Frege e o "*Elogio* da Razão Pura"

Frege and the "*Praise* of Pure Reason"

Lúcio Lourenço Prado
Departamento de Filosofia e
Programa de Pós-Graduação em Filosofia UNESP/Marília – SP
mail@lucioprado.mus.br

Resumo: Este artigo apresenta alguns aspectos da fundamentação racional da aritmética efetuada por Frege em oposição ao modelo kantiano baseado na intuição pura do tempo. Nesse sentido, a filosofia de Frege realiza uma reabilitação da razão pura como faculdade cognitiva capaz de produzir conhecimento necessário, universal e cumulativo.

Palavras-chave: Frege. Kant. Aritmética. Lógica. Razão pura.

Abstract: *This article presents some aspects of the rational groundwork of Arithmetic carried out by Frege as opposed to the Kantian model based on the pure intuition time. In that sense, Frege's philosophy accomplishes a rehabilitation of Pure Reason as a cognitive means of producing necessary, universal and cumulative knowledge.*

Keywords: *Frege. Kant. Arithmetic. Logic. Pure reason.*

Apresentação

Quando fui convidado a participar deste volume em homenagem ao Professor Lafayette de Moraes, foi inevitável recordar as manhãs de segunda-feira, em algum momento do início dos anos 1990, em que me fora apresentada uma coisa que naquele momento me pareceu muito estranha, recheada de cálculos e fórmulas, e que me soou, pelo menos à primeira vista, muito pouco filosófica. Por esses tempos já havia iniciado as pesquisas escolares sobre Kant, que vieram a desembocar em minha dissertação de mestrado e, posteriormente, em meu livro sobre a *Monadologia física*. E já flertava também com o pensamento de Frege, tendo nele adentrado pelas portas de sua teoria do significado, e dos artigos semânticos da década de 1880. Felizmente, a estranheza inicial logo se dissipou, à medida que a compreensão daquela "coisa estranha" acabou por tornar-se, em muitos e importantes sentidos, a chave para a compreensão de vários problemas filosóficos que se punham conforme estudava meus autores "prediletos": Kant e Frege. Embora não tenha me tornado um lógico propriamente dito, as reflexões e pesquisas acerca da natureza da lógica sempre estiveram, direta ou indiretamente, presentes em meu trabalho filosófico desde então, e seria injustiça não reconhecer aqui a importância que as aulas do Professor Lafayette exerceram em minha formação. E para celebrar essa gratidão e reconhecimento, escrevi para este volume um ensaio que trata justamente da abordagem que os dois autores mencionados fazem acerca da lógica e das matemáticas, no qual, certamente, mesmo que de forma indireta, as aulas do Professor Lafayette estão marcadamente presentes. Será um Frege fortemente marcado por preocupações epistemológicas acerca do fundamento das matemáticas a personagem principal do presente ensaio. Nesse sentido, será um Frege que se dirige diretamente a Kant e que, contra Kant, busca apresentar uma fundamentação eminentemente racional da ciência dos números, realizando assim, apesar da crítica kantiana, uma revalorização epistemológica da razão pura enquanto faculdade cognitiva apta a proporcionar conhecimentos extensivos e não meramente explicativos, o que se dará no reino da lógica e da aritmética. Dedico, pois, este ensaio, àquele que me ensinou a entender um pouco melhor essas ciências, ensinamentos esses que me acompanham ao longo de minha vida intelectual.

