Introdução ao Sistema Beta dos Grafos Existenciais de C.S. Peirce

Introduction to Charles S. Peirce's Existential Graphs Beta System

Lafayette de Moraes
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
lafas@pucsp.br

João Queiroz
Departamento de Computação e Automação (DCA-FEEC)
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
queirozj@dca.fee.unicamp.br
www.digitalpeirce.org/joao

Resumo: Os grafos existenciais (GE) são uma notação lógica de caráter topológico e estão entre as mais originais invenções de C.S. Peirce (1839-1914). Trata-se de um sistema gráfico de diagramas lógicos por meio do qual, segundo Peirce, "qualquer desenvolvimento do pensamento pode ser representado com precisão" (CP 4.530). Eles se dividem em três subsistemas – alfa, beta e gama –, aproximadamente equivalentes ao cálculo proposicional clássico, ao cálculo de predicados clássico de primeira ordem, e a um tipo de lógica modal. Nosso propósito é apresentar o sistema beta. O que apresentaremos se restringe ao cálculo de predicados monádicos, com ênfase na silogística categórica de Aristóteles.

Palavras-chave: Lógica. C.S. Peirce. Grafos.

Abstract: *Existential Graphs (EG) are logical notations of a topological nature, and are always among the most original inventions of C S. Peirce (1839-1914). It is a logical-diagram graph system through which, according to Peirce, any thought development can be represented with precision (CP 4.530). They are divided into three sub-systems "alpha, beta and gamma", approximately equivalent to the classical prepositional calculus, to the classical predicate calculus of the first order, and to a type of modal logic. We propose to present the beta system. What we will show will be confined to the monadic predicate calculus, with emphasis on the Aristotelian categorical syllogisms.*

Key-words: *Logic. C.S. Peirce. Graphs.*

Este trabalho é um desenvolvimento do artigo publicado em ***Cognitio*** n. 2 (2001), p. 112-33, no qual introduzimos os grafos alfa. Apresentaremos, neste trabalho, um tratamento diagramático para a silogística tradicional de Aristóteles – o sistema beta de C.S. Peirce. Pode-se indagar, como faz Shin (2002: 10): "O que faz um dos fundadores da lógica simbólica moderna criar um elaborado sistema diagramático?" Segundo a autora, isso não se deve ao trabalho específico de uma mente lógica, mas reflete claramente a sua filosofia da lógica. Embora uma justificativa dessa afirmação fuja do escopo deste trabalho, deve-se ter em mente essa posição nas abordagens lógico-diagramáticas desenvolvidas por Peirce.

Nossas considerações vão se restringir ao que é essencial à apresentação desse sistema. Inicialmente, porque não abordaremos os grafos beta em toda sua generalidade e, em segundo lugar, porque, embora existam afinidades entre os tratamentos algébrico e diagramático, existem diferenças que, por sua natureza, exigiriam uma abordagem mais cuidadosa do tema.

Manteremos, neste artigo, todas as convenções e regras estabelecidas para os grafos alfa, e forneceremos regras adicionais que permitirão a análise de argumentos que não podem ser tratados por esse sistema. Sumariamente, as regras para o sistema alfa são:

> (i) duplo corte (DC): um duplo corte pode ser acrescentado ou removido de um grafo qualquer desde que a remoção seja de dois cortes concêntricos consecutivos (esta regra corresponde, no cálculo sentencial, à dupla negação); (iii) apagamento aos pares (AP): qualquer grafo no interior de um número par de cortes (de nível par) pode ser apagado; (iii) inserção em ímpar (II): no interior de um número ímpar de cortes, qualquer grafo pode ser inserido; (iv) interação (I): qualquer grafo em qualquer região de SA pode ser repetido (iterado) nessa região, ou em qualquer outra no interior de cortes adicionais; (v) deiteração (DI): qualquer grafo, cuja ocorrência pode ser obtida por iteração, pode ser apagado. Como conseqüência das regras estabelecidas, se partimos de um grafo que representa uma proposição verdadeira, ao transformá-lo, de acordo com as regras estabelecidas, teremos, ao fim de cada transformação, um grafo que representa uma proposição verdadeira.

