COGNITIO-ESTUDOS: Revista Eletrônica de Filosofia
São Paulo, Volume 4, Número 2, julho - dezembro, 2007, p. 81 - 92
Centro de Estudos do Pragmatismo – Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Disponível em <http://www.pucsp.br/pos/filosofia/Pragmatismo/cognitio_estudos/cognitio_estudos.htm>

Raciocínio Matemático e Criação Poiética em Peirce
Peirce on Mathematical Reasoning and Poietic Creation

Daniel G. CAMPOS
Brooklyn College - City University of New York, USA
dcampos@brooklyn.cuny.edu

Resumo: C.S. Peirce apresenta duas definições de matemática em seu manuscrito intitulado "A Essência da Matemática" (CP 4.227-224)**1**. Inicialmente, como seu pai, Benjamin Peirce, define a matemática como "a ciência que tira as conclusões necessárias" (CP 4.228)**2**. A seguir a define como "o estudo do que é verdadeiro quanto ao estado hipotético das coisas"(CP 4.233). Estas duas definições contêm a essência da concepção de Peirce em relação à matemática. Ele próprio reconhece que 'é difícil decidir entre ambas as definições, uma por seu método de 'tirar as conclusões necessárias, e a outra por seu objetivo e tema, o 'o estudo dos estados hipotéticos das coisas'. Sobretudo, ele reconhece que a definição da matemática de acordo com seu método - a saber, a ciência que tira as conclusões necessárias - aponta, ou parece apontar a dedução das conseqüências necessárias das hipóteses como a única atividade do matemático enquanto matemático. Entretanto, a definição de acordo com seu objetivo e tema, ainda mais por afirmar que a matemática estuda os estados hipotéticos dos eventos, parece sugerir que algo como a criação **poiética** das hipóteses faça parte do raciocínio matemático CP 4.238).Peirce também observa que o estabelecimento das hipóteses gerais envolve o exercício de um "imenso gênio"(CP 4.238).
Assim, observa ele, surge a questão: deveríamos excluir do domínio do raciocínio matemático puro o trabalho de elaboração **poiética** da hipótese, quer para criar um sistema matemático ideal ou apenas para expressar um problema científico ou prático especial em termos de um raciocínio matemático? (CP 4238)
No que se segue examino a resposta de Peirce a esta questão. De acordo com alguns comentaristas ele exclui a criação das hipóteses matemáticas do que é realmente o raciocínio matemático. Proponho, contrariamente, que embora Peirce pareça ocasionalmente excluir totalmente a criação **poiética** das hipóteses do raciocínio matemático puro, sua posição realmente tem bem mais nuances do que essa exclusão tão estrita., e que a criação **poiética** é um elemento indispensável para o raciocínio matemático bem sucedido.

1. Este trabalho foi escrito entre janeiro e fevereiro de 1902, e faz parte da primeira seção do cap.3 de Minute Logic, obra mais ampla que Peirce não chegou a completar.
2. Para a definição de Benjamin Peirce, cf. seu trabalho "Linear Associative Algebra"(1870), parte 1. Os editores de *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce* também fazem referência ao *American Journal of Mathematics*,vol.4 (1881).

Palavras-chave: Filosofia da matemática. Filosofia da ciência. Hipótese. Charles Sanders Peirce.

Abstract: *C.S. Peirce presents two definitions of mathematics in his manuscript entitled "The Essence of Mathematics" (CP 4.227-244)**1**. First, following his father Benjamin Peirce, he defines mathematics as "the science which draws necessary conclusions" (CP 4.228)**2**. Second, Peirce defines it as "the study of what is true of hypothetical states of things" (CP 4.233). These two definitions comprise the essence of Peirce's own conception of this fundamental science.*
Peirce himself acknowledges that "[i]t is difficult to decide between the two definitions of mathematics; the one by its method, that of drawing necessary conclusions; the other by its aim and subject matter, as the study of hypothetical states of things" (CP 4.238). Moreover, as Peirce also recognizes, the definition of mathematics according to its method-namely, that it is the science which draws necessary conclusions-makes or seems to make the sole reasoning activity of the mathematician qua mathematician to deduce the consequences of hypotheses. However, the definition according to aim and subject matter, in as much as it points out that mathematics studies hypothetical states of affairs, seems to suggest that something like the poietic creation of hypotheses is part of mathematical reasoning (CP 4.238). Peirce also observes that the framing of general hypotheses involves the exercise of "immense genius" (CP 4.238). Therefore, Peirce notes, a question arises: Should we exclude the work of poietic hypothesis-making, whether to create an ideal mathematical system or just to express a special scientific or practical problem in terms of a mathematical one, from the domain of pure mathematical reasoning? (CP 4.238).
In what follows I examine Peirce's answer to this question. According to some commentators, Peirce excludes the creation of mathematical hypotheses from what strictly counts as mathematical reasoning. I argue, to the

contrary, that although Peirce occasionally seems to exclude the poietic creation of hypotheses altogether from pure mathematical reasoning, his position is actually more nuanced than such a strict exclusion and that poietic creation is an indispensable element of successful mathematical reasoning for Peirce.

1. *This work is dated January-February, 1902, and written as the first section of chapter 3 of the Minute Logic, a larger work never completed by Peirce.*
2. *For Benjamin Peirce's definition, see his "Linear Associative Algebra" (1870), section 1. The editors of The Collected Papers of Charles Sanders Peirce also refer to the American Journal of Mathematics, vol. 4 (1881).*

Keywords: *Philosophy of Mathematics. Philosophy of science. Hypothesis. Charles Sanders Peirce.*

Nota dos editores: o artigo em português é uma realização do Centro de Estudos do Pragmatismo do Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia da PUC-SP:

1. Tradução do resumo e das palavras-chave do inglês para o português de Manúcia Passos de Lima. Revisão de Aracéli Martins.
2. Tradução do texto do inglês para o português de Clayton Foschiani.

