

BAYESIANISMO BAYESIANISM

Reinaldo José Gianini*

HISTÓRICO

O Bayesianismo é uma corrente da filosofia da ciência que se desenvolveu a partir das publicações de pensadores britânicos no século 18, tendo seus argumentos principais surgido primeiramente em um ensaio de autoria de Thomas Bayes, em 1764, e que é considerado seu fundador. No entanto, esta forma de pensar só passa a ser utilizada de modo relevante pela ciência a partir de 1930, e pela epidemiologia a partir de 1970.¹

PROPOSIÇÃO

O pensamento central do Bayesianismo pode ser enunciado da seguinte forma: “Quando se atribui certo grau de certeza (também denominada probabilidade subjetiva) às premissas do (s) argumento (s) que valida (m) e justifica (m) a pesquisa, utilizando-se a seguir regras da teoria da probabilidade para derivar certezas sobre a conclusão da pesquisa em questão, estas certezas finais são, logicamente, consequências das certezas originais. Assim, o problema que se apresenta é de que a certeza sobre a conclusão da pesquisa, ou probabilidade *a posteriori*, depende fortemente do que se utilizou como certezas iniciais, ou probabilidade *a priori*”.¹

Introduz-se, portanto, o conceito de probabilidade condicional, que é definida e anotada como segue:

“Probabilidade condicional”: $P(A|B) =$ “probabilidade de A dado B”.²

TEORIA

O Bayesianismo se esforça por elucidar melhor o mecanismo da indução, que parte de pressuposições subjetivas com base na intuição, conjecturas e experiência do pesquisador. Nesta, a função de probabilidade condicional leva em consideração a probabilidade pré-estudo (ou pré-teste) e a probabilidade do resultado obtido no estudo, para calcular a probabilidade pós-estudo (ou pós-teste), que se expressa em termos de verossimilhança. Desta maneira, se contrapõe ao *status quo* do Frequentismo, que se apóia no mecanismo de dedução a partir de probabilidades observadas.

Para os frequentistas, quando é mínima a probabilidade dos resultados do estudo ocorrer ao acaso, se aceita que deve haver uma explicação científica (racional, lógica, plausível) para aquela ocorrência (teoria). Em outras palavras, se aceita que é verdade. A tomada de decisão (aceitação ou rejeição de determinada hipótese) é baseada na probabilidade dos resultados do estudo, sendo desconsiderada a probabilidade pré-estudo.³

UTILIZAÇÃO

Fundamentalmente, o pensamento bayesiano é utilizado em duas situações: Bayes para a avaliação de testes diagnósticos e Bayes para o julgamento crítico de resultados de pesquisas em saúde.⁴

I. BAYES PARADIAGNÓSTICO - EXEMPLO

Problema I - A prevalência de DIC (doença isquêmica coronariana) na população de 35 anos ou mais é 29,4%, 55,2% e 68,0%, nos grupos de baixo, médio e alto risco, respectivamente (classificação de risco de Framingham para eventos coronarianos baseada em dados clínico-epidemiológicos). J.S. é suspeito de ser portador de DIC, pois apresenta história, sinais e sintomas compatíveis, e seria classificado no grupo de alto risco. Seu médico pediu coronariangiografia com tomografia computadorizada de 64 cortes para confirmar ou afastar o diagnóstico de DIC. Este exame tem sensibilidade de 90% e especificidade de 79,2%, apresentando um valor preditivo positivo de 64,3% e valor preditivo negativo de 95% quando aplicado em amostra que representa a população de 35 anos ou mais.⁵ Quais seriam as alternativas corretas?

- Se o resultado do exame de J.S. for positivo sua chance de apresentar a doença é igual a 64,3%.
- Se o resultado do exame de J.S. for positivo sua chance de apresentar a doença é igual a 90,3%.
- Se o resultado do exame de J.S. for negativo sua chance de não apresentar a doença é igual a 95%.
- Se o resultado do exame de J.S. for negativo sua chance de não apresentar a doença é igual a 78,5%.

A resolução do problema I, aplicando-se o teorema de Bayes⁴ (probabilidade condicional), seria a seguinte:

Probabilidade pós-teste + = (sensibilidade x prevalência) / (sensibilidade x prevalência) + [(1-especificidade)x(1-prevalência)] = $0,90 \times 0,68 / (0,90 \times 0,68) + (0,208 \times 0,32) = 90,3\%$

Probabilidade pós-teste - = [especificidade x (1-prevalência)] / [especificidade x (1 - prevalência)] + [(1-sensibilidade) x prevalência] = $0,792 \times 0,32 / (0,792 \times 0,32) + (0,10 \times 0,68) = 78,5\%$

As estimativas mais corretas seriam *b* e *d*, e não mais *a* e *c* como inicialmente poderíamos ter pensado.

