Existência e Contradição

Existence and Contradiction

Prof. Dr. Edelcio Gonçalves de Souza
Departamento de Filosofia - PUC-SP
edelcio@pucsp.br

Resumo: No presente artigo, discutiremos os aspectos filosóficos de teorias de conjuntos paraconsistentes. A fim de ilustrar nossas considerações de modo mais concreto, abordaremos uma nova teoria de conjuntos baseada em um sistema bem conhecido de Quine e em um cálculo paraconsistente.

Palavras-chave: existência, contradição, lógica e paraconsistência.

Abstract: *In the present paper we deal with the philosophical aspects of paraconsistent set theories. In order to illustrate our points more concretely, we will discuss new paraconsistent set theory based both on Quine's well-known system and on a paraconsistent calculus.*

Keywords: *existence, contradiction, logic and paraconsistency.*

O objetivo deste trabalho é discutir alguns aspectos filosóficos concernentes a teorias de conjuntos que admitem contradições, examinando questões de existência de conjuntos que em teorias clássicas não seriam admitidas. Existem várias teorias de conjuntos que possuem essa característica, e estaremos interessados principalmente em uma teoria construída por nós e Roque Caiero da Costa publicada em 1997 (ver CAIERO e De SOUZA [1997] bem como HATCHER [1982], KLEENE [1952], ROSSER [1978] e SHOENFIELD [1967] para os pré-requisitos lógicos necessários para um melhor entendimento do texto).

Dito de modo informal, uma *lógica paraconsistente* é uma lógica que pode ser utilizada para servir de base de teorias inconsistentes, mas não triviais (ver Da COSTA *et al.* [1995]). Não obstante os seus vários precursores, pode-se dizer que o estudo sistemático de sistemas paraconsistentes começou no início da década de 60 do século passado com o trabalho do lógico brasileiro Newton Carneiro Affonso da Costa, que desenvolveu não apenas uma lógica proposicional paraconsistente, mas também todo uma hierarquia de cálculos de predicados paraconsistentes de primeira ordem e ordem superior, bem como algumas teorias de conjuntos (ver Da COSTA [1963], [1974] e Da COSTA e BÉZIAU [1994]). Exatamente como no caso de outras lógicas não clássicas, a importância das lógicas proposicionais paraconsistentes para a elucidação de alguns problemas conceituais não deve ser subestimada. Todavia, se desejamos construir teorias mais complexas, devemos ir além do simples nível proposicional, elaborando teorias de conjuntos com capacidade de exprimir boa parte da matemática usual de modo a poder fornecer um tratamento apropriado das estruturas necessárias para construir, por exemplo, teorias físicas.

No presente artigo, faremos referência a uma teoria paraconsistente de conjuntos, denotada por ML_1, que é baseada no sistema ML de Quine (ver QUINE [1962] e [1969]) e na noção de estruturas paraconsistentes, tendo como lógica subjacente o cálculo paraconsistente de predicados com igualdade $C_1^=$ (ver [2]).ARRUDA e Da COSTA [1977]). Entendemos que este trabalho também é motivado por uma tentativa de responder questões acerca da utilidade de lógicas paraconsistentes. Nosso sistema ML_1 pode ser encarado como uma possível resposta pois, fora seu interesse puramente teórico como uma nova teoria matemática, é possível também apontar algumas aplicações filosóficas do mesmo – de fato, defendemos que ele pode ser utilizado para elucidar questões epistemológicas relacionadas tanto à matemática quanto às ciências empíricas.

Em primeiro lugar, uma questão se coloca naturalmente: *Por que se propor uma nova teoria de conjuntos?* Lógicas paraconsistentes, com teorias de conjuntos construídas com base nas mesmas, não são elaboradas aqui por seu interesse próprio, mas sim porque desejamos esclarecer questões relacionadas com o conceito geral de paraconsistência. A fim de fazê-lo, necessitamos de um sistema paraconsistente que seja suficientemente forte para que nele possam figurar *objetos* que não existam em sistemas clássicos, de modo que sua própria existência seja refletida em um contexto epistemológico mais geral. Para os nossos propósitos, a teoria paraconsistente de conjuntos ML_1 apresenta-se como uma oportunidade de investigar alguns aspectos relacionados com o significado de teorias inconsistentes e de sua aplicação no campo da ciência e filosofia. Além disso, podemos também abordar questões acerca do significado, motivação, justificação e utilidade de lógicas paraconsistentes em geral.

