



Revista Eletrônica de Filosofia  
*Philosophy Eletronic Journal*  
ISSN 1809-8428

São Paulo: Centro de Estudos de Pragmatismo  
Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia  
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
Disponível em <http://www.pucsp.br/pragmatismo>

Vol. 15, nº. 1, janeiro-junho, 2018, p.1-13  
DOI: 10.23925/1809-8428.2018v15i1p1-13

## PARADOXOS: ZENÃO DE ELÉIA E OS PROCESSOS DE COMPREENSÃO DA INTELIGIBILIDADE

**Eda Terezinha de Oliveira Tassara<sup>1</sup>**

Universidade de São Paulo  
lapsiusp@usp.br

**Lafayette de Moraes<sup>2</sup>**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
lapsiusp@usp.br

**Neuza Abbud<sup>3</sup>**

Universidade de São Paulo  
lapsiusp@usp.br

**Resumo:** No exercício da racionalidade, parte-se do pressuposto de que ela se constitui como uma das formas do pensar por meio de uma necessidade lógica traduzida por estruturas matemáticas, que sustentam os processos axiomáticos (Moraes 2016; Tassara, 2003), manifestando-se em uma direção trans-historicizada. Para se cumprir tal propósito, buscou-se a origem grega da crítica do método, direcionando-nos para os estudos sobre Zenão de Eleia, tentando desvelar possíveis raízes da racionalidade, tanto aplicadas ao estudo do movimento como às necessidades lógicas interpostas para fundamentar a demonstração. Contudo, Zenão estudou o movimento e não o repouso, por quê? Até o presente momento, não existe estudo para responder a essa questão. A saber o problema de Zenão, era trabalhar a compreensão sobre a realidade porém não houve elementos de busca na determinação dessa temática, não conseguindo dessa forma o exercício no campo da demonstração. Com efeito, limitou-se à elaboração de argumentos, considerando-se a *prova pelo absurdo*, como referente de uma capacidade analítica que permaneceu intacta no percurso histórico, a ser retomada pelos matemáticos, no século XIX.

**Palavras-Chave:** Zenão de Eléia. Paradoxo. Inteligibilidade. Método. Prova pelo Absurdo.

---

<sup>1</sup> Professora Titular do Departamento de Psicologia Social e do Trabalho do Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo e Coordenadora do Grupo de Estudos em Política Ambiental do Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo.

<sup>2</sup> Pós-Doutor em Lógica e Matemática, Professor Emérito do Departamento de Filosofia e Lógica da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e Ex-Professor da Unicamp.

<sup>3</sup> Pedagoga, Mestre em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e Doutora e Pós-Doutora em Psicologia Social pela Universidade de São Paulo.

## PARADOXES: ZENO OF ELEA AND THE PROCESSES OF THE COMPREHENSION OF INTELIGIBILITY

**Abstract:** *In the exercise of rationality, the basic assumption is that it is established as one of the forms of thought through a logical necessity translated by mathematical structures that support axiomatic processes. (Moraes 2016; Tassara, 2003), manifest in a Trans-historicized direction. To this end, we seek the Greek origin of the critique of method, turning to the studies of Zeno of Elea, trying to reveal possible roots of rationality, applied both to the study of movement and to the logical needs interposed to support the demonstration. Nonetheless, Zeno studied movement and not rest, but why? To date, there has been no study to answer this question. Namely, the problem of Zeno was to study the understanding of reality, however, there were no searchable elements in the determination of this subject, in such a way as that an exercise in the field of the demonstration was not obtained. In fact, we limited ourselves to the elaboration of arguments, considering the proof by reduction to absurdity, as the reference of an analytical capacity that continued intact through the course of history, being revisited by the mathematicians in the nineteenth Century.*

**Keywords:** *Zeno of Elea. Paradox. Intelligibility. Method. Proof by reduction to absurdity.*

\* \* \*

## Introdução

Nesse sentido, apresentou-se como hipótese<sup>4</sup>, a de que a compreensão do termo racionalidade implicaria a hermenêutica do processo trans-histórico<sup>5</sup>, que conduziu à transcendência da indução em dedução. Ao mesmo tempo, ganhou dimensão, nesta investigação, a questão sobre o modo como a ciência produz conhecimentos trans-históricos, conduzindo à indagação: Como promover a socialização competente de forma de conhecer?. Para se cumprir tal propósito, buscou-se, como ponto de partida, a origem grega da crítica do método, da axiomática, da lógica, levando-nos aos estudos desde Zenão de Eleia, para desenvolver uma crítica da produção argumentativo-reflexiva de pensadores, filósofos e cientistas, desvelando possíveis raízes da racionalidade, tanto aplicada ao estudo do movimento como às necessidades lógicas interpostas para fundamentar demonstrações. Ou seja, buscou-se extrair elementos que possam fazer emergir aspectos implicativos do raciocínio lógico-analítico proposto em Zenão, guiando-se pela seguinte questão: Zenão conseguiu ou não demonstrar o que pretendia? Em outras palavras, conseguiu analisar o tempo pelo movimento objetivado resolvendo o problema da dinâmica do movimento? Também subjaz em pauta o problema do *continuum*, ainda que de maneira intuitiva, trouxe grandes contribuições para futuros avanços formais sistematizados do pensamento, no que diz respeito, à evolução da investigação científica e que culminou com os trabalhos de Newton, Leibniz e Dedekind, entre outros.