* * *

C.S. Peirce apresenta duas definições da matemática em seu manuscrito intitulado "A Essência da Matemática" (CP 4.227-224)[1]. Inicialmente, como seu pai, Benjamin Peirce, define a matemática como "a ciência que tira as conclusões necessárias" (CP 4.228)[2]. A seguir a define como "o estudo do que é verdadeiro quanto ao estado de coisas hipotético" (CP 4.233). Estas duas definições contêm a essência da concepção de Peirce em relação à matemática.

Ele próprio reconhece que "é difícil decidir entre ambas as definições, uma por seu método de 'tirar as conclusões necessárias, e a outra por seu objetivo e tema, o estudo dos estados de coisas hipotéticos" (CP 4.238). Sobretudo, ele reconhece que a definição da matemática de acordo com seu método - a saber, a ciência que tira as conclusões necessárias - aponta, ou parece apontar a dedução das conseqüências necessárias das hipóteses como a única atividade do matemático enquanto matemático. Entretanto, a definição de acordo com seu objetivo e tema, ainda mais por afirmar que a matemática estuda os estados hipotéticos dos eventos, parece sugerir que algo como a criação poiética das hipóteses faça parte do raciocínio matemático (CP 4.238). Peirce também observa que o estabelecimento das hipóteses gerais envolve o exercício de um "imenso gênio" (CP 4.238). Assim, observa ele,

---

1 Este trabalho foi escrito entre janeiro e fevereiro de 1902, e faz parte da primeira seção do cap.3 de Minute Logic, obra mais ampla que Peirce não chegou a completar.

2 Para a definição de Benjamin Peirce, cf. seu trabalho "Linear Associative Algebra"(1870), parte 1. Os editores de *The Collected Papers of Charles Sanders Peirce* também fazem referência ao *American Journal of Mathematics*,vol.4 (1881).

surge a questão: deveríamos excluir do domínio do raciocínio matemático puro o trabalho de elaboração poiética da hipótese, quer para criar um sistema matemático ideal ou apenas para expressar um problema científico ou prático especial em termos de um raciocínio matemático? (CP 4238).

No que se segue examino a resposta de Peirce a esta questão. De acordo com alguns comentaristas ele exclui a criação das hipóteses matemáticas do que é realmente o raciocínio matemático. Proponho, contrariamente, que embora Peirce pareça ocasionalmente excluir totalmente a criação poiética das hipóteses do raciocínio matemático puro, sua posição realmente tem bem mais nuances do que essa exclusão tão estrita, e que a criação poiética é um elemento indispensável para o raciocínio matemático bem sucedido.

I. Os estados de coisas hipotéticos.

Ao avançar a definição de seu pai, Peirce enfatiza que a matemática é "a ciência que elabora conclusões necessárias" e não a ciência de elaborar conclusões necessárias (CP 4.239).[3] Devemos notar rapidamente que esta primeira definição é uma descrição da atividade matemática – sob esta descrição, o que os matemáticos fazem é elaborar conseqüências necessárias. Mas, com base em que eles elaboram conseqüências necessárias? È a isso que responde a segunda definição. A Matemática, como "o estudo daquilo que é verdadeiro sobre os estados de coisas hipotéticos", ocupa-se exclusivamente com as conseqüências necessárias das descrições gerais de um estado de coisas puramente hipotético. Assim, para preparar as bases de um comentário sobre o lugar da criatividade na pesquisa matemática, primeiro irei abordar o que Peirce quer dizer por estado de coisas hipotéticos, e subseqüentemente resumirei em poucas palavras o que significa raciocinar sobre eles necessariamente.

Em uma esclarecedora passagem que explica o que Peirce significa por um estado de coisas hipotético, ele escreve:

> Suponha um estado de coisas de uma descrição geral perfeitamente definida. Ou seja, não deve existir lugar para duvidas sobre o fato de algo, em si determinado, estar ou não sob essa descrição. E, suponha adiante, que essa descrição não se refira a nada oculto – nada que não possa ser completamente chamada através da imaginação. Admita agora uma amplitude de possibilidades igualmente definidas e sujeitas à imaginação; de tal modo que, na medida em que as descrições dadas de supostos estados de coisas são gerais, as diferentes maneiras pelas quais elas podem se tornar determinadas não deve nunca introduzir aspectos duvidosos ou ocultos. A suposição, por exemplo, não deve se referir a nenhum fato verdadeiro. Isso porque questões sobre fatos não estão dentro do campo de ação da imaginação .... Talvez isso tenha que ser restrito a relações puramente
>
> espaciais, temporais e lógicas. Seja como for, a questão sobre se em tal estado de coisas, um outro estado de coisas similar definido, é igualmente um problema da imaginação, pode ou não, dentro de um leque de possibilidades assumidas, alguma vez ocorrer, seria uma em referencia na qual uma das duas respostas, Sim ou Não, seriam verdadeiras, mas nunca as duas. Assim todos fatos pertinentes estariam a disposição da imaginação; e conseqüentemente nada além da operação do pensamento seria necessário para conferir a resposta verdadeira. Mesmo supondo que a resposta englobe toda a amplitude de possibilidades assumidas, não se poderia conferi-la a não ser através de um raciocínio que fosse apodíctico, geral e exato. Nenhum conhecimento do que verdadeiramente é, nenhum conhecimento positivo, digamos, poderia resultar. (CP 4232)

[3] A ultima dessas formulações seria, de acordo com Peirce, uma definição da lógica dedutiva formal, ou seja, da ciência que estuda como são elaboradas as inferências necessárias. Ver também CP 4.239

