



Revista Eletrônica de Filosofia
Philosophy Eletronic Journal
ISSN 1809-8428

São Paulo: Centro de Estudos de Pragmatismo
Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Disponível em <http://www.pucsp.br/pragmatismo>

Vol. 17, nº. 1, janeiro-junho, 2020, p.118-127
DOI: 10.23925/1809-8428.2020v17i1p118-127

QUADRAGINTA DUO

Frank Thomas Sautter

Universidade Federal de Santa Maria
ftsautter@ufsm.br

Resumo: Na obra “Studies and Exercises in Formal Logic”, de 1884, John Neville Keynes desenvolveu uma modificação dos Diagramas de Euler ao dar-lhes uma interpretação informacional. Ele os desenvolveu somente para proposições categóricas isoladas, admitindo que eles se tornariam de difícil manejo em relação a silogismos. Essa lacuna é completada neste trabalho.

Palavras-chave: Diagramas lógicos. Informação. John Neville Keynes.

QUADRAGINTA DUO

Abstract: In his textbook “Studies and Exercises in Formal Logic”, from 1884, John Neville Keynes developed a modification of Euler's Diagrams by giving them an informational interpretation. He developed them only for isolated categorical propositions, admitting that they become somewhat cumbersome in relation to syllogisms. This work completes this gap.

Keywords: Information. John Neville Keynes. Logical diagrams.

* * *

He had forty-two boxes, all carefully packed,
With his name painted clearly on each [...].

Lewis Carroll, *The Hunting of the Snark*

‘Forty-two,’ said Deep Thought, with infinite majesty and calm.

Douglas Adams, *The Hitchhiker's Guide to the Galaxy*.

Introdução

O período compreendido entre o final do século XVII e o final do século XIX marcou o florescimento dos métodos diagramáticos de prova¹. Na segunda metade do século XIX, em particular, John VENN (1881, p. 100-125) desenvolveu o seu próprio método diagramático para a silogística, a partir de uma crítica ao método desenvolvido por Leonhard Euler; Lewis Carroll desenvolveu seu “Jogo da Lógica” para a silogística; e Charles Sanders Peirce iniciou o desenvolvimento de seus “Grafos Existenciais”, que receberam sua conformação final nos primeiros anos do século XX (SAUTTER, 2019).

Neste período de efervescência, John Neville Keynes (1852-1949), o pai do economista John Maynard Keynes, publicou, em 1884, o manual de lógica “Studies and Exercises in Formal Logic, including a generalization of logical processes in their application to complex inferences” (KEYNES, 1884). A obra, popular no período², foi resenhada no mesmo ano por VENN (1884) e, anos mais tarde, por JOHNSON (1895). Nela encontramos uma modificação dos Diagramas de Euler, em que os mesmos recebem uma interpretação informacional (KEYNES, 1884, p. 96-129). Keynes os desenvolveu somente para proposições categóricas isoladas, admitindo que eles se tornariam de difícil manejo em relação a silogismos (KEYNES, 1884, p. 98). Essa lacuna é completada neste trabalho.

Na próxima seção apresentarei o desenvolvimento original de Keynes e, na seguinte, a extensão da abordagem de Keynes para o tratamento de silogismos. Este trabalho é uma continuação de um trabalho prévio (SAUTTER; FERREIRA, 2013).

O título e as epígrafes remetem ao número “quarenta e dois”³ e isso não é gratuito. As razões para essas escolhas ficarão claras na seção em que desenvolvo os Diagramas de Keynes para o tratamento de silogismos.

Diagramas de Keynes a Dois Termos

No capítulo inicial (“On the logical forms of logical proposition”) de seu “Symbolic Logic” (VENN, 1881, p. 1-31), John Venn propõe uma divisão em três visões sobre a forma proposicional de proposições categóricas (VENN, 1881, p. 2):

1. Visão predicativa (VENN, 1881, p. 3): Uma proposição expressa a afirmação ou a negação de um atributo ao todo ou a uma parte do sujeito. Segundo Venn, essa é a visão mais natural, ou seja, ela é a mais fundamental de um ponto de vista psicológico; é a “velha” visão. O tratamento de Aristóteles à Silogística situa-se nessa visão.

¹ Os diagramas de Euler – um foco de interesse deste trabalho – foram desenvolvidos em carta de Leonhard Euler endereçada a Friederike Charlotte von Brandenburg-Schwedt, Princesa de Anhalt-Dessau, datada de 14 de fevereiro de 1761 (ver BREWSTER, 1833, p. 337-340).