COMENTÁRIO

A probabilidade pós-teste + é maior porque foram levados em consideração dados clínicos e epidemiológicos, critérios de Framingham, que traduzem probabilidades pré-teste (prevalência) distintos para os grupos de risco. Sendo JS do grupo de alto risco, a chance de diagnóstico positivo errado é reduzida. Coerentemente, a probabilidade pós-teste - diminui quando consideramos que J.S. pertence ao grupo de alto risco (chance de diagnóstico negativo errado aumenta).

Observem no quadro as estimativas para pacientes de baixo e médio risco.

Quadro. Valores preditivos pré e pós-teste de DIC segundo grupos de risco*

Grupo de risco (Framingham)	Probabilidade pré-teste + (%) (Prevalência)	Probabilidade pré-teste - (%) (1 - Prevalência)	Probabilidade pós-teste + (%) VP +	Probabilidade pós-teste - (%) VP -
Baixo	29,4	60,6	67,7	94,2
Médio	55,2	44,8	83,6	86,0
Alto	68,4	31,6	90,3	78,5

* Assumindo como parâmetros os dados de Hussmann *et al.* 2008⁵

A probabilidade pós-teste + é denominada *likelihood* do teste + (ou verossimilhança do teste +). E a probabilidade pós-teste - é denominada *likelihood* do teste - (ou verossimilhança do teste -). Em bom português, significa o quanto o resultado do teste é verossímil.^{1,4}

II. BAYES PARA JULGAMENTO CRÍTICO DE RESULTADOS DE PESQUISAS EM SAÚDE⁶ – EXEMPLO

Problema II - Suponha que determinado pesquisador tenha a informação de que a taxa de melhora de determinada doença quando tratada com placebo é igual a 0,50 (50%). Este pesquisador está convicto de que se tratar esta doença com o medicamento Y poderá aumentar a taxa de cura para 62% ou mais. Desse modo, se propôs a estudar a resposta ao tratamento pelo medicamento Y em uma amostra de 140 pacientes que apresentam essa doença. Realizado o estudo, de forma honesta e muito rigorosa, verificou que 92 pacientes apresentaram melhora na amostra estudada ($p = 0,0001$). (Dados baseados em González *et al.*⁷ e adaptados para o problema).

Qual seria a alternativa correta?

a. A hipótese de que o medicamento Y aumenta a taxa de melhora pode ser aceita como verdadeira, pois o p é bem menor que 0,05 ($p = 0,0001$ é altamente significativo).

b. A chance do medicamento Y realmente aumentar a taxa de melhora é menor que 95%.

Para um frequentista, a resposta correta seria a alternativa a; para um bayesiano a resposta correta seria a alternativa b. Vejamos como o bayesiano faz os cálculos.

Odds Pós-estudo = Odds Pré-estudo x LR ou Fator de Bayes.

LR = Likelihood Ratio = Razão de Verossimilhança = $P(\text{resultados observados}|H_0)/P(\text{resultados observados}|H_1)$.

H0: não há diferença entre placebo e medicamento Y.

H1: o medicamento Y apresenta uma taxa de melhora maior que o placebo.

Odds = “Razão de chances”.^{1,4} Exemplo: digamos que João joga xadrez contra Luís e dez amigos resolvem apostar dinheiro no ganhador. Cada apostador dá R\$10,00. Se João vence, os R\$100,00 serão divididos por dois apostadores, ou seja, R\$50,00 para cada um. Em outras palavras, para cada real apostado ganhará quatro; se Luís vence, os R\$100,00 serão divididos por 8 apostadores, R\$12,50 cada; o mesmo que dizer que para cada R\$4,00 apostados ganhará R\$1,00. Então, a razão de chances (Odds) para quem apostou em João é igual a 4:1, e para quem apostou em Luís é 1:4.

Odds Pós-estudo = $P(H_0|\text{resultados observados})/P(H_1|\text{resultados observados})$. Também denominada Razão de verossimilhança pós-teste.

Odds Pré-estudo = $P(H_0)/P(H_1)$ estimada com base no conhecimento já existente. Também denominada Razão de verossimilhança pré-teste.

A probabilidade de 87 melhoras em 140 pacientes (considerada $H_1=0,62$) é igual a 0,0011 (distribuição binomial*); a probabilidade de 70 curados (considerada $H_0=0,50$) é igual a 0,0673. Então, a razão de verossimilhança de H_0/H_1 pré-teste = $0,0673/0,0011 = 61,2$, ou seja, a probabilidade de H_0 ser verdadeira é 61,2 vezes maior que a probabilidade de H_1 ser verdadeira. Realizada a pesquisa, encontrou-se 92 melhoras entre os tratados. Então:

Distribuição Binomial:⁸ $P(x) = [n! / x!(n-x)!] \cdot p^x \cdot (1-p)^{(n-x)}$
Onde: n = tamanho da amostra; x = número de melhoras; p = proporção de melhora na hipótese em questão.

$$P(92|h_0) = p(92|0,50) = 0,0001$$

$$92 \text{ melhoras} / 140 \text{ pacientes} = 0,657 = H_1$$

$$P(92|H_1) = p(92|0,657) = 0,0709$$

Fator de Bayes = razão de verossimilhança dos resultados observados para $H_0/H_1 = 0,0001/0,0709 = 0,0014$ (ou seja, probabilidade de H_0 ser verdadeira igual a 0,14% da probabilidade de H_1 ser verdadeira).

