Outra parábola na igreja?

MARCIA MAIOLI[1]

LEILA CRISTINA ESCUDEIRO SEIFERT[2]

SILVIA JULIANI BRANDT[3]

SILVIA VILELA DE OLIVEIRA RODRIGUES[4]

Resumo

O presente trabalho enquadra-se na temática: Estratégias de Ensino e Aprendizagem na Educação Matemática Básica. Considerando recomendações de documentos curriculares e o fato de que nem sempre é fácil mostrar ao estudante aplicações dos temas tratados no Ensino Médio, apresentamos neste relato uma investigação que visa analisar a forma dos arcos que compreendem as janelas laterais do Santuário Eucarístico Diocesano situado na cidade de Cianorte, Paraná. O formato dos arcos nos levou à hipótese que o mesmo pudesse ser representado por uma parábola. Tomamos algumas medidas em um dos arcos e utilizamos o software GeoGebra como recurso para comprovar nossa hipótese.

Palavras-chave: *Aplicação de parábola, Educação Matemática, GeoGebra, Parábola*.

Introdução

Dentre as temáticas propostas para a Primeira Conferência Latino-Americana de GeoGebra o presente trabalho enquadra-se em Estratégias de Ensino e Aprendizagem na Educação Matemática Básica. Relatamos aqui uma atividade que desenvolvemos no âmbito de um projeto de extensão universitária no biênio 2007/2008 na Universidade Estadual de Maringá sob a coordenação da professora Márcia Maioli. Tal projeto contou com a participação de professores da Secretaria de Estado da Educação do Paraná, Núcleo Regional de Cianorte e teve por objetivo estudar *softwares* gratuitos que pudessem ser utilizados em nossas atividades como professores de matemática.

Nessa época participávamos também do Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, que hoje é uma política pública de Estado que tem como objetivo "oferecer Formação Continuada para o Professor da Rede de Ensino do Paraná" (PARANÁ, 2010, paginação irregular). O PDE estabelece uma interação entre os professores da educação

[1] Universidade Estadual de Maringá – marciamaioli07@gmail.com
[2] Secretaria de Estado da Educação do Paraná – leilaescudeiro@gmail.com
[3] Secretaria de Estado da Educação do Paraná - silviabrandt@seed.pr.gov.br
[4] Secretaria de Estado da Educação do Paraná - svilelarodrigues@gmail.com

básica e professores do ensino superior: “A Formação Continuada do professor no PDE dar-se-á por meio de estudos, discussões teórico-metodológicas em atividades nas Instituições de Ensino Superior – IES e de projeto de Intervenção na Escola” (PARANÁ, 2010, paginação irregular).

A escolha do título deste relato deve-se ao fato de que no Santuário Eucarístico Diocesano de Cianorte, cidade do noroeste do Paraná, as parábolas parecem não limitarem-se àquelas apresentadas na bíblia que, segundo o Novo Dicionário Brasileiro Melhoramentos (7ª edição), é definida como “narração alegórica que contém algum preceito moral”.

Supostamente existem outras parábolas observadas na estrutura física do Santuário, projetado em 1963 e que, curiosamente, não guarda nenhum registro do seu projeto arquitetônico.

FIGURA 1 – Vistas do Santuário Eucarístico Diocesano

Entendemos que tratar o conteúdo de maneira contextualizada seja aproveitar ao máximo as relações existentes entre esses conteúdos e o contexto pessoal ou social do aluno, de modo a dar significado ao que está sendo aprendido. Para tanto é preciso levar em conta que todo conhecimento envolve uma relação ativa entre o sujeito e o objeto do conhecimento.

Entendemos que a apresentação de aplicações práticas seja uma das estratégias de introduzir um trabalho contextualizado. No entanto, apesar de a Matemática permear praticamente todas as áreas do conhecimento, nem sempre é fácil mostrar ao estudante aplicações reais e interessantes dos temas tratados na escola. Vimos na estrutura física do Santuário uma possibilidade de aplicação concreta para construir ou explorar conhecimentos sobre parábolas, conteúdo curricular do atual Ensino Médio brasileiro.

Nossa investigação tem por objetivo constatar se os arcos que compreendem as janelas do Santuário têm ou não o formato de uma parábola. Em caso afirmativo, encontrar uma equação como modelo matemático para a curva do arco.