Encontramos aqui ao menos cinco características de hipóteses matemáticas gerais. Primeiro, uma ‘hipótese pura’ é um ‘conjunto de situações’ – vamos chamá-la também de ‘mundo’ – de uma ‘descrição perfeitamente definida e geral’. O estado de coisas é ‘geral’ no sentido perciano – ou seja, ele é mundo real, caso mesmo não seja verdadeiro, que é suficientemente vago de tal modo que permite a muitos mundos particulares e diferentes serem instâncias realizadas dele, mas também suficientemente delimitado ou definido que não permite ambigüidades em relação a um mundo particular se encontrar nos limites da descrição hipotética. Segundo, mesmo que não realizado, um mundo matemático geral é ‘real’ na medida em que este mundo que podemos conceber e trazer ‘ao campo de ação da imaginação’ ou dentro do perspicaz olhar fixo daquilo que Peirce por vezes também chama de “olho da mente”.[4] Este é um mundo sem aspectos obscuros e incertos no qual nada se esconde da imaginação. Terceiro, esse conjunto de situações, enquanto matemático, não se refere ou corresponde a qualquer estado existente da natureza. Quarto, embora seja imaginário, ele é também um mundo que podemos compreender pela reflexão porque está sujeito a delimitações lógicas. Incluindo, por exemplo, a limitação sobre proposições derivadas da hipótese que estrutura o mundo matemático na qual elas devem ser, ou verdadeiras, ou falsas. Quinto, verdades matemáticas, no entanto, não são positivas, ou seja, elas não consistem na correspondência entre a hipótese e um estado existente da natureza, mas possuem ao contrario o caráter de uma conseqüência ‘possível’ de uma hipótese.

Vamos elucidar a concepção antecedente de um ‘mundo matemático’ como um ‘estado de coisas hipotético’ através do próprio exemplo típico de Peirce, o primeiro livro dos ‘Elementos’ de Euclides. De acordo com Peirce, a idéia de Euclides predominante neste livro é que estudantes somente podem entender os primeiros elementos da geometria caso eles entendam a estrutura lógica da teoria. No primeiro livro Euclides faz um esforço minuciosamente assíduo para mostrar a estrutura lógica da teoria geométrica sem dizer nada explicito sobre a lógica da matemática (NEM 4, p.236).[5] Conseqüentemente, com muita freqüência Peirce se volta para Euclides na elucidação de suas idéia filosóficas sobre a matemática, e uma distinção peirceana fundamental em relação a essência da matemática é ilustrada através da distinção entre a geometria de Euclides como ciência natural e doutrina matemática (NEM 4, p.209-210). Podemos considerar a geometria de Euclides como a ciência do real, do espaço físico; nesse caso, a geometria é “certa a um mais próximo grau de aproximação” do que qualquer outra ciência – física ou psíquica – especial, e ela “deve empregar os mais refinados métodos de observação” para resolver problemas de medição do espaço físico (NEM 4, p.209). Entretanto, como uma ciência natural, a geometria euclidiana não aborda com o grau de precisão que ela possui quando considerada como uma pura teoria matemática. Para que se possa compreender a geometria euclidiana como matemática pura, “os postulados, após serem totalmente revisados, devem ser considerados puramente hipotéticos; e a questão que o geômetra (enquanto matemático) responde deve ser entendida como “Quais devem ser as propriedades de figuras espaciais, em um espaço que possua propriedades incorporadas aos postulados?” (NEM 4, p.209) Como matemática pura, então, a geometria somente se questiona qual seria o caso, se certas hipóteses se sustentem. Chamo isso de concepção peirceana da matemática como a ciência do ‘possível’: “O aspecto da matemática que a separa amplamente tanto da Filosofia como de todas as outras ciências especiais é que a matemática nunca se propõe (enquanto matemático) a fazer uma asserção

[4] Ver, por exemplo, NEM 4, p.219, nota de roda-pé.

[5] Isto não é dizer que não existam disparidades lógicas na teoria; isto significa dizer que no primeiro livro dos ‘*Elementos*’, Euclides aplica seu mais ‘polido e infinito trabalho e pensamento’ tentando mostrar a estrutura lógica da doutrina geométrica. (NEM 4, p.236).

categórica do começo ao fim de sua vida científica. Ele simplesmente diz qual seria o caso sob circunstâncias hipotéticas" (NEM 4, p.208). Para Peirce, toda a composição da geometria euclidiana consiste de (1) definições, (2) postulados, (3) axiomas, (4) corolários, (5) diagramas, (6) letras, (7) teoremas, e (8) scholia, ou notas de roda-pé (ver NEM 4, p.237). Assim, como matemáticos descrevemos em postulados gerais um estado de coisas hipotético de nossas próprias concepções.

Agora podemos entender porque, para Peirce, os matemáticos "não afirmam nenhum fato verdadeiro". Em primeiro lugar, a matemática pura não faz asserções categoriais sobre o que é verdadeiramente o caso na natureza; a matemática pura somente racionaliza sobre um mundo hipotético de sua própria criação (NEM 4, p.xiii). É neste sentido, então, que para Peirce "toda a matemática é, na sua clareza, um estudo de um sistema ideal" (NEM 4, p.xvii; cf. NEM 4, p.191). Ademais, para Peirce a comum distinção entre matemática pura e aplicada é apenas uma questão de grau; não existe uma precisa divisão da matemática em duas discretas áreas, 'pura' e 'aplicada'. Toda matemática estuda o que é verdadeiro dos conjuntos de situações hipotéticas; assim, mesmo "quando um matemático lida com fatos, eles se tornam para ele 'meras hipóteses'" (CP 3.428; cf. NEM 4, p.194).[6]

