COGNITIO-ESTUDOS: Revista Eletrônica de Filosofia
Centro de Estudos do Pragmatismo – Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
São Paulo, Volume 2, Número 1, TEXTO 03_21, janeiro/julho, 2005
[Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/filosofia/Pragmatismo/cognitio_estudos/cognitio_estudos.htm]

Irredutibilidade das Relações Segundo C.S.Peirce

Lafayette de Moraes[1] & João Queiroz[2, 3]
1. PUC-SP, Brasil.
2. UNICAMP, Brasil.
3. UFBA, Brasil.
lafas@pucsp.br
lafayette.moraes@uol.com.br
queirozj@dca.fee.unicamp.br

Resumo: Uma análise formal das categorias de C.S.Peirce constitue uma importante etapa de investigação de sua obra. Muitos autores destacam, inclusive, a precedência das análises lógico-matemáticas sobre as ciências normativas, metafísica, e mesmo sobre a faneroscopia, que empregam "técnicas e resultados matemáticos para estabelecer a validade das categorias", como afirma Hookway (1985, *Peirce*, Routledge & Kegan Paul). A mais importante das sucessivas revisões às quais Peirce submete as categorias se dá no domínio da lógica das relações. Ao mesmo tempo, são os grafos existenciais que permitem (Peirce MS 482) uma demonstração da propriedade de irredutibilidade das relações triádicas genuínas. Nosso plano aqui é introduzir este tópico e a literatura mais relevante a ele correspondente.
Palavras-chave: Relações. Álgebra das relações. Grafos existenciais. Irredutibilidade. C. S. Peirce.

Abstract: A formal analysis of Peirce's categories constitutes an important investigative step of his work. Many authors stress the precedence of logic-mathematical analyses on normative sciences, metaphysics, and even on phaneroscopy, which employ "mathematical techniques and mathematical results to establish the validity of the categories", as Hookway states (1985, *Peirce*, Routledge & Kegan Paul). The most important of the successive revisions to which Peirce puts forward the categories is in the domain of logic of relations. At the same time, the existential graphs are the ones that allow (Peirce MS 482) a demonstration of the irreducibility of genuine triadic relations. Our plan here is to introduce this topic and the most relevant correspondent literature.
Key-words: Algebra of relations. Existential graphs. Irreducibility. C. S. Peirce.

1. Introdução:

Embora Kuntz (1994: 178) afirme que C. S. Peirce seja um "methodologist of categoriality" ao mobilizar, entre 1857 e 1910, muitas estratégias (ideoscópico, lógico, histórico, etc) para criar as categorias, tem sido aceito que ele oscila entre dois grandes métodos (Freeman 1934; Hookway 1985; Hausman 1993; Rosenthal 1997, 2001): fenomenológico e lógico. O primeiro é desenvolvido independentemente de Husserl; o segundo, inicialmente de "extração" kantiana, é revisado, depois de 1885, pela lógica das relações, e em um período tardio, pelos grafos existenciais. É também aceito que a mais importante das sucessivas *revisões* às quais a teoria das categorias é submetida se dá no domínio da lógica das relações (ver Murphey 1993: 296-320). Seus resultados são apresentados em 1885 – "Um, dois, três: categorias fundamentais do pensamento e da natureza" (W 5:242). A idéia central é que, a partir dos anos 1870 e 80, as categorias passam a descrever três tipos irredutíveis de relação, "cada um servindo a uma função de unificação distinto e necessário pelos quais os objetos são tornados inteligíveis" (Hausman 1993: 109). Para Murphey (1993: 303),

> ao invés de derivar as categorias da análise da relação sígnica, como tinha feito em 'Sobre uma nova lista de categorias', Peirce apresenta as categorias diretamente como três tipos de relação lógicas -- monádica, diádica e triádica. Este procedimento tem a vantagem da generalidade, porque todas as relações lógicas possíveis, incluindo a relação sígnica, pertencem a uma destas três classes.