1. Procedimentos

Com o objetivo de encontrar informações sobre as medidas das janelas do Santuário, buscamos em órgãos como secretaria paroquial, prefeitura e cartórios, o projeto arquitetônico do Santuário construído na década de 60. Curiosamente, não encontramos nenhum registro sobre o mesmo. Optamos então por tomar medidas na própria janela.

Considerando o arco que circunda os vidros da janela, medimos a largura da sua base, a altura do ponto mais alto e outros quatro pontos situados em linhas paralelas à base. Nesse instante, fomos acometidos por uma dúvida de ordem prática: o que fazer com aquelas medidas? Como conferir se aquele conjunto de pontos “desenhava” uma parábola?

As Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica do Estado do Paraná defendem que qualquer recurso tecnológico (softwares, televisão, calculadoras, aplicativos da internet, entre outros) favorece as experimentações matemáticas potencializando formas de resolução de problemas.

D’Ambrósio (1988) afirma que as possibilidades de observação e investigação são ampliadas com a utilização do computador, pois algumas etapas formais do processo construtivo são sintetizadas. Vislumbramos que a utilização de ambientes informatizados pudesse auxiliar nosso trabalho colaborando com a visualização e simulação de situações e conceitos referentes à parábolas, nem sempre fáceis de representar manualmente.

Disponibilizado em internet pelo professor Humberto José Bortolossi encontra-se um tutorial do software *Régua e Compasso* descrevendo a construção geométrica de uma parábola. Ao consultá-lo, à primeira vista, estranhamos alguns procedimentos. Por exemplo, a razão de recorrer à mediatriz entre dois pontos e a retas perpendiculares para a construção da curva. Constatamos que tais dificuldades decorriam de fragilidades no conceito que tínhamos de parábola. Optamos por rever a definição de parábola.

Encontramos diferentes formas de apresentar a definição da curva, por exemplo, para Silva (1985) a parábola é uma curva obtida através da intersecção de um plano secante paralelo a uma e somente uma geratriz do cone. Machado (1986) define parábola como o lugar geométrico dos pontos de um plano que são eqüidistantes de uma reta dada d e de um ponto dado F, $F \notin d$, do plano.

Considerando a definição dada por Machado, temos que o ponto F dado é chamado de *foco* e reta d, chamada *diretriz* da parábola. De acordo com a inclinação da diretriz e a posição do foco em relação a esta diretriz, a parábola pode apresentar concavidade voltada para qualquer direção.

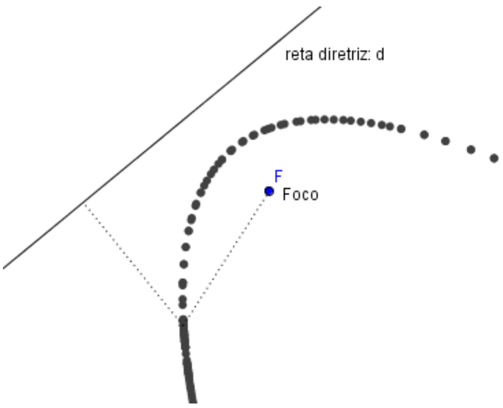

FIGURA 2 – Parábola com diretriz inclinada

Utilizando o GeoGebra e inspirados no tutorial disponibilizado pelo Professor Bortolossi, construímos a curva que representa uma parábola de acordo com o seguinte caminho:

- Na barra de ferramentas escolhemos o modo *reta definida por dois pontos,* para obter a reta diretriz, d.

- Criamos um ponto F (foco) fora da reta d.

- Construímos um ponto D sobre a reta d. Observamos que é possível mover o ponto D, mas somente sobre a reta d.

- Construímos a mediatriz dos pontos F e D, selecionando na barra a função mediatriz e depois clicando nos pontos F e D.

- Construímos uma reta perpendicular a AB passando pelo ponto D.

- Criamos um ponto P sobre a intersecção da reta perpendicular a d e a mediatriz dos pontos F e D.

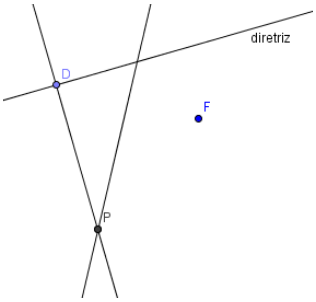

FIGURA 3 – Construção da parábola

- Movimentando o ponto D sobre a reta, observamos que a trajetória do ponto P é de uma curva. Para obter um traço nesta trajetória, clicamos com o lado direito do mouse sobre o ponto P e selecionar a função habilitar traço.

