicadas na análise de circuitos
$\frac{d(Q)}{d(t)} = C \frac{d(v)}{d(t)}$ $i = C \frac{d(v)}{d(t)}$	• corrente • capacitância • tensão • resistência • processo de carga e descarga de capacitores	afim e exponencial: $Q(V) = CV$ $Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ Descarga:

³ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/tuz9c8cd#chapter/1103522> . Acesso em 25 de dez. 2025.

$\frac{1}{C} Q(t) + R \frac{d(Q)}{d(t)} = V_s$ $\frac{1}{RC} Q(t) + \frac{d(Q)}{d(t)} = 0$	• constante RC • leis de Kirchhoff circuito RC em série	$v_C(t) = V_s e^{-\frac{t}{RC}}$ $v_R(t) = V_s \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ Carga: $v_C(t) = V_s \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ $i(t) = \frac{V_s}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$
--	---	---

Fonte: Elaborado pelos autores⁴.

Quadro 5: Funções e EDO aplicadas a relação entre corrente e tensão em um indutor

EDO de primeira ordem modeladas em circuitos	Noção de conceitos da Eletroeletrônica em circuitos	Funções como soluções de EDO aplicadas na análise de circuitos
$v_L(t) = N \frac{d(\phi)}{d(t)}$ $v_L(t) = L \frac{d(i)}{d(t)}$ $L \frac{d(i)}{d(t)} + Ri(t) = 0$ $L \frac{d(i)}{d(t)} + Ri(t) = V_s$	• corrente • indutância • resistência • fluxo de um campo magnético • lei de Faraday • leis de Kirchhoff • constante L/R • circuito RL em série	Exponencial e trigonométrica: $\phi(t) = AB \cos(t)$ $v_L(t) = -NAB \sin(t)$ Descarga: $i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$ $v_L(t) = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $v_R(t) = RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ Carga: $i(t) = \frac{V_s}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ $v_L(t) = V_s e^{-\frac{t}{\tau}}$ $v_R(t) = V_s \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

Fonte: Elaborado pelos autores⁵.

Quadro 6: Funções e EDO aplicadas a circuitos RLC em série com corrente contínua

EDO de primeira e segunda ordem modeladas em circuitos	Noção de conceitos da Eletroeletrônica em circuitos	Funções como soluções de EDO aplicadas na análise de circuitos
$Ri(t) + L \frac{d(i)}{d(t)} + \frac{q(t)}{C} = 0$ $L \frac{d^2(q)}{d(t)^2} + R \frac{d(q)}{d(t)} + \frac{1}{C} q(t) = 0$ $L \frac{d^2(v)}{d(t)^2} + R \frac{d(v)}{d(t)} + \frac{v(t)}{C} = \frac{V_s}{C}$ $L \frac{d^2(v)}{d(t)^2} + R \frac{d(v)}{d(t)} + \frac{v(t)}{C} = 0$	• corrente • capacitância • indutância • resistência • tensão • leis de Kirchhoff • circuito RLC em série • amortecimento supercrítico	Exponencial e trigonométrica: $q_h(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$ 1º caso) $\alpha > \omega_0$: $q(t) = A_1 e^{\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\right)t} + A_2 e^{\left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\right)t}$

⁴ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/yhtenrhf>. Acesso em 25 de dez. 2025.

⁵ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/nwkvh9ar>. Acesso em 25 de dez. 2025.

	• amortecimento crítico • subamortecimento • frequência ressonante • frequência natural • resposta em degrau	$i(t) = \left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) A_1 e^{\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) t} + \left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) A_2 e^{\left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) t}$ Resposta em degrau: $v(t) = V_s + A_1 e^{\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) t} + A_2 e^{\left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) t}$ $i(t) = C \left(\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) A_1 e^{\left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) t} + \left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) A_2 e^{\left(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \right) t} \right)$ 2º caso) $\alpha = \omega_0$: $q(t) = A_2 e^{-\alpha t} + A_1 t e^{-\alpha t}$ $i(t) = -\alpha A_2 e^{-\alpha t} - \alpha A_1 t e^{-\alpha t}$ Resposta em degrau: $v(t) = V_s + A_2 e^{-\alpha t} + A_1 t e^{-\alpha t}$ $i(t) = C(-\alpha A_2 e^{-\alpha t} - \alpha A_1 t e^{-\alpha t})$ 3º caso) $\alpha < \omega_d$: $q(t) = e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t))$ $i(t) = -\alpha e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t)) + e^{-\alpha t} (-\omega_d B_1 \sin(\omega_d t) + \omega_d B_2 \cos(\omega_d t))$ Resposta em degrau: $v(t) = V_s + e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t))$ $i(t) = C(-\alpha e^{-\alpha t} (B_1 \cos(\omega_d t) + B_2 \sin(\omega_d t)) + e^{-\alpha t} (-\omega_d B_1 \sin(\omega_d t) + \omega_d B_2 \cos(\omega_d t)))$
--	--	---