Os GE podem sofrer qualquer deformação (expansão, contração etc). Eles são um caso de um paradigma de natureza *topovisual*, como afirma Harel (1995: 235) – "formas, localizações, distâncias e tamanhos não têm nenhum significado" nesse paradigma. Imaginamos uma superfície (e.g., folha de papel, quadro negro etc) onde as asserções podem ser feitas. Vamos designar essa superfície, abreviadamente, por SA (superfície de asserção). Convencionalmente, usamos letras maiúsculas de nosso alfabeto para designar sentenças declarativas em SA, e curvas fechadas contínuas em torno das letras para negar tais sentenças. As linhas que cercam as letras sentenciais, e mesmo as partes de um grafo, são chamadas cortes ou níveis. Também, por convenção, SA, onde escrevemos os grafos, tem nível dois. Embora não tenhamos níveis inferiores a dois, podemos ter níveis de qualquer grandeza maior do que dois. Podemos considerar que há, em cada um dos pontos de SA, uma sentença básica "invisível", sempre verdadeira: "Você pode fazer, aqui, uma asserção." SA não é, portanto, um conjunto vazio de asserções. Essa convenção nos permite considerar um corte, sem nenhuma letra sentencial em seu interior, como um grafo. Ele pode ser considerado a negação de nossa sentença básica. Como esta, por hipótese, é uma sentença verdadeira, sua negação, e obviamente o grafo a ela correspondente, é a sentença falsa e, segundo nossas convenções, de nível três.

* * *

No nível alfa, a análise da estrutura interna de sentenças constituintes de um argumento não era, em diversos casos, essencial para a determinação de sua validade. Isso não ocorre em argumentos como:

Todos os homens são mortais

Todos os gregos são homens

Todos os gregos são mortais

Argumentos como esse não podem ser analisados no âmbito dos grafos alfa, do cálculo sentencial. Eles exigem, para sua análise, considerações sobre a estrutura das sentenças que os constituem.

Como no caso dos grafos alfa, vamos usar as últimas letras maiúsculas do nosso alfabeto para representar as sentenças atômicas. Assim, P pode representar a sentença

Maria é professora

Neste caso escrevemos

P: Maria é professora

Para a análise da estrutura dessa sentença e de uma sentença em geral, devemos ampliar nossas convenções. A primeira convenção introduzida é o “ponto”. Ele é simplesmente um “ponto” na *superfície de asserções* (SA). Aumentado, ele é representado por

Seu significado é o mesmo do quantificador existencial “alguma coisa existe”, ou “algo existe”, no nosso universo de discurso. Ao estabelecer essa convenção devemos, contudo, levar em consideração que dois pontos distintos, como

representam dois objetos que podem, ou não, ser o mesmo objeto. Sendo o “ponto” um grafo, ele deve satisfazer as leis de transformação estabelecidas. Como ele é introduzido no nível beta, algumas alterações na interpretação das leis de transformação já estabelecidas devem ser feitas. Se o “ponto” é um grafo, como aplicar a ele a lei de iteração (I)? Partindo de

podemos iterá-lo

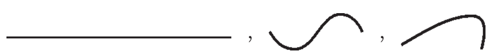
ou

Como dissemos, não temos critérios para distinguir se estes últimos "pontos" representam o mesmo objeto, ao qual aplicamos a lei de interação (I), ou se constituem objetos distintos. Como, por iteração, obtemos apenas cópias de grafos já estabelecidos, essa transformação não constitui uma maneira correta de iterar o "ponto". Se desejamos manter as leis de transformação estabelecidas para os grafos alfa, devemos ter uma estratégia distinta. Convencionamos que dois "pontos" que se tangenciam, como em

representam o mesmo objeto. O processo pode ser estendido. Podemos considerar a cadeia

a interação do "ponto" inicialmente examinado. Finalmente, generalizando o processo, estabelecemos a *linha de identidade* (LI).

Uma LI pode assumir, entre outras, as formas

 etc.