Entendemos que a maior parte dos argumentos que são elaborados contra a utilização e o uso de lógicas paraconsistentes provém de uma concepção equivocada acerca do papel desempenhado por tais sistemas em relação à própria lógica clássica. De qualquer modo, se uma tal questão é colocada, deve-se esperar que sua resposta dependa do contexto (histórico, metodológico, epistemológico e científico) no qual ela aparece. Isto significa que o caráter pragmático do domínio de conhecimento o qual a questão é feita pode ser crucial para sua resposta.

Antes de abordar seriamente o problema do significado das lógicas paraconsistentes, dois fatos essenciais devem ser evidenciados: (i) existem lógicas paraconsistentes que permitem a construção de teorias de conjuntos tão fortes quanto (do ponto de vista puramente matemático) os sistemas clássicos de Zermelo-Fraenkel, Von Neumann-Bernays-Gödel, ML e NF de Quine e assim por diante; (ii) embora estas teorias de conjuntos paraconsistentes possam ser usadas para obter sistemas matemáticos formais que são também paraconsistentes (isto é, que admitem proposições contraditórias sem serem triviais), isto não significa que a própria realidade seja inconsistente ou contraditória. O problema da existência de contradições reais não é, do nosso ponto de vista, um problema lógico ou matemático. Ao contrário, tal existência é algo que deve ser estabelecido, se possível, pela investigação empírica.

Outro problema importante relacionado com as lógicas paraconsistentes é o da natureza da negação: É a negação paraconsistente de fato uma negação? Em nossa opinião, esse é o tipo de problema mal formulado, dado que não se tem uma definição precisa do que vem a ser uma negação em geral. É claro que, em lógica paraconsistente, o conectivo de negação comporta-se diferentemente da negação clássica; todavia, em alguns sistemas, pode-se definir um operador monádico com as mesmas propriedades da negação clássica.

Uma boa parte do trabalho desenvolvido com ML_1 tratou, de fato, de lógica aplicada. Apresentamos algumas noções básicas de estruturas matemáticas no sentido de Bourbaki (ver BOURBAKI [1964]) que podem ser empregadas para estudar e caracterizar algumas características formais de domínios e métodos da ciência. Por exemplo, podemos utilizar estas estruturas em um domínio de conhecimento (de uma ciência empírica ou matemática) a fim de modelar e descrever alguns aspectos de suas características mais relevantes. Dito de modo informal, podemos entender um fenômeno em um certo domínio por meio de tais estruturas (e também com a lógica subjacente a ela associada) que nos oferece sistematização conceitual, regras de definição e de inferência. A escolha de uma lógica adequada para modelar (ou descrever) um domínio da ciência ou da metodologia não é absolutamente determinada ou incondicionalmente aplicada. Observemos que a expressão "modelar" não deve ser entendida necessariamente como a assunção de uma teoria da verdade como correspondência ou ainda de uma teoria da quase-verdade (ver De SOUZA [2000a]).

É bem conhecido que a principal característica das lógicas paraconsistentes é que a inconsistência e a trivialização deixam de coincidir. Portanto, podemos afirmar que nestas lógicas existem teorias *inconsistentes* (isto é, teorias nas quais uma sentença e sua negação são ambas teoremas) que não são *triviais* (isto é, nem todas as sentenças são teoremas). Assim, lógicas paraconsistente possuem ferramentas que tanto podem levar em conta inconsistências como também podem tratá-las com algum tipo de orientação racional. É possível que inconsistências tenham características interessantes, pelo menos do ponto de vista heurístico, tal que seu estudo sério pode nos ensinar algo acerca do domínio do conhecimento em questão (ver De SOUZA [2000b] e [2000c]). É desnecessário lembrar que uma tal investigação não pode ser feita no interior da lógica clássica. Neste último caso, qualquer inconsistência encontrada em uma teoria implicaria a rejeição de algumas das hipóteses que resultaram na contradição. O problema é que este e outros procedimentos *ad hoc*, além de implicar perdas epistemológicas gerais, nem sempre estão disponíveis na prática.

Assim, nossa posição acerca da relação entre lógicas paraconsistentes e lógica clássica (pelo menos no que diz respeito às aplicações das primeiras) pode ser encarada de uma dupla maneira: (i) lógicas paraconsistentes podem ser vistas como complementares à lógica clássica; (ii) lógicas paraconsistentes podem ser consideradas como lógicas heterodoxas, que são incompatíveis com a lógica clássica. Na realidade, a posição que tomamos pode variar, caso a caso, dependendo do arsenal de circunstâncias que vão desde considerações puramente filosóficas até aquelas estritamente pragmáticas – todas elas ligadas a algum domínio de conhecimento no qual trabalhamos no momento. Em geral, esta distinção entre complementaridade e rivalidade não está precisamente delineada e uma análise profunda e detalhada deste ponto impõem-se como uma tarefa ainda a ser investigada.