Razão de verossimilhança pós-teste = Verossimilhança de H_0/H_1 pré-teste x Fator de Bayes = $0,0673/0,0011 \times 0,0001/0,0709 = 0,086$ ou 8,6% (ou seja, probabilidade de H_0 ser verdadeira é igual a 8,6%, contra 91,4% de probabilidade de H_1 ser verdadeira – o que também pode ser lido como razão de chances $H_0:H_1$ igual a 1:10,4).

COMENTÁRIO

Bayes introduz o conceito de verossímil e cria um modo de medi-lo. As conclusões sobre os resultados das pesquisas deixam de ser uma simples decisão do tipo aceita ou rejeita, e passa a ser modulada pela força das evidências, que incluem as pressuposições que são construídas com dados objetivos preexistentes, obtidos junto à literatura, e a subjetividade do (s) pesquisador (es) - o que é intuído, concebido e vivenciado - naquele tema.⁹

A princípio pode parecer que a inclusão da subjetividade no procedimento de pesquisa leva a um menor rigor nas conclusões. Entretanto, como se observa no exemplo dado, a aplicação da probabilidade condicional resulta em conclusões mais conservadoras.

Goodman⁶ afirma que várias conclusões precipitadas das pesquisas de saúde teriam sido evitadas se o bayesianismo fosse mais amplamente empregado. Como exemplo cita-se a associação entre o hábito de tingir cabelo e a incidência de câncer: largamente aceita nos anos 90 (Petro-Nustas *et al.* - 2002)¹⁰ foi posteriormente derrubada por metanálises porque a associação não demonstrava consistência.

REFERÊNCIAS

1. Rothman KJ, Greenland S, editors. Modern epidemiology. 2nd ed. Philadelphia: Lippincott; Williams & Wilkins; 1998.
2. Areal Ferrari DBTP. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Divisão de Engenharia Mecânica-Aeronáutica. MOQ-12 Capítulo 02: Probabilidade Condicional [aula na Internet] [acesso em 09 fev 2009]. Disponível em: <http://www.mec.ita.br/~denise/teaching/MOQ12/aula02%20-%20Probabilidade%20Condicional.pdf>
3. Inverardi PLN. Frequentismo: I fondamenti storico-filosofici della discipline statistico-probabilistiche [aula na Internet] [acesso em 09 fev 2009]. Disponível em: www.economia.unitn.it/FACULTY/avvisi/Novi.pps.
4. Medronho RA, Carvalho DM, Bloch KV, Luiz RR, Werneck GL. Epidemiologia. Rio de Janeiro: Atheneu, 2004.
5. Husmann L, Schepis T, Scheffel H, Gaemperli O, Leschka S, Valenta I, et al. Comparison of diagnostic accuracy of 64-slice computed tomography coronary angiography in patients with low, intermediate, and high cardiovascular risk. Acad Radiol. 2008; 15(4):452-61.
6. Goodman S. Introduction to Bayesian methods I: measuring the strength of evidence. Clin Trials. 2005; 2:282-90.
7. González U, Pinart M, Reveiz L, Alvar J. Interventions for Old World cutaneous leishmaniasis. Cochrane Database System Rev. 2008; (4):CD005067.
8. Ayres M, Ayres Junior M, Ayres DL, Santos AS. BioEstat 4.0: aplicações estatísticas nas áreas das ciências biomédicas. Brasília: Ministério da Ciência e Tecnologia; 2005.
9. Pereira C, Castilho EA. RE: "Should meta-analyses of interventions include observational studies in addition to randomized controlled trials? A critical examination of underlying principles" [carta]. Am J Epidemiol [periódico na Internet]; 2009. Disponível em: <http://aje.oxfordjournals.org/cgi/reprint/kwp016v1>
10. Petro-Nustas W, Norton ME, al-Masarweh I. Risk factors for breast cancer in Jordanian women. J Nurs Scholarsh. 2002; 34(1):19-25.

Unimed 35 anos.
Isso tudo, foi você quem fez.

ANS - nº 34829-5
Rua Nelson C. Franco, 1313-1301
Sorocaba, SP

Em 4 de junho de 1971, um sonho uniu a medicina e começou a sair do papel. Hoje, 35 anos depois, a realidade construída por mais de 700 médicos foi muito além do que se imaginou. Uma realização que se tornou referência em tecnologia, qualidade, carinho e responsabilidade. 35 anos Unimed Sorocaba. Isso tudo, foi você quem fez.

www.unimedsorocaba.com.br

Unimed SOROCABA