Função seno - uma experiência com o software GeoGebra na formação de professores de Matemática

Sine function - an experience with the software GeoGebra in mathematics teacher education

LORENI APARECIDA FERREIRA BALDINI[1]

MÁRCIA CRISTINA DE COSTA TRINDADE CYRINO[2]

Resumo

Neste artigo discutimos como professores de Matemática da Educação Básica lidam com questões conceituais da função seno utilizando o GeoGebra. Trata-se de uma pesquisa experimental em que analisamos negociações de significados ocorridas quando da utilização do software GeoGebra, em uma perspectiva investigativa, por professores de Matemática em um curso de formação continuada. Da análise identificamos significados atribuídos por professores para os parâmetros da função seno, $f(x) = a.sen(b.x + c) + d$, *com* a, b, c *e* $d \in R$, *para as transformações dos gráficos e para as implicações no domínio, imagem e período das funções decorrentes de alterações nos seus parâmetros. Os professores manifestaram a importância do GeoGebra para compreensão e para elaboração de tarefas investigativas a serem utilizadas em sala de aula.*

Palavras-chave*: Formação de Professores de Matemática; GeoGebra; Função seno; Educação Matemática.*

Abstract

In this paper we discuss how basic education math teachers dealing with conceptual issues of the sine function using the Geogebra. This is an experimental research in which we analyze negotiations of meanings that occur when using software Geogebra, in a perspective for investigative mathematics teachers in-service training course. The analysis we identify the meanings assigned by teachers to the parameters of the sine function $f(x) = a.sen(b.x + c) + d$, *with* a, b, c *e* $d \in R$, *for the transformations of the graphs and the implications in the domain, image and period of functions deriving from changes in its parameters. The teachers expressed the importance of Geogebra for the understanding and developing investigative tasks to be used in the classroom.*

Keywords: *Mathematics Teacher Education; Geogebra; Sine function; Mathematics Education.*

Introdução

No âmbito da Educação Matemática, as Tecnologias da Comunicação e Informação - TIC e a Investigação Matemática têm sido apontadas como uma das tendências

[1] Professora do Ensino Fundamental e Médio da Rede Pública Estadual do Paraná e da FAP – Faculdade de Apucarana – PR/Brasil. loreni@ibest.com.br

[2] Professora Departamento de Matemática e do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL – Universidade Estadual de Londrina – PR/Brasil. marciacyrino@uel.br

metodológicas de ensino que favorecem a compreensão dos conceitos matemáticos, bem como a oportunidade de fazer conjecturas e generalizar.

Os computadores estão cada dia mais presente no cotidiano das pessoas e com sua chegada nas escolas é necessário refletir acerca do papel desta tecnologia nos processos de ensino e de aprendizagem de estudantes e professores. A incorporação desta tecnologia na escola pode colaborar na articulação de conhecimentos, na criatividade e na definição de crenças (Töner et al., 2010). Uma das funções da escola é de ensinar o estudante a aprender, a organizar-se e ser capaz de lidar cada vez mais com a diversidade, bem como preparar o cidadão para viver em uma sociedade que altera constantemente seu comportamento diante do avanço tecnológico (BORBA; PENTEADO, 2003).

De acordo com Ponte (2006), o objetivo principal da Investigação Matemática é encontrar regularidades, refletir sobre as questões, justificá-las e testá-las, generalizar conteúdos. *"Investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades"* (PONTE, 2006, p.13). Desse modo, percebe-se que em ambientes de aprendizagem é interessante aliar a Investigação Matemática a softwares, como o GeoGebra, que pode oportunizar a criação, a manipulação, a exploração de situações, análise, a elaboração de conjecturas, a verificação de regularidades, a discussão de resultados e a generalização.

As escolas públicas do estado do Paraná possuem, atualmente, laboratórios de informática com cerca de 20 computadores que possibilitam a utilização das TIC nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. Nesses laboratórios o software GeoGebra está disponível.

Neste artigo apresentamos uma experiência realizada com professores da Educação Básica envolvendo o GeoGebra para compreensão da Função Seno por meio de tarefas investigativas. Discutimos brevemente o papel das TIC na formação de professores e apresentamos significados atribuídos por professores para os parâmetros da função seno, $f(x) = a.sen(b.x + c) + d,$ com $a, b, c \text{ e } d \in R$, para as transformações dos gráficos e para as implicações no domínio, imagem e período das funções decorrentes de alterações nos seus parâmetros.

1. As TIC na formação de professores e o GeoGebra

As Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC tem papel marcante nas transformações das práticas e no comportamento da sociedade. Na educação, apesar das

TIC ainda ter um espaço discreto, vários têm sido os investimentos na busca de capacitar os professores na utilização desta como uma alternativa de ensino.