Nosso argumento aqui é simples: uma introdução às categorias de Peirce não deveria desconsiderar seus desenvolvimentos em álgebra das relações e grafos existenciais, especialmente a partir de 1896-97 (MS 482), onde (cf. Ketner 1986, 1987, 1995; Brunning 1997, Burch 1991, 1997) é demonstrada a propriedade de irredutibilidade das relações triádicas genuínas. Uma análise das propriedades formais das categorias, em contraposição às suas propriedades materiais, uma divisão estabelecida a partir de 1885 (MS 901) e 1890 (CP 1.424, 457, 473; Kent 1997: 448), deve anteceder qualquer outra forma de investigação. Em outras palavras, uma análise lógico-matemática das categorias deve ser anterior à formulação das ciências normativas, e mesmo da faneroscopia, que empregam "técnicas e resultados matemáticos para validação das categorias" (Hookway 1985: 182; CP 5.42). Segundo Parker (1998: 43),

> com a descoberta dos relativos monádicos, diádicos e triádicos, na lógica matemática, nós temos os conceitos formais das categorias cenopitagóricas. A questão sobre sua aplicabilidade material permanece indicada pela fenomenologia; aquela sobre sua necessidade e suficiência, como categoria lógica, deve aguardar análise na parte matemática da lógica.

Os motivos para se recorrer a tratamentos formais estão relacionados às propriedades de completude e suficiência que Peirce quer imprimir à lista de categorias (ver Parker 1998: 3, 43). Para obter uma lista exaustiva de itens, no domínio, por exemplo, da fenomenologia, Peirce argumenta – "eu lhe convido a considerar, não todas as coisas no fâneron, mas apenas seus elementos indecomponíveis, isto é, estes que são *logicamente indecomponíveis*, ou indecomponíveis por inspeção direta" (CP 1.288; 1.299; ênfase adicionada). Como definir elementos "logicamente indecomponíveis"? A resposta a esta questão é contundente: tais elementos são *relações* e suas *formas*. Para que se possa avaliar as implicações, Peirce não só está interessado em uma teoria da cognição baseada em uma teoria geral das relações que funcione como uma "stecheology" (CP 1.191) do pensamento (Houser 1997: 15), como no centro de seu sistema filosófico está o conceito de relação (ver Leo 1992, 1994). Para investigar tais elementos, Peirce argumenta: "Inventei diversos sistemas de signos para lidar com relações. [...] Fui, finalmente, levado a preferir o que eu chamo de sintaxe diagramática" (MS L 231; MS 499s:17-18, CP 4.530, Kent 1997: 445).

Estão entre os principais autores interessados na "tese da redução": (i) Ketner (1995) e a demonstração que ele faz da tese da irredutibibilidade das relações, a partir do manuscrito "Sobre os grafos lógicos" (MS 492); (iii) Brunning (1997) e suas considerações sobre "teridentidade"; (iii) Burch (1991, 1997) e o desenvolvimento de um método (PAL), também baseado no manuscrito MS 492.

Vamos introduzir, sumariamente, a álgebra das relações, e sua abordagem topológica do cálculo funcional clássico de primeira ordem, especialmente de uma estrutura desta abordagem -- teridentidade. Nossa idéia é introduzir o que permite entender a idéia de classes irredutíveis de relações. Não convém, especialmente àqueles que começam a investigar a obra de Peirce, subestimar este tópico. Para Fisch (W2: xxxi), sua associação é direta com a teoria das categorias. Esta também é a interpretação de Fabrichessi Leo (1994: 97): "Peirce interpretou -- poderíamos quase dizer produziu — a lógica das relações como uma verificação essencial de seus estudos sobre as categorias."

2. Redutibilidade das relações

A seguinte pergunta, segundo Peirce, precisa ser considerada:

> Por que parar em três? Por que não podemos encontrar uma nova concepção em quatro, cinco, e assim por diante, indefinidamente? A razão é que, enquanto é impossível formar uma tríade genuína pela modificação do par, quatro, cinco, e todo e qualquer número mais alto pode ser formado pela mera complicação de três (CP 1.363).

A prova de completude, necessidade, e irredutibilidade das categorias tem que mostrar que: (i) toda políada maior do que três é construída a partir de tríadas, (ii) tríadas e díadas são irredutíveis. De outro modo (cf. Burch 1991: 237), que relações não-degeneradas de aridade 1, 2, e 3, não podem ser reduzidas, e que todas as relações de aridade maior do que 3 podem ser reduzidas a relações de aridade 1, 2, e/ou 3. Há três questões que devem ser abordadas para investigar a redução das relações (cf. Burch 1997: 234): conceito de relação, conceito de construção e redução (aplicado a relações), conceito de degeneração e não-degeneração (aplicado a relações).