Fonte: Elaborado pelos autores⁶.

⁶ Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/ujfc3wxu>. Acesso em 25 de dez. 2025.

As atividades foram desenvolvidas, de acordo com a TTD e a TTI, com o objetivo de conhecer e apresentar os saberes a serem estudados, de acordo com os saberes científicos, que serão transformados em saberes a ensinar. Nesse sentido, apresenta-se o conhecimento em questão com suas definições, utilizando vídeos e simuladores, disponíveis na internet de forma *online*, que facilitam o entendimento. Realiza-se a modelagem de EDO em função do circuito elétrico e seus elementos, e com as soluções gerais das EDO, aplica-se na análise desses circuitos por meio de sua representação algébrica e gráfica na plataforma GeoGebra, na maioria das vezes, também se recorre a produção de vídeos procurando explicitar detalhes didáticos dessas atividades proposta.

Além disso, o estudo delimita seu escopo à análise de circuitos (RC, RL e RLC) e às EDO de primeira e segunda ordem com coeficientes constantes. Essa escolha metodológica concentra o trabalho em situações em que o nível matemático dos estudantes já permite interpretar os modelos envolvidos e as equações possuem soluções analíticas fechadas, que podem ser exploradas visualmente na plataforma GeoGebra.

Considerações finais

O presente trabalho buscou discutir a integração entre EDO e circuitos, propondo a construção de um livro digital interativo na plataforma GeoGebra. A análise realizada evidencia que essa proposta tem potencial para favorecer a aprendizagem, ao aproximar teoria matemática e aplicação prática em Engenharia Elétrica. Além disso, o material desenvolvido pode ser incorporado ao currículo como recurso complementar nos componentes de CDI e Circuitos Elétricos, fortalecendo a interdisciplinaridade e promovendo uma abordagem mais integrada e relevante. Dessa forma, abre-se espaço para futuras investigações e aprimoramentos, especialmente voltados à utilização de TD como ações mediadoras do processo de ensino e aprendizagem.

Apresenta uma proposta inovadora em três frentes principais: (1) a sistematização de atividades interdisciplinares entre os componentes de CDI e Circuitos Elétricos, organizadas em um livro digital interativo na plataforma GeoGebra; (2) a construção de quadros analíticos que relacionam a forma matemática das EDO, o significado físico das grandezas envolvidas (como corrente e tensão) e o comportamento dinâmico dos sistemas (como decaimento, amortecimento e resposta ao degrau); e (3) a proposta de incorporação curricular desse material nos cursos de Engenharia Elétrica, indo além do uso pontual como atividade complementar.

O estudo concentrou-se na análise de circuitos RC, RL e RLC e em EDO de primeira e segunda ordem com coeficientes constantes, privilegiando situações em que os estudantes já possuem base matemática suficiente para interpretar modelos e

soluções analíticas. Essa delimitação metodológica buscou assegurar clareza conceitual e viabilidade pedagógica, permitindo explorar de forma visual e dinâmica os conteúdos na plataforma GeoGebra. Aspectos mais complexos, como regimes forçados em corrente alternada, respostas harmônicas completas e métodos numéricos, foram propositalmente reservados para investigações futuras, ampliando as possibilidades de aprofundamento da temática.

O produto desenvolvido configura-se como um recurso educacional digital aberto, com potencial para integrar o currículo de Engenharia Elétrica, especialmente nos componentes de CDI e Circuitos Elétricos. Sua estrutura favorece a articulação entre saberes propedêuticos e técnicos, promovendo uma abordagem interdisciplinar e contextualizada, alinhada às diretrizes do PPC do IFC, campus Videira.