² Quarenta e seis anos depois, em 1930, por ocasião da reimpressão da quarta edição, a obra ainda foi resenhada por CORNELIUS BENJAMIN (1930).

³ “Quadráginta duo” corresponde ao número “quarenta e dois” em latim; “quarenta e dois” é o número favorito de Lewis Carroll e “quarenta e dois” é a resposta de Pensador Profundo à Grande Questão da Vida, o Universo e Tudo Mais, em “O Guia Definitivo do Mochileiro das Galáxias”, de Douglas Adams.

2. Visão de inclusão e exclusão de classes (VENN, 1881, p. 5): Uma proposição expressa a relação de inclusão ou de exclusão, total ou parcial, entre duas classes. Segundo Venn, essa é a visão que melhor ilustra as formas lógicas; é a “nova” visão. O tratamento de Euler à Silogística situa-se nessa visão.
3. Visão compartimental (VENN, 1881, p. 23): Aquilo que uma proposição expressa é representado pela ocupação ou não-ocupação de compartimentos. Chamemo-la “novíssima” visão. O tratamento do próprio Venn à Silogística situa-se nessa visão.

VENN (1881, p. 28-29) realiza uma extensa comparação quanto aos prós e contras de cada visão, mas, aqui, interessa-nos a crítica dele aos Diagramas de Euler, porque são as mesmas críticas realizadas por Keynes. A diferença entre Venn e Keynes é que Venn reage aos defeitos dos Diagramas de Euler produzindo uma visão totalmente nova acerca da forma lógica de proposições categóricas – mediante seus Diagramas de Venn – enquanto que Keynes meramente reinterpreta os Diagramas de Euler, dando-lhes uma leitura informacional, ou seja, os Diagramas de Keynes pertencem à visão de inclusão e exclusão de classes.

A crítica de Venn, e também a de Keynes, aos Diagramas de Euler depende do conhecimento das formas básicas da relação de inclusão e exclusão, total ou parcial, de par de classes, descritas na Figura 1 (VENN, 1881, p.6; KEYNES, 1884, p. 96):

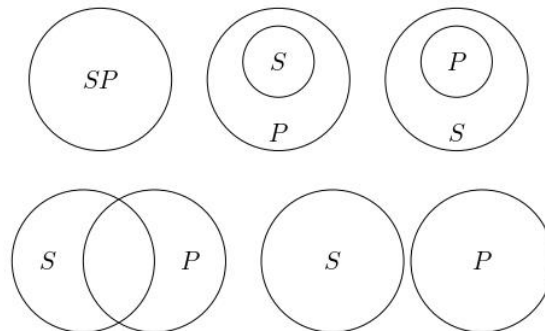


Figura 1: Formas básicas da relação de inclusão e exclusão, total ou parcial, de par de classes⁴.

VENN (1881, p. 7) exemplifica o problema dos Diagramas de Euler da seguinte maneira: “Given ‘All S is P’⁵ we could not but hesitate between diagrams (1) [os círculos de S e de P coincidem; é o diagrama no topo à esquerda na Figura 1] and (2) [o círculo de S está propriamente incluído no círculo de P; é o diagrama no topo ao centro na Figura 1] [...]” Em pelo menos duas outras passagens, Venn destaca a mesma crítica: “The old four propositions A, E, I, O do not exactly correspond to the five diagrams, and consequently none of the moods in the syllogism can in strict propriety be represented by these diagrams.” (VENN, 1881, p.

⁴ VENN (1881, p. 6) esclarece que essas cinco formas básicas foram introduzidas por Joseph Diaz Gergonne, no início do século XIX.

⁵ Adaptado pelo autor para conformar-se à utilização de Keynes, que é a utilização descrita na Figura 1. No original, Venn utiliza “All A is B”, e assim por diante.

15-16) e “[...] those who not realize that its five distinct forms of proposition cannot be properly fitted in with the four of the traditional scheme.” (VENN, 1881, p. 29).

KEYNES (1884, p. 100) exemplifica o problema dos Diagramas de Euler do seguinte modo: “To represent All S is P by a single diagram, thus [aqui, Keynes insere o diagrama no topo ao centro na Figura 1], or Some S is P by a single diagram, thus [aqui, Keynes insere o diagrama na base à esquerda na Figura 1], is most misleading; since in each case the proposition really leaves us with other alternatives.” Entretanto, a solução de Keynes consistirá, não em abandonar os Diagramas de Euler, porque não são capazes de oferecer um mapeamento um-a-um entre proposições categóricas e formas básicas⁶, mas se valer desse mapeamento um-para-muitos numa abordagem informacional.

