TEORIAS FÍSICAS INCONSISTENTES E LÓGICAS MULTIDEDUTIVAS

EDÉLCIO GONÇALVES DE SOUZA

Resumo: Pretendemos esboçar o conceito de lógica multidedutiva que constitui um sistema lógico subjacente à noção de verdade pragmática. Com base em lógicas multidedutivas, delineamos um aparato formal para o tratamento apropriado de inconsistências em teorias físicas.

Abstract: We intend to delineate the concept of multideductive logic that constitutes a subjacent logical system for the pragmatic notion of truth. Based upon the multideductive logic we have pictured a formal apparatus used as an appropriate treatment to the inconsistencies in Physics theories.

1. INTRODUÇÃO

O obetivo dessa nota é apresentar uma proposta lógico-formal para o tratamento de teorias científicas inconsistentes. Apresentamos aqui um esboço do que foi desenvolvido em nosso trabalho de doutoramento; o leitor interessado pode consultar os textos na bibliografia.

A idéia central do trabalho é o conceito de *lógica multidedutiva*. A lógica multidedutiva nos permite operar com diferentes tipos de demonstração que são compartimentalizados no interior de um mesmo sistema formal. Uma lógica (aqui identificada como sistema formal), por sua vez, é um construto matemático que nos permite extrair proposições, codificados em uma linguagem formal, a partir de outras proposições.

2. O PROBLEMA DA CONSISTÊNCIA

Admitamos, em primeiro lugar, um princípio geral, que denominaremos "princípio da atividade do físico" e que seguramente não pode ser

Edélcio Gonçalves de Souza é Professor Doutor do Departamento de Filosofia da PUC-SP.

ANO I / Nº I - 2º SEM. 2000 - SÃO PAULO / PÁGS. 138-152

contestado, a saber: *físicos constroem teorias físicas.* Todavia, mesmo este princípio geral não é muito esclarecedor, dado que a noção de teoria física possui as mais variadas conceitualizações tais como: a versão lógico-positivista, a estrutural, a semântica, etc.. Apenas para fixar idéias, seguindo a definição de da Costa, supomos que uma teoria física, em uma primeira aproximação, é uma tripla <M,D,R> onde: M é a estrutura matemática da teoria, ou seja, M nos informa o que a teoria é, do ponto de vista matemático; D é o seu domínio de aplicabilidade, portanto, D deve conter informações acerca dos limites de aplicação da teoria, *e.g.* a mecânica clássica de partículas só se aplica nos casos em que as partículas possuam velocidade muito inferior à velocidade da luz e massas de pequena magnitude etc.; e, finalmente, o componente R constitui um conjunto de regras, no sentido amplo do termo, que nos permite conectar a estrutura matemática da teoria com seu domínio de aplicabilidade. Assim, R deve conter, *e.g.* a teoria da mensuração, análise estatística, exemplos paradigmáticos de aplicação, etc...

Outro princípio geral que assumimos, denominado "princípio da dedutibilidade em teorias físicas", pode ser expresso da seguinte forma: *físicos fazem deduções a partir de teorias físicas.* Também aqui o princípio não é de todo claro porque é preciso indicar o que significa fazer uma dedução. Ora, o conceito de dedução faz parte de um ramo da lógica denominado teoria da prova, cuja noção básica é a de sistema formal. Na próxima seção desta nota discorreremos acerca do conceito de sistema formal de maneira mais precisa. No entanto, é preciso observar que as deduções que um físico faz, *qua* físico, estão longe de corresponder àquilo que um lógico chamaria de dedução. Talvez o correto seria atribuir o nome de *dedução informal* ao tipo de dedução que é feita pelos físicos. Todavia, no que segue, assumimos que estamos de posse de uma teoria física T, e que em T podemos deduzir certas proposições p e isto será indicado por $p \in Cn(p)$).

Suponhamos, agora, que p é uma certa proposição e representemos a proposição que corresponde à negação de p por $\neg$ p. Dizemos que uma teoria T é *inconsistente* se e somente se existe uma proposição p tal que: $p, \neg p \in Cn(T)$.