---

<sup>4</sup> Este artigo é uma análise do primeiro capítulo da tese de Pós-Doutorado intitulado: *Racionalidade e Mecânica Racional. Estudo do Tempo como Grandeza Física* (USP-2017).

<sup>5</sup> Esse problema foi tratado por Fabrina Moreira Silva em sua tese de doutoramento em Filosofia da Ciência, a ser defendida em maio próximo, junto ao PPG em Filosofia da PUC-SP, sob orientação do Professor Antonio Valverde. A doutoranda é pesquisadora associada do LAPSI / IPUSP e do Grupo em Política Ambiental do IEA / USP. Nesse âmbito seu estudo pode compor o campo das ideias que se debateram ao longo da evolução do presente programa.

## 1. Os Paradoxos

O ser humano, ao longo de sua história, sempre procurou obter um certo grau de conhecimento a respeito do mundo que o rodeia, conhecimento esse que foi sendo elaborado pouco a pouco. Essa busca, no entanto, tornou-se patente a partir da escola fundada por Pitágoras. Conforme afirma Moraes e Alves (2013), na perspectiva histórica, os paradoxos, em Lógica, abarcam uma série de questões envolvendo várias áreas de conhecimento, sendo o desenvolvimento da capacidade crítica em relação ao uso da linguagem em nosso cotidiano uma das consequências desse estudo.

A questão dos paradoxos sempre intrigou os estudiosos de Lógica, desde a antiguidade até nossos dias, dentre os quais, pode-se destacar Crísipo e Zenão. Isso porque o rigor lógico e a sistemática do pensamento humano encontraram, nos paradoxos, um obstáculo quase intransponível. Historicamente os paradoxos constituíram uma série de problemas que desafiaram e ainda desafiam um grande número de matemáticos e filósofos.

Do ponto de vista etimológico, a origem do termo “paradoxo” também despertou interesse de estudo em várias escolas, sendo consenso atualmente que a palavra advém do grego *paradoxon*, cujo prefixo *para* significa “ao lado de” e o termo *doxa*, “opinião”.

Para discorrer sobre a questão dos “paradoxos,” será necessário tecer aproximações mediante o emprego do termo “paradoxo” propriamente dito, tendo-se como base o posicionamento de Quine. Embora este faça distinções entre os termos “antinomia” e “paradoxo”, para outros pensadores/autores ambos os termos são usados como sinônimos. Imprescindível também destacar um outro importante elemento a ser analisado no processo de construção dos paradoxos: a questão da autorreferência nas sentenças, no sentido de se indagar se elas seriam portadoras de circularidade à medida que se referem a si mesmas?

Na tentativa de responder às perguntas fundamentais acerca do universo, os seres humanos se articularam em diferentes escolas de pensamento tais como a jônica, a eleática, a pitagórica, entre outras; entretanto, para esta pesquisa, o interesse volta-se, visando-se a um maior aprofundamento, para a escola de Heráclito, que se opõe ao pensamento dos filósofos jônicos, cujas idéias se alicerçam na existência de uma substância primordial e permanente, ao afirmar que o aspecto essencial da realidade se encontra na “transformação incessante”, em que o “devir” tem papel relevante e preponderante na mobilidade (Caraça, 1952, p. 67).

Entretanto, em um posicionamento diferenciado, surgiu uma escola de pensamento que obteve grande prestígio: a de Pitágoras (580-504 a.C.). Defendendo o princípio da explicação racional sobre as coisas “nas diferenças de quantidade e de arranjo de forma; no número e na harmonia”, a máxima da escola pitagórica é “tudo é número” (Caraça, 1952, p. 69). Ou seja, toda compreensão do mundo passaria pelo crivo dos números, sendo interessante notar que, para Pitágoras os números se limitam aos naturais e racionais.

