

Paradoxos I – Considerações Iniciais

Paradox I – Initial Considerations

Lafayette de Moraes

Faculdade de Filosofia de São Bento – SP
lafayette.moraes@uol.com.br

Carlos Roberto Teixeira Alves

Faculdade de Filosofia de São Bento – SP
carlosrtalves@yahoo.com.br

*Agradecemos as críticas e sugestões feitas pelo prof. Edélcio de Souza.
A ele dedicamos este nosso trabalho*

Resumo: O *Paradoxo do Mentiroso* é um problema de linguagem que resulta da possibilidade das linguagens formais ou não-formais falarem de si mesmas. A sofisticação de tratamento lógico que sofreu o ‘Mentiroso’ ao longo dos séculos denuncia que o problema é a dificuldade semântica em lidar com atributos como ‘verdadeiro’ e ‘falso’.

Palavras-chave: Antinomia do mentiroso. Buridan. Conceito de verdade. Kripke. Paradoxo de Curry. Paradoxo de Epimênides. Paradoxo de Eubúlides. Paradoxo de Löb. Paradoxo do Cartão. Paradoxo do Mentiroso. Tarski.

Abstract: *The Liar Paradox is a problem of language which results from the possibility of the formal and not formal languages speak for themselves. The sophistication of logical treatment that affected the ‘Liar’ throughout centuries reveals that the problem is the semantical difficulty in dealing with attributes such as ‘true’ and ‘false’.*

Key-words: *Buridan. Card paradox. Curry paradox. Epimenid paradox. Eubulide paradox. Kripke. Liar antinomy. Liar paradox. Löb paradox. Tarski. True concept.*

Preâmbulo

Este artigo trata de paradoxos. A escolha desse tema deriva principalmente de nosso interesse pela análise e edificação de vários tipos de linguagem lógica. Apenas de passagem podemos mencionar que o desenvolvimento das linguagens modais com os trabalhos de C.I. Lewis e Langford, a partir de 1917, levaram S. Jaskowski a estabelecer as bases da lógica discursiva, em 1948, a primeira lógica não clássica, mais tarde desenvolvida por N.C.A. da Costa, entre outros. Nesse contexto, os paradoxos desempenharam papel de destaque e dentre eles temos de enaltecer a importância do Paradoxo do Mentiroso. Seu estudo ao longo da história traduz a fascinante análise do desenvolvi-

mento de nosso raciocínio. Ao longo dessa análise, podemos ser tentados a assumir posições que à primeira vista nos parecem plausíveis e que um estudo posterior e mais acurado da questão nos obriga a rever. Uma delas, para citar apenas uma, é olhar a lógica como a arte de formular linguagens com sentenças gramaticalmente bem formadas. Kneale (1971, p. 321) aponta vários aspectos da linguagem, inclusive a linguagem natural, que geraram polêmicas entre lógicos, filósofos e lingüistas. Com este artigo, damos início ao desenvolvimento de uma linguagem formal na qual podemos derivar o Paradoxo o Mentiroso e à análise dos paradoxos de Zenão, Russell e outros.

Introdução

Ao redigir um texto sobre paradoxos, devemos, acreditamos nós, ter como preocupação inicial tentar, pelo menos em primeira aproximação, dar a acepção em que nesse contexto empregamos a palavra 'paradoxo'. Logo de saída constatamos que essa não é uma tarefa tão fácil como pode parecer inicialmente. Optamos por um processo por aproximações sucessivas, seguido por Quine (1966). Assim, faremos uso de alguns exemplos.

Suponhamos que um amigo nosso, José, tenha nascido, em um ano bissexto, no dia 29 de fevereiro. Facilmente constatamos que ele pode atingir a maioridade, vinte e um anos, tendo comemorado apenas cinco aniversários. Naturalmente estamos considerando aqui aniversário como referente à data de nascimento e esta, vinte e nove de fevereiro, ocorre apenas de quatro em quatro anos. Embora possível, a situação de José é um tanto chocante quando comparamos com os nascidos nos outros dias do ano.

Outra situação também chocante é uma versão de um paradoxo de Russell, datado de 1901¹, este sim um autêntico paradoxo. A versão em apreço é a seguinte: suponhamos que em certa comunidade exista apenas um barbeiro, que barbeia todos os homens da comunidade que não se barbeiam e somente estes. O barbeiro barbeia-se?

Como na comunidade qualquer homem que não se barbeia é barbeado pelo barbeiro, se o barbeiro não se barbeia, ele se barbeia. Reciprocamente, se ele se barbeia, então ele *não se barbeia*, porque ele faz a barba de todos os homens da comunidade que não se

¹ Há certa controvérsia em torno do aparecimento desse paradoxo. Beth (1951) apresenta uma cronologia onde o paradoxo de Russell aparece como tendo sido descoberto, em 1903, de modo independente, por Zermelo. Segue-se a cronologia de Beth:

1. Antinomia do Mentiroso, desde a Antiguidade Clássica;
2. Antinomia de Burali-Forti (1897) que começou com Cantor em 1895;
3. Antinomia de Russell (1903), observada independentemente por Zermelo à mesma época;
4. Antinomia de Richard (1905);
5. Antinomia de Zermelo-König (1905);
6. Antinomia da Denotação de Russell (1905);
7. Antinomia de Berry, publicada por Russell (1906);
8. Antinomia de Grelling (Grelling-Nelson, 1908);
9. Antinomia do Barbeiro (Russell, 1918);
10. Antinomia de Skolem (1923), e
11. Antinomia do maior número cardinal, começado por Cantor em 1899 e publicado em 1932.

barbeiam. Em síntese, o barbeiro barbeia a si próprio se, e somente se, ele não se barbeia.

Comparando essas duas situações, constatamos que embora estejamos diante de duas situações estranhas, facilmente, no caso de José, resolvemos o problema, que reside na comemoração do aniversário de José na data de seu nascimento, 29 de fevereiro, quando possível, isto é, nos anos bissextos. Já no caso do barbeiro, o problema se complica, como veremos mais adiante.

Embora à primeira vista possamos considerá-los como paradoxos pela estranheza que nos causam ao primeiro contato, enquanto no primeiro exemplo podemos solucionar o caso com uma análise mais detida do problema, o caso do barbeiro, como dissemos, não tem solução imediata e causou grande impacto nos círculos lógicos e matemáticos por ocasião de sua descoberta por Russell.