O próximo princípio que assumimos, chamado de "princípio de não contraditoriedade para teorias físicas", pode ser asseverado como: *teorias físicas não devem ser contraditórias.* Um dos motivos pelos quais se sustenta o princípio acima indicado provém do fato de que se as deduções feitas a partir de teorias físicas são baseadas no que denominamos por lógica clássica, então uma teoria contraditória possuiria a propriedade indesejável de deduzir toda e qualquer proposição que pudesse ser expressa na teoria. Em outras palavras, uma teoria T é dita *trivial* se e somente se p ∈ Cn(T), para toda sentença p. Assim, raciocinando em termos de lógica clássica, uma teoria é contraditória se e somente se ela é trivial. Porém, nos dias de hoje, existem lógicas que não satisfazem o resultado acima, podendo servir como base de teorias contraditórias mas não triviais.

Diante disso, talvez fosse razoável substituir o princípio de não contraditoriedade para teorias físicas por um outro princípio, mais fraco, denominado "princípio de não trivialidade para teorias físicas", estabelecido como: *teorias físicas não devem ser triviais.*

A partir desse último príncipio e dos dois primeiros indicados nessa seção é que desenvolveremos as considerações que se seguem.

3. Sistemas formais

Com um pouco mais de rigor, um *sistema formal* F é um par F = <S,Cn> tal que S é um conjunto não vazio, cujos elementos são as *sentenças* de F; e Cn é o *operador de conseqüência* de F, que nos permite extrair sentenças a partir de conjuntos de sentenças, i.e., Cn é uma operação no conjunto das partes de S que deve satisfazer os seguintes axiomas:

1) Para todo A subconjunto de sentenças de S, A ⊆ Cn(A);

2) Para todo A,B subconjuntos de sentenças de S, A ⊆ B implica que Cn(A) ⊆ Cn(B);

3) Para todo A subconjunto de sentenças de S, Cn(A) = Cn(Cn(A)).

A partir da noção de sistema formal pode-se definir, como é usual, uma série de conceitos muito úteis na investigação das propriedades essenciais dos sistemas formais. Um *teorema* de F é qualquer sentença que é conseqüência do conjunto vazio de sentenças, i.e., p é teorema de F se e somente se p ∈ Cn(∅). Um conjunto A de sentenças é uma *teoria* de F se ele contém todas as suas conseqüências, i.e., A é teoria de F se e somente se A = Cn(A). Um conjunto A de sentenças é dito *não-trivial* se e somente se Cn(A) ≠ S, ou seja um conjunto de sentenças é não-trivial se existe uma sentença que não é conseqüência do conjunto. Caso contrário, A é dito *trivial.*

4. LÓGICAS MULTIDEDUTIVAS

Vamos agora definir sistemas formais k-dedutivos (ou lógicas multidedutivas de grau k). Um *sistema formal k-dedutivo* (ou *lógica multidedutiva de grau k*) F(k) é uma k+2-upla que será denotada por

F(k) = <S,Cn(1),Cn(2),...,Cn(k),Cn>

tal que: (1) Para cada i = 1,2,...,k, <S,Cn(i)> é um sistema formal no sentido da seção anterior; (2) Cn é um operador de conseqüência em S tal que para toda sentença p de S e todo conjunto de sentenças A de S tem-se que p ∈ Cn(A) se e somente se existe i = 1,2,...,k tal que p ∈ Cn(i)(A).

Denominamos os Cn(i) de operadores de conseqüência auxiliares e Cn o operador de conseqüência principal. Note que pela definição de Cn que ele é um operador de conseqüência que "aceita" sentença deduzida a partir dos operadores de conseqüê ncia auxiliares.

É claro que os sistemas formais k-dedutivos generalizam o conceito de sistema formal, pois um sistema formal nada mais é do que um sistema formal k-dedutivo com k = 1 e Cn(1) = Cn.