Para favorecer a integração entre estudante-computador-saber é necessário que os professores estejam preparados para explorar esse recurso e comprometidos com o seu papel social na formação intelectual de estudantes de modo que possam desencadear uma educação matemática crítica (SKOVSMOSE, 1994, 2000).

Inserir a informática como recurso didático na prática pedagógica é um grande desafio para os formadores de professores que ensinam Matemática. Nesse sentido Ponte, Oliveira e Varandas (2002) destacam que é difícil a introdução de inovações tecnológicas na prática docente, sem uma comunidade profissional para apoiar essas inovações. Ressaltam ainda que

> as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) constituem uma linguagem e um instrumento de trabalho essencial do mundo de hoje, razão pela qual desempenham um papel cada vez mais importante na educação. Na verdade, estas tecnologias (i) constituem um meio privilegiado de acesso à informação, (ii) são um instrumento fundamental para pensar, criar, comunicar e intervir sobre numerosas situações, (iii) constituem uma ferramenta de grande utilidade para o trabalho colaborativo e (iv) representam um suporte do desenvolvimento humano nas dimensões pessoal, social, cultural, lúdica, cívica e profissional (PONTE; OLIVIERA; VARANDA, 2002, p. 1).

Esses autores destacam ainda a importância de conectar os professores com essas tecnologias. A formação de professores não pode ficar só no campo de conhecer as necessidades de professores com relação ao conhecimento matemático e tecnológico. Vale dizer que os professores, aprendem, muitas vezes, com sua própria prática. No entanto à medida que os professores aprendem uma nova tecnologia precisam refletir a respeito das possíveis maneiras de usá-la dentro dos limites de suas salas de aula, precisam de uma comunidade que apóie a gestão desta tecnologia para o desenvolvimento da autoconfiança na sua utilização e para auxiliar na reflexão da prática pedagógica (WILSON, 2008).

Um dos softwares que tem sido apontado por pesquisadores que pode colaborar com o desenvolvimento de atividades pedagógicas é o GeoGebra. No entanto, para a sua integração no âmbito da sala de aula, é necessária a promoção de cursos de formação docente que discutam as potencialidades de suas ferramentas e diferentes metodologias para sua inserção nas práticas pedagógicas. Outro aspecto importante, nestes cursos, é fomentar a negociação de significados (WENGER, 1998) possibilitada pela experiência cotidiana. Partilhar experiência, para este autor, pode ampliar, redirecionar, rejeitar, reinterpretar, modificar, confirmar e assim, (re)negociar as histórias de significados de que são partes. As TIC, nomeadamente o GeoGebra, podem compor o repertório compartilhados[3] pela comunidade de educadores matemáticos na busca da negociação de significados.

O GeoGebra[4] permite realizar atividades de geometria, de álgebra, de números, de estatística em qualquer nível de ensino. Um aspecto relevante deste software é o campo de Entrada que permite "entrar" com uma função, por exemplo, que aparecerá na forma algébrica e na forma gráfica. O GeoGebra possui uma interface de fácil acesso que não requer conhecimentos prévios de informática. Neste software o usuário é quem determina o que vai ser executado na tela. De acordo com suas estratégias ele escolhe as ferramentas. Existem vários sites que disponibilizam tutoriais, fóruns, vídeos e construções que ajudam na compreensão de suas ferramentas e de conceitos matemáticos.

2. Encaminhamento metodológico

Com o objetivo de estudar como professores de Matemática da Educação Básica lidam com questões conceituais da função seno utilizando o GeoGebra a primeira autora desse artigo organizou e ministrou um curso de formação continuada de professores de Matemática, com duração de 4 horas contínuas, utilizando esse software para trabalhar com o conteúdo de funções trigonométricas.

No estado do Paraná, algumas ações de formação continuada de professores são promovidas por professores formadores (PF) que atuam profissionalmente no mesmo nível de ensino daqueles que participam da formação (professor participante – PP). Essas ações possibilitam uma importante troca de experiência, uma vez que PF e PP compartilham possibilidades e limitações referentes ao ambiente pedagógico.

O curso contou com a participação de 20 professores que atuam na Educação Básica, da rede pública do Paraná, dos quais apenas quatro, até aquele momento, tinham algum contato com o GeoGebra. As tarefas foram organizadas e desenvolvidas na perspectiva da Investigação Matemática (PONTE, 2006). Aos PP foram oportunizadas situações que

[3] Repertório compartilhado, segundo Wenger (1998) caracteriza-se por um conjunto de recursos que combinam rotinas, ferramentas, maneiras de fazer, símbolos, ações, etc., que podem ser aplicados para negociar e produzir novos significados em outras situações.

[4] Disponível no site http://www.GeoGebra.org/cms/.

permitiam encontrar regularidades, refletir a respeito de conceitos e propriedades, testar e justificar suas hipóteses e escolhas, bem como realizar generalizações. *"Investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades"* (PONTE, 2006, p.13).