Assim quando escrevemos na SA

ou

estamos indicando a existência de um objeto em nosso universo de discurso. Agora, quando escrevemos

ou

estamos afirmando a existência de dois objetos distintos em nosso universo, ou de apenas um objeto? De acordo com nossas convenções, dois grafos idênticos escritos em diferentes partes de uma SA afirmam coisas verdadeiras em nosso universo de discurso. Assim, os últimos grafos afirmam

alguma coisa existe

e

alguma coisa existe

ou, simplesmente,

alguma coisa existe

Desaparece, portanto, a ambigüidade inicial quando introduzimos o "ponto". Uma boa interpretação dos grafos beta pode ser obtida por meio do cálculo de predicados clássico, de um lado, e como extensão dos grafos alfa, de outro, como veremos. De fato, a sentença já considerada

Maria é professora

pode, no nível do cálculo de predicados, com a convenção,

Px: x é professora

m: Maria

e considerando, tacitamente estabelecido, como o universo de discurso o conjunto dos seres humanos, ser escrita

Pm

Fazendo uso das regras que regem o uso do quantificador existencial, podemos escrever

$\exists x Px$

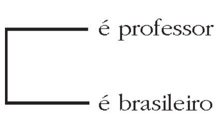
Em termos dos grafos beta

usado por Peirce.

Já

Alguns professores são brasileiros

assume a forma

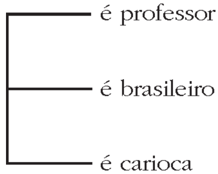


Analogamente,

Alguns professores brasileiros são cariocas

Cognitio, São Paulo, v. 5, n. 1, p. 28-43, jan./jun. 2004

assume a forma



Como este trabalho lida apenas com predicados monádicos, usaremos uma variação da notação, adotada por Ketner (1990), que é a mais adequada aos nossos objetivos. O passo seguinte é estabelecer uma conexão entre linhas de identidade e símbolos de predicados. Assim, a sentença

Alguns homens são professores

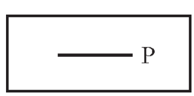
que representamos por

$\exists xPx$

segundo as convenções estabelecidas no cálculo de predicados, pode ser representada por

onde uma linha de identidade é conectada, em geral pela esquerda, a uma letra maiúscula de nosso alfabeto. O emprego do corte difere daquele usado nos grafos alfa. Neste nível um corte envolve uma letra sentencional ou, em geral, um grafo, que ocupa o interior da curva. Aqui temos dois casos distintos a considerar.

O seguinte



onde o corte contém inteiramente a LI, que é a negação do grafo anterior, representando a sentença

Não é o caso que existam professores

ou, simplesmente,

Não existem professores

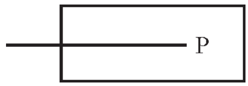
Ou, ainda,

Professores não existem

Em notação usual do cálculo de predicado

$\sim\exists xPx$

No outro caso, a linha de identidade não está contida no interior do corte, como em



onde LI tem uma parte exterior ao corte. Segundo as novas convenções, isso significa que algum elemento do universo de discurso tem a propriedade de não satisfazer o predicado P. Isto é:

Algum indivíduo é não-professor

ou

Algum indivíduo não é professor

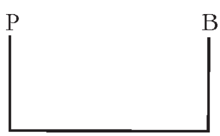
Em linguagem de cálculo de predicados,

∃x~Px

Se convencionarmos

Bx: x é brasileiro

o grafo



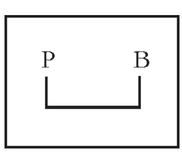
representará a sentença

Alguns professores são brasileiros

ou seja, em cálculo de predicados:

∃x (Px ^Bx)

Sua negação



ou seja,

Nenhum professor é brasileiro

Em cálculo de predicados:

$\sim\exists x\,(Px \wedge Bx)$

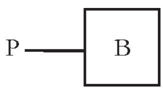
ou

$\forall x\,(Px \rightarrow \sim Bx)$

Já

Alguns professores não são brasileiros

assume a forma



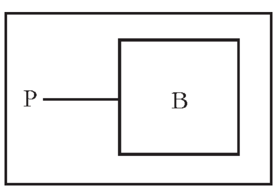
que, em cálculo de predicados, escreve-se:

$\exists x\,(Px \wedge \sim Bx)$

ou

$\sim \forall x\,(Px \rightarrow Bx)$

Já a sua negação



isto é,

Não existem professores não brasileiros

ou

Todos os professores são brasileiros

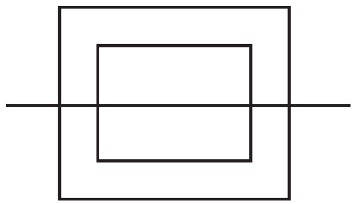
Em cálculo de predicados:

$\sim\exists x\,(Px \wedge \sim Bx)$

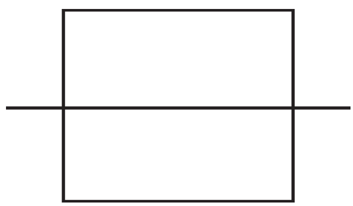
ou

$\forall x\,(Px \rightarrow Bx)$

A regra do duplo corte, DC, tem restrições no nível beta. Uma linha de identidade, LI, em uma AS, indica-nos a existência de um objeto, como afirmamos. Logo, o duplo corte aplicado a esta linha



é a negociação de

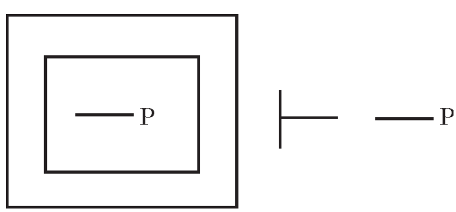


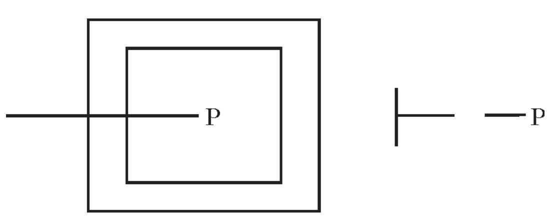
ou seja, a negociação de

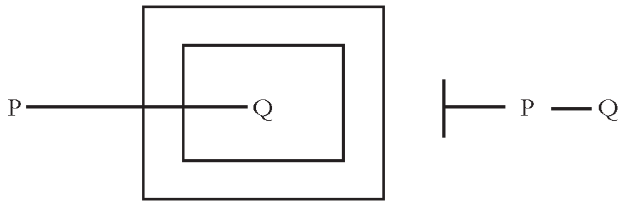
Alguma coisa não é idêntica a si própria

ou seja, a própria LI.

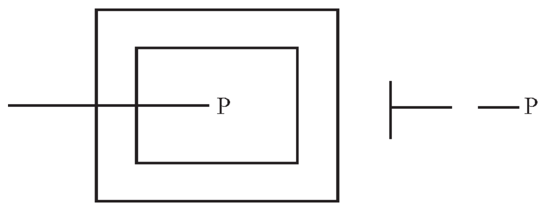
Analogamente, temos as inferências



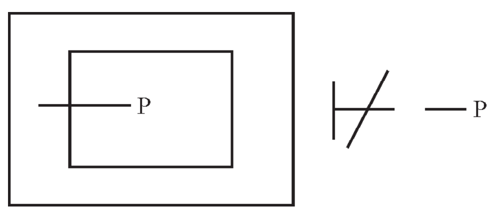




Devemos observar



como assinalamos. Contudo,



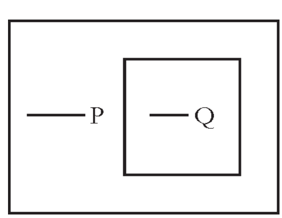
que corresponderia, respectivamente, no cálculo de predicados a

$$\exists x \sim \sim \exists x\, Px \vdash \exists x Px$$

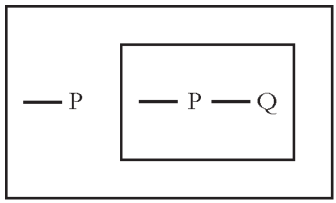
Ou seja, a regra não pode ser aplicada se apenas parte da linha de identidade se situa entre os dois cortes.

Assim como no caso dos cortes, as linhas de identidade levam a alguma complicação no caso de aplicação da regra de iteração (I). Devemos manter as ligações iniciais ao fazer uma iteração. Assim, a expressão