Podemos facilmente, então, generalizar os conceitos acima definidos para os sistemas formais k-dedutivos.

Um *i-teorema* de F(k) é qualquer sentença que é conseqüência em Cn(i) do conjunto vazio de sentenças, i.e., p é i-teorema de F se e somente se p ∈ Cn(i)(∅). Um conjunto A de sentenças é uma *i-teoria* de F(k) se ele contém todas as suas conseqüências em Cn(i), i.e., A é i-teoria de F(k) se e somente se A = Cn(i)(A). Um conjunto A de sentenças é dito *i-não-trivial* se e somente se Cn(i)(A) ≠ S, ou seja um conjunto de sentenças é i-não-trivial se existe uma sentença que não é conseqüência em Cn(i) do conjunto. Caso contrário, A é dito *i-trivial.* Os mesmos conceitos podem ser definidos para o operador de conseqüência principal Cn de maneira óbvia.

Suponhamos que F seja um sistema formal multidedutivo tal que F contém o símbolo de negação, ¬, que opera sobre as sentenças de S, de modo que se p é uma sentença de S então ¬p também é sentença de S. Seja A um conjunto de sentenças de S. Diremos que A é *i-inconsistente* se e somente se existir uma fórmula p de S tal que p, ¬p ∈ Cn(i)(A); em caso contrário A é *consistente.* Por outro lado, diremos que A é *i-paraconsistente* se e somente se e somente se S for i-inconsistente e i-não-trivial.

É fácil de se perceber, então, que existem sistemas formais k-dedutivos que possuem conjuntos paraconsistentes de sentenças, dado que poderíamos deduzir uma fórmula p de uma componente i e ¬p de uma outra componente j e nem por isso o sistema nos permitiria deduzir todas as fórmulas. Aliás, uma lógica multidedutiva pode possuir como componentes diferentes sistemas lógicos tais como: cáculo clássico, intuicionista, cáculos modais, lógicas quânticas etc..

5. APLICAÇÕES

Uma aplicação de lógicas multidedutivas é no tratamento unificado de teorias físicas inconsistentes. Na prática, o físico adota simultaneamente várias teorias, tanto na explicação quanto na previsão de fenômenos. Por exemplo, em vários problemas de mecânica celeste, como o problema dos três corpos, se utiliza a mecânica clássica de partículas; em outros casos, digamos no estudo dos fenômenos eletromagnéticos, como no caso da telegrafia sem fio e do radar, recorremos à teoria eletromagnética de Maxwell; no estudo do átomo de hidrogênio recorremos, por exemplo, à Teoria Atômica de Bohr ou à Teoria de Sommerfeld (ou, ainda, a Teoria Quântica Ortodoxa criada principalmente por Schrödinger e Heisenberg, e desenvolvida matematicamente por Dirac e von Neumann). Finalmente, para terminar a exemplificação, há fenômenos que se estuda por meio da Relatividade Geral, como, por exemplo, os buracos negros.

Assim, as teorias estão para o físico como as ferramentas de marcenaria estão para o marceneiro. Do ponto de vista pragmático, não há propriamente unidade conceitual em física, o que significa dizer que não há teoria única que o físico adote na solução de seus problemas e isto vale mesmo no que diz respeito ao uso de conceitos. Por exemplo, em mecânica clássica de partículas os conceitos fundamentais são o de ponto material, massa, força externa e interna e ainda outros; na teoria eletromagnética, por sua vez, se utilizam os conceitos de campo, potencial, etc..