KEYNES (1884, p. 106) caracteriza informação, com respeito às formas básicas da Figura 1, do seguinte modo: “Information is given when the possibility of one or more of these is denied, in other words, when we are limited to one, two, three, or four of them.” Isso é reforçado em duas outras passagens: “The force of the different propositional forms is to exclude one or more of these possibilities.” (KEYNES, 1884, p. 96) e “Any information given with respect to two terms limits the possible relations between them to one or more of the five [...]” (KEYNES, 1884, p. 106).

A Tabela 1 apresenta a relação dos infons (unidades mínimas de informação) em relação a cada proposição categórica: na primeira coluna a proposição categórica, na segunda coluna as relações possíveis, dada a verdade da proposição categórica, e na terceira coluna as relações excluídas, dada a verdade da proposição categórica. É possível utilizar a segunda coluna para construir uma semântica informacional “positiva”, com as possibilidades em aberto, mas Keynes utiliza apenas a terceira coluna, ou seja, emprega uma semântica informacional “negativa”, com as possibilidades excluídas.

Tabela 1: Informação das proposições categóricas, adaptado de (KEYNES, 1884, p. 100).

	Relações limitadas pela proposição	Relações excluídas pela proposição
A		
I		
E		
O		

⁶ Proposições categóricas duplamente quantificadas, sobre o sujeito e sobre o predicado, é a solução oferecida por William Hamilton para ter esse mapeamento um-a-um.

Keynes enumera quatro usos dessa semântica informacional “negativa”, todos relacionados à utilização das proposições categóricas fora do contexto de silogismos:

1. Ilustração da distribuição do predicado em uma proposição categórica (KEYNES, 1884, p. 98-99).
2. Ilustração da oposição de pares de proposições categóricas (KEYNES, 1884, p. 99-100). A oposição contraditória se expressa como complementariedade em relação aos cinco infons; a oposição contrária se expressa como vacuidade do complementar da união dos infons das proposições categóricas do par em relação aos cinco infons; e assim por diante. É importante destacar que a pressuposição existencial do sujeito das proposições categóricas está embutida na relação dos cinco infons com as proposições categóricas, como pode ser facilmente constatado.
3. Ilustração da conversão de uma proposição categórica (KEYNES, 1884, p. 101). Por exemplo, a conversão simples da proposição categórica “Nenhum S é P” em “Nenhum P é S” se dá porque elas admitem os mesmos infons, e a conversão por limitação da proposição categórica “Todo S é P” em “Algum P é S” se dá porque o infon de “Algum P é S” é apenas um dentre os diversos infons de “Todo S é P”.
4. Ilustração de formas mais complexas de inferência imediata, tais como aquelas que empregam termos privativos (KEYNES, 1884, p. 101-102).

Na próxima seção apresento os Diagramas de Keynes a três termos, que completam o trabalho originado com Keynes.

Diagramas de Keynes a Três Termos

Se adotarmos a abordagem tradicional de Euler e proposições categóricas duplamente quantificadas, quantificadas no sujeito e no predicado, há sete diagramas a três termos correspondentes a modos válidos (VENN, 1881, p. 21). Eles estão dados na Figura 2. O diagrama n. 6 corresponde a BARBARA e o diagrama n. 7 corresponde a CELARENT (1ª. Figura), CESARE e CAMESTRES (2ª. Figura) e CALEMES (4ª. Figura). O problema é que, por haver quantificação do predicado, a) não ocorrem os outros modos válidos da silogística em que se quantifica apenas sobre o sujeito, b) em lugar desses outros modos válidos da silogística em que se quantifica apenas sobre o sujeito surgem outros modos válidos, nos quais há colapso de termos, ou seja, termos são co-extensionais. Nos diagramas n. 2, 3, 4 e 5 dois dos três termos colapsam, e no diagrama n. 1 os três termos são co-extensionais⁷.

⁷ Esse último diagrama corresponde ao modo válido BARBARA com proposições categóricas hamiltonianas (duplamente quantificadas): todo X é todo Y e todo Y é todo Z, portanto todo X é todo Z.