Diagramas e Ícones

Agora, para Peirce, trazer uma pura hipótese 'ao campo de ação da imaginação' ou 'ao olho da mente' não é uma mera metáfora. Isso significa que nós somos capazes de representar este mundo puramente hipotético, através de um 'signo'. Mais forte e preciso, devemos representar um mundo matemático puramente hipotético por meio daquilo que Peirce chama de um 'diagrama'. Peirce usa esta palavra no "sentido peculiar de uma concreta, porem possivelmente em mudança, imagem mental de algo que representa. Um desenho ou modelo pode ser empregado para ajudar a imaginação; mas o essencial a ser realizado é o ato da imaginação" (NEM 4, p.219, nota de rodapé). Um diagrama, assim, é um signo que representa em nossas mentes os objetos e as relações que estão de acordo com nossas hipóteses. Poderíamos "realizar" o diagrama mental imaginário por meio de modelos físicos, digamos, através de gráficos, desenhos e equações, mas o diagrama é um signo que conduz um 'significado' ao nosso 'olho da mente' – sendo o 'significado' a forma das relações que se sustentam de acordo com nossas hipóteses simples. De acordo com Peirce, existem dois tipos de diagramas matemáticos, (a) o geométrico, "que é composto por retas" e (b) o algébrico, "que são agrupamentos de letras e outros caracteres as quais suas inter-relações estão representadas parcialmente por sua própria disposição e parcialmente por suas repetições" (Ibid). Independente do tipo, no entanto, sua natureza essencial é a de ser representações que conduzem as formas da relação que obtém em um estado de coisas puramente hipotético. Em poucas palavras, o ato principal da diagramação na matemática não é o ato de desenhar uma figura geométrica ou escrever uma expressão algébrica; na verdade, é o ato de imaginar uma representação que incorpore a relação entre objetos que se sustentam em nosso mundo puramente hipotético.

Agora, para Peirce, diagramas matemáticos são ícones. Um ícone é um signo que fornece informação sobre seu objeto porque ele incorpora as mesmas qualidades do objeto que representa. De mesma forma, para Peirce, um diagrama geométrico possui em si mesmo a

---

[6] Isto sugere uma questão para futura pesquisa: Quais as conseqüências da concepção da matemática de Peirce para a tradicional distinção entre matemática pura e aplicada? Acredito que a resposta teria implicações importantes para nossa compreensão da própria matemática e sua relação com outras áreas do saber.

forma da relação geométrica que representa. Igualmente, um diagrama algébrico personifica as mesmas formas da relação matemática que ele representa. Peirce escreve, "o ícone é perfeito na significação, trazendo o interprete face a face com o caráter significado. Por esta razão, ele é um signo matemático *par excellence*" (EP 2, p. 307). Christopher Hookway observa que para Peirce um mundo puramente matemático é de fato um ícone; todas as teorias matemáticas são ícones. (Hookway, 1985, p.187) Ou seja, eles são representações deles mesmos. Para Peirce, enquanto um ícone é 'perfeito em relação à significação', em relação à denotação ele é um querer já que "não nos da nenhuma garantia que nenhum objeto específico que ele representa realmente [ou melhor, verdadeiramente] existe" (EP 2, p.307). Para esclarecer a visão de Peirce, vejamos por que os diagramas matemáticos não são indexes ou símbolos. Uma teoria matemática não esta em real reação com os objetos que ela denota; para Peirce, uma teoria matemática é uma pura hipótese, e assim seu único modo de existência é como uma representação de si mesmo em nossas mentes. Assim, um diagrama não indexa nenhum objeto que não a si mesmo. Um diagrama matemático enquanto puramente matemático não é um símbolo porque além de não representar nenhum outro objeto também não representa nenhum outro mundo para a mente que o interpreta; por exemplo, ele não expressa uma lei da natureza. De acordo com Peirce, por exemplo, a expressão de uma lei física, tal como a lei da gravidade, em notação matemática, é um símbolo que representa uma lei da natureza. Expressões matemáticas, ou diagramas, como representações de sistemas puramente hipotéticos, não significa nenhuma lei natural.

Ademais, como Hookway claramente salienta, a iconicidade[7] das teorias matemáticas revelam que o objeto de estudo matemático é a 'forma de uma relação': "O matemático se preocupa com as formas das diferentes estruturas relacionais, e suas teorias as exemplificam" (Hookway 1985, p. 191-192; ver CP 4.530-531).[8] A conclusão da totalidade das teorias matemáticas como ícones, então, é que essas teorias como pura hipótese significam elas próprias perfeitamente através da personificação das formas da relação que elas mesmas representam, mas não necessariamente denotam nenhum objeto verdadeiramente existente ou formas da relação entre objetos existentes, como fazem os índices, e eles não necessariamente expressão qualquer lei na natureza, como símbolos o fazem.

II. Raciocínio Necessário, Experimentação, e Observação.

Em sua discussão no "Essence of Mathematics", Peirce distingue entre dois tipos de raciocínios necessários, a saber, raciocínio 'corolário' e 'teoremático', e defende que o raciocínio teoremático caracteriza a matemática como uma atividade (CP 4.233). De fato, ele considera sua distinção entre esses dois tipos de provas como sendo sua primeira e real descoberta sobre o método de pesquisa matemático (NEM 4, p.49). Não poderia discutir aqui a diferença entre elas e explicar porque o raciocínio matemático é 'teoremático'.[9] Defenderei somente que deduções teoremáticas exigem um tipo especial de experimentação que nos conduzam das premissas a conclusão ou dos postulados e suposições para um resultado matemático comprovado. Podemos ver isso se resumirmos o que Peirce chama de 'partes essenciais' do raciocínio necessário, envolvidas na pesquisa matemática ativa (ver NEM 4,

7 N.T. do inglês: "iconicity"

8 Na referencia dada, Hookway discute um dos exemplos de Peirce demonstrando que o objeto da matemática é a 'forma de uma relação'. Neste exemplo, Peirce permite que 'f_1 e f_2 sejam as distancias focais de uma lente para outra lente, e alega que a equação $(1/f_1) + (1/f_2) = (1/f_0)$ "é um diagrama da forma de relação entre as duas distancias focais e a distancia focal principal" (CP 4.530).