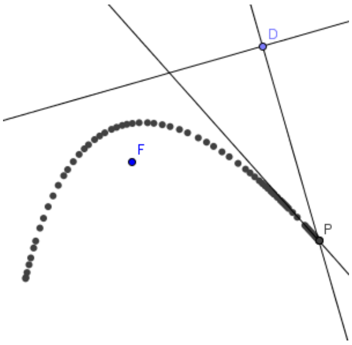

FIGURA 4 – A parábola

Por meio desse processo de construção compreendemos que a curva desenhada pelo rastro do ponto P satisfaz a definição de parábola. A curva representa o lugar geométrico cujos pontos eqüidistam do foco e da diretriz, visto que todos eles estão sobre a intersecção da mediatriz do segmento DF e a reta perpendicular à diretriz passando por D. Esta construção no GeoGebra possibilita-nos observar o que acontece com a curva quando deslocamos a diretriz e o foco sem precisar reconstruir o gráfico desde o início como aconteceria manualmente.

2. O arco da Janela

A janela do Santuário tem um eixo vertical de simetria. Decidimos estabelecer um sistema de coordenadas cartesianas considerando esse eixo de simetria coincidente com o eixo das ordenadas e o eixo das abscissas coincidente com a base da janela. A partir das medidas que realizamos na janela, representamos alguns pontos do arco conforme mostra a figura abaixo:

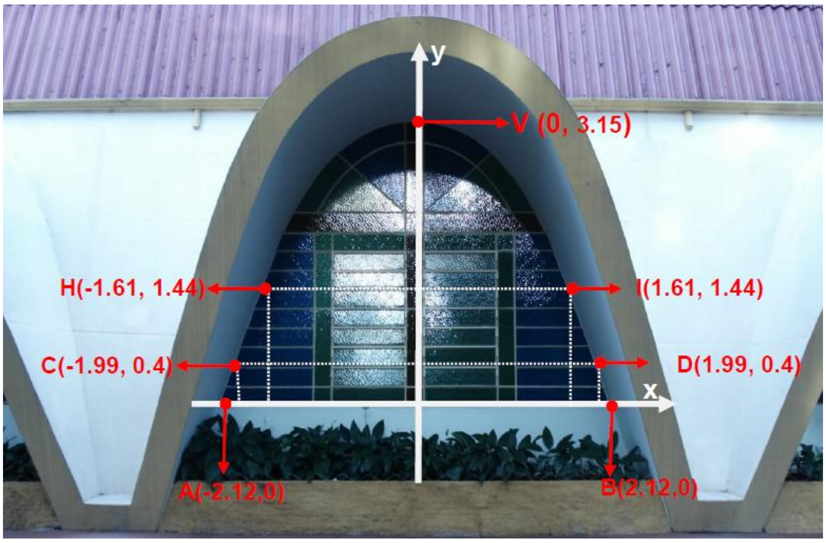

FIGURA 5 – Janela do Santuário

Transferimos estas informações para a tela do GeoGebra. Supondo que o arco representa uma parábola, então deve existir um ponto F, representando o foco e uma reta d, representando a diretriz tal que, a distância de qualquer ponto P pertencente a este arco é igual à distância desse ponto P à reta diretriz.

Como o foco encontra-se no eixo de simetria da parábola, criamos o ponto F, qualquer, sobre o eixo y. Para garantir a eqüidistância do vértice ao foco e à diretriz, selecionamos na barra de ferramentas: *reflexão com relação a um ponto,* e depois clicamos sobre o ponto F (foco) e V (vértice) e assim o programa nos forneceu o ponto E, reflexão do ponto F em relação a V.

Na medida em que movemos o ponto F sobre o eixo de simetria, distanciando ou aproximando este do vértice, o ponto de reflexão criado eqüidista de V. Sobre este ponto E traçamos a diretriz d paralela a eixo x.