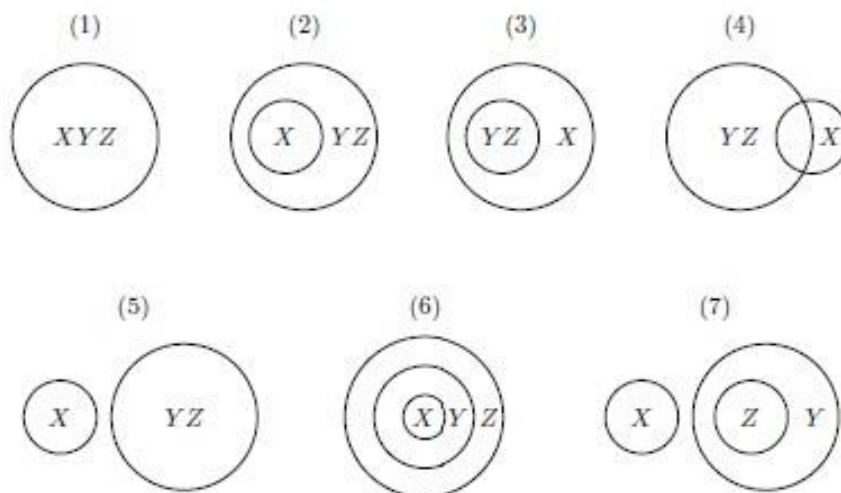


Figura 2: Os sete diagramas da abordagem euleriana correspondentes a modos válidos na silogística com proposições categóricas duplamente quantificadas.

A Tabela 2 apresenta a solução ao estilo de Keynes, para o caso da silogística categórica tradicional (quantificação exclusiva sobre o sujeito). Ela apresenta grafos (2^a. coluna) e diagramas (3^a. coluna). Aqui a primeira lição desse esforço para completar a abordagem de Keynes: por intermédio de grafos podemos expressar relações extensionais entre os termos que não podemos expressar mediante diagramas; as linhas 7, 11, 14 e 16 contêm essas quatro (de um total de dezesseis) situações que podem ser expressas mediante aqueles, mas não mediante esses.

A primeira coluna é uma referência ao grafo em questão. A segunda coluna é o grafo em questão: pontos representam extensões de termos gerais, segmentos de reta representam inclusão (e exclusão) parcial, flechas representam inclusão total, e ausência de segmentos de reta ou flechas representam exclusão total. A terceira coluna é a figura geométrica correspondente ao grafo em questão, se houver uma; a leitura das figuras geométricas segue a leitura de diagramas de Euler. A quarta coluna é a quantidade de infons relacionados ao grafo em questão; por exemplo, ao segundo grafo correspondem três infons, porque há três casos em que a extensão de um termo pode estar totalmente excluída das extensões de outros dois termos cujas extensões estão parcialmente incluídas (excluídas) uma na outra. Observemos que o diagrama n. 12 corresponde a uma situação que, por definição do silogismo categórico com proposições quantificadas somente sobre o sujeito, jamais pode ocorrer; podemos, sem prejuízo, nos restringir aos demais infons, se nos aprouver.

Tabela 2: Infons para Diagramas de Keynes a Três Termos.

n	Grafo	Figura	x
1			1
2			3
3			6
4			1
5			3
6			6
7			0
8			6
9			3
10			3
11			0
12			1
13			6
14			0
15			3
16			0

A complete dos grafos da Tabela 2 é imediata. Também é imediata a correlação entre os grafos e as figuras, bem como a quantidade de infons relacionados a cada figura. Porém, a complete dos infons da Tabela 2 não é imediata, porque a unicidade da figura relacionada a um grafo, quando há uma, pode ser contestada. Essa contestação é respondida negativamente com o auxílio de um resultado matemático obtido por Jonathan Wild (*apud* Sloane, 2018, p. 1064-1065). Ele mostrou que há exatamente quatorze arranjos de três círculos no plano afim (o plano da geometria afim). Esses arranjos estão sujeitos às seguintes restrições (as mesmas requeridas para os propósitos deste trabalho):

- Dois círculos não se tocam ou se tocam em exatamente dois pontos distintos.
- Três círculos não podem se tocar em um ponto.
- Os círculos podem ter diferentes raios.

Os onze arranjos da Tabela 2, excluído o arranjo 12, estão entre os arranjos identificados por Wild. Além desses, há três outros arranjos identificados por Wild, todos relacionados ao grafo n. 4 da Tabela 2. A Figura 3 apresenta esse grafo (a), a figura relacionada a esse grafo na Tabela 2 (b), e as três figuras adicionais identificadas por Wild (c-e). Do ponto de vista da silogística, em que comparamos termos aos pares mediante as relações de inclusão total, exclusão total, e inclusão (exclusão) parcial, essas quatro figuras são indistinguíveis; a distinção entre elas somente poderia ser feita se dispuséssemos de relações conjuntistas ternárias, mas isso fere o *modus operandi* da silogística. Isso completa o argumento pela completude da coleção de infons apresentada na Tabela 2.