Neste patamar de leitura sobre a racionalidade, nada mais significativo do que reportar-se à figura de Aristóteles (300 a.C.), quando este afirma que a compreensão do universo consistiria no estabelecimento das relações entre números, isto é, na formulação de leis matemáticas. Em outras palavras, existiria

uma “ordenação matemática do Cosmo”, que poderia ser descrita através de fórmulas e números.

Compreende-se, entretanto que a matemática permite dois tipos diferentes de ações: a primeira diz respeito à contagem de elementos discretos, separados e indivisíveis; e a segunda envolve a medida de quantidades que são contínuas e, na imaginação, infinitamente divisíveis. Essas duas operações, entretanto, estão inter-relacionadas uma vez que na contagem, utilizam-se números, produzindo-se a maioria dos modelos existentes tais como o espaço e o tempo. E, Zenão, por exemplo, em seus paradoxos trabalhou com as duas instâncias (Baron & Bos, 1974, p. 22).

## 2. Fundamentos sobre o posicionamento de Zenão de Eléia

Zenão (490-430 a.C.), natural de Eleia, foi considerado um dos maiores lógicos de todos os tempos, contudo trabalhou apenas no sentido prático, porque não elaborou nenhuma teoria a respeito de suas descobertas. Em certo sentido, ele pode ser considerado como discípulo de Parmênides (metade do século V a.C.). Existem muitas informações sobre os paradoxos e muitas discordâncias dos historiadores em relação a suas possíveis interpretações, especificamente no que tange às posições sobre o movimento que classicamente são atribuídas a Zenão.

Uma das fontes de análise e de interpretação dessa questão encontra-se na obra “História da Matemática,” cuja autora, Tatiana Roque, oferece uma visão de criticidade muito significativa.

De acordo com a autora (Roque, 2012, p. 132), os paradoxos de Zenão são mencionados algumas vezes como vinculados ao problema da incomensurabilidade, entretanto, os argumentos propostos por Zenão sempre se voltam contra os pressupostos filosóficos. Além disso, a descoberta da incomensurabilidade deve ter ocorrido após a época de Zenão o que permite concluir que “seus paradoxos nada têm a ver com a questão”. Seria lógico ligar os paradoxos ao desenvolvimento do cálculo infinitesimal e ao conceito de limite; contudo, trata-se de uma “interpretação *a posteriori*”. Assim, a autora questiona a validade de tais argumentos, apontando ainda para a incerteza da afirmação de que haveria qualquer procedimento infinitesimal à época de Zenão afirmando, em decorrência, que se poderia “questionar, até mesmo se os seus paradoxos, para além de seu papel filosófico, tiveram alguma relevância para o desenvolvimento da matemática propriamente dita” (Roque, Idem;133). Ou seja, coloca-se em dúvida o fato de que de tais argumentos tenham sido originários do próprio Zenão.

Os enunciados acima apontados conduzem à seguinte inquietação: se o dilema instaurado por Zenão diz respeito ao movimento, cabe perguntar se as grandezas tempo e espaço seriam infinitamente divisíveis ou não. Ou seja, seria o tempo *per si* infinitamente divisível? Analogamente o espaço?

No contexto da história da antiguidade grega, Platão narra o encontro entre Zenão e Sócrates que teria ocorrido no festival das Grandes Panateias, em Atenas, em meados do século V a.C., ocasião em que, pela primeira vez, tomou-se conhecimento dos paradoxos de Zenão. Segundo Platão, quando terminou de escutar o texto lido pelo próprio Zenão, Sócrates solicitou a releitura da primeira “hipótese” e, ao final, interrogou-o com a questão: “O que queres dizer com isso?”

Ou seja, o diálogo de Zenão não foi perfeitamente compreendido por seus interlocutores imediatamente (Barnes, 2003, p.174).

É necessário lembrar que o método retórico utilizado por Sócrates, denominado *elenchus*, derivado da dialética, visava desenvolver mecanismos de raciocínio em relação ao opositor, buscando-se argumentos que viessem colocar à prova suas contradições (Rodrigues, 2009, p. 342). Dessa forma, mesmo com o restrito acervo de obras que chegaram até nosso tempo, constata-se com clareza que o seu pensamento inaugurou um modo de pensar totalmente original, revelando-se uma filosofia que conduz por meio de paradoxos, invariavelmente, à aporia, pois demonstra o absurdo e o equívoco de uma determinada posição filosófica. Pode-se confirmar com efeito que o “paradoxo não é, portanto, propriamente o método mas, o seu apogeu” (Costa, 2005, p.205).

Conforme Cajori (2007, p.35), Aristóteles e escritores gregos posteriores a ele interpretaram os argumentos de Zenão como falaciosos, sendo argumentos que não passam de perspicácias intelectuais. Passaram-se mais de 2.000 anos com repetidas tentativas de explicação sob este ângulo, havendo muitas dúvidas sobre a influência das idéias de Zenão no desenvolvimento da geometria grega.