No desenvolvimento das tarefas que apresentamos a seguir foram considerados e discutidos o papel de cada parâmetro da função $f(x) = a.sen(b.x + c) + d$, com a, b, c e $d \in R$, o tipo de transformação que cada parâmetro proporciona em um gráfico e as implicações no domínio, na imagem e no período da função em decorrência de alterações em seus parâmetros. As tarefas foram entregues em folhas xerocopiadas para que cada professor tivesse liberdade de escolha de estratégia de resolução do problema e de experimentação do GeoGebra. Antes da proposição das tarefas foram utilizados 40 minutos para socialização de algumas ferramentas do software, com o objetivo de utilizar o campo de entrada e os seletores. No desenvolvimento das tarefas outras ferramentas foram apresentadas na medida em que as mesmas se mostravam necessárias.

Após a resolução de cada problema os PP foram convidados a apresentar e discutir suas estratégias de resolução, as ferramentas do software utilizadas e os conteúdos envolvidos.

Selecionamos alguns episódios do curso que nos permitem evidenciar as negociações de significados, de três professores participantes que não conheciam o software, ocorridas quando da utilização do GeoGebra. A fim de manter o sigilo dos nomes dos professores participantes (PP), as letras A, B e C foram utilizadas após a sigla PP para identificar quem é o autor das falas. Por exemplo, PPA refere-se ao professor participante A. As tarefas foram colocadas em quadros e identificadas como figuras.

3. Significados atribuídos por professores aos parâmetros da função $g(x) = a.sen(b.x + c) + d$ no desenvolvimento de tarefas investigativas utilizando GeoGebra

A seguir descrevemos alguns episódios extraídos do desenvolvimento de cinco tarefas com o objetivo de evidenciar o modo como professores de Matemática da Educação Básica lidam com questões conceituais da função seno utilizando o GeoGebra.

Tarefa 1:

a) Digite no Campo de entrada a função $f(x) = \sin(x)$
b) Observe o gráfico de $f(x)$ e determine: o domínio (D), a imagem (Im) e o período (P) da função f.

Figura 1. Tarefa 1

Poucos professores tiveram dúvidas com relação às ferramentas do software, o único equívoco foi que digitaram $f(x) = \text{sen}(x)$, ao invés de $f(x) = \sin(x)$ que é um comando padrão da linguagem em que o software foi construído e por isso não é traduzido.

Após a entrada da função, ao observarem a janela geométrica que apresentou o gráfico representado na Figura 2, surgiram várias dúvidas conceituais evidenciadas por meio de perguntas descritas no episódio a seguir.

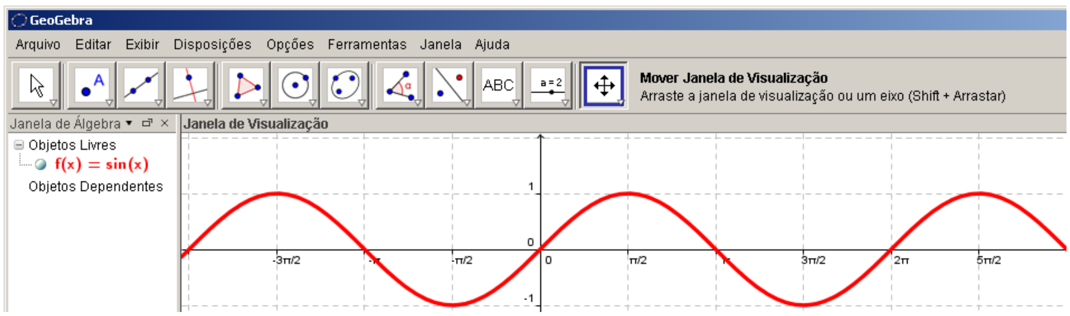

Figura 2. Representação geométrica da função $f(x) = \sin(x)$

PPA *Como faço para o gráfico ir só para o lado direito de y?*

PPB: *O que tenho que fazer para que o gráfico sair do zero e ir somente até o 2π?*

PPC: *O que eu fiz de errado? O meu gráfico foi para o outro lado também?*

Na busca de encaminhar respostas para essas questões, que evidenciaram dúvidas a respeito do domínio da função, a PF elaborou outras questões.

PF: *Observem o eixo das abscissas, quais os valores que o x pode assumir nesta função? Como é definida a função $f(x) = sen\, x$? O que significa quando o gráfico vai somente até o 2π?*

A partir destas questões iniciou-se a discussão.