Ciência para Kant: necessidade, universalidade e acumulação

Para Kant, as ciências em geral e em especial as matemáticas devem produzir juízos sintéticos *a priori*. Sem adentrar em problemas mais complexos referentes aos processos transcendentais envolvidos na produção de juízos dentro do universo da *Crítica da razão pura*, importa aqui salientar que a posição kantiana com respeito à natureza sintética *a priori* dos juízos matemáticos é bastante compreensível dentro dos supostos mais gerais que mantém, e está em perfeita harmonia com seu conceito de ciência. Kant possui uma concepção de ciência típica e fortemente aristotélica: conhecimento científico é conhecimento *necessário* e *universal*. Não pode, pois, estar submetido às contingências da realidade empírica. Bebendo em fontes radicalmente racionalistas, sobretudo Leibniz, Kant tem muito claro que a necessidade de qualquer conhecimento não pode em hipótese alguma estar submetida à contingência dos fatos. A enigmática passagem das primeiras linhas da Introdução da *Crítica da razão pura*[1], na qual o autor nos diz que todo conhecimento se inicia com a experiência, mas nem todo deriva necessariamente dela, busca estabelecer e faz referência justamente à necessidade de um lugar para o *a priori*, mesmo naquele conhecimento que em última análise se dirigirá à realidade empírica. E o lugar do *a priori* no universo kantiano é o lugar da necessidade e universalidade da ciência. Portanto, uma vez que as matemáticas, no sistema kantiano, são consideradas ciências, seus juízos devem ser estabelecidos de maneira absolutamente *a priori*. Nenhum juízo empírico pode almejar o *status* de enunciado científico.

No entanto, se a *aprioridade* é uma característica necessária aos juízos científicos, ela não é suficiente. Conhecimento científico, além de ser necessário e universal, deve possuir ainda uma terceira característica fundamental: ciência, para Kant, é algo que progride, que avança, que acumula; o conhecimento científico deve, pois, ser *necessário*, *universal* e *cumulativo* (ou extensivo). Uma das constatações que levou Kant a negar o caráter cientifico da metafísica foi justamente o fato de que nela, ao contrário do que ocorre com a física e as matemáticas, por exemplo, cada novo sistema, cada novo autor que se dedica a refletir sobre seus velhos problemas (que em B21 Kant afirma ser uma disposição natural dos homens, uma inclinação inerente à razão especulativa) simplesmente joga no lixo os sistemas anteriores e constrói outro no lugar. Não há acumulação de conhecimentos, mas sempre a substituição de um sistema pelo outro; portanto,

1 CRP, B 2.

não há progressos. No Prefácio à segunda edição da *Crítica da razão pura*, ao falar sobre "via segura da ciência", Kant nos diz:

> Se, após largos preparativos e prévias disposições, se cai em dificuldades ao chegar à meta, ou se, para atingir, se volta atrás com freqüência, tentando outros caminhos, ou ainda se não é possível alcançar unanimidade entre os diversos colaboradores, quanto ao modo como se deverá prosseguir o trabalho comum, então poderemos ter certeza que esse estudo está longe ainda de ter a via segura da ciência.[2]

As palavras de Kant impõem-nos o seguinte quadro: uma pretensa ciência que freqüentemente se autorrefuta não é propriamente uma ciência; conhecimento científico é conhecimento que se acumula. Ciência, portanto, é algo que deve sempre produzir conhecimentos novos. E esses conhecimentos, por serem necessária e universalmente verdadeiros, devem ser os alicerces sobre os quais outros conhecimentos serão produzidos dentro daquilo que ele chama de via segura da ciência. Assim sendo, algum tipo de conhecimento que, mesmo sendo necessária e universalmente verdadeiro (e, portanto, de acordo com os pressupostos em questão, absolutamente *a priori*) seja meramente explicativo, meramente clarificador, que simplesmente torne mais claro o que já sabemos, mas não aumente em nada o "edifício" de nosso conhecimento, um sistema de conhecimento cujos enunciados não sejam pedras assentadas sobre outras já estabelecidas e que por sua vez servirão de fundamento para que outras pedras se assentem, não poderá ser considerado científico, ou, ao menos, não sem uma série de ressalvas. É o que acontece, especificamente, com a lógica. Sobre a lógica Kant nos diz no mesmo lugar:

> Pode-se reconhecer que a lógica, desde os remotos tempos, seguiu a via segura [da ciência] pelo fato de, desde Aristóteles, não ter dado um passo atrás, a não ser que se leve em conta de aperfeiçoamento a abolição de algumas sutilezas desnecessárias ou a determinação mais nítida de seu conteúdo, coisa que mais diz respeito à elegância que à certeza da ciência. Também é digno de nota que não tenha até hoje progredido, parecendo, por conseguinte, acabada e perfeita, tanto quanto se nos pode afigurar.[3]