A história guardou 40 fragmentos dos paradoxos, sendo que apenas 4 deles foram fornecidos em falas de Aristóteles e o restante dos argumentos, ou seja, a quase totalidade, estaria preservada apenas no comentário de Simplicio à Física.

Mediante posicionamento proposto por Zenão afirmando que tudo o que existe possui magnitude, podendo ser dividido em partes, decorre o posicionamento de que não se pode afirmar a natureza da unidade. Em outras palavras, os objetos ou as coisas apresentam várias denominações em função de várias predicções, inclusive em função de sua própria divisibilidade em partes, sendo em decorrência possível verificar a própria existência da dicotomia.

Tais considerações foram objeto de análise também por parte de Parmênides sendo que de maneira geral, tais prerrogativas se prolongam indefinidamente. É significativo destacar que Parmênides concebia a realidade como um “*plenum*”, ou seja, una, eterna, indivisível e imutável (Prior, 1976, p. 12). Por conseguinte, Zenão impondo-se uma necessidade de rigor no que diz respeito ao conhecimento, objetivava eliminar a contradição do pensamento expressa por exemplo, nas relações entre o uno e múltiplo, valendo-se para isso da análise lógica a ser demonstrada pelo princípio da não-contradição<sup>6</sup>.

### 3) Os Argumentos de Zenão

Os quatro argumentos conhecidos por Zenão serão delimitados em estudos específicos em torno das seguintes discussões:

3.1 Se o Espaço é infinitamente divisível, então o Tempo não seria.

3.2 Se o Tempo é infinitamente divisível então o Espaço não seria.

---

<sup>6</sup> PESSOA Jr., O.. *Filosofia da física*. FFLCH/USP, 2012. Textos e programa do curso disponíveis em: < <http://www.fflch.usp.br/df/opessoa/FiFi-12.htm> >. Acesso em: 30 de março de 2017.

3.3 Espaço e Tempo seriam ambos infinitamente divisíveis.

3.4 É impossível transpor um número infinito de intervalos em um tempo finito.

### 3.1. Se o Espaço é infinitamente divisível, então o Tempo não seria

Nesse primeiro argumento da “Dicotomia”, o eixo gerador de discussão é apreendido pela questão do espaço (infinitamente divisível) *versus* tempo (não infinitamente divisível). Supõe-se outrossim que uma pessoa deverá percorrer o caminho entre P e Q. Entretanto, antes de atingir o ponto Q, ela deverá ultrapassar o ponto médio entre P e Q, que seria o ponto M. Mas, antes de atingir o ponto M, ela deveria passar pelo ponto N médio entre P e M, e assim sucessiva e infinitamente.

Mediante tal procedimento, pressupõe-se que seja impossível transpor um número infinito de coisas em um tempo finito, pois, antes do movimento atingir o fim, necessitará passar infinitamente pelo meio, tornando-se decorrente a concepção do movimento ao longo de uma linha contínua, o que seria um absurdo. E, nas mesmas ordens de considerações, levando-se em conta o espaço divisível sem limite, tem-se: há um número infinito de pontos que o corredor deve percorrer, originando-se a ideia da cardinalidade representada pelos números racionais. Argumentando dessa forma, Zenão afirma, com efeito, a questão das relações entre o espaço e o tempo e ele o faz em função dos aspectos qualitativos, inerentes à própria condição da natureza dessas grandezas, pois o movimento linear é uma ilusão, em função da inferência de que o mundo era estático, tal como acreditava Parmênides (Faletta, 1998, p. 86).

### 3.2. Se o Tempo é infinitamente divisível então o Espaço não seria

Esse paradoxo é muito conhecido porque Aquiles era o maior corredor daquele tempo, e a tartaruga sempre foi um animal conhecido por sua baixa mobilidade. Na proposta, Aquiles parte de um ponto A e a tartaruga de um ponto T respectivamente, com as velocidades  $V_a$  e  $V_t$ . Supõe-se que a distância inicial entre os pontos A e T seja D e, para fixar bem a ideia, pode-se supor que, a distância inicial seja  $T = 100$  e que a Velocidade de Aquiles ( $V_a$ ) seja 5 vezes superior à da Tartaruga ( $V_t$ ). Em cada instante T, a distância entre Aquiles e a tartaruga diminui cinco vezes a unidade da distância entre eles. Em síntese, Aquiles aproxima-se (5 vezes por unidade) da tartaruga, sendo que a distância entre eles será cada vez menor. Porém, sempre haverá uma distância entre os dois, pois Aquiles nunca alcançará a tartaruga, por mais rápido que ele seja e, por mais lenta que esta seja (Faletta, 1998, p. 88). Esse processo de divisão se propõe ao infinito, porque sem ter o alcance da extensão desses fragmentos em parte, resta percorrer sempre a divisão em duas partes iguais. Cada segmento finito levaria um tempo finito para ser percorrido, e porque não se tem um número infinito de intervalos finitos, conclui-se que Aquiles não conseguiu atingir seu escopo.