Em síntese, no caso de nosso amigo José, causa estranheza o fato de ele ser **4n** anos mais velho no dia do seu **n-ésimo** aniversário. No segundo caso, o fato de uma comunidade ter um indivíduo que faz barba de todos os homens da comunidade, e somente estes, que não se barbeiam nos leva a contradições.

Situações como essas e outras são, em geral, denominadas ‘paradoxos’ ou ‘antinomias’. Alguns autores como Quine (1966) fazem distinção entre as duas categorias. No nosso caso, usaremos os termos ‘paradoxo’ e ‘antinomia’ como sinônimos. Na verdade, a palavra ‘paradoxo’ tem, em lógica, uma acepção muito ampla, abrangendo uma vasta gama de problemas, como teremos oportunidade de constatar. O fato é que os paradoxos deram, ao longo da história, origem a vários tipos de problemas. A tentativa de solução de alguns deles teve como consequência o desenvolvimento de vários ramos do nosso conhecimento. Sua origem se perde na noite da história. São célebres os Paradoxos de Zenão, que datam de 500 a.C. Outro é o chamado Paradoxo do Mentiroso, presente na literatura já desde 300 a.C. Sob o ponto de vista etimológico, ‘paradoxo’ é composto de *para* (ao lado de, além de etc.) e *doxa* (juízo, opinião etc.). Segundo Guerreiro (1989, p. 18), Cícero afirma que a palavra era empregada pelos gregos ao se referirem a determinados ditos que os romanos consideravam assombrosos ou que chocavam o senso comum. Citando Sainsbury (1997, p. 1), podemos considerar que “um paradoxo pode ser definido como uma conclusão inaceitável, derivada de um raciocínio aparentemente aceitável e a partir de premissas aparentemente aceitáveis”.

Os paradoxos não estão tão distantes do nosso cotidiano. De fato, ao ler um livro ou trabalho científico, freqüentemente encontramos a seguinte observação: ‘este trabalho pode ser reproduzido total ou parcialmente desde que a referência seja incluída no material reproduzido’. Mais freqüentemente ouvimos ainda em qualquer aeroporto: ‘última chamada para o voo Alitália número X com destino a Roma e escala em Paris; embarque imediato pelo portão P’. Sentenças de tipo problemático nos cercam por todo lado, mas lidamos com elas sem nos apercebermos do problema que propõem. Por exemplo, em muitos belos gramados há uma placa onde se lê a ordem ‘NÃO PISE NA GRAMA’, mas a placa só existe naquele lugar porque foi desobedecida (afinal, qual

² A solução mais curiosa que os autores deste trabalho vieram a conhecer foi dada pelos próprios colegas de trabalho. Entre soluções curiosas como a de um braço mecânico que colocou a placa no gramado e a placa estar dependurada sobre o gramado, pendendo de um varal, apareceu esta: a placa, inicialmente, foi pintada como a ordem ‘PISE NA

outro modo de se pôr a placa no centro do gramado?).² Outra sentença bastante problemática é a ordem PROIBIDO FUMAR que se lê em toda repartição pública. A dificuldade é que se não há alguém fumando nesses locais, então o que é que a placa está proibindo? Proibindo um ato que não ocorre por obediência à mesma ordem? No caso do PROIBIDO FUMAR, a ordem não tem mais sentido assim que é dada.³

Embora essas mensagens nos pareçam claras e sem ambigüidades, uma análise mais detalhada nos revela que elas são portadoras de uma circularidade, isto é, referem-se a si mesmas. O problema da auto-referência desempenha um papel importante na análise que se segue do Paradoxo do Mentiroso. Contudo, alguns autores como Mackie (1973, p. 240), procuram mostrar versões desse paradoxo onde não ocorre o problema da auto-referência. Sentenças auto-referentes como as dos exemplos acima nos conduzem a paradoxos, como veremos a seguir, embora, como podemos facilmente observar, lidamos com elas todos os dias sem nos deter em suas características.

Uma conseqüência do estudo que fazemos a seguir é nos tornar mais críticos em relação ao uso da linguagem no nosso cotidiano. Sob nosso ponto de vista, e acreditamos que também seja o do nosso eventual leitor, esse é um dos principais recursos que nos proporciona o estudo da lógica. Evidentemente esse poder de crítica não é o único, mas a nosso ver justifica plenamente o esforço para o domínio de algumas técnicas de raciocínio por ela utilizados. Neste trabalho estudaremos alguns paradoxos dando ênfase ao papel por eles desempenhado no desenvolvimento de diversas áreas do conhecimento, já que a influência dos paradoxos não se restringe à área a que estritamente pertencem. De fato, para citar apenas dois exemplos, o paradoxo de Russell provocou uma revolução no estudo da Teoria dos Conjuntos, área a que pertence estritamente, mas também no estudo das linguagens formais e nos fundamentos da própria lógica e da matemática. É bem conhecida a posição de Poincaré a respeito do logicismo e do

GRAMA'. Obviamente ela autorizava o funcionário que colocou a placa pisar a grama para instalá-la no centro do gramado, mas também – pelo seu caráter imperativo – obrigava todo transeunte a deixar seu caminho e pisar na grama (cumprindo a ordem da placa). Em seguida o mesmo funcionário, ou outro qualquer, foi até a placa fixada e escreveu, na frente da ordem 'PISE NA GRAMA' a palavra 'NÃO'. Assim o 'NÃO' está negando a ordem 'PISE NA GRAMA', acabando com a obrigação de se pisar na grama toda vez que se lia a placa. Agora não existe mais a ordem 'PISE NA GRAMA' (ela foi negada) e as pessoas são livres para decidir pisar ou não pisar na grama. Mas sempre há um defeito em toda solução: no caso do funcionário que escreveu o 'NÃO', ele pisou a grama em obediência à placa e aproveitou para escrever o 'NÃO', mas depois ele mesmo não pode escolher entre pisar e não pisar na grama, pois já estava pisando nela: ele foi o único sem poder de decisão e sendo obrigado a se submeter a uma condição *pela qual não teve culpa*.