E em seguida:

> ... os limites da lógica estão rigorosamente determinados por se tratar de uma ciência que apenas expõe minuciosamente e demonstra rigorosamente as regras formais de todo pensamento.[4]

A lógica de Frege, com seus sofisticados mecanismos quantificacionais e sua nova sintaxe proposicional, demonstrou, algumas décadas mais tarde, que Kant estava errado ao dizer que a lógica estava pronta e acabada; estava errado com relação ao seu caráter não cumulativo. No entanto, não é isso o que nos interessa agora. Importa aqui notar que aquilo que Kant fala sobre a lógica demonstra em que sentido devemos entender sua

---

2 Ibidem, B VII.
3 Ibidem, B VIII.
4 Ibidem, B IX; X.

posição com respeito ao caráter cumulativo e extensivo das ciências: por ser a razão tratando de suas próprias regras formais – a razão tratando de si mesma –, a lógica não tem, digamos assim, para onde se expandir; por isso, nas palavras de Kant, a lógica é uma propedêutica, é a antecâmara das ciências; não propriamente uma ciência em sentido estrito. Ela é meramente explicativa, clarificadora; não extensiva e acumuladora. Ora, é essa justamente a característica que possuem os juízos analíticos e que faz com que Kant os exclua do chamado saber científico: juízos analíticos são meramente explicativos uma vez que neles, pela definição, "o predicado nada acrescenta ao conceito do sujeito e apenas pela análise o decompõe nos conceitos parciais que já estavam pensados"[5]. Nesse sentido, parece natural a tendência de considerar que, para Kant, lógica é uma *ciência analítica*[6].

Por que foram feitas essas observações gerais a respeito do caráter não cumulativo da lógica e, por isso mesmo, seu status *sui generis*? Simplesmente para salientar que os juízos científicos, no universo kantiano, além de terem de ser *a priori*, graças à exigência da necessidade e universalidade, devem também ser sintéticos, pois somente esses produzem, de fato, conhecimentos novos e podem servir à exigência de avanço cumulativo do saber científico. Os juízos analíticos, embora necessários e universais, são definidos por Kant como aqueles juízos nos quais o predicado está contido no sujeito. Ou seja: os juízos analíticos versam sempre sobre conceitos, e não sobre objetos do mundo, e simplesmente explicitam que determinado predicado faz parte do conceito; conceito esse que já está estabelecido, de modo que todos esses predicados são, de alguma maneira, pensados quando se pensa no conceito. Assim, quando se afirma, por exemplo, que "o homem é mortal", não se está agregando nenhum tipo de conhecimento novo ao sujeito "homem" (que no caso não é nenhum homem particular, mas o conceito de homem), mas tão somente estabelecendo, por análise, que a mortalidade é um predicado inerente ao conceito de homem. E justamente por esse motivo os juízos analíticos têm sua fundamentação no princípio lógico da não contradição. Um juízo analítico é necessariamente verdadeiro por ser contraditório afirmar que um predicado, que pertence a um determinado conceito, não pertence a esse mesmo conceito; é contraditório dizer, por exemplo, que "o homem (que é mortal, pois a mortalidade é um predicado que constitui seu conceito) não é mortal".

Tomadas as coisas sob esse enfoque, torna-se evidente a estreita vinculação existente entre *analiticidade*, *lógica* e *conhecimento não cumulativo* dentro do universo sistemático de Kant. O que fundamenta a analiticidade é o princípio lógico da não contradição; a lógica, enquanto disciplina autônoma, é analítica e, portanto, não cumulativa, pois a analiticidade é meramente explicativa e clarificadora. Isso, contudo, não ocorre com a aritmética – que é a ciência que interessará a Frege particularmente. Ao contrário da lógica, a aritmética não está, segundo Kant, pronta e acabada; não é sim-