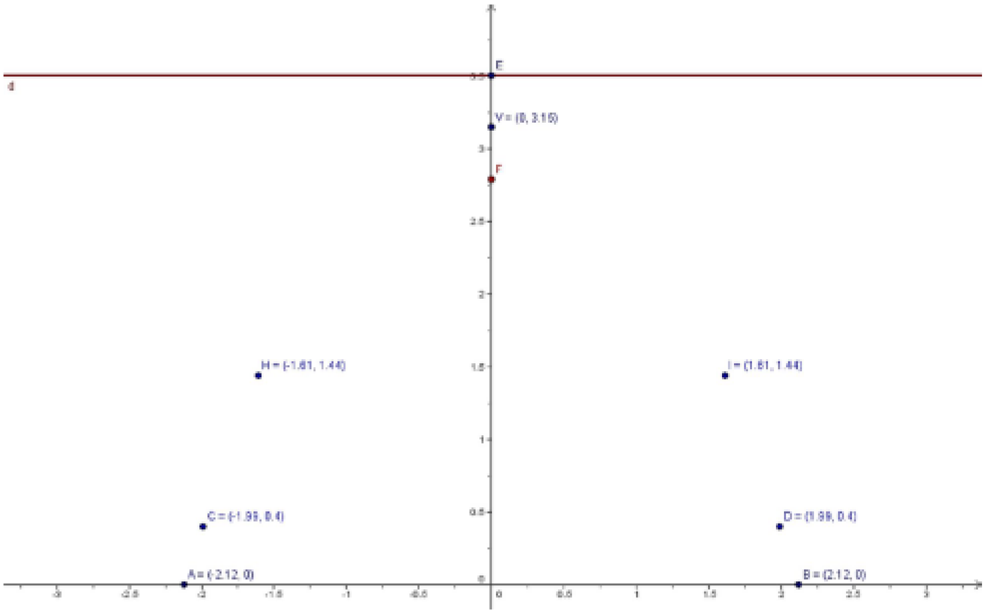

FIGURA 6 – Pontos do arco

Criamos um segmento *a* de F ao ponto A, supondo que A pertença ao arco, e outro segmento *b* de A à reta d num ponto G, perpendicular à diretriz. Para garantir que o ponto A esteja eqüidistante de F e G, traçamos a mediatriz entre F e G e ajustamos o foco F de forma que a mediatriz se aproximasse ao máximo do ponto A.

Pela janela de álgebra, observamos que as distâncias do ponto A ao foco e de A à diretriz são praticamente iguais. Logo o nosso possível foco é o ponto F(0, 2.793) e a diretriz é a reta perpendicular ao eixo de simetria da parábola que corta o ponto E(0, 3.507).

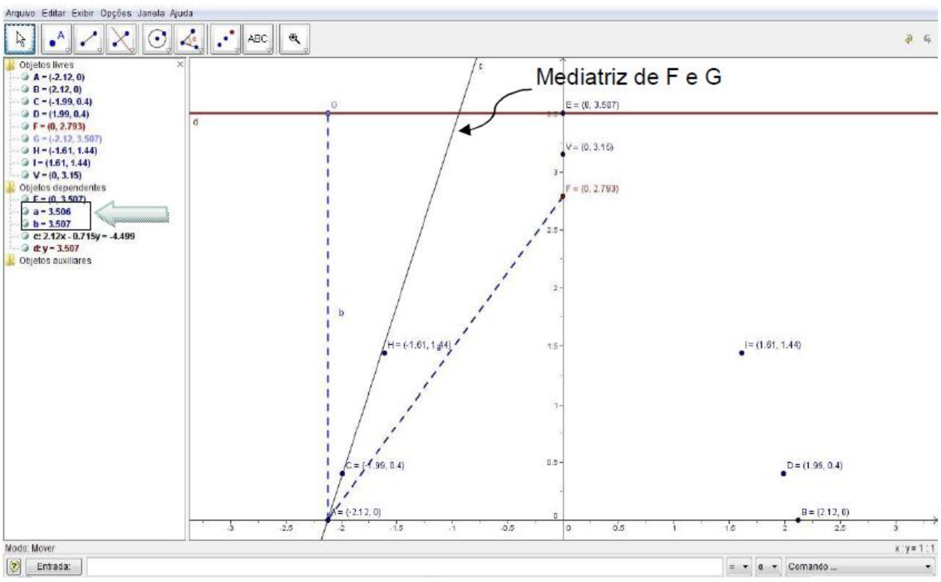

FIGURA 7 – GeoGebra

Levando em conta este foco, esta diretriz e utilizando o mesmo procedimento apresentado no início deste relato, construímos a parábola.