³ A solução desse problema é mais simples do que o da placa NÃO PISE NA GRAMA. Basta colocar placas *fora* de tais lugares onde não se quer que se fume, com a ordem 'NÃO VÁ FUMAR LÁ DENTRO'. Vendo essa solução, a placa de NÃO PISE NA GRAMA seria menos problemática se fosse colocada em um poste *fora do gramado*, mas com os dizeres 'PISE APENAS FORA DA GRAMA'. Pelo menos não teríamos o caso da nota anterior de um funcionário preso de um drama existencial tão profundo depois de ter apenas escrito um 'NÃO' à frente de uma ordem problemática.

formalismo e sua polêmica com Russell e Hilbert. Finalmente podemos ressaltar que foi a partir dos seminários dirigidos por Lukasiewicz sobre o Paradoxo do Mentiroso que Tarski estabeleceu as bases da sua Teoria da Verdade, um marco na história da filosofia e origem de uma ampla gama de estudos semânticos.

O Paradoxo do Mentiroso: Aspectos Históricos

Quem não conhece a história do menino que grita “lobo!”? Um garoto brincalhão acha muito monótono seu trabalho de cuidar das ovelhas e decide se divertir alarmando a aldeia, gritando: “Lobo! Lobo!” Todos deixam seus afazeres para matar o lobo que, supostamente, ataca as ovelhas. O garoto ri muito da confusão e os aldeões severamente avisam que eles não atenderão a um próximo alarme falso, indo-se zangados. Porém, o garoto repete a brincadeira várias vezes e sempre toda aldeia atende ao chamado novamente, pois é costume atender a um pastor de ovelhas em apuros, apesar de terem ameaçado não atender a alarmes falsos. Por fim, o garoto, satisfeito, deita-se à sombra, rindo da corrida vã dos aldeões. E eis que, de repente, realmente aparece um lobo gigantesco e voraz. O garoto sobe na árvore e grita desesperado: “Lobo! Lobo!” Mas desta vez ninguém vem acudi-lo, crendo todos tratar-se de outra brincadeira. E o garoto vê todas as suas ovelhas serem devoradas e nada poder fazer senão lamentar sua mentira.

Em muitas línguas e em muitas culturas essa história já foi contada ao longo de séculos, uma história com um sentido moral: a mentira tem graves conseqüências. Qual a razão de a mentira ter essa capacidade destrutiva? Como este trabalho só se prende a uma análise lógica, podemos responder que estruturalmente a mentira já é problemática a partir de sua presença no sistema. A história toda do ‘menino que grita: Lobo!’ é um sistema fechado onde a mentira se inseriu. E o que resulta disso, dessa intenção da mentira de ser aquilo que não é? Resultou paradoxal. É curioso perceber que quando o alarme “Lobo! Lobo!” era mentira, todos os aldeões acreditavam ser verdade, e quando realmente era verdade, os aldeões consideraram tratar-se de mentira. Quando é, não é, e quando não é, é.

Assim, traçar uma história da mentira sob o ponto de vista do paradoxo parece uma empreitada sem sentido: a mentira é em si paradoxal. O máximo que se pode fazer é procurar construir a história da mentira sob o ponto de vista lógico, a história da abordagem lógica que a mentira sofreu, quando foi tomada como tema da lógica com o célebre Paradoxo do Mentiroso. O que faremos agora, portanto, é um levantamento (que não se pretende exaustivo) desse olhar crítico da lógica a respeito da mentira.

Histórico

A discussão a respeito do Paradoxo do Mentiroso remonta, segundo a tradição, a Eubúlides

⁴ Diógenes Laércio (200 – 250 d.C.). Não teve uma tese filosófica própria, mas é responsável por compilar as histórias dos filósofos antigos até sua época e compor a coletânea *Vida dos Filósofos* em 10 volumes.

de Mileto (384-322 a.C.). Foi contemporâneo de Platão e, segundo Diógenes Laércio⁴, foi adversário de Aristóteles. Sucedeu a Euclides de Mileto como mestre da Escola Megárica. O que sabemos dele são as poucas linhas que nos sobraram no comentário de Diógenes Laércio, que para se referir a ele, repetiu as palavras de um poeta que se referia ao filósofo como ‘moinho de palavras’, ‘raciocinador’, ‘rival das conversas de Demóstenes’, que andava assombrando os retóricos com sua sofística e seus ‘argumentos cornudos’. Diógenes ainda informa que Eubúlides corrigiu Demóstenes de sua pronúncia errada da letra ‘r’. Alexino de Elis sucedeu a Eubúlides na Escola Megárica.

Diógenes conta que Eubúlides foi autor de grande número de “argumentos sofisticos”. São estes os sete paradoxos clássicos de Eubúlides: o *Mentiroso*, o *Escondido*, o *Electra*, o *Velado*, o *Monturo*, o *Calvo* e o *Cornudo*⁵. Os comentários desses paradoxos, incluindo o comentário ao Paradoxo do Mentiroso, perderam-se. O Paradoxo do Mentiroso de Eubúlides diz:

‘Um homem diz que está mentindo. Ele diz a verdade ou mente?’

O que ele diz é uma sentença verdadeira ou falsa? Qualquer tentativa de responder a essa pergunta leva a uma indefinição de posição. Ateneus, um poeta grego também do século IV a.C. narrou uma inscrição gravada numa pedra na Ilha de Cós que contém um poema sobre como causa incômodo tentar resolver o Paradoxo do Mentiroso. Diz ele (em uma tradução livre):