5 Ibidem, B 11.

6 É certo que a expressão "ciência analítica", no universo da Crítica da razão pura, soa até contraditória – pois se é analítica não se expande e se não se expande não é ciência propriamente dita –, mas para os nossos propósitos nesta exposição, e uma vez feitas as devidas ressalvas, a expressão "ciência analítica" para se referir à lógica de Kant parece apropriada, pois acentua seu caráter não cumulativo.

plesmente a razão voltada para si própria, explicitando meramente suas regras formais; ela progride e acumula conhecimentos; é, portanto, uma ciência que possui um estatuto radicalmente diferente do da lógica. Assim, os juízos aritméticos, no universo kantiano, são todos sintéticos, fruto do trabalho do entendimento realizado a partir da intuição; não de uma intuição empírica, mas da própria intuição pura do tempo. Acentuando bem a diferença entre lógica e aritmética para Kant: a lógica é a razão sistematizando seus próprios princípios, é a *razão* voltada para si própria, e a aritmética, por seu turno, é o *entendimento* "pensando" a *intuição pura do tempo*. Os primeiros princípios a partir dos quais se assenta a aritmética derivam da forma pura de nossa *intuição temporal*, e não de princípios puramente racionais, como na lógica. Será justamente este o ponto de divergência entre Frege e Kant que nos interessará aqui: o estatuto epistemológico da lógica e da aritmética.

Frege: lógica, aritmética e analiticidade

Nas primeiras páginas de sua principal obra, *Os fundamentos da aritmética*, Frege assume a sua posição com respeito ao estatuto da aritmética: segundo ele, a aritmética não é uma ciência autônoma, mas, ao em disso, é uma parte, um capítulo da lógica. Nesse sentido, os teoremas aritméticos nada mais são do que teoremas da lógica. Ora, se Frege vincula e submete a aritmética à lógica, e se, como afirmado há pouco, a lógica, mesmo em Kant, é uma ciência fundamentalmente analítica, a posição de Frege não poderia ser outra: os juízos aritméticos são analíticos, e não sintéticos a priori como queria Kant. Conforme acabamos de ver, Kant defende que os juízos analíticos são meramente explicativos e não produzem conhecimentos novos. Será, então, que Frege está afirmando que a aritmética, uma vez sendo analítica, é meramente explicativa e elucidativa, e que, portanto, não produz nada de novo? Será que o que Frege quer dizer, por exemplo, é que todas as leis aritméticas estão já contidas no conceito de número natural (que é o ponto de partida da aritmética) e que, portanto, os teoremas aritméticos e as propriedades todas dos números são obtidos por meio da análise desse conceito por aplicação pura e simples do princípio da não contradição? Enfim: que aquele que conhece o conceito de número natural, conhece também, ao menos de forma ainda implícita, toda a aritmética, e que o trabalho do matemático é simplesmente tornar isso explícito? A resposta é "não"; pelo fato de que o conceito fregeano de analiticidade é significativamente diferente do de Kant. E isso porque a lógica que Frege inaugurou em sua *Begriffschrift* é bastante diferente daquela lógica que Kant tinha em mente. Sobre a analiticidade Frege nos diz no parágrafo 3 dos *Fundamentos da aritmética*:

> ... importa, pois, encontrar sua demonstração (de uma verdade) e nela remontar até as verdades primitivas. Se nesse caminho somente encontramos leis lógicas gerais e definições, temos uma verdade analítica, pressupondo-se que também sejam consideradas as proposições sobre as quais se assenta a admissibilidade de uma definição ...[7]

[7] *Fundamentos da aritmética,* § 3.