Mencionamos brevemente algumas aplicações da lógica paraconsistente em alguns campos específicos do conhecimento. Primeiramente, lembramos que a teoria elementar de conjuntos de Cantor é caracterizada principalmente por dois postulados básicos: *extensionalidade* (que estabelece uma relação entre os predicados de igualdade e pertinência) e *separação* (isto é, toda propriedade determina um conjunto). Dado que podemos derivar o conhecido paradoxo de Russell nesta teoria, existe uma inconsistência na mesma. De acordo com isto, se ela é adicionada à lógica de primeira ordem clássica, obtemos assim uma teoria trivial. Por esta razão, as teorias de conjuntos clássicas são construídas impondo restrições ao esquema de separação ou por alguma espécie de teoria de tipos, restringindo a linguagem a uma caracterização hierárquica da noção de fórmula (por exemplo, com a noção de estratificação encontrada em ML e ML_1) – de modo a evitar a ocorrência de paradoxos e inconsistências. Todavia, em determinadas lógicas paraconsistentes, é possível construir teorias de conjunto nas quais definimos o conjunto de Russell sem trivialização (ver o sistema ML_R em CAIERO e De SOUZA [1997] ou ARRUDA e BATENS [1982]). Elas são dimensionadas para estudar paradoxos semânticos em teorias de conjuntos a fim de oferecer uma ferramenta alternativa para lidar face a face com contradições, em vez de simplesmente evitá-las. Analogamente, podemos empregar tais teorias paraconsistentes de conjuntos na análise de princípios específicos de lógica clássica de predicados de primeira ordem e de ordem superior visando um entendimento mais profundo de uma variedade de conceitos lógicos, tais como a negação.

Outro exemplo que salta aos olhos é que crenças inconsistentes e teorias incompatíveis podem ser encontradas em vários ramos da ciência. A fim de lidar com estas situações, propomos um aparato formal para modelar estas teorias e crenças contraditórias; obviamente, uma maneira de conceber um tal aparato é imaginá-lo mergulhado em algum tipo adequado de lógica paraconsistente que é algo que já tem sido feito por pesquisadores trabalhando em filosofia da ciência (ver, por exemplo, De SOUZA [2000b; 2000c] e também MORTENSEN [1990; 1995]).

Do nosso ponto de vista, cada sistema lógico fornece um possível instrumento e uma perspectiva para caracterizar alguns aspectos de um fenômeno ou de um domínio da realidade. Entretanto, do ponto de vista filosófico, tanto quanto do ponto de vista técnico, a lógica paraconsistente tem sugerido várias considerações e análises. Devemos observar que em vários momentos utilizamos a expressão "lógica paraconsistente" no singular como um abuso de linguagem no caso de se referir a um conjunto de sistemas paraconsistentes; em outros casos, a expressão é utilizada para se referir a sistemas paraconsistentes particulares.

O sistema ML_1 e ainda outras lógicas paraconsistentes são construídos de modo a englobar a lógica clássica. Conseqüentemente, estes sistemas são estritamente mais fortes que os respectivos sistemas clássicos. De fato, ML_1 estende o sistema ML de Quine e nos permite estudar conjuntos contraditórios (isto é, cuja existência implica uma contradição), estruturas que não pertencem ao universo clássico e investigar paradoxos e aspectos que são incompatíveis com a abordagem clássica. Assim, ML_1 e outros sistemas paraconsistentes fortes tornam-se "maiores" que os correspondentes clássicos e permitem um alargamento das ferramentas metodológicas e, portanto, dos métodos de análise.

O sistema ML_1 pode ser usado, por exemplo, para examinar os paradoxos clássicos tais como os de Russell, Cantor, Burali-Forti, Curry etc. A teoria de conjuntos paraconsistente ML_1 contribui, em particular, para clarificar as relações entre o esquema da separação e a lógica subjacente. Um desafio interessante consiste em construir uma teoria paraconsistente de modelos no interior de uma teoria paraconsistente de conjuntos. Isto geraria problemas interessantes de análise semântica e nos parece ser um campo promissor para desenvolvimentos futuros. Utilizando-se o sistema ML_1 podemos desenvolver uma forma paraconsistente de cálculo diferencial e integral análoga às construídas em MORTENSEN (1990; 1995).