3. Álgebra das classes, relações e teridentidade

De Morgan e Peirce elaboraram o que hoje chamamos "lógica das relações", que, em certos aspectos, é análoga à álgebra das classes de Boole (Kneale & Kneale 1962: 432). Como exemplos de álgebra de Boole, podemos mencionar as que se obtém quando os operadores + e . são interpretados como união e intersecção de conjuntos (álgebra das classes), ou como os operadores de conjunção e disjunção do cálculo sentencial. (Os resultados da lógica de primeira ordem podem ser relacionados com a álgebra das classes.)

Em geral, podemos escrever

$$Rx_1x_2 \ldots x_n \quad n \geq 0$$

No caso particular de n=0 temos uma sentença, ou uma expressão completa sem variáveis -- um relativo medádico (CP 3.465). Se n=1, temos relações unárias, ou relativo monádico; se n=2, temos as relações binárias ou diádicas, como no exemplo acima; se n=3, ternárias ou triádicas, e em geral, n-árias ou n-ádicas.

Wiener (1914, ver Quine 1966) reduziu a teoria das relações a classes construindo relações como classes de pares ordenados e definindo pares ordenados com base na teoria das classes. É conhecida a definição de par ordenado de Kuratovstki, um refinamento do trabalho de Wiener (Quine 1966). A partir destes trabalhos, segue-se que todas as relações podem ser reduzidas a relações diádicas. Há ainda o trabalho de Löwenheim (1915) baseado justamente nos desenvolvimentos de Peirce e Schröder, cujo teorema VI afirma a redutibilidade a relações diádicas.

Assim, uma relação n-ádica, $Rx_1, x_2, \ldots x_n$ é constituída por um conjunto de n-uplas $\{<a_1 \ldots a_n> <b_1 \ldots b_n> <c_1 \ldots c_n>\}$ que, por sua vez, podem ser reduzidas a $\{<a_1 <a_2 \ldots a_n>>, <b_1 <b_2 \ldots b_n>>, <c_1 <c_2 \ldots c_n>>\}$. Uma relação n-ádica pode ser reduzida a uma relação diádica. Cria-se, portanto, um problema. Como lidar com a afirmação de Peirce de que não há necessidade de relações primitivas com valências maiores que três?

> Eu provo absolutamente que todos sistemas de mais de três elementos são redutíveis a compostos de tríades. […] O ponto é que evidentemente tríades não podem ser reduzidas (SS 43; ver CP 7.537).

De acordo com Burch (1991: 7), que propõe um tratamento consistente com os resultados de Quine (1966) e Löwenheim (1915), há dúvida sobre o fato de Peirce ter apresentado uma prova de sua afirmação. Contudo, ainda segundo Burch, desta controvérsia não deriva "o fato que a afirmação de Peirce esteja errada ou que não possa ser provada" (ibid.). Em primeiro lugar, deve-se especular sobre os conceitos de *relação* e de *redução*, conforme adotados por Peirce. Em segundo lugar, há a sugestão de Brunning (1997: 253) de que as álgebras "falham" em prover uma demonstração da necessidade das relações triádicas – "os grafos existenciais, através de teridentidade, fazem explícita a necessidade da terceira categoria". Esta é também a opinião de Ketner (1995: 197): "depois de ter sido um dos pioneiros em lógica algébrica, Peirce veio a favorecer uma abordagem topológica e diagramática em lógica e em análise lógica. Seria, portanto, muito natural para ele ter expresso a prova da redução em alguma forma diagramática (não-algébrica)".