9 Para uma elaboração, ver Hookway 1985, p.192-203, e Levy 1997.

p.221-222, para uma descrição de Peirce com um outro exemplo geométrico). Na minha avaliação, existem cinco estágios do raciocínio matemático necessário de acordo com Peirce.[10]

(1) O matemático expressa uma hipótese, freqüentemente proposta como um problema, em termos gerais, possivelmente na linguagem comum.

(2) O matemático traduz a linguagem geral de uma hipótese ou problema em um 'diagrama' completo, ou ícone da hipótese, que ela cria em sua imaginação. Mesmo sendo um objeto singular, o matemático imagina o diagrama de tal modo que ele represente o significado total de uma hipótese geral. A representação de uma hipótese geral por um esquema singular é efetuada porque o matemático compreende que o diagrama pode ser modificado em certos aspectos, mas não em outros; o que importa é que o diagrama particular que o matemático imagina personifica todas as características gerais explicadas detalhadamente pela hipótese. Peirce define formalmente o 'diagrama' como "um ícone ou imagem esquemática personificando o significado de um predicado geral; e a partir da observação deste ícone devemos construir um novo predicado geral" (NEM 4, p.238). Assim, a raciocínio matemática é essencialmente diagramática.[11]

(3) O matemático 'experimenta' sobre o diagrama fazendo adições ou mudanças ao esquema original. Mas ela não faz modificações aleatoriamente, ela antes "procura dominar as dificuldades através de sua divisão" (NEM 4, p.221). Embora Peirce não se expresse nesses termos, sugeriria que experimentar sobre um diagrama é 'analisá-lo' em uma das muitas possíveis maneiras de fazê-lo, visualizando uma solução para o problema, ou seja, substancializando o proposto resultado hipotético.[12]

(4) O matemático 'observa' os resultados dos 'experimentos' ate que ele veja que uma das modificações experimentais do diagrama serve como solução do problema ou substanciam a hipótese. Ele pode vir a repetir o experimento, para convencer-se indutivamente que o resultado experimental observado por ele pode ser generalizado em um teorema (ver Eisele 1979, p. 5, 7).

(5) O matemático traduz o resultado da experimentação e da observação de volta para a linguagem geral. Isso é geralmente feito visando à aplicabilidade da solução ao problema matemático; em outras palavras, visando à aplicabilidade da hipótese matemática a um conjunto de situações existentes.

III. Puro Raciocínio Matemático versus Criação Poiética.

Tendo abordado a noção de Peirce de um 'estado de coisas hipotético' e de 'raciocínio necessário', voltemo-nos agora a questão principal: Devemos excluir o trabalho de produção-

[10] Peirce, no NEM 4, p.221-222, divide a raciocínio em somente quatro partes essenciais. Mas em meu resumo, divido a experimentação e a observação em duas partes, para assim distingui-las claramente. É claro, nenhum desses estágios devem ser entendidos como um passo distinto; existe na verdade um processo contínuo de raciocínio matemático que, para a analise lógica, podemos dividir em estágios de diversas maneiras.

[11] Para elaborações sobre a noção de raciocínio matemática diagramática, ver Kent 1997 e Hoffmann 2003.

[12] De fato, esta seria uma caracterização da visão peirciana da matemática como uma concepção aberta, heurística – em contraste com uma fechada, axiomática – de acordo com uma classificação recente, e inovadora, dos filósofos da matemática proposta pelo filosofo italiano Carlo Cellucci. A concepção aberta e heurística vê a matemática como um processo de pesquisa dinâmico que consiste em resolver problemas via uma variedade de técnicas de produção-de-hipótese matemática. Axiomas matemáticos, em si próprios, são considerados hipóteses e não verdades auto-evidentes. Conseqüentemente, hipóteses matemáticas podem ser modificadas a qualquer momento de acordo com a demanda da pesquisa e sistemas matemáticos abertos podem apresentar ao inquiridor surpresas experimentais. Ver Cellucci 2002.

de-hipotese poiética do domínio do puro raciocínio matemático? A resposta de Peirce parece ser afirmativa, embora pense que seja uma resposta cuidadosa e ponderada.

Ao definir a matemática, Peirce escreve: "A matemática é o estudo daquilo que é verdadeiro sobre estados de coisas hipotéticas. Essa é sua essência e definição. Tudo referente a ela, portanto, além dos primeiros preceitos para a construção das hipóteses, tem que ser da natureza da inferência apodíctica. Sem dúvida, podemos raciocinar imperfeitamente e chegar a determinadas conclusões; ainda assim, a conclusão estimada anteriormente é, agora, tal que em um suposto estado de coisas algo seria necessariamente verdadeiro. Reciprocamente, também, toda inferência apodíctica é, estritamente falando, matemática" (CP 4.233). Claramente, então, o processo do raciocínio necessário que *se segue* logo que as hipóteses foram estruturadas é matemático. Mas, e quanto a criação de hipóteses?