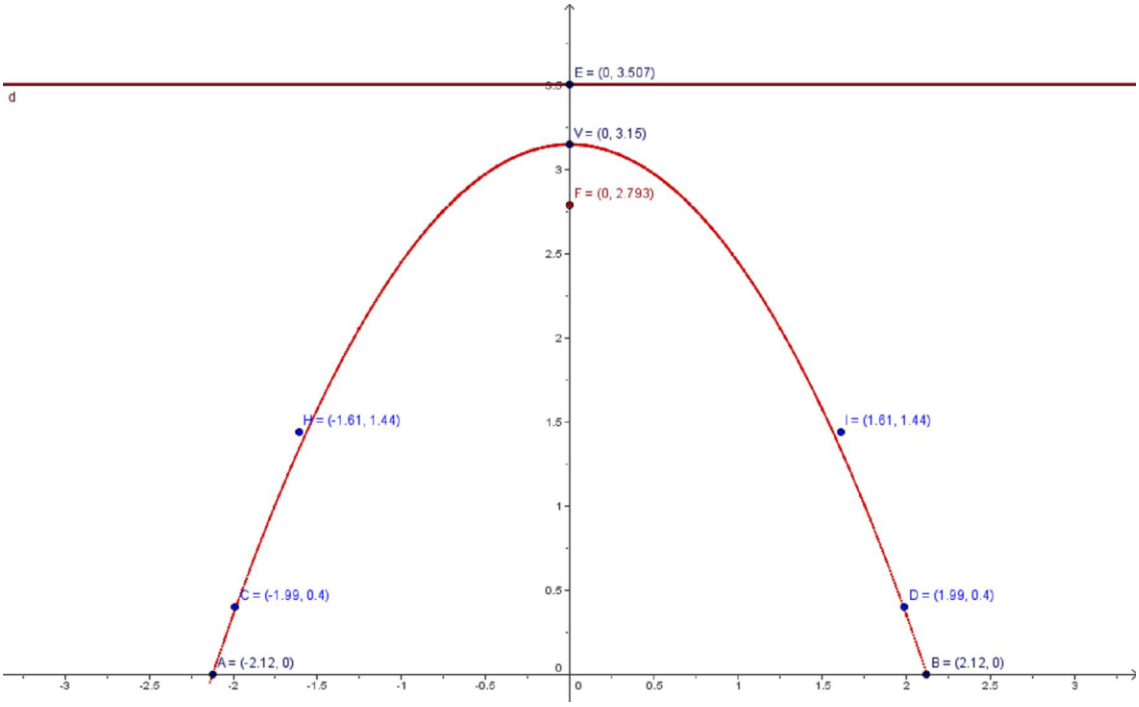

FIGURA 8 – Esboço da parábola

Observamos que alguns pontos do arco ficaram fora deste lugar geométrico. Julgamos que os pontos estão próximos da curva, de forma que decidimos considerar a parábola com foco em F(0, 2.793) e diretriz horizontal passando pelo ponto E(0, 3.507) como modelo matemático para o arco da janela.

3. Equação da parábola associada ao arco

Passamos a procurar uma equação que representasse a parábola considerada, a partir dos seguintes dados:

Equação da reta d , diretriz: $-y+3.507=0$

Coordenadas do foco: F(0, 2.793)

Ponto genérico pertencente à parábola: P(x,y)

Por definição de parábola, temos que a distância do ponto P à reta d , que designamos por d(P, d), é igual à distância de P ao ponto F, que designamos por d(P,F).

Lembrando que a distância de um ponto P(x_p, y_p) à uma reta d com equação $ax+by+c=0$, é dada por:

$$\mathrm{d(P,}d\,) = \frac{|ax_p + by_p + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Assim, no caso da nossa curva:

$$\mathrm{d(P,}d\,) = \frac{|0.x - 1y + 3.507|}{\sqrt{0^2 + 1^2}}$$

$$\mathrm{d(P,}d\,) = |-y + 3.507|$$

A distância entre dois pontos P e F é dada por:

$$\mathrm{d(P,F)} = \sqrt{(x_P - x_F)^2 + (y_P - y_F)^2}$$

No caso da nossa curva:

$$\mathrm{d(P,F)} = \sqrt{(x-0)^2 + (y - 2.793)^2}$$

$$\mathrm{d(P,F)} = \sqrt{x^2 + (y - 2.793)^2}$$

Na parábola em questão, temos:

$$\mathrm{d(P,}d\,) = \mathrm{d(P,F)}$$

$$|-y + 3.507| = \sqrt{x^2 + (y - 2.793)^2}$$

Após alguns cálculos chegamos à equação:

$$-0.70028011204x^2 - y + 3.15 = 0$$

Para efeito de comparação, buscamos a equação da parábola que passa pelos pontos V(0, 3.15); A(-2.12,0) e B(2.12,0). Partimos da equação reduzida de uma parábola com eixo de simetria perpendicular ao eixo x: $y = ax^2 + bx + c$ e, por meio de um sistema de equações, chegamos à equação: $-0.70087219651x^2 - y + 3.15 = 0$.