PPA: *Quando eu falo de x, do eixo x, estou falando do domínio da função. Se o gráfico abrange o eixo x inteiro, vai para os dois lados. Significa que são todos os Reais.*

PF: *E como é definida esta função?*

PPA: *Dos Reais para os Reais?*

Com essa discussão, a função foi definida pelos PP como:

$$f: R \rightarrow R /\, f(x) = sen(x) \text{ , com } a, b, c \text{ e d} \in R.$$

A partir desta definição PF comentou:

PF: *Assim, a curva chamada senóide, pode ser estendida para valores de $x < 0$ e $x > 2\pi$, com isso o gráfico obtém o aspecto da figura 2.*

Após essa sistematização a PPA disse:

PPA: *Para o gráfico não ir para os dois lados, tenho que mexer no domínio. Como fazer isso no GeoGebra?*

Na sequência, a PF pediu que os PP abrissem uma nova tela com o objetivo de mostrar que é possível limitar o domínio da função no GeoGebra. Para tanto, basta digitar no campo de entrada a palavra *Função,* que irá aparecer o modo de entrar com as informações como mostra a Figura 3.

Figura 3. Entrada da função.

Os professores inicialmente entraram com essa informação, mas não obtiveram sucesso. Ao acionar a tecla *enter* recebiam a mensagem de entrada inválida, pois digitaram a função sem eliminar os símbolos $<$ e $>$ como mostra a Figura 4.

Figura 4. Modo como os PP inseriram a função

A PF explicou a necessidade de apagar os símbolos $<$ e $>$ e deixar somente as vírgulas, indicando o modo correto: $Função[\sin(x), 0{,}2\pi]$. Com isso, obtiveram um gráfico com o domínio limitado, como mostra a Figura 5.

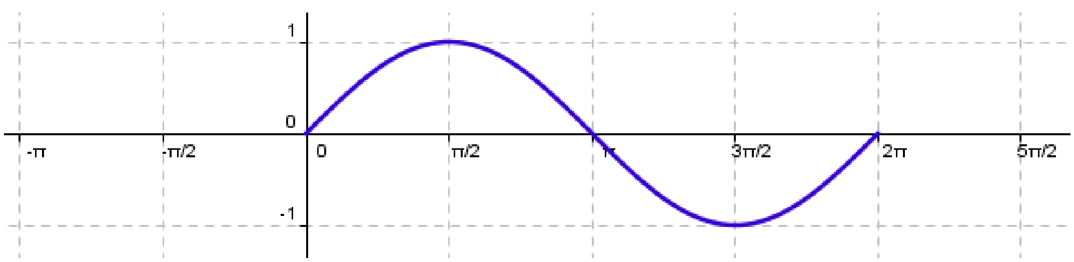

Figura 5. Representação geométrica da $função[\sin(x)\,, 0{,}2\pi]$.

Após esta construção, os PP foram questionados sobre o domínio da função representada na Figura 5.

PF: *Qual do domínio desta função?*

PPB: *É o intervalo de zero a 2π.*

PF: *E a qual conjunto numérico este intervalo pertence?*

PPB: *Aos Reais.*

Com isso, formalizou-se no quadro $D = \{x \in R\ /0 \leq x \leq 2\pi\}$.

Após esta representação gráfica, alguns PP comentaram que em muitos livros didáticos o gráfico da senóide está desassociado do ciclo trigonométrico. Frequentemente é feita associação do gráfico a uma tabela com um número restrito de valores, com uma representação limitada do domínio, mas indicando que $D = R$.

Foi solicitado que os PP comparassem o gráfico da Figura 2 com o gráfico da Figura 3 e que identificassem a imagem (Im) e o período (P) da função.

PPC: *Se para saber o domínio de uma função analisa-se o eixo x, para a imagem é só analisar o eixo y. O gráfico está pegando de -1 a 1. Logo, $Im = [-1,1]$. E o período é $P = 2\pi$.*

PF: *Por que o período é 2π? Este 2π tem uma unidade de medida?*

PPC: *A medida é o radiano? Olhando o gráfico 1 e o 2 a gente percebe que a cada distância de 2π, a curva se repete.*

Finalizou-se então, confirmando que o $P = 2\pi\, rad$.

O trabalho com a representação gráfica no GeoGebra provocou um certo incômodo nos PP e desencadeou uma reflexão a respeito de um repertório que é compartilhado pela comunidade de prática (WENGER, 1998) de autores de livros didáticos de Matemática e da necessidade de se propor tarefas para a sala de aula que relacione o gráfico da senóide com o ciclo trigonométrico e o domínio da função.

Tarefa 2:

a) Usando a mesma tela do gráfico anterior, construa os seletores $a, b, c, e\ d$.
b) Digite no campo de entrada a função $g(x) = a * \sin(b * x + c) + d$
c) Altere os parâmetros $a, b, c, e\ d$ e investigue o que acontece com a função $g(x)$ na janela algébrica.
d) Ajuste os seletores para que $b = 1,\ c = 0\ e\ d = 0,$ movimente o seletor $\boldsymbol{a}$ e investigue o que acontece.
e) Observando o gráfico determine, para este caso, o conjunto domínio, imagem e o período da função $g(x)$.
f) Considerando a janela algébrica, compare o gráfico das funções $f(x) = \sin(x)\ e\ g(x) = -\sin(x)$.
g) O que o $\boldsymbol{a}$ faz na função?