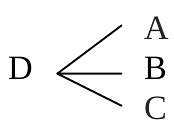
Relações podem ser definidas como n-uplas ordenadas (relações meramente formais). Mas Peirce, além desta, tem uma noção de relação como "conceito relativo", que funciona aproximadamente como "classes de equivalência", e que correspondem a três primitivos: mônadas, díadas e tríadas (Brunning 1997: 255). Tríadas, e díadas, podem ser degeneradas (redutíveis diádica ou monadicamente) e genuínas (irredutíveis). Degeneração é um conceito cuja aplicação é extraída do estudo das "seções cônicas" (MS 304:35-36, EP 2:544-545), e se refere à redução de uma figura geométrica a figuras mais simples. É uma relação que pode ser expressa através de relações de menor aridade, quando, por exemplo, reduzimos uma relação n-ádica, como um conjunto de n-uplas, a uma relação diádica. Mas uma tríade genuína não é uma 3-upla – "três coisas não constituem necessariamente uma tríade" (MS 942). Uma tríade degenerada é uma "mera justaposição" (CP 1.371), uma "mera combinação" (CP 1.363), de "congêneres" (MS 717), cuja expressão algébrica vimos acima.

O próximo passo, para provar este conceito primitivo, parece conduzir a um tratamento não-algébrico.

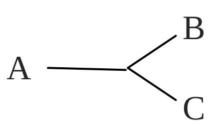
Enquanto o tratamento algébrico é unidimensional, o tratamento através dos grafos existenciais é bidimensional (ver Moraes & Queiroz 2001, 2004). Pode-se estabelecer uma aproximada correspondência entre o cálculo proposicional clássico e o sistema alfa dos grafos, assim como entre o cálculo funcional clássico de primeira ordem com identidade e o sistema beta (Roberts 1973). Tem relevância, para esta abordagem, as chamadas “linhas de identidade”. O aspecto bidimensional dos grafos, mais especificamente do sistema beta, torna possível a representação de tríades genuínas através de uma de suas estruturas -- teridentidade (cf. Ketner 1995, Brunning 1997). Segundo Peirce, “um ponto sobre o qual tocam três linhas de identidade é um grafo expressando uma relação de teridentidade” (MS 478). Para verificar que teridentidade é um conceito primitivo, é necessário provar que ele “não é mera identidade. Ele é identidade e identidade, mas este ‘e’ é um conceito distinto [de seu homônimo da álgebra booleana e da lógica dássica], e é precisamente este o conceito de teridentidade” (MS 296), isto é, “teridentidade não pode ser formado a partir de bi-identidade” (ibid.), conforme sugere Kempe (ver CP 3.424), que reduziria a relação “A dá B para C” (um dos mais mencionados exemplos de Peirce de irredutibilidadee triádica) em:

Em um certo ato D, algo é dado por A
Em um certo ato D, algo é dado para C
Em um certo ato D, para alguém é dado B

cuja expressão gráfica é:



Contudo, Peirce faz restrição à análise de Kempe, que considera uma pseudo-redução da tríade a um conjunto de díadas. O grafo acima está, portanto, incorreto, segundo Peirce, que representa assim esta relação:



Precisamos, para definir teridentidade como um conceito primitivo, de um pequeno vocabulário de elementos gráficos: (I) individuais são representados por pontos, (ii) termos (remas) são *spots*, representados por letras ou palavras (no caso acima: A, B e C), (iii) nas periferias dos *spots* existem conectores (invisíveis) onde são ligadas as linhas de identidade. Mônadas e diádas são representadas, respectivamente, por: — x e — y —. Para afirmar a identidade de individuos designados por diferentes pontos, conectamos estes pontos por linhas de identidade. Duas restrições devem ser respeitadas: (I) duas linhas de identidade não podem ser ligadas ao mesmo conector – “um conector de um grafo é ligado a outro conector de um grafo” (MS 296), (ii) linhas de identidade não podem se interceptar.

A multiplicação relativa é definida como “a aplicação de uma relação de tal modo que, por exemplo, *Lw*, denotará o que quer que seja amante de uma mulher [*lover of a woman*]” (W 2:369) – “alguma coisa que ama” *e* esta “alguma coisa é uma mulher”, ou segundo Peirce *L ¾ W*. Algebricamente, Frege representa assim esta relação: (∃x, z) (Lxz & Wz). Com respeito as restrições estabelecidas, combinações de *¾ L ¾* (alguém é amante de algo) e *¾ W* (este algo é uma mulher) são conexões de aridade perfeitamente definidas. Deste exemplo, obtemos: *¾ L ¾ ¾ W*. Conforme Peirce, “um grafo com três conexões não pode ser formado a partir de um grafo com uma ou duas conexões, e combinações de grafos de três conexões são suficientes para construir grafos com números mais altos de conectores” (CP 1.347). Esta propriedade é suficiente para definir teridentidade como uma relação primitiva, e pode ser considerada uma prova da necessidade da terceira categoria. Em outra passagem Peirce afirma (MS 492b: 202): “é impossível afirmar que A, B, C são todos idênticos sem o rema triádico ‘__ é idêntico com __ e com __’ que é um simples rema. Mas a asserção que A, B, C, D são idênticos pode ser feita por duas tríadas.”