Por um lado, Peirce observa que a composição de hipóteses gerais – por exemplo, ao conceber "o campo de quantidade imaginaria e a aliada idéia de superfície de Riemann, ao imaginar medidas não-euclidianas, [e] números ideais" – envolve o exercício de "imensa genialidade" (CP 4.238). Ademais, a composição de hipóteses matemáticas individuais para resolver problemas especiais pede "por um bom julgamento e conhecimento, e algumas vezes por grande força intelectual, como no caso da álgebra de Boole" (CP 4.238). Por outro lado, contudo, e em resposta a nossa questão, Peirce escreve: "*Talvez* a resposta seja que, em primeiro lugar, qualquer exercício do intelecto que possa ser requisitado na aplicação da matemática, para uma questão não proposta em forma matemática, não é por certo um pensamento puramente matemático" e, "em segundo lugar, que a mera criação de uma hipótese pode ser um grande trabalho de genialidade poiética, e que não pode ser dita cientifica, visto que aquilo que ela produz não é nem falso nem verdadeiro, e, portanto, não é conhecimento" (CP 4.238; minha ênfase). Uma primeira observação sugere que o trabalho de enunciar um problema especial das ciências em estrita forma matemática e da aplicação de uma solução matemática a um problema em especial não é, precisamente falando, raciocínio matemático. A segunda observação sugere que a "mera criação" de uma hipótese é poiética e não um raciocínio cientifico rigoroso. Para estar em concordância com Peirce nestes dois pontos, talvez devemos falar do "matemático *qua* poeta" na medida em que ele estrutura hipóteses, enquanto devemos falar do "matemática *qua* cientista especial" na medida em que ele aplique a solução do problema matemático a um existente problema científico. A essas duas observações, Peirce acrescenta que "se a matemática é o estudo de estados de coisas puramente imaginários, os poetas devem ser grandes matemáticos" (CP 4.238). Peirce enfatiza que, ao contrario do que foi dito, a matemática não é apenas o estudo dos conjuntos de situações hipotéticas, algo que um poeta pode também utilizar em seu romance, ela é, antes, o estudo do que *é verdadeiro* em tais mundos hipotéticos (CP 4.238). E estudar o que é verdadeiro de uma hipótese, como vimos, é um processo de raciocínio necessário que envolve a construção de um ícone representando a hipótese, experimentação metódica e observação sob o diagrama, e generalização dos resultados dos experimentos. Em outras passagens, Peirce chega a ponto de separar o processo de 'formação de uma conjuntura' do raciocínio matemático porque a 'formação de uma conjuntura' é instintiva e não esta sujeita a um autocontrole ou critica racional, enquanto o raciocínio matemático é simplesmente uma atividade racional autocontrolada. (NEM 4, p.218-222).[13] Nessas passagens, Peirce quer dizer que as hipóteses matemáticas não são abdutivas, ou seja, eles não se formam através de nosso 'instinto abdutivo' com o propósito de explicar um fenômeno existente e percebido. Assim, a

[13] Nessas passagens, a posição de Peirce parece antecipar a posição de Popper em Conjectures and Refutations. Entretanto, na sua totalidade, me parece que claro que a posição de Peirce entende a conjecturação instintiva como parte do raciocínio cientifico.

atividade matemática pura não parece envolver nem a invenção *poiética* nem a abdução criativa.

Baseado em tais passagens, Hookway argumenta que para Peirce a composição de uma hipótese matemática exige genialidade poiética, mas não é um trabalho cientifico (Hookway 1985, p.204). A criação poiética de hipóteses não é, estritamente falando, parte da atividade racional do matemático enquanto matemático. No entanto, penso que a exclusão da função de produção-de-hipótese, da imaginação poiética, do 'raciocínio matemático puro', altamente problemática, mesmo da perspectiva do próprio modelo de Peirce para a pesquisa matemática. Afinal, em sua própria definição, o matemático não pode fazer matemática a não ser que possua algum conjunto de situações hipotéticas para estudar, e para que implemente tal estudo ativo ele deve ser capaz de construir e modificar diagramas na sua imaginação. Ademais, devemos observar que Peirce afirma que a produção-de-hipotese poiética não é raciocínio cientifico porque não produz algo que seja verdadeiro ou falso (CP 4.238). Mas, ele já havia reconhecido que o raciocínio matemático puro não leva a uma verdade positiva, somente a um tipo de verdade 'possível' que segue a partir de uma hipótese. E a produção-de-hipotese poiética é exigida para que se possa colocar o processo de raciocínio de conseqüências 'possíveis' em movimento. Então, me parece muito mais adequado, dentro do modelo peirceano, e muito mais verdadeiro para a pesquisa matemática presente, reconhecer o lugar da produção-de-hipotese criativa como essencial ao pensamento matemático.

Agora, Hookway enfatiza o que imagino ser o motivo do porque Peirce por vezes separar tão enfaticamente a criação poiética do raciocínio matemático. O motivo de Peirce é sistêmico – ele considera a matemática como sendo a disciplina fundamental na sua classificação das ciências, e essa posição fundamental da matemática é conseqüência de seu método de raciocinar. O pensamento matemático, que forma um diagrama ou modelo do problema a se estudar e experimento sobre ele, pode ser empregada em qualquer ciência que esteja em um nível hierárquico inferior, e de fato tal raciocínio é exigência para as ciências inferiores, enquanto o raciocínio matemático puro deve permanecer livre dos métodos individuais das ciências das ciências abaixo dela. De acordo com Hookway, Peirce considera o método matemático como a priori, praticamente infalível, produzindo certas conclusões, e pré-lógico, ou seja, não sujeito a critica lógica (Hookway 1985, p.203-207). O raciocínio matemático é a priori no sentido de que seus objetos de estudo são *entia rationis* – nós criamos os objetos, a saber, formas matemáticas (Hookway 1985, p.205). Seus resultados estão certos, mesmo quando a experimentação e a observação são 'indutivas' (na interpretação de Hookway), porque os objetos matemáticos carecem de 'segundidade', i.e. são não-reativos, desta forma as instâncias diagramáticas são os objetos de estudo (Hookway 1985, p.205-206). Ou seja, a matemática não esta sujeita ao erro que o estudo de verdades percebidas introduzem em nosso raciocínio cientifico. Finalmente, já que ao entender o significado da instância diagramática nós imediatamente entendemos a forma de relação matemática geral sendo estudada, nenhuma critica lógica do entendimento é exigida, e o raciocínio matemático é pré-lógico (Hookway 1985, p.206-207). Por todas essa razões, o raciocínio matemático puro é fundamental para Peirce.