Claro está, de acordo com a posição fregiana, que a analiticidade não se relaciona ao conteúdo dos conceitos, como em Kant, mas às razões demonstrativas que sustentam as inferências que impõem determinadas verdades[8]. A demonstração de qualquer teorema da aritmética, se a considerarmos analítica em sentido fregiano, deve, pois, ser levada adiante até que se chegue aos primeiros princípios; esses devem ser ou princípios lógicos elementares, como os de não contradição ou de identidade, ou definições. Tais definições, entretanto, não podem ser estipuladas senão por meio de mecanismos e categorias de natureza puramente lógicas. Daí a necessidade fregiana de elaborar uma definição lógica do conceito de número natural. As verdades aritméticas serão consideradas analíticas se o edifício sistemático da aritmética estiver assentado sobre alicerces que são da natureza exclusivamente lógica, sejam esses alicerces princípio lógicos, sejam definições obtidas no âmbito da lógica, sem referência a nenhuma outra ciência particular e sem apelo também à intuição ou outra faculdade qualquer que não seja a pura razão; se não fosse assim, seriam sintéticas:

> ... se não é possível, entretanto, levar a demonstração sem servir-se de verdades que não são de natureza lógica geral, mas que remetem a um domínio científico particular, a proposição é sintética.[9]

Há de se destacar aqui que, ao contrário do que ocorre em Kant, é possível, de acordo com o conceito fregiano de analiticidade, que uma verdade analítica não seja trivial e, por conseguinte, aumente nosso conhecimento. Analiticidade, em Frege, está diretamente relacionada às razões demonstrativas e não à maneira como os termos sujeito e predicado se relacionam em referência a um conceito (até porque não temos mais sujeito e predicado na lógica de Frege). Portanto, derivar teoremas a partir das verdades primitivas da aritmética, se realmente Frege conseguir estabelecer sua natureza lógica, será um procedimento analítico e, no entanto, uma atividade científica que está longe de ser trivial, de ser uma simples clarificação daquilo que já se sabe acerca das propriedades dos números. Não estão contidas no conceito de número natural, que deve ser o ponto de partida de toda aritmética, todas as propriedades de todos os números, nem tampouco as leis aritméticas gerais; elas são deduzidas a partir dos princípios fundamentais da aritmética, seguindo determinadas regras de inferência. Verdades analíticas, para Frege, produzem conhecimento efetivamente. Uma verdade analítica se obtém não

[8] É certo que também em Kant a analiticidade pode ser definida com relação à sua justificação que se assenta unicamente no princípio lógico da não contradição. Se o predicado está contido no conceito do sujeito, é contraditório negar um juízo analítico. Neste caso, o princípio lógico da não contradição é suficiente para justificar um juízo analítico. Justamente apoiado nesse fato é que cometo aqui talvez a imprudência de afirmar que para Kant a lógica é uma ciência analítica, o que pode levar à falsa conclusão de que os enunciados da lógica sejam juízos analíticos em sentido estrito. Não o são porque nos enunciados lógicos não há um conceito que seja o sujeito do juízo e que possua predicados como suas partes constituintes. Mas o fundamental a notar, aqui, é que Frege pensa o conceito de verdade analítica como uma verdade que se impõe dentro de um sistema formal axiomático-dedutivo, e ela se definirá pela consideração da natureza de suas premissas mais elementares.

[9] Ibidem.

pela decomposição de um conceito, mas por meio da derivação e dedução de verdades mais complexas a partir de verdades mais elementares, desde que essas verdades elementares sejam *a priori* e eminentemente racionais.

De acordo com a definição fregiana de analiticidade, para fundamentar a aritmética enquanto ciência analítica será necessário comprovar que as leis fundamentais da aritmética, a partir das quais estão assentados seus teoremas, são todas verdades lógicas gerais ou definições obtidas dentro do âmbito da lógica. Nos parágrafos 12 a 17 dos *Fundamentos da aritmética*, Frege trata de resolver essa questão. Basicamente, dois argumentos são oferecidos para justificar sua opção pela analiticidade da aritmética: um com referência à necessidade inabalável das suas verdades, outro com relação à universalidade de suas aplicações.