As lógicas paraconsistente permitem-nos um entendimento profundo dos conceitos básicos da própria lógica clássica e contribui para clarificar seus significados tanto nos aspectos metodológicos e matemáticos quanto em suas possíveis aplicações. Por exemplo, Newton da Costa afirma que lógicas paraconsistentes, bem como outros sistemas não clássicos, nos obrigam a considerar cuidadosamente o conceito de negação em sua formulação lógica. Assim, pode-se legitimamente perguntar acerca do significado da negação em sistemas de lógica que incluem este conectivo. Dado que existe uma infinidade de sistemas, cada um com diferentes conjuntos de postulados, não podemos crer que exista um conceito *a priori* de negação. De fato, dado que no momento não existe um critério *standard* para *a negação*, é mais conveniente aceitar a existência de diferentes tipos de negação. Entendemos que não existe absolutamente nenhuma razão para admitir a unidade do conceito de negação e nem mesmo identificá-la com o conceito de negação clássico.

Em teorias inconsistentes (e aparentemente não triviais) pode-se definir ou postular a existência de um objeto paradoxal (no sentido de que sua existência implica uma contradição) e investigar suas propriedades. Existem teorias nas quais esta existência pode ser demonstrada e outras em que ela deve ser postulada. Todavia, este objeto paradoxal não existe em teorias clássicas; de modo que ele não pode sequer ser estudado nestes sistemas. Podemos, então, considerar três questões: a primeira diz respeito à relação entre objetos paradoxais e o próprio princípio de não contradição. A segunda trata do significado das fórmulas que infringem o princípio de não contradição. Estas questões permitem-nos examinar a própria natureza deste princípio lógico. A terceira questão trata do universo de discurso em que estas teorias são construídas. Se este universo é puramente clássico, então objetos paradoxais não podem pertencer ao mesmo. Por outro lado, podemos conceber um universo de discurso que dependa das propriedades de objetos paradoxais e, neste caso, tais objetos poderiam ser legitimamente aceitos. Dito de modo informal, se adotamos uma lógica paraconsistente, os objetos com os quais podemos lidar tornam-se muito numerosos. Isto implica profundas modificações na ontologia do domínio que estamos estudando bem como no caráter epistemológico dos conceitos envolvidos.

De fato, se a lógica subjacente de uma teoria é clássica, então a teoria é trivial se e somente se for inconsistente. Nesse caso, de acordo com a abordagem estritamente clássica, uma teoria contraditória não preserva nenhum interesse científico próprio. Em geral, neste caso tentamos modificar estas teorias obtendo teorias que são presumivelmente consistentes. A manutenção da abordagem clássica implica perda de algumas características presentes nas teorias inconsistentes originais – visão intuitiva e heurística, premissas e postulados. Por outro lado, se abandonamos a abordagem clássica, podemos preservar algumas características das teorias que podem ser importantes tanto do ponto de vista metodológico quanto do epistemológico. Quando temos uma contradição em uma teoria científica, encontramo-nos face a face com uma atitude metodológica e com uma conseqüente abordagem epistemológica.

Não se pode negar que o significado filosófico bem como a utilidade de lógicas paraconsistentes sejam um assunto bastante controverso. Em termos genéricos, pode-se objetar que as lógicas paraconsistentes exibem uma "fraqueza" estrutural quando comparadas com a lógica clássica. Essa aparente fraqueza provém do fato de que existe um número infinito de sistemas paraconsistentes diferentes implicando praticamente a inexistência de critérios que possam isolar os sistemas adequados a cada situação. No

Cognitio, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 80-86, jan.-jun. 2003.

entanto, o germe de tais argumentos provém da suposição de que se deseja desenvolver uma lógica paraconsistente (e também matemática paraconsistente) por aceitar a existência de inconsistências ou contradições no mundo real. Assim, a elaboração de sistemas tais como ML_1 poderia ser uma evidência que apóie essa crença. Entendemos que esse assunto deve ser examinado cuidadosamente. A existência de ML_1 e de outros sistemas paraconsistentes aponta para um fato teórico: *no contexto formal abstrato pode-se desenvolver teorias inconsistentes*. Nesse nível contextual, existem contradições teóricas que são verdadeiras. Todavia, a existência de contradições reais ou a questão da possibilidade de um mundo inconsistente são ambos problemas que dependem exclusivamente das ciências empíricas. E também depende das relações básicas dos vários conceitos aceitos como verdadeiros (ou reais) de acordo com as crenças metafísicas acerca da natureza da realidade que cada um possui.