Agora, minha intenção aqui não é defender, nem mesmo avaliar, as razões para a classificação de Peirce. Minha intenção é simplesmente descrever a posição da matemática no topo da hierarquia peirceana. Carolyn Eisele resume o problema da seguinte maneira: Peirce "estabelece uma hierarquia das ciências onde o método de uma ciência pode ser adaptado para a investigação de outras que estão nos degraus abaixo. A matemática ocupa o degrau superior, visto que sua independência da realidade na natureza e sua preocupação com a composição de hipóteses e o estudo de suas conseqüências, tornam sua metodologia um modelo para manipular os problemas do mundo real e também fornece modelos que transformam tais problemas a ponto de poderem ser delineados e por meio do qual eles podem ser resolvidos" (Eisele 1979, p.1). Minha sugestão, por conseguinte, é que Peirce algumas vezes sugere que a criação poiética não é parte do raciocínio matemático puro a fim de preservar a primazia do método matemático na sua classificação das ciências.[14] Ele não quer que o raciocínio matemático apareça como dependente de qualquer outro método de raciocínio.

Em sentido exato, no entanto, a criação poiética não é um método de raciocínio, mas uma atividade que consiste em dar origem a signos na imaginação – no caso da matemática, em conceber ícones complexos.[15] Essa criação não acontece no vazio, por assim dizer, mas no contexto de um tipo especial de pesquisa em que nos perguntamos, 'o que seria verdadeiro em um mundo de tal e tal caráter universal?' Esta pesquisa especial é um processo histórico e público, onde ícones matemáticos existentes promovem a criação, ou re-criação, de mundos hipotéticos. A criação do espaço hipotético da geometria euclidiana, por exemplo, fornece o contexto para que se imagine um mundo alternativo onde perguntamos, 'e se o quinto postulado não for valido?' Esta questão leva a criação de uma hipótese matemática pura – chamado de espaço não-euclidiano – onde o matemático procede a explorar de acordo com seu peculiar método experimental. Devo esclarecer que ao argumentar pela criação poiética como fonte de hipóteses que integra o raciocínio matemático, não pretendo negar o lugar que a 'abstração' de experiências 'existentes' têm na matemática de acordo com Peirce. A 'abstração' – no sentido de apoderar-se de uma 'forma' e focar a atenção do raciocínio sob ela com um *ens rationis*, desconsiderando sua condição material ou manifestação – tem claramente um lugar na pesquisa matemática (CP 1.82 e 4.463). Por exemplo, "o matemático concebe uma operação como algo que deve, em si mesma, estar sob operação. Ele concebe a coleção de lugares de uma partícula em movimento como em si próprio um lugar que pode em determinado instante ser completamente ocupado por um filamento, que pode novamente se mover, e o agregado de todos os seus lugares, considerado como possivelmente ocupado em um instante, é a superfície, e assim por diante" (CP 1.82). Antes, proporia eu que, desta forma, a criação poiética, junto a abstração, é crucial para a formação de hipóteses matemáticas e que ela deva ser considerada, de uma perspectiva peirceana, como parte integral do raciocínio matemático. Considere o exemplo histórica anterior. Os objetos da geometria de Euclides podem ser vistos, do ponto de vista perceano, como originários da 'abstração' da pratica 'existente' de medição da terra ou, mais abertamente, da 'existente' experiência de espaço (ver MS 94 e os comentários de de Waal 2005, p.287-289).[16] Entretanto, a criação e a modificação experimental dos ícones matemáticos da geometria euclidiana são, em parte, atos poiéticos. Além do mais, a geometria não-euclidiana pode ser vista como originaria da re-configuração poiética do sistema matemático puro da geometria euclidiana.

Estimo, assim, que seria impróprio por parte de Peirce definir a matemática como o estudo do conjunto de situações hipotéticas e ainda assim excluir a criação poiética dessas

---

14 Reconhecidamente, Peirce concebeu esta hierarquia como um sistema de reciprocidade. Aquelas disciplinas que ocupam as altas posições na hierarquia influenciam e são influenciadas pelos problemas, métodos e resultados daquelas disciplinas que estão abaixo. O desenvolvimento de métodos e o progresso da ciência não é uma situação de 'deslizamento', mas uma inter-relação dinâmica. Contudo, a matemática não possui um status especial no topo da escada, e penso que ele tenha uma tendência – na minha opinião, uma tendência que é inconsistente com sua filosofia da pesquisa cientifica em geral – de privilegiar o raciocínio matemático de tal maneira que o isole da influência do raciocínio "não-matemático".

15 Para uma definição completa da atividade de criação poiética em Peirce, ver Anderson 1986.

16 As referencias aos manuscritos de Peirce estão abreviadas como MS seguidas pelo numero do *Catalogue* de Robin (1967).