“Filetas de Cós eu sou,

⁵ O Argumento do Mentiroso é tema deste trabalho. Os outros seis são: **(1) Argumento do Escondido:** Não é possível conhecer o que está escondido. O pai de alguém, que conhece o próprio pai, está escondido; então esse alguém não conhece seu pai. – Falácia desse paradoxo: considerar que o conhecimento de um objeto não permanece com o passar do tempo. **(2) Argumento de Electra:** Electra (da tragédia *Electra* de Eurípides) sabe que Orestes é seu irmão e lhe é apresentado Orestes sem que ela saiba que quem é apresentado é seu irmão. Então sabe e não sabe que Orestes é seu irmão. – Falácia desse paradoxo: é o mesmo do *Escondido*, pois se dá aqui como se Orestes estivesse escondido para Electra. **(3) Argumento do Velado:** O que está coberto por um véu não pode ser conhecido, mas é conhecido de quem o velou. Então é conhecido e desconhecido ao mesmo tempo. – Falácia desse argumento: a mesma do *Escondido*. **(4) Argumento do monturo:** Um grão de trigo não faz um monturo; um monturo precisa de mais que um grão de trigo; mais que um grão de trigo é pelo menos mais outro grão de trigo; outro grão de trigo é em tudo idêntico ao primeiro grão de trigo; o primeiro grão de trigo mais outro grão de trigo são dois grãos de trigo; dois grãos de trigo não fazem um monturo; um monturo precisa de pelo menos mais de dois grãos de trigo; mais que dois grãos de trigo é pelo menos mais um terceiro grão de trigo; o terceiro grão de trigo é em tudo idêntico aos dois primeiros grãos de trigo; os dois primeiros grãos de trigo mais o terceiro grão de trigo são três grãos de trigo; três grãos de trigo não fazem um monturo; um monturo precisa de mais de três grãos de trigo, e assim por diante. Portanto, nunca se pode ter um monturo de trigo, não importa quanto trigo se colha e se acumule. – Falácia desse argumento: considerar cada grão de trigo individualmente. O monte de trigo já existe a partir do segundo grão de trigo, apenas vai crescendo indefinidamente à

Foi o Mentiroso que me matou,
Pelas más noites que me causou.”

Teofrasto (371- 287 a.C.), que foi o sucessor de Aristóteles nos estudos da lógica e da botânica, também se preocupou com o problema do Paradoxo do Mentiroso e chegou a escrever três rolos de papiro sobre o assunto, que também se perderam. O mesmo aconteceu com os seis rolos de papiro escritos sobre o mesmo tema por Crisipo, filósofo estóico.

O modo de apresentar o Paradoxo foi mudando ao longo do tempo. O próprio Paradoxo de Sócrates pode ser considerado outra versão do Paradoxo do Mentiroso, contemporânea a de Eubúlides. O Paradoxo de Sócrates chegou até nós pela redação de Platão. Sócrates dizia a respeito de si mesmo:

“Eu sei que nada sei.”

Se no sentido filosófico é uma das frases mais importantes do pensamento (em vista do sábio que humildemente se reconhece em constante aprendizado), sua análise quanto

medida que se adicionem mais grãos. **(5) Argumento do Calvo:** Idêntico ao anterior, mas em sentido decrescente: perder um fio de cabelo não deixa calvo; o calvo perdeu mais que um fio de cabelo; mais que um fio de cabelo é pelo menos mais outro fio de cabelo; outro fio de cabelo é em tudo idêntico ao primeiro fio de cabelo; o primeiro fio de cabelo mais o segundo fio são dois fios de cabelo; perder dois fios de cabelo não deixa alguém calvo; o calvo perdeu mais que dois fios de cabelo, mais que dois fios de cabelo é pelo menos mais um terceiro fio de cabelo; o terceiro fio de cabelo é em tudo idêntico aos dois primeiros; os dois primeiros mais o terceiro são três fios de cabelo; perder três fios de cabelo não deixa alguém calvo; o calvo perdeu mais de três fios de cabelo, e assim por diante. De modo que ninguém fica calvo, mesmo perdendo todos os cabelos. – Falácia desse argumento: idêntica à do *Monturo*: considerar os fios individualmente. A pessoa já está calva a partir do primeiro fio perdido, apenas se dá que a calvície aumenta até todo o cabelo cair. **(6) Argumento do Cornudo:** Conserva-se o que não foi perdido. Alguém não perdeu os chifres, então tem chifres. – Falácia desse argumento: considerar que tanto o que *se tem* como o que *não se tem* não podem ser perdidos. Aquilo que não se tem *nem pode nem não pode* ser perdido.

Os sete argumentos clássicos de Eubúlides podem ser divididos em dois grupos: I) Sofismas de acidente, que consiste em tomar o que é acidental ou habitual por essencial: *Escondido*, *Electra*, *Velado*, *Cornudo*. II) *Sorites*, que é o silogismo composto (encadeado) onde o atributo em uma premissa se torna sujeito na seguinte: *Monturo* e *Calvo*.

⁶ Porém, nem tanto. Estritamente, a sentença ‘eu sei que nada sei’ nunca foi dita por Sócrates. Na *Apologia de Sócrates*, de Platão, Sócrates descreve sua avaliação de seus próprios conhecimentos e essa avaliação foi resumida *por comentadores desse texto* a essa forma usual (e paradoxal) de expor a idéia socrática de posição do filósofo. Assim, seria melhor uma interpretação que livrasse Sócrates desse incômodo contexto paradoxal. Seria, então uma sentença não-paradoxal. A sentença ‘só sei que nada sei’ cumpre esse papel: se só sabe uma coisa, não pode saber outra coisa distinta dessa. Que coisa sabe? Só esta: que nada sabe. Nesse caso, o paradoxo desapareceu.

ao valor de verdade é problemática.⁶ Se Sócrates sabe que nada sabe, então sabe uma coisa, e está mentindo. O que sabe? Que nada sabe, e então diz a verdade.

Uma versão muito conhecida do Paradoxo do Mentiroso é a do poeta Epimênides de Cnossos, um cretense do séc. VI a.C. A referência mais clara a essa versão aparece não num tratado de lógica, mas em uma das Epístolas de São Paulo (Tito 1,12)⁷:

“Um deles, seu próprio profeta, disse: ‘Cretenses, perpétuos mentirosos, animais ferozes, panças ociosas.’”

Apesar de que São Paulo obviamente não teve também a intenção de propor o paradoxo, só muito tempo depois a leitura cuidadosa dessa passagem do Novo Testamento remeteu ao problema do Paradoxo do Mentiroso. A consequência do versículo é óbvia: se um cretense diz que todos os cretenses são mentirosos, então também está mentindo e os cretenses não são mentirosos (incluindo ele e, conseqüentemente, está dizendo a verdade sobre os cretenses mentirem). Apesar de a vida do poeta ter transcorrido há tanto tempo, é ponto pacífico que Epimênides não lançou esses versos com vistas ao Paradoxo do Mentiroso. Por isso Epimênides não é considerado a fonte mais antiga do paradoxo, mas sim Eubúlides. No entanto, conhece-se um Paradoxo de Epimênides que envolve um problema como o do Paradoxo do Mentiroso. É uma *charada* (ou *quebra-cabeça*) que diz:

Um homem acusado num tribunal anuncia: “Enquanto eu não for desmentido, continuarei mentindo”. O juiz avisa à tribuna: “Se o acusado mentir, seu advogado também mentirá.” O advogado por sua vez diz: “Quem me desmentir, dirá a verdade.” Quem está mentindo: o acusado, o juiz ou o advogado?