Figura 6. Tarefa 2

Para realização desta tarefa a PF explicou como utilizar os seletores e como entrar com a função $g(x)$ no GeoGebra.

Na Figura 7 temos uma representação gráfica da função com movimento do seletor $\boldsymbol{a}$.

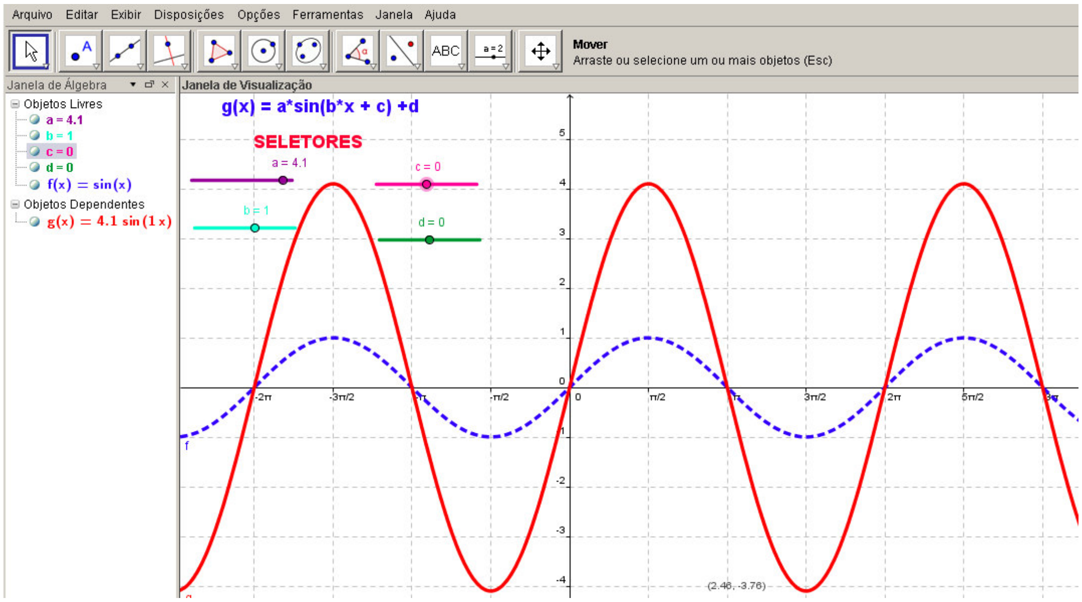

Figura 7. Gráfico da senóide com o movimento do seletor a

Após vários movimentos do seletor a, representações gráficas os PP puderam analisar os itens solicitados na tarefa 2.

PF: *Observem os gráficos da função $f(x)$ e o da $g(x)$. O que acontece com o gráfico da função g(x) com o movimento do seletor a?*

PPC: *O gráfico da $g(x)$, está aumentando para cima e para baixo com relação ao de $f(x)$.*

PPC: *Altera a imagem. Quando aumento o a, o gráfico aumenta para cima e para baixo. Quando volto com o seletor ele vai diminuindo nos dois lados.*

PF: *E quando $a < 0$, o que acontece com o gráfico?*

PPA: *Faz a mesma coisa, aumenta para cima e para baixo.*

PPC: *Toda vez que o a é negativo, o gráfico vira, muda, pois a função fica negativa.*

PF: *O que isso significa?*

PPA: *Que a função é negativa, o valor de a é negativo.*

PF: *E o que acontece com o domínio e o período?*

PPA: *Nada. O gráfico continua pegando todo eixo x e a curva está repetindo sempre a cada 2π.*

PF: *Considerando a função $g(x)$, como se pode generalizar a imagem?*

PPA: *O -1 e o 1 ficam multiplicados pelo valor do seletor.*

PF: *E de modo genérico, ou seja, o seletor valendo **a?***

PPA: *Fica multiplicado por a.*

Para finalizar a tarefa os PP verificaram que a variação do parâmetro $\boldsymbol{a}$, não altera o domínio e nem o período da função, mas altera a sua amplitude – a imagem. A partir das transformações que o movimento do seletor proporciona foi possível concluir que quando o valor de $\boldsymbol{a}$ se aproxima de zero, tanto pela esquerda como pela direita de y, a amplitude diminui, mas quando tende a ∞ ou a $-\infty$, a amplitude aumenta, modificando com isso, a imagem que, neste caso, foi definida como: $Im = [-1 + a; 1 + a]$. Afirmaram ainda que é necessário ter $a \neq 0$ para que a função seno esteja definida.