Em resumo, queremos abandonar a especulação metafísica acerca da natureza do mundo real. Desse modo, se desejamos conhecer algo acerca do mesmo, podemos fazer uso de todos os instrumento metodológicos fornecidos tanto pelas ciências empíricas quanto pela lógica e a matemática. Em princípio, admitimos a existência de contradições no interior de um sistema de conhecimento (ou ciência) tratando-as como *contradições epistemológicas*, que podem ser entendidas como elementos que sugerem aspectos inconsistentes do mundo real. Embora não tenhamos argumentos racionais satisfatórios, rejeitamos qualquer argumento metafísico que possa ser oferecido para apoiar uma possível relação entre inconsistências epistemológicas e reais. Tudo que podemos dizer é que lógicas paraconsistentes podem fornecer instrumentos heuristicamente interessantes para lidar com inconsistências epistemológicas. Todavia, enfatizamos que isso não significa aceitar o caráter real das contradições ou mesmo o seu reconhecimento.

A título de conclusão, lembramos que a conduta metodológica usual geralmente elimina as inconsistências epistemológicas que ocorrem em um determinado ramo da ciência mantendo a lógica clássica e o princípio de não contradição como algo que possui significado epistemológico e ontológico; e existem também componentes culturais em partes dessa conduta. Os domínios da lógica clássica estão assegurados, sem nenhuma sombra de dúvida. Deve ficar claro, no entanto, que as lógicas paraconsistentes, pelo menos do nosso ponto de vista, não constituem abordagens que procuram desafiar a lógica clássica ou mesmo destruí-la. Cada uma possui a própria utilidade como já foi dito. Apenas entendemos que para desenvolver uma teoria científica devemos ter, de saída, uma livre escolha dos métodos analíticos a serem empregados.

Bibliografia

ARRUDA, A. I. e BATENS, D. (1982). "Russell's set versus the universal set in paraconsistent set theory", *Logique et Analyse 98*, p. 121-133.

ARRUDA, A. I., Da COSTA, N. C. A. (1977). "Une sémantique pour le calcul $C_1^{=}$", *C. R. Acad. Sc. Paris 284*, p. 279-282.

BOURBAKI, N. (1964). *Élement de Mathématique: théorie des emsembles*. Hermann.

CAIERO, R. C., De SOUZA, E. G. (1997). "A new paraconsistent set theory: ML_1", *Logique et Analyse 157*, p. 115-141.

Da COSTA, N. C. A. (1963). *Sistemas Formais Inconsistentes.* NEPEC.

———— (1974). "On the theory of inconsistent formal systems", *Notre Dame Journal of Formal Logic 15*, p. 497-510.

Da COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y. (1994). "Théorie de la valuation", *Logique et Analyse 146*, p. 95-117.

Da COSTA, N. C. A., BÉZIAU, J.-Y., BUENO, O. (1995). "Aspects of paraconsistent logic", *Bulletin of the IGPL 4*, p. 597-614.

De SOUZA, E. G. (2000a). "O conceito de verdade pragmática em uma perspectiva lógico-formal", *Cognitio: revista de filosofia 1*, p. 138-144.

———— (2000b). "Teorias físicas inconsistentes e lógicas multidedutivas", *Cognitio: revista de filosofia 1*, p. 145-152.

———— (2000c). "Multideductive logic and the theoretic-formal unification of physical theories", *Synthese 125*, p. 253-262.

HATCHER, W. S. (1982). *The Logical Foundations of Mathematics.* Pergamon.

KLEENE, S. C. (1952). *Introduction to Metamathematics.* Van Nostrand.

MORTENSEN, C. (1990). "Models for inconsistent and incomplete differential calculus", *Notre Dame Journal of Formal Logic 31*, p. 274-285.

———— (1995). *Inconsistent Mathematics.* Kluwer.

QUINE, W. v. O. (1962). *Mathematical Logic.* Harper & Row, second revised edition, (first edition 1940, first revised edition 1951).

———— (1969). *Set Theory and Its Logic.* Harvard, revised edition, (1st. 1963).

ROSSER, J. B. (1978). *Logic for Mathematicians.* Chelsea, second edition, (first edition 1953).

———— (1942). "Burali-Forti Paradox", *Journal of Symbolic Logic 7*, p. 1-17.

SHOENFIELD, J. R. (1967). *Mathematical Logic.* Addison-Wesley.