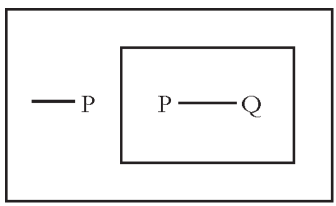
em



pode ser iterada de modo que obtenhamos

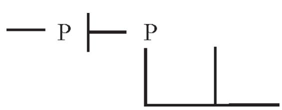


mas não para obtermos

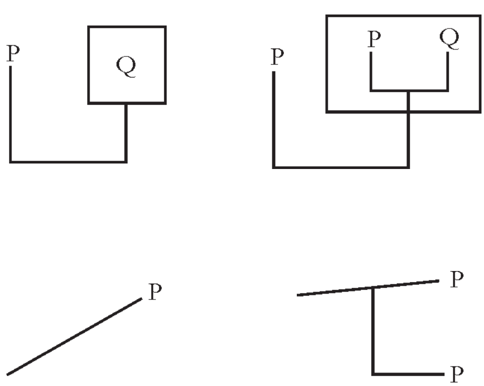


São ainda casos de iteração:

a) de mesmo nível:



b) de níveis diversos:



etc.

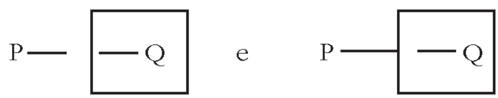
A deiteração (DI) não oferece problema algum.

Ainda com relação às restrições que devemos respeitar, no nível beta, podemos considerar a seguinte restrição, relativa à linha de identidade. Não fizemos até aqui nenhuma restrição quanto ao comprimento e à forma de uma LI. Assim,

———— P, ——— P, —— P

têm o mesmo significado.

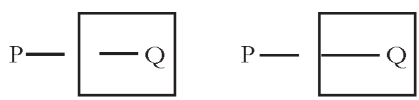
Contudo, quando em um grafo temos alguns cortes, algumas restrições devem ser observadas. Os grafos.



significam

$\exists x\, Px \wedge {\sim}\exists x\, Qx$

e são, portanto, intersubstituíveis. No entanto,

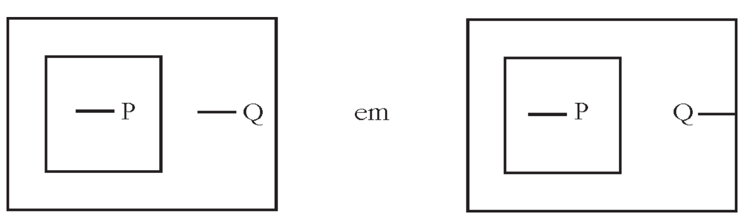


significam respectivamente

$\exists x\, Px \wedge {\sim}\exists x\, Qx$ e $\exists x\, Px \wedge \exists x\, {\sim} Qx$

e, portanto, a última inferência

não é válida. No entanto, embora a transformação de



não seja permitida, pelas últimas considerações, ela é justificada pela regra iteração em ímpar (II). Isso se deve ao fato de um "ponto" sobre um corte ser considerado um "ponto" exterior ao corte. Assim, a última transformação pode ser considerada respectivamente

$\sim(\sim \exists x\, Px \wedge \exists x\, Qx)$ ou $\exists x\, Px \vee \sim \exists x\, Qx$

e

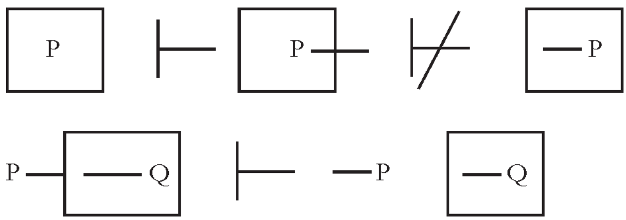
$\sim(\sim \exists x\, Px \wedge \exists x \sim \exists x\, Qx)$ ou $\exists x\, Px \vee \sim \exists x \sim \exists x Qx$

ou ainda

$$\exists x\, Px \vee \sim \exists x\, Qx$$

como garante a regra II.

Em resumo, temos:



Com respeito à regra do apagamento (AP), devemos observar algumas restrições. A mais importante é que a linha de identidade (LI), em um nível par, pode ser interrompida. Assim, temos a inferência

que, no cálculo de predicados, corresponde a

$$\exists x\, (Px \wedge Qx) \vdash \exists x\, Px \wedge \exists x\, Qx$$

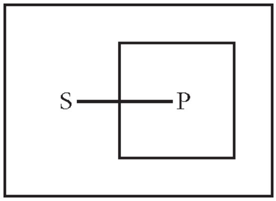
Finalmente, no caso da inserção em nível ímpar, duas linhas de identidade distintas podem ser unidas se o nível de seus terminais livres (extremidades da linha não conectadas a nenhum símbolo) é contínuo.