Para resolver essa charada, devemos decompor o problema nas partes que cabe a cada envolvido: o acusado, o juiz e o advogado. Estudemos primeiro o que diz o acusado:

D) Para desmentir o acusado, devemos saber se a sentença que ele pronuncia (“enquanto eu não for desmentido, continuarei mentindo”) é (a) verdadeira ou (b) falsa.

- a) *Sendo verdadeira*: se for verdadeira, ao desmentir o acusado estaremos mentindo e o acusado dizendo a verdade. Mas desmenti-la é impossível, pois não há o que desmentir (e ocorreria o caso de o mentiroso ser quem acusa e de o acusado dizer a verdade). Se não há o que desmentir, ele continuará mentindo. Então o que disse (“enquanto eu não for desmentido, continuarei mentindo”) é mentira. Então há o que desmentir. Isto é, o acusado mente quando fala a verdade (Paradoxo do Mentiroso).
- b) *Sendo falsa*: por outro lado, se o que o acusado diz é mentira, então ele dirá a verdade enquanto não for desmentido. Ora, se é mentira, há o que desmentir. Se sua sentença (“enquanto eu não for desmentido, continuarei mentindo”) é desmentida, então é porque ele quis dizer: “enquanto eu não for desmentido, direi a verdade”. Mas isso não pode ser, pois se ele diz a verdade enquanto não é desmentido, então não há o que desmentir e sua sentença inicial (“enquanto eu não for desmentido, continuarei mentindo”) é verdadeira (Paradoxo do Mentiroso).

⁷ QUINE, W. V. (1966, p. 8) e também BOCHENSKI (1956, v.23, p.150). Por sua vez SAINSBURY (1996, p. 111, nota 2) prefere citar os versículos 12 e 13.

Disso tiramos que quer minta, quer diga a verdade, a sentença do acusado é paradoxal. Não podemos dizer nem que mente, nem que fala a verdade. Passemos então ao estudo do que diz o juiz.

II) Por sua vez, o que o juiz diz é um condicional (“se..., então...”) e temos só duas possibilidades: ou (a) o juiz mente ou (b) diz a verdade.

- a) *O juiz mente*: o condicional só pode ser falso com antecedente verdadeiro e conseqüente falso; no caso, o juiz mentirá se a sentença “seu advogado também mentirá” for falsa e o antecedente “o acusado mentirá” for verdadeira. Assim, o advogado diz a verdade. Se diz a verdade, não mente e a sentença que pronunciou é falsa, pois não há o que desmentir. Logo a sentença condicional do juiz não pode ser falsa (senão gera o Paradoxo do Mentiroso).
- b) *O juiz diz a verdade*: pelo visto na passagem (a) deste item, sabemos ao menos que nessa charada o juiz *não pode mentir*. Precisamos saber se ele pode dizer a verdade. Isso quer dizer que devemos saber se o advogado mente (que é o conseqüente do condicional). Sabendo que o juiz não pode mentir (sem gerar paradoxo), poderíamos julgar que a partir daí descobriríamos se o advogado mente. Nesse caso, há três modos de o juiz ter dito a verdade: (i) ou as duas sentenças do condicional são verdadeiras, ou (ii) ambas falsas, ou (iii) só a sentença “o acusado mente” é falsa.
 - i) *Ambas verdadeiras*: é impossível serem ambas verdadeiras, porque não podemos saber (e, portanto, o juiz não pode também) se o acusado mente ou não.
 - ii) *Ambas falsas*: isso também é impossível, pelo mesmo motivo.
 - iii) *Só o antecedente é falso*: também impossível, pois, pelo mesmo motivo visto nas anteriores, não podemos dizer que “o acusado mente” é falso.

Visto isso, temos que o juiz não pode pronunciar uma sentença nem verdadeira, nem falsa (e deve suspender o juízo a respeito da questão). Estudemos, então, a sentença pronunciada pelo advogado.

III) Do mesmo modo que com o acusado, o advogado deve ser desmentido quanto à sentença “quem me desmentir, dirá a verdade”. Há duas possibilidades: ou (a) diz a verdade, ou (b) mente.

- a) *O que diz é verdade*: se diz a verdade, não há o que desmentir. Então o que disse é falso (Paradoxo do Mentiroso).
- b) *O que diz é falso*: Se mente, há o que desmentir e o desmentido seria que o advogado quis dizer “quem me desmentir, mentirá”. Se quem desmente o advogado, mente, é porque o advogado disse a verdade (Paradoxo do Mentiroso).

Conclusão da Charada: esta charada não tem solução, e é só uma forma mais extensa

do Paradoxo do Mentiroso clássico.

O Paradoxo do Mentiroso não sofreu grande variação até chegar à Baixa Idade Média. Nesse período, o paradoxo e sua discussão ressurgem. Jean Buridan, religioso medieval francês (1300-1358), modificou a estrutura do paradoxo e apresentou-o num sistema de duas proposições, como segue:

Deus existe.

Nenhuma das sentenças deste par é verdadeira.

Esse paradoxo, do modo como foi construído, é uma “prova” esdrúxula da existência de Deus. O paradoxo é claro. Se nenhuma das sentenças do par é verdadeira, então a sentença “Deus existe” é falsa e a sentença “nenhuma das sentenças deste par é verdadeira” é falsa, o que é absurdo pois consideramos que a segunda sentença era verdadeira. O paradoxo continua se considerarmos as duas sentenças verdadeiras: se ambas forem verdadeiras, a segunda é verdadeira e então é impossível que seja verdadeira (pois a segunda afirma que nenhuma das sentenças do par é verdadeira). O único modo de fugir ao paradoxo é considerar a primeira sentença verdadeira e a segunda falsa. Se “nenhuma das sentenças deste par é verdadeira” for falsa, então pelo menos uma ou ambas as sentenças do par são verdadeiras. Vimos que ambas as sentenças não podem ser verdadeiras, pois gera paradoxo. Logo só uma sentença é verdadeira. Ora, considerar verdadeira a segunda sentença gera paradoxo, logo não pode ser ela. Portanto, para evitar o paradoxo, a sentença “Deus existe” é verdadeira e a segunda sentença é falsa.