A pesquisa, de natureza bibliográfica e documental, não envolveu aplicação empírica em turmas, configurando-se como um estudo exploratório. Nesse contexto, não há resultados consolidados, mas as análises realizadas apontam que o recurso proposto apresenta potencial para favorecer a aprendizagem dos estudantes, sobretudo ao possibilitar uma leitura geométrica e interpretativa das soluções das EDO aplicadas a circuitos. Tal perspectiva sugere que a abordagem pode contribuir para minimizar dificuldades recorrentes nos componentes de CDI e Circuitos Elétricos, ao tornar os conceitos acessíveis, integrados e visualmente compreensíveis.

Ressalta-se que a revisão da literatura realizada pelo Google Acadêmico permitiu identificar pesquisas relevantes sobre o ensino e a aprendizagem de EDO em CDI na Engenharia Elétrica. A escolha dessa plataforma se justificou pela ampla cobertura de artigos, teses e livros, além do acesso gratuito e rápido. Reconhece-se, contudo, que bases como SciELO, Portal de Periódicos da CAPES e IEEE Xplore oferecem conteúdos especializados e de alta qualidade. Embora não tenham sido exploradas neste estudo, representam alternativas importantes para futuras investigações, capazes de ampliar a consistência e a profundidade da revisão de literatura.

Concluimos que apresentamos uma contribuição concreta para o desenvolvimento de recursos didáticos digitais voltados ao ensino interdisciplinar na Engenharia Elétrica, com perspectivas de validação empírica e ampliação curricular em etapas posteriores. As atividades desenvolvidas, após a publicação desse artigo, serão posteriormente experimentadas e analisadas como futuras pesquisas.

Referências

Abar, C. A. A. P. (2020). Teorias da transposição didática e informática na criação de estratégias para a prática do professor com a utilização de tecnologias digitais. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 5(1), 29–45. <https://periodicos.ufs.br/ReviSe/article/view/11893/10405>



- Alexander, C. K., & Sadiku, Mathew N. O. (2013). *Fundamentos de circuitos elétricos* (5ª ed.). Porto Alegre: AMGH Editora.
- Almouloud, S. A. (2022). *Fundamentos da didática da matemática* (2ª ed.). Curitiba: Editora UFPR.
- Balacheff, N. (1994). La transposition informatique: Note sur un nouveau problème pour la didactique. In M. Artigue et al. (Eds.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (pp. 364–370). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Balacheff, N. (1994). Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1/2), 9–42. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Barbosa, M. J. (2021). *Equações diferenciais ordinárias: aplicação nos circuitos elétricos* (Trabalho de Conclusão de Curso, Graduação em Matemática). Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia, Cacoal. Recuperado em 16 de dezembro de 2025, de http://repositorio.ifro.edu.br/bitstream/123456789/290/1/TCC_MAURO_JOSE_BARBOSA.pdf
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem como modelagem matemática* (3ª ed.). São Paulo: Editora Contexto.
- Boyce, W. E., DiPrima, R.C., & Meade, Douglas B. (2020). *Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno* (11ª ed.). Rio de Janeiro: LTC.
- Brasil. (1996). *Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996: Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB)*. Brasília, DF. Recuperado em 16 de dezembro de 2025, de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm
- Carlos, E. S., Muller, I. H., Loreto, A. B., Soubhia, A. L., & Picoloto, C. B. (2020). Equações diferenciais para resolução do circuito elétrico LRC. *Ciência E Natura*, 42, e16. <https://doi.org/10.5902/2179460X40515>
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73–112. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Costa, N. M. L. D. (2010). Reflexões sobre tecnologia e mediação pedagógica na formação do professor de matemática. In *Educação matemática, tecnologia e formação de professores: algumas reflexões* (pp. 85–116). Campo Mourão: Editora da FECILCAM.
- D'Ambrosio, U. (1996). *Educação matemática: Da teoria à prática*. Campinas: Papirus.
- Frigotto, G. (2007). A relação da educação profissional e tecnológica com a universalização da educação básica. *Educação & Sociedade*, 28(100, especial), 1129–1152. Recuperado em 16 de dezembro de 2025, de