Assim, temos

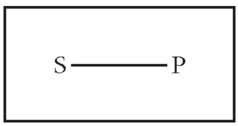
$$\sim (\exists x\, Px \wedge \exists x\, Qx) \vdash \sim \exists x\, (Px \wedge Qx)$$

* * *

Podemos, agora, apreciar a silogística de Aristóteles na linguagem dos grafos Beta. Usando a notação tradicional, onde S representa a classe sujeito, e P, a de predicados, as sentenças A, E, I e O de Aristóteles passam ater a forma

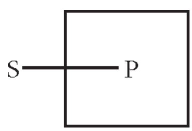


A: Todo S é P



E: Nenhum S é P

I: Algum S é P



O: Algum S não é P

* * *

O que introdutoriamente apresentamos neste trabalho é uma notação gráfica restrita ao cálculo de predicados monádicos, com ênfase na silogística categórica de Aristóteles. O sistema beta é, ao lado dos diagramas de Euler-Venn, o único sistema geométrico-topológico da silogística aristotélica até hoje desenvolvido. Para ampliar este trabalho, devemos, em um próximo artigo, generalizar nosso estudo para abranger o cálculo funcional clássico de primeira ordem.

* * *

Agradecimentos: Os autores agradecem a assistência técnica de Eudes C. Vieira da Silva. João Queiroz é financiado por uma bolsa de pós-doutorado da FAPESP.

* * *

Referências

HAREL, David (1995). *On Visual Formalism.* In: Glasgow, Janice et al. (Eds.). Diagrammatic Reasoning – cognitive and computational perspective. CA: The AAAI Press. p. 235-271.

KETNER, Kenneth (1990). *Elements of Logic – an introduction to the Peirce´s Existencial Graphs.* Texas Tech University Press.

MORAES, Lafayette de e QUEIROZ, João (2001). "Grafos existenciais de C. S Peirce: uma introdução ao sistema alfa". In: *Cognitio* n. 2 (2001), p. 112-33.

PEIRCE, Charles. S 1931-1935. *The collected Papers of Charles Sanders Peirce.* Eletronic Edition. Vols. I-IV (Eds.) Hartshorne, C. & Weiss, P. Cambridge: Harvard University Press. [Citado como CP, seguido pelo número do volume e parágrafo.]

____ (1958). *The collected Papers of Charles Sanders Peirce*. Vols. VII-VIII. (Ed.) Burks, A. W. Cambridge: Harvard University Press. [Citado como CP, seguido pelo número do volume e parágrafo.]

SHIN, Sun-Joo (2002). The Iconic Logic of Peirce's Graphs, The Mit Press, Cambridge.

Bibliografia

ALLWEIN, Gerard; BARWISE, Jon (1996). *Logical Reasoning with Diagrams.* Oxford University Press.

BARWISE, Jon; ETCHEMENDY, John (1995). "Heterogeneous Logic". In: Glasgow, Janice *et al.*(Eds.). *Diagrammatic Reasoning*: cognitive and computational perspective. CA: The AAAI Press.

FARIS, J.A. (1981). "Charles S. Peirce´s Existencial Graphs". In: *Bulletin* – The Intitute of Mathematics and its Applications. p. 226-233.

GARDNER, Martin (1951 [1982]). *Logic Machines and Diagrams.* The University of Chicago Press.

HAMMER, Eric (1994). "Reasoning with sentences and diagram". In: *Notre Dame Journal of Formal Logic* 35 (1) 73-87.

____ (1995a). "Peirce on logical diagrams". In: *Transactions of the Charles S. Peirce Society* 31 (4): 807-827.

____ (1995b). *Logic and Visual Information.* CSLI Publications – Stanford: CA.

HOUSER, Nathan; ROBERTS, Don; EVRA, James Van (Eds.) (1997). *Studies in the Logic of Charles S. Peirce.* Indiana: Indiana University Press.

ROBERTS, Don (1973). *The existencial Graphs of Charles S. Peirce*. Mouton: The Hage.

SHIN, Sun-Joo (1994). *The Logical Status of Diagrams*. Cambridge University Press.

SOWA, John (1984). *Conceptual Structures*: Information Processing in Mind and Machine. Addilson Wesley: Reading Mass.