Vamos, primeiramente, abordar o argumento da necessidade. Kant imaginava que o caráter sintético *a priori* reivindicado por ele para as ciências em geral era suficiente para garantir a absoluta necessidade e universalidade das leis científicas. Isso graças ao caráter transcendental reivindicado por ele para as categorias subjetivas que determinariam a objetividade do conhecimento. Para Kant, objetividade é sinônimo de intersubjetividade e, nesse sentido, as formas puras da intuição sensível e as categorias do entendimento, embora subjetivas, seriam suficientes para garantir a objetividade, necessidade e universalidade dos juízos que fossem obtidos de forma *a priori*, ou seja, fundamentados ou pelo princípio lógico geral da não contradição (juízos analíticos) ou pela referência somente às formas puras da intuição e às categorias do entendimento (juízos sintéticos *a priori*). No entanto, a história se incumbiu de refutar Kant nesse particular. A descoberta de físicas não newtonianas e de geometrias não euclidianas comprovou definitivamente que, ao menos nos moldes kantianos, a universalidade da ciência não pode ser fundamentada a partir de categorias subjetivas. É possível construir todo um sistema geométrico, assentado em axiomas e definições, no qual, por exemplo, o postulado das paralelas não valha. É possível estabelecer princípios para uma geometria, e efetivamente levar adiante tal ciência demonstrativa, na qual o espaço possua outras propriedades que não aquelas estabelecidas por Euclides. Mesmo que isso não seja *intuitivo*. Ora, qual a importância dessas constatações para nossos propósitos? Segundo Frege, a possibilidade de geometrias não euclidianas demonstra que os princípios a partir dos quais a geometria se assenta não são princípios absolutamente universais, mas, em vez disso, repousam sobre nossa intuição do espaço; e a intuição, agora, fora do universo da *Crítica da razão pura,* não mais garante necessidade e universalidade absolutas. Frege afirma de forma incisiva que a intuição pode, ao menos em hipótese, ser contradita sem que isso implique em alguma impossibilidade lógica. E uma ciência dedutiva estabelecida a partir de princípios que contradizem a intuição, mas não contradizem os princípios lógicos mais elementares, não será uma ciência contraditória ou inconcebível racionalmente; será anti-intuitiva, porém pensável. Frege nos diz:

> Do ponto de vista do pensamento conceitual, sempre é possível assumir o contrário de um ou outro axioma da geometria, sem incorrer em contradições ao se fazer deduções a partir de tais assunções contraditórias à intuição. Tal possibilidade demonstra que os axiomas geométricos são independentes entre si e em relação às leis lógicas primitivas, e, portanto sintéticos ...[10]

[10] Ibidem, § 14.

Aliás, segundo Frege, foi justamente no momento em que se começou a indagar pelos fundamentos lógicos da geometria que o axioma das paralelas foi questionado[11], e abriu-se o caminho para a edificação de uma geometria do espaço não plano. Isso é o suficiente, segundo Frege, para determinar o caráter sintético da geometria euclidiana (e das geometrias em geral): demonstrando os teoremas geométricos a fim de remontar às verdades mais elementares que estão em sua base não encontramos somente princípios lógicos ou definições estabelecidas no âmbito da própria lógica, mas princípios fundamentados na intuição pura do espaço. Negar alguns desses princípios pode gerar uma geometria contraintuitiva, mas, ainda assim, uma geometria possível e pensável.

Já na aritmética, isso não acontece. Kant havia considerado as matemáticas (geometria e aritmética) e a física como sintéticas *a priori* e, por isso mesmo, de acordo com seu ponto de vista, necessários e universais. Os fatos mostraram, contudo, a possibilidade de tanto da edificação de físicas não newtonianas, quanto de geometrias não euclidianas. Mas não se pode, de maneira alguma, conceber alguma outra aritmética na qual os princípios fundamentais sejam outros e, conseqüentemente, as propriedades dos números sejam diferentes daquelas que conhecemos. Podemos conceber uma geometria na qual as "paralelas" se cruzam, mas não podemos conceber uma aritmética na qual as propriedades dos números sejam outras; na qual, por exemplo, os números pares não sejam divisíveis por dois. A conclusão que Frege pôde extrair, a partir desse argumento particular, é que a aritmética, ao contrário do que ocorre na geometria que é eminentemente intuitiva, deve assentar-se sobre princípios puramente lógicos, e, por isso mesmo, absolutamente objetivos e necessários. Somente uma fundamentação puramente racional pode proporcionar necessidade inabalável às leis aritméticas. Portanto, de acordo com a definição de analiticidade exposta acima, a aritmética deve ser uma ciência analítica. Podemos pensar a partir de premissas contrárias à intuição, mas não podemos pensar senão obedecendo as leis do pensamento[12]. Portanto, para Frege, aritmética é, como a lógica, a manifestação pura dessas leis necessárias da razão.