Depois da versão de Buridan, o paradoxo permaneceu o mesmo até que chegou o século XIX e os estudos a respeito dele tomaram um caráter mais técnico. Explicitou-se bem a característica de auto-referência (que é a natureza principal do paradoxo). Isso motivou a ‘versão forte’ do paradoxo:

‘Esta sentença não é verdadeira.’

Foi chamada de “versão forte” porque algumas soluções que pretendem resolver o paradoxo clássico falham completamente quando trabalham com a ‘versão forte’.⁸ Assim, a ‘versão forte’ é um teste poderoso para qualquer solução proposta.

Nem sempre, porém, o paradoxo teve uma forma *negativa*. O conhecido Paradoxo de Curry⁹ é uma forma do Paradoxo do Mentiroso que não usa negação. Seja **B** uma sentença verdadeira como segue:

B: ‘se esta declaração é verdadeira, então **A** também é verdadeira’

Como se pode ver, **B** é tal que não pode ser diferente daquilo expresso pela sentença ‘se esta declaração é verdadeira, então **A** também é’. Isso é o que quer dizer **B** seguido do sinal gráfico *dois* pontos (ou :). Tratando-se **B** de um condicional, é constituído de duas sentenças:

- (1) ‘esta declaração é verdadeira’;
- (2) ‘**A** também é verdadeira’.

⁸ DOWDEN, Bradley (2006) in <http://plato.stanford.edu/2006>.

⁹ MILLER (1989, p.5).

Note que a expressão ‘esta declaração’ de **(1)** está se referindo ao condicional **B**, e **(1)** quer dizer que o que vem depois dos *dois pontos* – isto é, o condicional denominado por ‘**B**’ – é verdadeira. Ora, consideremos a declaração **B**. Se **(1)** é verdadeira, então **A** em **(2)** é verdadeira. Mas **(2)** considera que qualquer sentença **A** (distinta do condicional **B**) seja verdadeira. Ora, há sentenças distintas do condicional **B** que são falsas, como a sentença **A**: ‘a Lua é feita de queijo’. Então teríamos **A**: ‘a Lua é feita queijo’ assumida como verdadeira no seguinte condicional verdadeiro:

B: ‘se esta declaração é verdadeira, então ‘a Lua é feita de queijo’ também é verdadeira’

Mas **A** é falsa e a sentença ‘a Lua é feita de queijo’ também é verdadeira’ é falsa. Isto é, **(2)** é falsa. Se **(2)** é falsa, então **(1)** é falsa (*Modus Tollens*). Então **B** é falsa, pois **(1)** falso obriga **B** a ser falso.¹⁰

Por outro lado, por causa de **A** falsa (como em ‘a Lua é feita de queijo’) temos **(1)** e **(2)** falsas. Isto é, uma condicional com antecedente e conseqüente ambos falsos. Ora, tal condicional é verdadeiro, ou seja, **B** é uma declaração verdadeira. Assim temos outra versão do Paradoxo do Mentiroso. Quando **(1)** é falso (e conseqüentemente **B** é falso), **B** é verdadeiro.

Envolvendo a implicação material há também o Paradoxo de Löb¹¹. É como segue: Vamos supor a sentença:

(γ) Se esta proposição é verdadeira, então Max tem um três de paus.

Inicialmente pode-se acreditar que não há como saber se Max tem ou não tem um três de paus a partir desta única proposição, mesmo sendo um fato contingente. Porém veremos que esse condicional não propõe alternativas e deixa claro que ‘Max tem um três de paus’. Em **(γ)** temos uma implicação material com a seguinte estrutura:

(γ) $p \rightarrow q$

onde **p** significa ‘esta proposição é verdadeira’ e **q** significa ‘Max tem um três de paus’. Mas **p** refere-se a **(γ)**, o que significa:

(γ) $(\gamma) \rightarrow q$

isto é,

(γ) $(p \rightarrow q) \rightarrow q$

Por *modus ponens* temos que se **(γ)** for afirmado, então ‘Max tem um três de paus’. Ora, é o que ocorreu já quando **(γ)** foi formulado: **(γ)** foi afirmada, **(γ)** é a própria implicação em questão. Então a proposição **(γ)** é um condicional que considera que o conseqüente se dará se a própria sentença condicional for possível. Como ela é possível, logo (por *modus ponens*) o conseqüente se dá. É como se enunciar **(γ)** fosse enunciar a única proposição sempre verdadeira: ‘Max tem um três de paus’.

¹⁰ A aplicação do *Modus Tollens* nesse caso é como segue:

1. **(1)** \rightarrow **(2)**
2. \neg **(2)**
3. Conclusão: \neg **(1)**

¹¹ BARWISE E ETCHEMENDY (1987, p.23).

Em geral se considera fácil determinar o valor de verdade de fatos contingentes, ou seja, se são verdadeiros ou falsos. Não haveria por que dizer que o fato contingente tem valor e verdade indeterminado. Porém, construções elaboradas podem tornar um fato contingente uma versão do Paradoxo do Mentiroso. Barwise e Etchemendy (1987, p. 22) propõem um ‘Mentiroso Contingente’. O ‘Mentiroso Contingente’ é a proposição que declara ser falsa a declaração que faz de eventos contingentes. Por exemplo:

(ϵ) Max tem um três de paus e esta proposição é falsa.

Temos o caso de uma proposição (ϵ) feita de duas outras proposições unidas pelo conectivo \wedge (que se lê “e”). Assim podemos chamar “Max tem um três de paus” de p e “esta proposição é falsa” de q e teremos:

(ϵ) ($p \wedge q$).