4. Conclusão

Mas é ainda controversa a demonstração da irredutibilidade das relações triádicas genuínas. O que fizemos foi apresentar, sumariamente, as linhas gerais de argumentação que orientam esta discussão, e indicar a literatura que consideramos mais relevante sobre este tópico.

Como alerta Brunning (ibid.), “um cuidadoso estudo de toda a maquinaria lógica de Peirce, começando com a álgebra das relações através da teoria dos quantificadores até os grafos existenciais, pode tornar as categorias menos misteriosas metafisicamente”. Concordamos com Brunning. O fato é que uma discussão sobre as categorias não deve ignorar os primeiros desenvolvimentos de Peirce em álgebra das relações e nos GE. A faneroscopia, assim como as ciências normativas, beneficiam-se diretamente dessa estratégia. Uma conexão entre relações, lógica das relações, grafos existenciais e “elementos do fâneron” é explicitamente formulada em diversas passagens:

> Os Grafos Existenciais nos fornecem o melhor diagrama do pensamento jamais inventado. […] E, portanto, não pode haver melhor instrumento para pensar sobre os constituintes do fâneron, que é ele próprio evanescente para uma compreensão bem definida, do que aquele conduzido através dos Grafos Existenciais. A maior lição da lógica dos relativos, do qual eles são meramente uma expressão, é que Conceitos Simples Indecomponíveis, Constituintes ou Elementos do Fâneron, não diferem, como pensava a velha lógica, um do outro, somente em suas matérias, mas também em suas formas (MS 499s:17-18);
>
> Não pode haver melhor método para estudar o fâneron, sendo ele próprio muito elusivo para observação direta, do que através de um diagrama dele, que o Sistema dos Grafos Existenciais põe a nossa disposição (MS 293:23-24).

Devemos enfatizar que este é um tratamento muito introdutório de aspectos formais das categorias. Diversos autores desenvolveram suas interpretações na mesma direção, entre os quais podemos mencionar: Hookway (1987), Leo (1992), Murphey (1993), Pape (1997), Brunning (1997), Kent (1997), Ketner (1995), Houser (1997), Parker (1998). Em geral, tais interpretações aceitam que, em termos metodológicos, as categorias são inicialmente formuladas em um ambiente lógico-dedutivo, de onde uma fase indutiva empresta métodos e resultados — "a fenomenologia é usada para confirmar a tese sobre as formas que o raciocínio matemático pode considerar" (Hookway 1985: 103).

Agradecimentos: J.Q. é financiado por uma bolsa FAPESP (#02/09763-2).

Referências bibliográficas:

BRUNNING, J. 1997. Genuine triads and teridentity, em: *Studies in the logic of Charles Sanders Peirce*. (eds.) N.Houser, D.Roberts, J.Evra. Indiana University Press. pp. 252-270.

BURCH, R. 1991. *A Peircean Reduction Thesis*. Texas Tech University Press.

__. 1997. Peirce's reduction thesis, em: *Studies in the logic of Charles Sanders Peirce*. (eds.) N.Houser, D.Roberts, J.Evra. Indiana University Press. pp. 234-251

FARIS, J. A. 1981. Charles S. Peirce's Existential Graphs. *Bulletin: The Institute of Mathematics and its Applications*. pp. 226-233..

FREEMAN, E. 1934. *The Categories of Charles Peirce*. The Open Court Publishing Company.

HAUSMAN, C. 1993. *Charles Sanders Peirce's Evolutionary Philosophy*. Cambridge University Press.

HAZEN, A.P. 1995. The irreducibility of relations of higher degrees. *Preprint* 4/95. Philosophy Dept. Melbourne University.