hipóteses da atividade matemática, mesmo considerando as razões sistêmicas. Todavia, como propus anteriormente, sua posição é mais ponderada do que uma de estrita exclusão. A posição de Peirce é, antes, de que a criação de hipóteses matemáticas é poiética, mas não meramente poiética, e conseqüentemente, de que a composição de hipóteses é parte do raciocínio matemático que envolve um elemento de *poiesis*, mas que não é também meramente poiético. Também são inerentes as considerações cientificas o processo de produção-de-hipótese. O matemático está interessado em estudar conjuntos de situações hipotéticas de uma descrição perfeitamente *universal*. Por exemplo, como geômetra, Euclides está interessado em compor um mundo hipotético onde objetos arbitrariamente definidos como pontos, retas, planos, e assim por diante, estão sujeitos a certas formas de relação universais. Quando pensa hipoteticamente sobre a relação entre duas retas em um mesmo plano, Euclides não está interessado na 'qualidade inerente' da reta, como, por exemplo, se em nossa representação diagramática a reta é vermelha ou azul. Em um mundo hipotético meramente poiético, no entanto, como em um poema ou em um romance, descrever qualidades inerentes como a cor da neve em um dia ensolarado de inverno ou o tom da voz de um determinado personagem pode ter uma importância primordial. Ademais, como Peirce enfatiza, o matemático visa o estudo daquilo que poderia ser verdadeiro em estados de coisas hipotéticos compostos por ele. Portanto, mesmo quando ele cria representações diagramáticas de suas hipóteses, seu foco é encontrar o que seria universalmente verdadeira sobre a hipótese, e não explorar as qualidades inerentes de um mundo hipotético. No todo, o meio termo peirceano que eu procuro, propõe que o raciocínio matemático é relativamente mais livre do que o raciocínio cientifico no sentido de que ele não é limitado pela existência da natureza, mas somente pelas delimitações gerais de um mundo concebido pelo imaginário. Isso sugere que, em sua origem, o raciocínio matemático é muito mais poiético do que o raciocínio científico[17], mas ao criar e estudar um mundo hipotético, o raciocínio matemático é mais exato do que puro, livre criação poética.

Para encerrar minha discussão gostaria de enfatizar que ambas as definições da matemática de Peirce são *descrições da atividade matemática*. De acordo com seus métodos, a matemática é a ciência que formula conclusões necessárias. De acordo com seu objetivo e objeto principal, a matemática é a ciência que estuda o que verdadeiro dos conjuntos de situações hipotéticas. Ambas as definições refletem a noção peirceana de que a matemática, em particular, e a ciência, em geral, é antes e acima de tudo uma pratica, uma atividade. A pratica de imaginar conjuntos de situações hipotéticas e se perguntar o que necessariamente seria verdadeiro sobre eles considerando o contexto em que ícones matemáticos são concebidos, criados e recriados, de maneira que se explore uma miríade de mundos 'possíveis'. Minha sugestão tem sido de que a criatividade poiética é um elemento inextricável dessa pratica – o elemento que a torna espontânea, livre, e fonte de prazer e surpresa intelectual.

---

[17] Ao examinar a relação entre lógica e matemática em Peirce, Cornelis de Waal recentemente argumentou que "a matemática como ciência teórica segue atrás da matemática como ciência prática" (de Waal 2005, p.287). O desfecho de meu argumento anterior é que esta sugestiva afirmação precisa ser examinada. Se a criação poiética faz a atividade do matemático ser relativamente mais livre e espontânea do que a do cientista, então podemos concluir que a matemática nem sempre segue preocupações práticas, mas pode responder primeiro a suas próprias preocupações puramente ideais. O matemático prático está engajado em um mundo puramente imaginativo que pode não corresponder a nada 'pratico'. A referencia de Peirce a invenção de qualidades imaginativas, por exemplo, e os exemplos das concepções álgebras altamente abstratas, sugerem casos onde a criatividade matemática não pertence a nenhum problema científico 'existente'. Uma possível solução poderia ser argumentar que problemas 'práticos' não estão restritos ao modelo da natureza 'existente'; o matemático pode confrontar problemas 'práticos' ao, digamos, ter que criar noções de quantidades imaginarias a fim de resolver equações matemáticas puras, independente de suas aplicações existentes.

Referência Bibliográfica

Anderson, D. (1987). Creativity and the Philosophy of C. S. Peirce. Dordrecht, The Netherlands, Martinus Nijhoff.

Cellucci, C. (2002). Filosofia e matematica. Roma, Laterza.

de Waal, C. (2005). "Why Metaphysics Needs Logic and Mathematics Doesn't: Mathematics, Logic, and Metaphysics in Peirce's Classification of the Sciences." Transactions of the Charles S. Peirce Society **XLI**(2): 283-297.

Eisele, C. (1979) Studies in the Scientific and Mathematical Philosophy of Charles S. Peirce. The Hague, Mouton.

Hoffmann, M. H. G. (2003). "Peirce's 'Diagrammatic Reasoning' as a Solution of the Learning Paradox." Process Pragmatism: Essays on a Quiet Philosophical Revolution. Debrock, Guy, Ed. Amsterdam, Rodopi: 123-143.

Hookway, C. (1985). Peirce. London, Routledge.

Houser, N., Roberts, Don, and Van Evra, James, Ed. (1997). Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Indianapolis, Indiana University Press.

Kent, B. (1997). "The Interconnectedness of Peirce's Diagrammatic Thought." Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Houser, N., Roberts, Don, and Van Evra, James, Eds. Indianapolis, Indiana University Press: 445-459.

Levy, S. H. (1997). "Peirce's Theorematic / Corollarial Distinction and the Interconnections between Mathematics and Logic." Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Houser, N., Roberts, Don, and Van Evra, James, Eds. Indianapolis, Indiana University Press: 85-110.

Peirce, B. (1870). Linear Associative Algebra. Washington City.

Peirce, C. S. (1932). Collected Papers of Charles Sanders Peirce. Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press. Abbreviated as CP.

Peirce, C. S. (1976). The New Elements of Mathematics. The Haghe, Netherlands, Mouton Publishers. Abbreviated as NEM.

Peirce, C. S. (1992a). The Essential Peirce: Selected Philosophical Writings 1. Indianapolis, Indiana University Press. Abbreviated as EP1.

Peirce, C. S. (1992b). Reasoning and the Logic of Things. Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press. Abbreviated as RLT.

Peirce, C. S. (1998). The Essential Peirce: Selected Philosophical Writings 2. Indianapolis, Indiana University Press. Abbreviated as EP2.

Robin, R. S. (1967). The Annotated Catalogue of the Papers of Charles S. Peirce. Amherst, University of Massachusetts Press.