Mais ainda, estas várias teorias nem sempre são consistentes entre si. Assim, a Mecânica Newtoniana de Partículas e a Relatividade Geral são teorias estritamente incompatíveis; o máximo que se pode dizer é que, sob certas condições, a Mecânica clássica de Partículas é uma aproximação da Relatividade Geral. Além disso, teorias incompatíveis não são utilizadas separadamente, mas, muitas vezes, são consideradas simultaneamente na explicação de determinados fenômenos, o que aparentemente infringe o princípio da não contradição formulado da seguinte maneira: *na mesma teoria, proposições contraditórias não devem valer.* No entanto, isto é exatamente o que ocorre com a Teoria do Átomo de Bohr. Nela são combinadas duas teorias incompatíveis, a saber: a Mecânica Clássica de Newton e a Teoria Eletromagnética de Maxwell, por meio de idéias que envolviam a quantização da energia e do momento angular. Ora, a Mecânica Clássica de Partículas e a teoria de Maxwell são incompatíveis entre si: o grupo da Mecânica Clássica é o grupo de Galileu ao passo que o grupo de invariância da teoria de Maxwell é o grupo de Lorentz, e estes dois grupos são incompatíveis. Além disso, sabe-se que pela Teoria Eletromagnética de Maxwell, uma carga negativa girando em torno de uma positiva deveria irradiar energia continuamente terminando por se chocarem, comprometendo assim, a estabilidade dos átomos.

Em 1913, Bohr desenvolveu um *modelo* para átomos unieletrônicos que apresentava concordância com os dados espectroscópicos da época. Para obter tais resultados, Bohr introduziu uma série de postulados que serviam de base para a construção de seu modelo. Vejamos a apresentação destes postulados como aparecem em Eisberg *et al.* 1986, pág. 138.

> 1. Um elétron em um átomo se move em uma órbita circular em torno do núcleo sob influência da atração coulombiana entre o elétron e o núcleo, obedecendo as leis da mecânica clássica.
> 2. Em vez da infinidade de órbitas que seriam possíveis segundo a mecânica clássica, um elétron só pode se mover em uma órbita no qual seu momento angular orbital L é um múltiplo inteiro de *h* (a constante de Planck) dividido por 2π.
> 3. Apesar de estar constantemente acelerado, um elétron que se move em uma destas órbitas possíveis não emite radiação eletromagnética. Portanto, sua energia total E permanece constante.
> 4. É emitida radiação eletromagnética se um elétron, que se move inicialmente sobre uma órbita de energia total E_i, muda seu movimento descontinuamente de modo a se mover em uma órbita de energia total E_f. A freqüência da radiação emitida ν é igual à quantidade $(E_i - E_f)$ dividida pela constante de Planck h.

Com estes postulados, Bohr consegue derivar a fórmula que fornece a quantização da energia, bem como a que corresponde à série de Balmer. A derivação da fórmula é *standard*, de modo que a omitiremos aqui.

A seguir, no mesmo livro (pág. 139), os autores citam (sem referência) o seguinte trecho:

> Estes postulados conseguem misturar completamente a física clássica e não clássica. Supõe-se que o elétron movendo-se em uma órbita circular obedece à mecânica clássica, e, no entanto, a idéia não clássica de quantização do momento

angular é incluída. Supõe-se que o elétron obedeça a uma característica da teoria eletromagnética clássica (a lei de Coulomb), e, no entanto, não obedeça a outra característica (a emissão da radiação por um corpo carregado acelerado). Entretanto, não deveríamos nos surpreender se as leis da física clássica, que se baseiam na nossa experiência com sistemas macroscópicos, não forem completamente válidas quando lidamos com sistemas microscópios, como o átomo.

Esboçaremos como se pode reconstruir a teoria do átomo de Bohr, por meio de uma lógica multidedutiva, de modo que as incompatibilidades entre as teorias utilizadas não provoquem a trivialização do sistema teórico. Partimos de um sistema multidedutivo de ordem 3, F(3), em cada componente valendo a teoria de conjuntos clássica, digamos na formulação de Zermelo-Fraenkel (com escolha). Em cada uma das *componentes*, ZFC(1), ZFC(2) e ZFC(3), adicionamos os axiomas que definem, respectivamente, M, E e Q, as estruturas matemáticas correspondentes à mecânica clássica, eletromagnetismo clássico e postulados de quantização.

Para a dedução da fórmula referente à série de Balmer (fórmula μ), que é, efetivamente, o que se busca com a teoria de Bohr, necessitamos utilizar fórmulas que provêm de diferentes componentes do nosso sistema multidedutivo. E isto não se pode fazer diretamente.