<https://www.scielo.br/j/es/a/ghLJpSTXFjJW7nWBsnDKhMb/?format=pdf&lang=pt>

Instituto Federal Catarinense – Campus Videira. (2022). *Projeto pedagógico do curso superior: Engenharia elétrica – bacharelado*. Videira: Instituto Federal Catarinense. Recuperado em 16 de dezembro de 2025, de https://videira.ifc.edu.br/engenharia-eletrica/wp-content/uploads/sites/39/2022/12/PPC_Eng._Eletrica_2023-1.pdf

Javaroni, S. L. (2007). *Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias* (Tese de doutorado). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.

Junior, J. C. A. P., & Estevam, E. J. G. (2022). Aspectos potenciais do software GeoGebra para o ensino e a aprendizagem de matemática: Um olhar a partir de dissertações. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 15(2), 3–32. DOI:10.5007/1982-5153.2022.e81885

Kallaher, M. J. (1999). *Revolutions in differential equations: Exploring ODEs with modern technology*. Washington, DC: Mathematical Association of America.

Marandino, M., Bueno, J., Gomes, F. de O., Kristel, F. L., & Oliveira, A. (2016). Os usos da teoria da transposição didática e da teoria antropológica do didático para o estudo da educação em museus de ciências. *Labore em Ensino de Ciências*, 1(1), 69-97. Recuperado de <https://periodicos.ufms.br/index.php/labore/article/view/2105>

Moreno, M. M., & Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, 21(2), 265–280. DOI:10.5565/rev/ensciencias.3930

Oliveira, B. A., & Zanette, E. N. (2020). Recursos educacionais abertos: O livro digital na plataforma GeoGebra. *Anais do Seminário de Integração e Socialização de Pesquisas e Práxis Pedagógica em Matemática*, 4.

Sadiku, M. N. O., Alexander, C. K., & Musa, S. (2014). *Análise de circuitos elétricos com aplicações*. Porto Alegre: AMGH Editora.

Sakyrabiar, A. D. S. C. V., Souza, F. D. O. S., Barboza, C. M., & De Deus, J. A. (2023). Circuitos elétricos: Ligação entre equação diferencial e a física. *Observatório de la Economía Latinoamericana*, 21(9), 13718–13743. <https://doi.org/10.55905/oelv21n9-173>

Santos, L. M. C., & Pinter, S. R. D. R. (2021). Aplicações do cálculo diferencial e integral na engenharia elétrica. *Anais da Feira de Ensino, Pesquisa e Extensão do Campus São Francisco do Sul*, 1(9). Recuperado em 16 de dezembro de 2025, de <https://publicacoes.ifc.edu.br/index.php/fepexsfs/article/view/2339/1803>



Silva, V. R., & Pinheiro, P. A. (2019). Propostas de atividade interdisciplinar de equações diferenciais aplicadas a circuitos elétricos. In *IV Encontro de Iniciação Científica e Tecnológica – EnICT* (ISSN 2526-6772).

Sousa, A. S., Oliveira, G. S., & Alves, L. H. (2021). A pesquisa bibliográfica: Princípios e fundamentos. *Cadernos da FUCAMP*, 20(43).

Souza, J. J. D. S. (2019). *Aplicação das EDOs nos circuitos elétricos* (Trabalho de conclusão de curso, Graduação em Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Campina Grande). Universidade Federal de Campina Grande. Recuperado em 16 de dezembro de 2025, de <http://dspace.sti.ufcg.edu.br:8080/jspui/handle/riufcg/8373>

Tofoli, F. L., Olívia, F. A., Silva, V. A. D., & Valter, J. S. (2011). Utilização de exemplos práticos no contexto da eletrônica de potência para o ensino de cálculo diferencial e integral em cursos de graduação em engenharia elétrica. In *XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*. Blumenau, SC. Recuperado em 16 de dezembro de 2025, de <https://abenge.org.br/cobenge/legado/arquivos/8/sessoestec/art1572.pdf>

Valente, J. A. (1993). *Computadores e conhecimento: Repensando a educação*. Campinas: UNICAMP.

ENVIADO: 12/03/2025

ACEITO: 22/12/2025