Cumpre observar que como solicitado no item f desta tarefa, a respeito das funções $f(x) = \sin(x)$ e $g(x) = -\sin(x)$, os PP afirmaram que estas descrevem gráficos simétricos, mas não manifestaram qualquer relação destas funções com o sentido anti-horário e horário do ciclo trigonométrico.

Tarefa 3:

a) Atribua os seguintes valores para os seletores $a = 1, c = 0$ e $d = 0$ e investigue o movimente do seletor $\boldsymbol{b}$.

b) Considerando a janela geométrica e o gráfico da função, determine o conjunto domínio, imagem e o período.

c) O que o $\boldsymbol{b}$ faz na função?

Figura 8. Tarefa 3

Como esta atividade solicitava apenas ajuste dos seletores e movimento do seletor $\boldsymbol{b}$**,** os PP não apresentaram dificuldade e construíram gráfico como o apresentado na Figura 9.

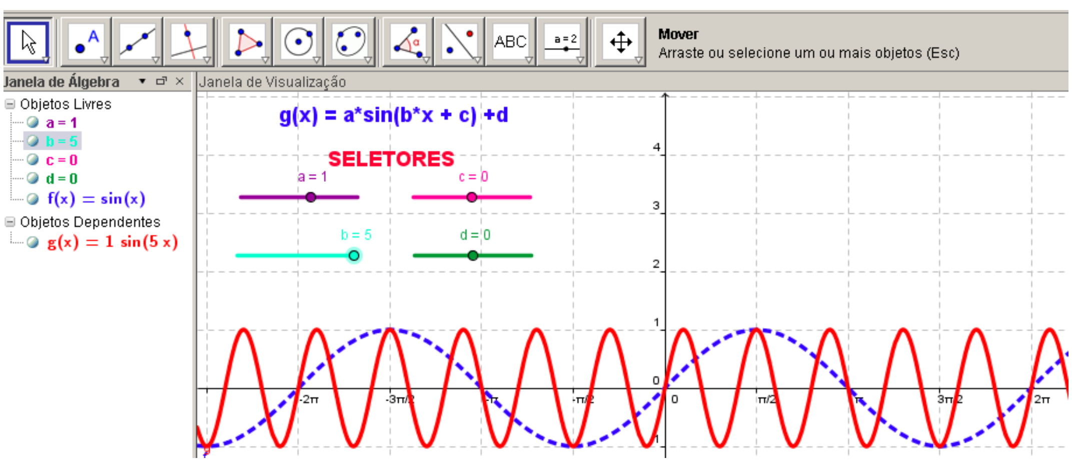

Figura 9. Gráfico da senóide com movimento do seletor $\boldsymbol{b}$**.**

Após a realização da tarefa o PF desencadeou a discussão a seguir.

PC: *Quanto mais longe do zero, para os dois lados do y, a senóide fica menor. E quando volta o seletor e vai aproximando do zero, fica maior. Isso é o período?*

PF: *Neste caso, tem algum valor que o x não pode assumir?*

PPC: *Não.*

PF: *Então o que se pode dizer do domínio?*

PPA: *Que não alterou.*

PF: *E a imagem como ficou?*

PPC: *Continua de -1 a 1.*

PPB: *Só altera mesmo o período da função.*

A partir das transformações do gráfico, foi sistematizado que quando b tende a ∞, menor o período – maior a frequência e, quando tende a 0_+ (pela direita), maior o período - menor a frequência. Da mesma forma, quando b tende a $-\infty$, o período diminui aumentando a frequência e quando tende a 0_- (pela esquerda), aumenta o período e diminui a frequência. Ainda, para que a função esteja definida é necessário ter $b \neq 0$.

Outra questão apontada pelos PP, é que quando o $b < 0$, o gráfico fica simétrico ao gráfico com $b > 0$, ou seja, tem-se uma simetria em relação ao eixo x, quando se compara as funções $f(x) = sen(x) e\ g(x) = sen(-x)$. Os PP ainda comentaram que é difícil fazer isso na mídia lápis e papel, pois seria um trabalho exaustivo para que os estudantes percebessem estas regularidades. Fator que evidenciou a importância do software para compreensão dos conceitos matemáticos.

Tarefa 4:

a) Atribua os seguintes valores aos seletores $a = 1, b = 1\ e\ d = 0$ e movimente o seletor c.

b) Verifique na janela geométrica a função e observando o gráfico determine o conjunto domínio, imagem.

c) O que o c faz na função?

Figura 10. Tarefa 4

Após ajustar os seletores $a, b, e\ d$ e movimentar o seletor c, **os PP** obtiveram o gráfico como o apresentado na Figura 11.