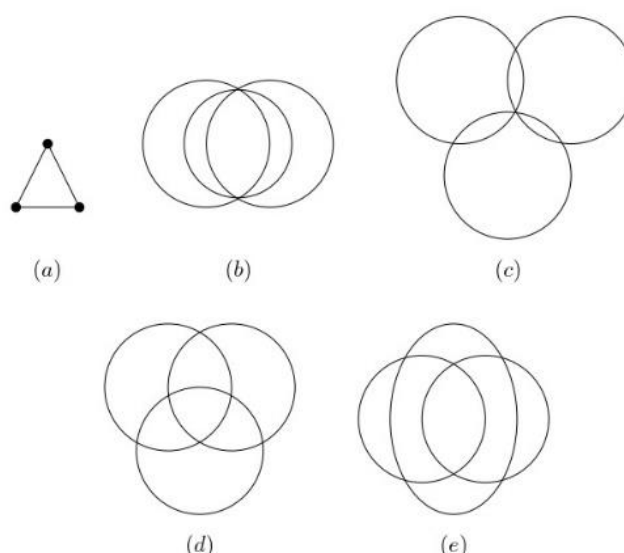


Figura 3: Grafo de três círculos dois a dois parcialmente incluídos um no outro ((a)) e os quatro arranjos de três círculos parcialmente incluídos um no outro na geometria afim ((b) – (e)).

A título de curiosidade, os quatro arranjos da Figura 3 podem ser distinguidos do seguinte modo: o arranjo do item (b) possui cinco distintas regiões encerradas por círculos; o arranjo do item (c) possui seis distintas regiões encerradas por círculos; e os arranjos dos itens (d) e (e) possuem sete distintas regiões encerradas por círculos. Esses dois últimos arranjos podem ser ulteriormente distinguidos entre si, e essa distinção ulterior tem uma certa importância lógica.

O arranjo do item (d) da Figura 3 é o familiar Diagrama de Venn para três termos. Venn (1881, p. 106) explica o procedimento para obter um diagrama a $n+1$ termos a partir de um diagrama a n termos, para $n \geq 0$, do seguinte modo: “All that is requisite is to draw some continuous figure which shall intersect once, and once only,

every existing subdivision. The new outline thus drawn is to cut every one of the previous compartments in two, and so just double their number.”⁸

Iniciando com um Diagrama de Venn para dois termos (ver diagrama da esquerda na Figura 4), o arranjo do item (e) na Figura 3 (detalhado no diagrama da direita na Figura 4) não satisfaz o requisito imposto por Venn. A área 1 (ver diagrama da esquerda na Figura 4) é tripartido de modo a produzir as áreas 1.1, 1.2 e 1.3 (ver diagrama da direita na Figura 4), enquanto que a área 3 (ver diagrama da esquerda na Figura 4) não é partido, portanto também não é bipartido (ver diagrama da direita na Figura 4). Essa dupla inobservância do procedimento de Venn impede a utilização desse diagrama para a representação e teste de validade de silogismos.

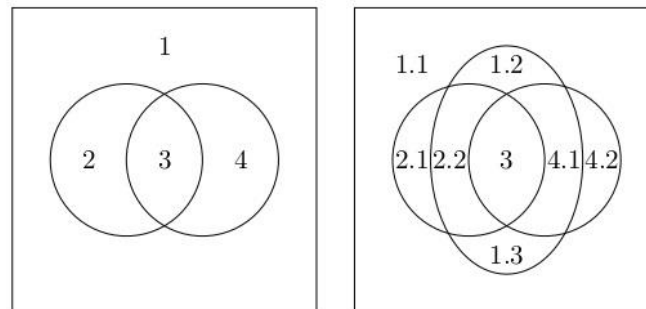


Figura 4: Inadequação de um arranjo de três círculos parcialmente incluídos um no outro.

Finalmente, uma rápida contagem explica o título deste trabalho: há exatamente quarenta e dois infons, o que justifica a avaliação de Keynes, anteriormente mencionada, de que o manejo seria difícil no caso de silogismos (KEYNES, 1884, p. 98). O teste de validade consistiria em verificar quais dos quarenta e dois diagramas são descartados pela verdade da premissa maior, quais dos quarenta e dois diagramas são descartados pela verdade da premissa menor e quais dos quarenta e dois diagramas são descartados pela verdade da conclusão; depois, verificar se todos os descartados por ambas as premissas também são descartados pela conclusão; caso positivo, o modo é válido, caso negativo, ele é inválido.