HOOKWAY, C. 1985. *Peirce*. Routledge & Kegan Paul.

HOUSER, N. 1997. Introduction: Peirce as logician, em: *Studies in the Logic of Charles S. Peirce*. (eds.) N.Houser, D.Roberts & J.Evra. Indiana University Press. pp. 1-22.

KENT, B. 1997. The interconnectedness of Peirce's diagrammatic thought, em: *Studies in the Logic of Charles S. Peirce*. (eds.) N.Houser, D.Roberts & J.Evra. Indiana University Press. pp. 445-459.

KETNER, K . 1986. Peirce's most lucid and interesting paper: an introduction to cenopythagoreanism. *International Philosophical Quarterly* 26: 375-392.

__. 1987. Identifying Peirce's 'most lucid and interesting paper. *Transactions of the Charles Sanders Peirce Society* 23 (4): 537-555.

__. 1995. *A Thief of Peirce — The letters of Kenneth L. Ketner and Walker Percy*. (ed.) P. Samway. University Press of Mississippi.

KNEALE, W. & KNEALE, M. 1962. *O Desenvolvimento da Lógica*. Serviço de Educação: Fundação Calouste Gulbenkian.

KUNTZ, P. G. 1994. Doing something for the categories: the cable of categorial methods and the resulting tree of categories, em: *From Time and Chance to Consciousness: Studies in the Metaphysics of Charles Peirce*. (eds.) E.Moore & R.Robin. Berg.

LEO, R. F. 1992. *Il Concetto di Relazione in Peirce*. Edizioni Universitairie Jaca.

__. 1994. The relevance of the concept of relation in Peirce, em: *Living Doubt*. (eds.) G. Debrock, G. & M. Hulswit. Kluwer Academic Publisher. pp.95-102.

LOWENHEIM, L. 1915. Uber Moglichkeiten im Relativkalkul. *Mathematische Annalen* 76: 447-470.

MORAES, L. & QUEIROZ, J. 2001. Grafos existenciais de C.S.Peirce: uma introdução ao sistema Alfa. *COGNITIO* 2: 112-133.

__. 2004. Introdução ao sistema beta dos grafos existenciais de C.S.Peirce: aspectos históricos e formais. *COGNITIO* 5 (1): 28-43.

MURPHEY, M. 1993. *The Development of Peirce's Philosophy*. Harvard University Press.

PARKER, K. 1998. *The Continuity of Peirce's Thought*. Vanderbilt University Press.

PEIRCE, C.S. (ed.) 1883 (1983) *Studies in Logic by members of the John Hopkins University*. John Benjamins Publishing Co.

__. 1931-1935. *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Electronic edition. Vols. I-VI. (eds.) C. Hartshorne e P. Weiss. Intelex Corporation. Harvard University.

__. 1958. *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Vols. VII-VIII. (ed.) A.W. Burks. Edição Eletrônica. Charlottesville: Intelex Corporation (1994 [1866-1913]).

__. 1967. Annotated Catalogue of the papers of Charles S. Peirce. Amherst: University of Massachusetts. (ed.) R.Robin [Referências aos manuscritos e cartas de C.S.Peirce: MS e L, de acordo com o catálogo)

__. 1976. *New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce*. (ed.) C.Eisele. The Hague: Mouton.

__. 1977. *Semiotics and significs: the correspondence between Charles S. Peirce and Victoria Lady Welby*. (ed.) C.S. Hardwick. Indiana University Press.

__. 1984. *Writings of Charles S. Peirce*. (ed.) *Peirce Edition Project*. Indiana University Press.

__. 1998 (1893-1913). *The essential Peirce: selected philosophical writings*. Peirce Edition Project. (Ed.) Indiana University, Vol. II.

QUINE, W.V. 1966. *Selected Logical Papers.* Random House: New York.

ROBERTS, D. 1973. *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. Mouton: The Hague.

ROSENTHAL, S. 2001. Categories, pragmatism, and experimental method, em: *Digital Encyclopedia of C.S.Peirce*. www.digitalpeirce.org (ed.) J. Queiroz.

__. 1997. Pragmatic Experimentalism and the Derivation of the Categories, em: *The Rule of Reason*. (eds.) J. Brunning e P. Forster. University of Toronto Press. pp. 120-138.