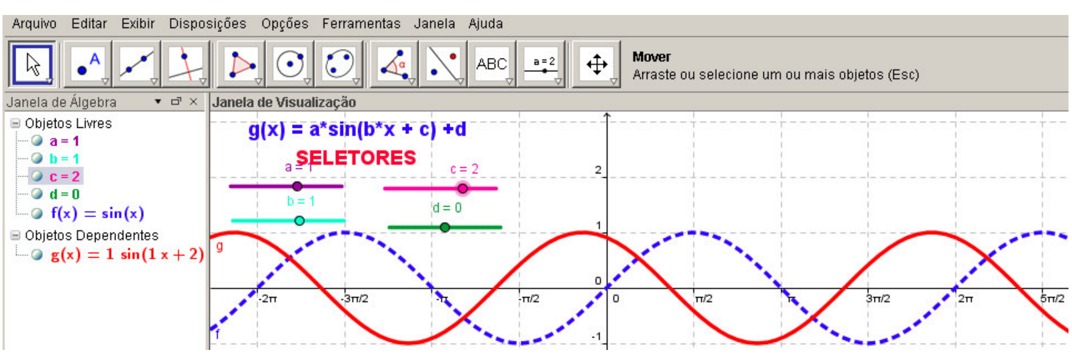

Figura 11. Gráfico da senóide com movimento do seletor c.

Observando o gráfico na janela geométrica, os PP visualizaram rapidamente o movimento de translação consoante as alterações do seletor c.

PPA: *Esse só vai para um lado e outro. Se eu movimento o seletor para a direita, o gráfico vai para a esquerda. E se movimento para a esquerda o gráfico vai para a direita.*

PF: *O que acontece com o domínio, a imagem e o período da função $g(x)$?*

PPC: *Não alteram.*

Após a discussão os PP afirmaram que quando **c** tende a ∞, o gráfico translada para a esquerda de y, e quando o c tende a $-\infty$, o gráfico translada para a direita de y. O domínio, a imagem e o período permanecem constantes com as alterações do parâmetro.

Tarefa 5:

a) Atribua os seguintes valores aos seletores $a = 1$, $b = 1$ e $c = 0$ e movimente o seletor d. Observe a função na janela algébrica e o gráfico na janela geométrica. Determine o conjunto domínio, o conjunto imagem e o período da função.

b) O que o d faz na função?

Figura 12. Tarefa 5

Da mesma forma, os PP ajustaram os seletores a, b e c, movimentaram o seletor d e obtiveram o gráfico como o apresentado na Figura 13.

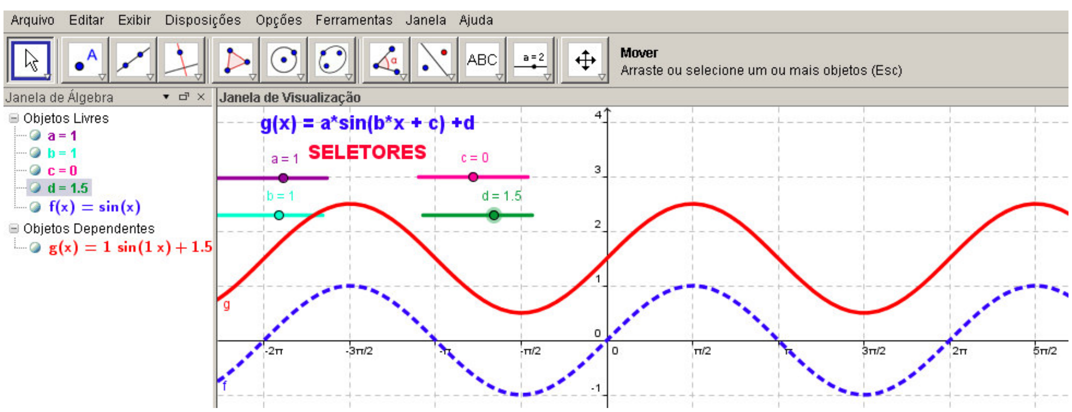

Figura 13. Gráfico da senóide com movimento do seletor .

Surpresos ao observarem o movimento de translação do gráfico, que movimento do seletor possibilitou os PP teceram os seguintes comentários:

PPC: *O gráfico vai para cima e para baixo.*

PPA: *Quando aumento o valor do seletor o gráfico sobe e quando diminuo o gráfico desce.*

PF: *O que acontece com o domínio, e do período da função $g(x)$?*

PPA: *Não alteram*

PF: *E com a imagem?*

PPA: *Ela está alterando de acordo com o movimento do seletor.*

PPB: *O valor do seletor é o que intercepta o eixo y. Se* $d = 2$*, por exemplo, intercepta o eixo y no 2.*

PF: *O que isso significa? Comparem a* $f(x)$ *com a* $g(x)$*.*

PPB: *Houve um deslocamento vertical de duas unidades em relação a função* $f(x)$ *que interceptou no (0,0) e agora a* $g(x)$ *no (0,2).*

Após vários movimentos, foi sistematizado que d não altera o domínio e nem o período. Mas a imagem muda, pois com o seu movimento realiza uma translação vertical. Portanto a $Im = [-1 + d;\ 1 + d]$.