No entanto, esse problema é superado acoplando-se a F(3) um sistema formal dedutivo usual, F*, cujos axiomas são os teoremas, de cada componente, que carecemos para a derivação de μ. Não entraremos em detalhes, apenas notando que a lógica subjacente a F* pode ser muito fraca, pois precisamos executar, para obter μ, operações bem simples.

6. CONCLUSÃO

Em essência, a lógica multidedutiva é tal que nos permite operar ao mesmo tempo com várias outras lógicas que lhe são subordinadas. Cada uma destas lógicas subordinadas como que definem uma componente lógica particular. Então, o tratamento com teorias físicas inconsistentes seria relativamente simples: cada uma destas componentes seria determinada por uma teoria física de tal forma que seria possível o tratamento simultâneo de várias teorias, mesmo incompatíveis entre si. Em tais casos, em todas estas componentes a lógica que impera é a lógica clássica. No entanto, nada impede que no futuro se lance mão de lógicas subordinadas distintas da clássica, *e.g.*, a lógica quântica.

Assim, as várias teorias que considerarmos são sistematizadas pela lógica multidedutiva, fazendo-se com que cada teoria se enquadre em uma destas lógicas subordinadas. Em cada uma destas componentes as teorias são consistentes, embora em componentes distintas possa haver resultados contraditórios.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOURBAKI, N. (1968). *Theory of sets.* Hermann – Addison-Wesley.

DA COSTA, N. C. A. (1987), "O conceito de estrutura em ciência". *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática 8,* págs. 1-22.

DA COSTA, N. C. A. e Chuaqui, R. (1988). "On Suppes' Set Theoretical Predicates". *Erkenntnis 29,* págs. 95-112.

DA COSTA, N. C. A. e Doria, F. A. (1992b). "Structures, Suppes predicates and boolean-valued models in physics" *in* J. Hintikka (ed.*), Festschrift in Honor of V. I. Ismirnov on his 60th birthday.*

DA COSTA, N. C. A. e French, S. (1988). "The Model-Theoretic Approach in the Philosophy of Science". *Philosophy of Science 57,* págs. 248-265.

DA COSTA, N. C. A., Souza, E. G., Bueno, O. A. S., Wertheyser, M. (1995). "Multideductive Logic: an Application to Physics". *Preprint.*

DE SOUZA, E. G., (1992). *Estrutura e Lógica de Teorias Físicas.* Dissertação de mestrado. Departamento de Filosofia, Universidade de São Paulo.

________. (1995) *O Problema de Destouches e as Lógicas Heterodoxas: ensaio sobre o uso de lógicas não clássicas no tratamento de inconsistências em teorias físicas.* Tese de Doutora-mento. Departamento de Filosofia, Universidade de São Paulo.

DESTOUCHES, J.-L. (1937) "L'unité de la physique théorique". *C. R. Acad. Paris 205,* págs. 843-845.

________. (1938) "Essai sur l'unité de la physique théorique". *Bul. Scient. de l'École Politechnique de Timisoara.* Romania.

________. (1942) *Principes Fondamentaux de Physique Théorique I: orientation préalable.* Paris. Herman Éditeurs.

EISBERG, R. e R. Resnick (1986). *Física Quântica: átomos, moléculas, sólidos, núcleos e partículas.* Editora Campus. Quarta edição.

MCKINSEY, J. C. C., Sugar, A. C., Suppes, P. (1953). "Axiomatic Foundations of Classical Particle Mechanics". *J. Rational Mech. Anal. 2,* págs. 253-272.

SHOENFIELD, J. R. (1967) *Mathematical Logic.* Addison Wesley.

SUPPES, P. (1957) *Introduction to logic.* Van Nostrand.

________. (1967) *Set-theoretical methods in science.* Mimeographical notes. Stanford University.

________. (1969) *Studies in methodology and foundations of science.* Reidel.