Ora, tratando-se (ϵ) de uma conjunção, ela só é verdadeira se ambos, p e q , o forem também. Assim, q é verdadeira. Mas a expressão “esta proposição” de q pode se referir a p ou (ϵ), não sabemos. Se se referir a p , então (ϵ) é paradoxal, porque a forma (ϵ) ($p \wedge q$) se tornará

(VERSÃO 1): (ϵ) ($p \wedge \neg p$).

Em outras palavras, se “Max tem um três de paus e esta proposição é falsa”, então “Max tem um três de paus e Max não tem um três de paus”, o que é paradoxal.

Por sua vez, se a expressão “esta proposição” de q se referir ao próprio (ϵ), então a forma

(ϵ) ($p \wedge q$) se tornará

(ϵ) ($p \wedge \neg(\epsilon)$)

que se verte para

(ϵ) ($p \wedge \neg(p \wedge q)$)

e para (por Lei de De Morgan)

(ϵ) ($p \wedge (\neg p \vee \neg q)$)

Disso tiramos ou a (VERSÃO 1): (ϵ) ($p \wedge \neg p$), que já vimos ser paradoxal ou

(VERSÃO 2): (ϵ) ($p \wedge \neg q$)

que quer dizer que quando “Max tem um três de paus e esta proposição é falsa”, então “Max tem um três de paus e esta proposição é verdadeira”, o que é paradoxal.

A dificuldade de se decidir por um valor de verdade devido às sutilezas da construção das proposições gera diversos paradoxos do mesmo tipo do ‘Mentiroso’. Por exemplo, existe o ‘Sincero’, que seria a proposição que declararia a negação da predicação vista no ‘Mentiroso’. A forma do ‘Sincero’ seria:

(β) Esta sentença é verdadeira.

Em geral, intuitivamente, ela parece não-paradoxal. Uma análise dela, porém, dá-nos as seguintes informações:

1. (β) expressa a proposição que fala de outra proposição q que é referida pela expressão ‘esta proposição’ em (β), de modo que (β) diz que q é verdadeira.

2. (β) pode plausivelmente expressar uma proposição (chamada g) sobre si mesmo, que é referida pela expressão ‘esta proposição’ em (β) , de modo que (β) diz que g é verdadeira.
3. Ora, (β) pode ser verdadeira ou pode ser falsa. Se pode ser verdadeira, o que declara de g pode ser verdadeiro. Mas g se refere a (β) e (β) pode ser falsa. Então (β) pode ser verdadeira quando (β) pode ser falsa, o que é paradoxal. Por outro lado (β) pode ser falsa e, neste caso, o que declara de g pode ser falso. Mas g se refere a (β) e (β) pode ser verdadeiro. Então (β) pode ser falsa quando (β) pode ser verdadeira, o que é paradoxal.

Se associarmos o ‘Sincero’ com o ‘Mentiroso’, teremos um sistema de proposições que gera uma cadeia de valor de verdade indecidível para qualquer das proposições envolvidas. Trata-se de construir um ‘Mentiroso Circular’, tratado por por Kripke.¹² A aparência formal do ‘Mentiroso Circular’ é como segue:

- (γ_1) A proposição expressa por (γ_2) é verdadeira.
 (γ_2) A proposição expressa por (γ_3) é verdadeira.
 :
 :
 (γ_n) A proposição expressa por (δ) é verdadeira.
 (δ) A proposição expressa por (γ_1) é falsa.

É notável que cada proposição do tipo γ declara que a próxima proposição é verdadeira, enquanto a única expressão δ declara que o que (γ_1) declara é falsa. Mas é impossível dar qualquer valor de verdade para qualquer das proposições porque o valor de verdade da proposição (δ) depende do valor de verdade das proposições do tipo γ , que dependem todas do valor de verdade de (γ_1) que depende do valor de verdade de (δ) , e assim por diante, sendo impossível decidir.

É possível ir mais longe e associar o ‘Mentiroso Circular’ com o ‘Mentiroso Contingente’ e obter várias versões do Paradoxo do Mentiroso, envolvendo cadeias de proposições contingentes. Por exemplo, um jornal pode estampar como manchete:

- (1): ‘A Manchete a ser publicada na edição de amanhã será verdadeira.’

Como o fato se dará amanhã, não podemos dizer hoje se é verdadeiro ou falso.¹³ Poderemos escrever muitos livros a respeito desse problema e uma boa parte deles deverá ser queimada no dia seguinte se o jornal publicar a manchete:

- (2): ‘A Manchete de ontem era mentira.’

Ocorre que se a (2) for verdadeira, a (1) é falsa. Mas se (1) é falsa, (2) não pode ser verdadeira. Então (2) é falsa. Se é assim, (1) era falsa. Isto é, (1) é verdade quando é falsa, o mesmo ocorrendo com (2).

¹² KRIPKE (1975) in MARTIN (1984).

¹³ Aristóteles escreveu pelo menos um capítulo inteiro, o nono capítulo do *De Interpretatione*, em que procurou resolver o problema se a declaração ‘amanhã haverá uma batalha naval’ é verdadeira *hoje*.

Etchemendy e Barwise (1987, p. 22-23) inspiraram-se no trabalho de Kripke em *Outline of a Theory of Truth*, onde ele faz um estudo sobre a verdade envolvendo as declarações de Jones e de Nixon sobre o *Watergate*, portanto declarações contingentes. Barwise e Etchemendy modificam as declarações, mas sem prejudicar a proposta de Kripke, e constroem o paradoxo que se segue [no caso das seguintes proposições, Nixon declara (α_1) e (α_2) enquanto Jones declara (β)]:

(α_1) Max tem um três de paus.

(α_2) A proposição expressa por (β) é verdadeira.

(β) Pelo menos uma das proposições expressas por (α_1) e (α_2) é falsa.

Se (β) for verdadeira, dizer ‘pelo menos uma’ significa que ou (α_1) ou (α_2) é falsa; mas também significa que ambas podem ser simultaneamente falsas e neste ponto reside o problema. Se só (α_1) for falsa, nenhum problema há com as declarações que se seguem. Mas se (α_2) for falsa, ou ambas forem falsas, o paradoxo é gerado. O mesmo ocorre se (β) for falso.