A seguir, figuras que representam o paradoxo graficamente.



### 3.3. Espaço e Tempo seriam ambos infinitamente divisíveis.

Nesse argumento, constata-se um celeuma entre a questão da divisibilidade ao infinito, demonstrados pela possibilidade de ambos (espaço e tempo) serem infinitamente divisíveis. Tal raciocínio refere-se ao fato de que a flecha ao ser lançada, jamais atinge o alvo, motivada por dois fatos: 1º) uma vez que o tempo é composto de instantes divisíveis; 2º) no que tange ao espaço a ser percorrido na trajetória, podendo ser infinitamente divisível em segmentos menores, o que implicaria um traslado infinito e inesgotável da flecha.

Aristóteles procurou rejeitar o argumento de Zenão, contentando-se em negar que o tempo seja uma continuidade consistente de instantes indivisíveis (Faletta, 1998, p. 90). Entretanto, hoje em dia, a análise de Aristóteles é rejeitada pela maior parte dos matemáticos e filósofos contemporâneos, que consideram de maneira geral que o tempo e o espaço são descontínuos discretos. Isto é, sabe-se que entre dois pontos quaisquer de uma linha contínua, sempre é possível encontrar um outro segmento de linha dado um infinito número de pontos constitutivos de um tempo contínuo, porque entre dois instantes quaisquer existe uma infinidade de outros instantes.

Com efeito, Zenão veio propor que a cada instante a flecha ocupa o espaço; contudo, o movimento é impossível porque por definição, um instante não é composto de partes, e dessa forma parece que a flecha jamais teria condições de se mover. Sendo assim, o paradoxo da flecha, admite a continuidade do tempo e do espaço, uma “continuidade discreta”, o que é uma contradição. Esse posicionamento seria verdadeiro se a flecha pudesse percorrer simultaneamente infinitos pontos em um tempo finito, sabendo que a teoria de Cantor dos números transfinitos conduziu ao cerne do problema, mas, não resolveu o paradoxo do ponto de vista prático. Ou seja, a grande questão que se coloca é: como a flecha poderá percorrer uma distância qualquer se a cada instante ela se encontra em repouso?

Visando-se se resolver esse paradoxo, será necessário examinar a natureza do movimento, trabalhando-se a questão da “duração temporal. Entretanto, defronta-se com o seguinte dilema: se não existe o estado do movimento, como se poderia conceituar o movimento? Os métodos modernos se aproximam das respostas práticas, não somente mediante os paradoxos de Zenão, como também através de problemas que se apresentam no mundo real. No entanto, eles são ainda incapazes de oferecer instrumentos para uma definição verdadeira do movimento, em si mesmo (Faletta, 1998, p. 92).

Segundo Lynds (2003, p. 3) o paradoxo de Zenão sobre a “Flecha” é normalmente tratado como uma questão diferente, comparativamente aos paradoxos da “Dicotomia” e o de “Aquiles e a tartaruga”, uma vez que no primeiro caso, a diferenciação é compreendida em termos de movimento absoluto, enquanto que no segundo, é aplicado ao movimento relativo.

Afirma-se normalmente que o paradoxo da “Flecha” poderá gerar duas linhas diferentes de pensamento. Numa primeira linha, por meio de uma vaga conexão com a relatividade espacial, o argumento se fixa na ausência de uma compreensão clara sobre a noção de relatividade e/ou formalização matemática. Numa segunda interpretação, que seria a mais comum, afirma-se que “a seta está em movimento em todos os instantes no tempo (um número infinito delas), de modo que nunca está em repouso. Essa inferência, decorre de cálculo e funções contínuas indicando que,

embora o “valor” de uma função  $f(t)$  é constante para um dado  $t$ , a “função”  $f(t)$  pode ser não-constante no instante  $t$ ” (Lynds, 2003, p. 3).

### 3.4. É impossível transpor um número infinito de intervalos em um tempo finito.

No quarto argumento, no paradoxo do “Estádio considera-se o tempo como subdivisível até o elemento fundamental denominado “instante”, que seria o menor intervalo possível.