PPC: *Este é o parâmetro que os livros didáticos mais apresentam, o que mais trabalhamos. No entanto dificilmente se observa essa translação. Normalmente não somamos uma constante e comparamos com a função básica* $f(x) = sen(x)$*.*

PPA: *E como fazer isso no quadro? Fica muito limitado, demanda muito tempo e ainda é cansativo para o aluno.*

Em linhas gerais, com relação aos parâmetros da função $g(x) = a.sen(b.x + c) + d$, foi sistematizado que

- parâmetro **a**: varia a amplitude, alterando a imagem da função;
- parâmetro **b**: varia a frequência, alterando o período da função;
- parâmetro **c**: translação horizontal, não alterando domínio, imagem e período;
- parâmetro **d**: translação vertical, alterando a imagem da função.

Algumas considerações

As tarefas desenvolvidas no curso permitiram aos professores aprender conteúdos e propriedades matemáticas, utilizar o GeoGebra, bem como refletir sobre os materiais que utilizam em sala de aula e o modo como ensinam. Os professores perceberam vários "pontos" que podem servir para reflexão a respeito de suas práticas pedagógicas e demonstraram esforço em (re)pensar formas alternativas para melhorá-las (WENGER, 1998).

Consideramos que o computador ou a utilização do GeoGebra por si só, não garantem o sucesso dos processos de ensino e de aprendizagem. No entanto, o modo como esse ambiente foi organizado, permitiu negociações de significados que foram fundamentais para aprendizagem dos PP que inicialmente haviam demonstrado dúvidas conceituais.

É importante salientar que as discussões dos conceitos e propriedades matemáticas, foram desencadeadas pela estratégia didática de ter deixado na mesma janela do

Geogebra as funções $f(x)$ e $g(x)$. O gráfico da função $f(x)$, permitiu visualizar e comparar, com evidência, as transformações dos gráficos da função $g(x)$ quando se realizaram as alterações nos seus parâmetros. Dessa forma, a utilização do GeoGebra nessas tarefas, possibilitou a experimentação, transformações e generalizações.

Os PP demonstraram compreensão de como utilizar o GeoGebra em uma perspectiva investigativa e manifestaram a possibilidade de trabalhar com outras famílias de funções, com outras combinações de movimentos de seletores, vinculadas ao ciclo trigonométrico.

De modo geral, observamos um grande entusiasmo quanto à utilização do software, fato que pode favorecer sua inserção na prática pedagógica. No entanto, diante do estudo apresentado, surgem novas questões relacionadas à formação de professores e as TIC que podem ser consideradas relevantes para investigações futuras. Como exemplo, destaca-se a exploração de outras ferramentas do GeoGebra; a combinação de outras metodologias de ensino ao uso deste software; os papeis e as atitudes dos professores frente as TIC; outras modalidades de cursos de formação utilizando as TIC; as diferentes formas de interação do estudante-computador-saber; uso da internet como recurso para aprendizagem de alunos e professores. Enfim, há muitos desafios a serem enfrentados que podem colaborar para integração das TIC às práticas pedagógicas.

Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G.(2003). *Informática e Educação Matemática.* 2.ed., Belo Horizonte: Autêntica.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. (2008). *Diretrizes Curriculares de Matemática.* Curitiba: SEED.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H.(2006). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula.* Belo Horizonte: Autêntica.

PONTE, J. P.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M.(2002). As novas tecnologias na formação inicial de professores: Análise de uma experiência. In: M. Fernandes, J. A. Gonçalves, M. Bolina, T. Salvado, T. Vitorino (Orgs.), O particular e o global no virar do milénio: *Actas V Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.* Lisboa: Edições Colibri e SPCE.

SKOVSMOSE, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education.* Dordrecht: Kluwer.

_______ . Cenários para investigação.(2000) *Bolema*, Ano 13, nº 14, p.66-91.

TÖRNER, G; ROLKA, K.; RÖSKEN, B.; SRIRAMAN, B. (2010). Understanding a Teacher's Actions in the Classroom by Applying Schoenfeld's Theory Teaching-in-context: reflecting os goals and beliefs. In:B. SRIRAMAN; L. ENGLISH (Eds). *Theories of Mathematics Education: seeking new frontiers*. New York: Springer.

WENGER, E.(1998). *Communities of practice: Learning, meaning and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

WILSON, Patrícia S. (2008). Teacher Education: a conduit to the classroom. In: HEID, M. Kathleen e BLUME, Glendon W. (orgs). *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics:* cases*, and Perspectives*. Vol. 2. Pennsylvania State University.