Um paradoxo semelhante a esses circulares foi apresentada por Mackie (1973, 240) como o ‘paradoxo do cartão’ (que ele propõe que seja uma versão do Paradoxo do Mentiroso). É como segue (numa redação mais livre e distinta da de Mackie):

Um cartão tem escrito em seu rosto: ‘a declaração escrita no verso deste cartão é verdadeira’. Por sua vez, no verso do cartão se lê: ‘a declaração escrita no rosto deste cartão é falsa’

Mackie vai aproveitar essa versão do Paradoxo do Mentiroso para apontar que não ocorre aqui uma auto-referência, uma sentença falando dela mesma, e por isso não é necessariamente uma auto-referência a raiz dos paradoxos do tipo do mentiroso. Mas o trabalho de Kripke, que veremos mais adiante, diz que o *tempo* é um fator importante nas construções desse tipo. De fato, tanto o paradoxo do jornal quanto o do cartão se dão na forma de declarações que realmente não falam de si mesmas, mas deixando passar o tempo (para haver edições do jornal ou para dar tempo ao leitor de virar o cartão) é construído em cada exemplo um sistema composto de várias sentenças, umas falando das outras *dentro do mesmo sistema*. Então há uma auto-referência, mesmo que seja só envolvendo os elementos de um conjunto. Mas deixemos para mais adiante (capítulo 6) a discussão sobre as teses de Mackie.

Talvez o exemplo usando um diário jornalístico mostre a extensão do prejuízo que causa a não-solução do Paradoxo do Mentiroso. Kripke,¹⁴ em especial, vai apontar (capítulo 6) como esse tipo de embate jornalístico poderia ter alterado os fatos históricos sobre eventos importantes, como a renúncia do presidente Nixon, por exemplo. Não é, então, cômodo viver com esse paradoxo que mostra a todo momento a deficiência da linguagem, de modo que seria muito interessante (e útil) resolvê-lo.¹⁵ Começa-se

¹⁴ KRIPKE (1975) in MARTIN (1984).

¹⁵ As polêmicas em torno do Paradoxo do Mentiroso vão desde as diversas interpretações que aqui discutimos até o profícuo valor histórico. Enquanto Bochenski (1956, v.23, p.150-152) o enaltece sem datas históricas e o qualifica como a primeira antinomia romântica que conhecemos, Guerreiro (1989, p.33), após tecer considerações de caráter lingüístico e críticas a diversas posições de caráter estritamente lógico, em particular a de

a resolvê-lo, admitindo-se que não é ele um problema de gramática, pois muitas versões do paradoxo foram feitas obedecendo cuidadosamente às regras da língua. O paradoxo é *semântico*. É um paradoxo a respeito do significado daquilo que temos como ‘conceito de verdade’. O paradoxo do mentiroso só existe porque não conseguimos ainda responder satisfatoriamente à pergunta ‘o que significa afirmar que uma sentença é verdadeira?’

Uma resposta satisfatória a essa pergunta levou milênios para ser dada. De fato, desde a primeira tentativa de resposta dada por Aristóteles¹⁶ até 1933, quando Tarski publicou a versão polonesa de seu trabalho (que ficou mais conhecido pela versão em alemão¹⁷), passaram-se mais de dois milênios. Nunca é demais ressaltar, como já feito na introdução deste trabalho, a importância do paradoxo do mentiroso para a fundamentação do trabalho de Tarski.

O problema, porém, não terminou com Tarski. Mais tarde muitas outras acepções de verdade surgiram. O estudo destas diversas acepções de verdade constitui um importante capítulo dos estudos da semântica. Haack (1978) dedicou um capítulo inteiro de seu livro ao estudo das Teorias da Verdade¹⁸.

Bibliografia

BARWISE, Jon; ETCHEMENDY, John (1987). *The Liar – An Essay on Truth and Circularity*. New York: Oxford University Press.

BETH, E. W. (1951). L'état actuel du problème logique des antinomies. *Anais do XVI Congrès International de Philosophie des Sciences*. Paris, 1949, II- Logique, p. 7-14.

DOWDEN, Bradley (2006). The Liar Paradox. *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. In: <<http://plato.stanford.edu>>.

CARROLL, L. (2000). Aventuras de Alice no país das Maravilhas. In: *Alice Edição Comentada*. Martin Gardner (Edit.). Trad.: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar.

HAACK, Susan (1978). *Philosophy of Logics*. Cambridge University Press.

Quine, conclui que, sob seu ponto de vista, a proposição “esta sentença é falsa” não apresenta qualquer particular importância.

¹⁶ *Metafísica*, Γ, 7,27.

¹⁷ Na versão polonesa: *Pojęcie Prawdy w Językach Nauk Dedukcyjnych*, publicado pela primeira vez em Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydział III matematyczno-fizycznych, n. 34, Warsaw, 1933. A tradução para o alemão apareceu como *Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen* in *Studia Philosophica* 1, 1935, p. 261-405. Em português esse trabalho foi publicado sob o título “A concepção semântica da verdade” no volume *Textos Clássicos de Tarski*, organizado por César Moratari e Luiz Henrique de Araújo Dutra (UNESP, 2006).

¹⁸ Ver também KIRKHANE, Richard L. *Teorias da Verdade*. S. Leopoldo: Unisinos, 2003.

- KRIPKE, Saul (1975). Outline of a Theory of Truth. In: MARTIN, Robert L. (1984). *Recent essays on Truth and the liar Paradox*. New York: Oxford University Press; Oxford: Clarendon Press, p. 53-81.
- MACKIE, J. L. (1973). *Truth, Probability and Paradox – Studies in Philosophical Logic*. Oxford: Clarendon Press.
- MARTIN, Robert L. (1984). *Recent essays on Truth and the liar Paradox*. New York: Oxford University Press; Oxford: Clarendon Press.
- MILLER, David (1989). *Russel, Tarsky, Gödel – An Internal Study Aid*. Department of Philosophy – University of Warwick.
- QUINE, W. V. (1966). *The Ways of Paradox and Others Essays*. Handom House, New York.
- SAINSBURY, R.M. (1996). *Paradoxes*. Cambridge University Press.

Lafayette de Moraes

Rua Zaíra, 246
01252-060 São Paulo – SP

Carlos Roberto Teixeira Alves

Rua Santa Edith, 16/casa 1
08420-400 São Paulo – SP

Data de recebimento: 10/07/2007

Data de aprovação: 08/09/2007