De acordo com Roque (2012, p. 137), pode-se considerar os corredores  $A_i$ ,  $B_i$  e  $C_i$ . Compreendendo serem iguais a 1, 2 e 3, levando-se em conta que B chega até o A mais próximo e C chega ao A num intervalo em  $C_i$  e, assim obtém-se a configuração expressa na figura 1 abaixo:

		$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	
$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$		

figura 1

Os elementos movem-se e após um “instante”, ocupam as posições abaixo:

$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$

figura 2

Mediante esta nova configuração (figura 2) tem-se que: para se chegar a  $C_1$  que passou por dois  $B_i$  e, portanto, considerado como intervalo de tempo que cada B levou para chegar em A, não era o menor possível e nem era indivisível. Em função de que, a partir da posição que era ocupada por  $B_3$ ,  $C_1$ , passou por  $B_2$  e chegou a  $B_1$ . Nesse mesmo intervalo de tempo poderíamos considerar o instante, como sendo o tempo que  $C_1$  leva para chegar a  $B_2$ , que é menor do que o intervalo considerado inicialmente suposto menor.

Entretanto, neste último paradoxo, denota-se uma dificuldade que pode ser enunciada em duas questões que dizem respeito a: 1º) soma de quantidades cada vez menores; 2º) conceber que essa soma poderá ser uma grandeza infinita. Essas dificuldades também se apresentam na matemática atual. Um exemplo, para ilustrar,

consiste na afirmação de que a soma de infinitas parcelas poderá ser uma grandeza finita, representando  $0,9999999... = 1$ . De maneira equivalente, a série que pode ser usada para traduzir o problema de Zenão seria  $\frac{1}{2} + (\frac{1}{2}) + (\frac{1}{3}) ... ad infinitum$  é igual a 1 (Roque, 2012, p. 136).

Com efeito, supondo-se que o espaço e o tempo sejam compostos de partes indivisíveis, derivando-se as denominações “pontos” e “instantes”, pode-se afirmar que uma flecha voando ocupa um ponto no espaço, em um dado instante do voo. O ponto, é nesse caso, o espaço ocupado pela flecha. Entretanto, nesse “instante” referido a flecha ocuparia “um espaço que é igual a ela mesma”. Assim, se esse enunciado se legitimar, decorrerá um paradoxo porque “tudo aquilo que ocupa um lugar no espaço que é igual a si mesmo, na verdade não se move, pois a velocidade é a variação do espaço com o tempo” (Roque, 2012, p. 136). Em síntese, a flecha estaria em repouso a cada instante do voo o que denotaria, portanto, uma ausência de movimento.

Cajori (2017, p. 56) afirma que uma das principais críticas realizadas por Aristóteles em relação aos argumentos da “Dicotomia” e de “Aquiles e a tartaruga” seria questão da teoria dos limites, imperfeitamente estudada na antiguidade grega, pontuando-se o seguinte questionamento: como é possível uma variável atingir o seu limite?

Aristóteles não conseguiu responder a essa questão, porque negava a existência do infinito real como distinto do potencial infinito. Assim, por exemplo, o argumento da flecha conduziu às seguintes polêmicas: existiria o “instante sem duração”? ou seja, “um ponto sem duração de tempo”? Entretanto, o conceito de limite envolve noções de infinito e infinitesimal, e, outros elementos basilares da matemática – Aristóteles, (Apud Cajori, *Idem Ibidem*), em outras palavras, em toda sua habilidade retórica e lógica, não foi capaz de alcançar uma resolução para os paradoxos, e além disso, estudos recentes da matemática mostram que os conceitos de infinito e infinitesimal foram abolidos da geometria clássica, por não existirem, na época, conceitos rigorosos de infinitésimo ou de infinito.

#### **4. Comentários e Discussões: Desvelando Zenão e os paradoxos, questionando as condições de inteligibilidade no Espaço e Tempo**

##### **4.1. O Tempo sob a abordagem aritmo-geométrica**

Sabe-se que a herança da cultura grega se insere em um cenário em que a ordenação matemática para a leitura do Cosmos se apoia em aspectos totalmente qualitativos, com o primado das figuras e das formas.

Em decorrência, faz-se necessário lembrar e reafirmar o contexto cultural da época (século V a.C.), alguns princípios não pertenciam ao âmbito da matemática, tais como: 1) os conceitos de variável e de função eram inexistentes; 2) no que tange à leitura dos fenômenos naturais, dava-se ênfase aos aspectos qualitativos; 3) desviando-se de uma abordagem quantitativa, o conceito de infinito não estava no foco das preocupações e em função disso, foi totalmente banido do âmbito da filosofia.