Considerações Finais

A abordagem informacional à Lógica Proposicional Clássica requer quatro infons para lidar com duas proposições⁹, em lugar dos cinco infons empregados pela Lógica Terminística para lidar com dois termos¹⁰; e a Lógica Proposicional Clássica

⁸ O *rationale* do procedimento de divisão é óbvio: cada indivíduo do universo do discurso tem ou não tem o atributo adicional expresso pelo novo termo. Esse procedimento e outras peculiaridades técnicas e filosóficas dos Diagramas de Venn são pormenorizadamente analisados por MENDONÇA (2013).

⁹ Se as proposições são p e q , os infons são $p \vee q$, $p \vee \neg q$, $\neg p \vee q$ e $\neg p \vee \neg q$.

¹⁰ Quatro, se desconsiderarmos a situação de colapso dos dois termos, ou seja, de co-extensionalidade deles.

requer oito infons para lidar com três proposições¹¹, em lugar dos quarenta e dois (ou quarenta e um) infons empregados pela Lógica Terminística para lidar com três termos. Isso se justifica, obviamente, por ser a Lógica Terminística imersível na Lógica Clássica de Predicados, mas não na Lógica Proposicional Clássica. Essa disparidade impõe uma análise do hábito, arraigado na segunda metade do século XIX, de usar um cálculo unificado para uma lógica proposicional e uma lógica terminística, um cálculo em que ora as variáveis percorrem termos, ora percorrem proposições. Mas isso é assunto para um outro trabalho¹².

* * *

Referências:

BREWSTER, David (ed.) **Letters of Euler on Different Subjects in Natural Philosophy**: Addressed to a German Princess. Vol. I. New York: J. & J. Harper, 1833.

CORNELIUS BENJAMIN, Abram. Studies and Exercises in Formal Logic by J. N. Keynes (review). **The Journal of Philosophy**, v. 27, n. 6, p. 161-164, 1930.

JOHNSON, William Ernest. Studies and Exercises in Formal Logic. by J. N. Keynes (review). **Mind**, v. 4, n. 14, p. 240-244, 1895.

KEYNES, John Neville. **Studies and Exercises in Formal Logic, including a generalization of logical processes in their application to complex inferences**. London: MacMillan, 1884.

MENDONÇA, Bruno Ramos. **Conhecimento Simbólico em John Venn**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Sociais e Humanas, Programa de Pós-Graduação em Filosofia, RS, 2013.

SAUTTER, Frank Thomas; FERREIRA, Isac Fantinel. Silogísticas Keynesianas: As Inferências Imediatas. **Abstracta**, v. 7, n. 2, p. 61-68, 2013.

SAUTTER, Frank Thomas. Herbrand e a silogística ampliada. **Philosophos**, v. 20, n. 1, p. 125-144, 2015.

SAUTTER, Frank Thomas. A Bunch of Diagrammatic Methods for Syllogistic. **Logica Universalis**, v. 13, n. 1, p. 21-36, 2019.

SLOANE, Neil J. A. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences. **Notices of the AMS**, v. 65, n. 9, p. 1062-1074, 2018.

VENN, John. **Symbolic Logic**. London: MacMillan, 1881.

VENN, John. Studies and Exercises in Formal Logic, including a generalization of logical processes in their application to complex inferences. by John Neville Keynes (review). **Mind**, v. 9, n. 34, p. 301-304, 1884.

¹¹ Se as proposições são p , q e r , os infons são $p \vee q \vee r$, $p \vee q \vee \neg r$, $p \vee \neg q \vee r$, $\neg p \vee q \vee r$, $\neg p \vee \neg q \vee r$, $\neg p \vee q \vee \neg r$, $p \vee \neg q \vee \neg r$, $\neg p \vee \neg q \vee \neg r$.

¹² SAUTTER (2015) analisa, de um ponto de vista informacional mas não diagramático, essa relação entre a Lógica Terminística, a Lógica Proposicional Clássica e a Lógica Clássica de Predicados de Primeira Ordem. Além disso, a Lógica Terminística utilizada naquele trabalho admite termos complexos, termos resultantes da composição de termos simples por operações análogas às operações da Lógica Proposicional Clássica.