Da mesma forma, buscamos também a equação da parábola que tem vértice em V(0, 3.15) e passa pelos pontos H(-1.61, 1.44) e I(1.61, 1.44) que, em nosso estudo, ficam fora da curva construída no GeoGebra. Obtivemos a equação $-0.66x^2 - y + 3.15 = 0$.

Considerações finais

Sabemos que em objetos reais é impossível encontrar a perfeição dos objetos matemáticos. Além disso, devemos considerar fatores como a imprecisão na hora de medir, a fragilidade dos instrumentos utilizados, a superfície da janela, o fato do GeoGebra trabalhar com aproximação de casas decimais, que podem ter influenciado no resultado obtido. Ainda assim, pela proximidade dos pontos do arco com a curva construída no GeoGebra e pela semelhança entre as equações obtidas, podemos dizer que o arco tem formato muito próximo ao de uma parábola.

Notamos que, de forma geral, assim como os livros didáticos, utilizamos o termo *parábola* pela primeira vez na oitava série, quando abordamos gráfico da função quadrática, apenas informando que aquela curva recebe o nome de parábola. Como exemplo, citamos Ribeiro (2005): "O gráfico de uma função polinomial do 2º grau no plano cartesiano é uma curva chamada **parábola**" (p.176). Mas o que é uma parábola? Essa definição só é abordada (quando é) no estudo das cônicas ao final do ensino médio.

Nos demos conta que, no caso da parábola, em nossa prática é comum trabalharmos a partir da parábola e sua equação conhecida, mas, agora fizemos o contrário: partindo de um conjunto de pontos, verificamos se a curva tem ou não o formato de parábola. Nesse aspecto as possibilidades de tentativas por movimentação de pontos que o GeoGebra oferece foram fundamentais. Com esta experiência observamos que, para compreender os procedimentos do software, precisamos rever nossas concepções a respeito de objetos matemáticos como a própria definição de parábola como lugar geométrico ou a propriedade dos pontos que pertencem à mediatriz de um segmento. Quanto mais aprofundávamos nossos conhecimentos teóricos a respeito da parábola, mais compreendíamos os procedimentos do software. De forma recíproca, quanto mais compreendíamos os procedimentos do software, mais compreendíamos o comportamento dos pontos que pertencem a uma parábola.

Trabalhar com a construção da curva permitiu-nos perceber articulações entre diversos conhecimentos matemáticos como propriedades da mediatriz, distância entre ponto e reta, distância entre dois pontos. Quando observamos geometricamente a proximidade dos pontos com a curva e depois a semelhança, porém não coincidência, entre as equações, pudemos perceber a forte articulação entre geometria e álgebra bem como a forma como estes dois tipos de registro se complementam. Desta forma, embora tenhamos tomado uma situação externa à sala de aula, nosso crescimento se deu de forma significativa no contexto da própria matemática.

Referências

D'AMBROSIO, Ubiratan; BARROS, J.P.D. (1988). Computadores, escola e sociedade. São Paulo: Scipione.

MACHADO, Antônio dos Santos. (1986). *Matemática, Temas e Metas.* São Paulo: Atual,1986.

MELHORAMENTOS. (1992): *Dicionário da Língua Portuguesa*. 7ª Edição. São Paulo:Melhoramentos, P.377.

PARANÁ. Lei complementar nº 130. Curitiba, 2010.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. (2006). *Diretrizes Curriculares do Estado doParaná*. Curitiba: SEED/SUED.

RIBEIRO, J. (2005). *Projeto radix: matemática, 8ª. Série.* São Paulo: Scipione.

SILVA, Geni Schulz. (1985). Por que elipse, parábola e hipérbole? *Revista do Professor de Matemática*, n° 7, P. 43-44.

TUTORIAL 13, Régua e Compasso. Disponível em: <http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/tutorial/3.8/car-tutorial-12-gif/car-tutorial-12-main-gif.html>. Acesso em 11/06/2007.