Descartes afirma (apud Caraça, 1951, p. 197): “...o escrúpulo que tinham os antigos em usar os termos da aritmética na geometria, não podia senão proceder do

fato de que eles não viam claramente as suas relações, causando muita obscuridade e embaraço na maneira pela qual eles se exprimiam.”

É justamente nesse contexto da cultura grega que surge a figura emblemática de Zenão, apresentando alguns aspectos sobre o movimento, reforçando o posicionamento de Roque (2012), conforme acima exposto no item (2) Entretanto, afirma-se sua posição, referindo-se à indagação sobre o movimento, articulando-se como raciocínio argumentativo de contestação à noção de repouso.

#### 4.2. Questionando as conjecturas de Zenão

Zenão não trabalhou o espaço sob os aspectos do entorno e do limite, sendo que o conceito de limite e conseqüentemente, o método dos limites já existia na linha de pensamento de Heráclito (Caraça, 1952, p. 60).

Em 1872, Dedekind, publica a obra intitulada “Continuidade e números irracionais” em que afirma que “se uma repartição de todos os pontos da reta em duas classes é de tal natureza que todo o ponto de uma classe está à esquerda de todo o ponto da outra, então, existe um e um só ponto pelo qual é produzida esta repartição de todos os pontos em duas classes, ou esta é a decomposição da reta em duas partes” (*apud* Baron & Bos, 1974, p. 23)

Na mesma contemporaneidade histórica, o alemão Cantor formulou a caracterização da continuidade de uma maneira semelhante, de onde deriva o enunciado sobre a questão do axioma da continuidade conhecido como Dedekind-Cantor, vindo reforçar que: “todo corte de reta é produzido por um ponto dela, isto é, qualquer que seja o corte ( A, B) existe sempre um ponto da reta que separa as duas classes (A) e ( B) “( Caraça , 1952, p. 60), em outras palavras a propriedade da reta manifestada nesse princípio, seria um axioma, pensado enquanto continuidade.

A partir dos posicionamentos acima elencados pergunta-se: as bases de tais incursões fundamentaram-se especificamente no campo arítmico -geométrico? Pois, a questão é que para que Zenão pudesse tratar da questão do tempo, ele teria que conhecer o conceito de derivada no tempo, que só seria desenvolvido a partir de Newton no século XVII. O entorno, referindo-se à análise matemática, diz respeito, à função do contínuo em Weierstrass (1815-1897) que estabelecendo os fundamentos da análise matemática moderna, apresentou como desafio a questão da noção de que cada função contínua era diferenciável, exceto em um conjunto de pontos isolados (Baron & Bos, 1974, p. 23).

Os paradoxos de Zenão retratam a questão da divisão infinita de uma grandeza e estão relacionados com os problemas que na atualidade, pertencem aos conteúdos da continuidade e dos processos de limites. Zenão, em sua época, ao tentar compreender o movimento, deveria tê-lo feito independentemente dos conceitos de tempo e espaço, porque sua inserção capta o contexto geometrizado em torno da questão da reta, como referência.

#### 4.3. Prova *reductio ad absurdum* como polo argumentativo crítico

A postura do Zenão, ao se utilizar da prova pelo absurdo, constituiu-se em uma forma de perceber uma contradição e, apesar de ter deixado um grande legado, não conseguiu realizar abstrações condizentes com o conhecimento necessário para

perpassar a heterodoxia. Ou seja, no sentido de que a contradição é um elemento instigante do pensar, permitindo-se um incessante fluxo de oposições e antíteses, mesmo que tais soluções não sejam evidenciadas neste processo de comunicação intersubjetivo, trata-se de uma estrutura que veio a ser formalizada no futuro pelo campo da lógica paraconsistente (Jáskowisk, Newton da Costa, Lafayette de Moraes, entre outros).

Segundo a tradição, Zenão em seu sutil raciocínio paradoxal, revela-se à humanidade como o iniciador da análise infinitesimal. A propósito, será importante reconhecer que são as considerações infinitesimais, nas quais o pensamento se encontra exposto às falácias, que originaram a crítica da razão, sob a esfera da contradição e do procedimento de redução ao absurdo, em outras palavras, o exercício da contradição se constitui em um *constructo* fundante da racionalidade na medida em que permite tais incursões. De acordo com Da Costa (1980, p.101), a contradição no raciocínio empregada foi destacada na lógica sob a concepção aristotélica abarcando-se: **formulação-ontológica** – impossível a mesma coisa pertencer ou não pertencer a determinada coisa, ao mesmo tempo e sob o mesmo respeito; **formulação lógica** – proposições contraditórias não seriam simultaneamente verdadeiras; **formulação psicológica** – ninguém pode crer ser e não ser. Todas elas foram modernamente discutidas de forma mais ampliada. Sendo possível admitir que as aporias de Zenão sobre a tese do movimento e da mudança envolvem contradições, é incontestável a aceitação de que, quando se aborda a contradição, ela se sustenta por estruturas analíticas do rigor lógico do pensamento.

\* \* \*

## Referências

ABBUD, Neuza. **Racionalidade e Mecânica Racional. Estudos sobre o Tempo como Grandeza Física**. Projeto de Pós- Doutorado junto ao PST do IPUSP, sob a supervisão da Professora, Dra Eda T. O. Tassara, São Paulo, IPUSP, Março de 201

\_\_\_\_\_. **Racionalidade e Mecânica Racional. Estudos sobre o Tempo como Grandeza Física**. Relatório Final de Pós- Doutorado junto ao PST do IPUSP, sob a supervisão dos Professores, Dra. Eda T. O. Tassara, e em colaboração com o Professor Dr. Lafayette de Moraes. São Paulo, IPUSP, Março de 2017.

BARON, M. E.; BOS, H. J. M.. **Curso de história da matemática: origens e desenvolvimento do cálculo**. Brasília: Universidade de Brasília, 1974.

CAJORI, F. **Uma história da matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

CANETTI, E. **A consciência das palavras: ensaios**. São Paulo: Companhia das Letras, 1990.

\_\_\_\_\_. **Massa e poder**. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais de la matemática**. Lisboa: Lisboa Editora, 1952.

COPI, M. I. **Introdução à lógica**. São Paulo: Mestre Jou, 1978.

COSTA, A. Zenão de Eleia e o exercício da filosofia através do paradoxo: um ensaio acerca da intenção filosófica da dialética zenônica. **Revista Filosófica de Coimbra**, n.º 27, 2005. pp. 205-225.

DA COSTA, N. C. A. **Ensaio sobre os fundamentos da lógica**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1980.

\_\_\_\_\_. **O conhecimento científico**. São Paulo: Discurso Editorial, 1997.

DA COSTA, N. C. A. Sulla logica non parmenidea. In: Bertini Conodi, R; Conci, D., Da Costa, N. C. A. **Mostri divini**. Fenomenologia e logica delle metamorfosi. Nápolis: Guida, 1991.

DUHEM, P. Hystory of physics. In: Ariew, R. & Barker, P. (Ed.). **Essays in the history and philosophy of science**. Indianápolis, Hackett, 1966 [1911]. pp. 163-221.

ENRIQUES, F. **Para la historia de la lógica**. Buenos Aires: Espasa Calpe Argentina, 1948.

EUCLIDES. **Elementos de geometria**. México: Universidade Nacional Autônoma do México, 1944.

FALLETTA, N. **Le livre des paradoxes**. Paris: Diderot, Arts et Sciences, 1998.

FOLHA de São Paulo. **Newton da Costa: um lógico em busca da quase-verdade**. Entrevista concedida a Fernando Tadeu Moraes. FSP, Ilustríssima, p.2, 25/12/2016. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/ilustrissima/2016/12/1843543-newton-da-costa-um-logico-em-busca-da-quase-verdade.shtml>>. Acesso em: 24 de março de 2017.

LYNDS, P. **Zeno' s paradoxes: a timely solution**. [Preprint] [Unpublished]. Disponível em: <<http://philsci-archive.pitt.edu/1197/>>. Acesso em: 24 de março de 2017.

MORAES, Lafayette. **Apresentação de Seminário Lógica-Filosofia e as Interfaces com a Psicologia Social**, Coordenado pela Professora Dra. Eda T. O. Tassara, Lapsi

(Laboratório de Psicologia e Intervenção Sociambiental), Universidade de São Paulo, 2016.

MORAES, L. de; ALVES, C. R. T. **Paradoxos: o mentiroso e outras histórias**. Curitiba: Champagnat, 2013.

PESSOA Jr., O. **Filosofia da física**, FFLCH/USP, 2012. Textos e programa do curso disponíveis em: <<http://www.fflch.usp.br/df/opessoa/FiFi-12.htm>>. Acesso em: 30 de março de 2017.

PRIOR, A. N. **Historia de la lógica**. Madrid: Editorial Tecnos, 1976.

RODRIGUES, M. O. Zenão de Eléia, discípulo de Parmênides: um esboço. **Kinesis**, Vol 1, nº 2, Outono, 2009. pp. 341-247.

ROQUE, T. **História da matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

TASSARA, E. T. de O. **Conhecimento e Poder. A criação científica à luz de relações lógica-linguagem-pensamento**. Tese (Livre Docência). Departamento de Psicologia Social e do Trabalho da Universidade de São Paulo. São Paulo, IPUSP, 2003.