O outro argumento, diretamente relacionado ao anterior, que Frege utiliza em favor da analiticidade da aritmética, diz respeito não à necessidade, mas à universalidade inabalável de suas leis. Por estar relacionada com nossa intuição pura do espaço, certamente estão sob os domínios da geometria todos os fenômenos espaciais. Nesse sentido, ela está restrita ao reino do que é intuível ou do efetivamente real[13]. A aritmética,

---

11 Ibidem, § 2.

12 O conceito de Pensamento (Gedanke) é muito caro ao pensamento de Frege; de acordo com o autor, pensamento não é o processo subjetivo de pensar, mas o conteúdo objetivo expresso pela proposição. É, pois, aquilo a que se atribui verdade ou falsidade. Nesse sentido, Frege pode identificar o que ele chama de "leis do pensamento" com o que chama de "leis do ser verdadeiro", isto é, as leis da lógica. Ver O pensamento (Der Gedanke).

13 Uma das principais teses fregianas é aquela que distingue o que é efetivamente real do que é objetivo, e que essa é uma tese eminentemente epistemológica que fundamenta o chamado "terceiro reino" fregiano. A distinção epistemológica entre o que pode ser conhecido por meio dos sentidos e o que pode ser "captado" pelo pensamento, que em Frege tem um caráter absolutamente objetivo, determinará os âmbitos do real e/ou intuível e do objetivo não real, ou seja, o meramente pensável.

por sua vez, tem uma abrangência muito maior, estando envolvida em qualquer âmbito da atividade racional. A aritmética é, pois, ao contrário da geometria, absolutamente universal em sua aplicação e abrangência, pois se aplica a todo universo do entendimento humano, seja com relação ao que é real e intuível, seja com relação ao meramente pensável.

> Os delírios extravagantes, as invenções mais atrevidas das lendas dos poetas, que fazem animais falarem, as estrelas imobilizarem-se, as pedras transformarem-se em homens e os homens em árvores, e contam como sair de um pântano puxando os próprios cabelos, tudo isso, à medida que permanece intuível, está preso aos axiomas da geometria [...] As verdades aritméticas governam o domínio do enumerável. Este é mais inclusivo; pois não lhe pertencem apenas o efetivamente real nem apenas o intuível, mas todo o pensável.[14]

Isso significa que, mesmo onde a intuição espacial não joga nenhum papel, como, por exemplo, quando dizemos que existem duas ou três maneiras possíveis de resolver um problema matemático, no âmbito de conceitos abstratos como os de felicidade, liberdade e justiça, que são três enfim, fora daquilo que podemos conceber com submetido ao reino do espacial, ainda assim, as leis da aritmética valem e operam. Não é possível conceber espacialmente a *justiça*, a *liberdade* ou a *felicidade*, não é possível operar geometricamente sobre tais conceitos, mas é possível enumerá-los. Não é possível intuir espacialmente maneiras distintas de se demonstrar um mesmo teorema, mas posso dizer que existem duas ou três maneiras de se chegar a tal demonstração. Enfim, não se pode exercer a atividade racional do pensamento prescindindo das leis aritméticas, como também não o podemos prescindindo da lógica. A aritmética, ao contrário da geometria, possui a objetividade, necessidade e universalidade comparáveis somente às da própria lógica enquanto tal. Onde estiverem presentes as leis mais elementares da racionalidade, lá estarão a lógica e a aritmética, que, em verdade, não são duas coisas dentro do universo de Frege, mas faces de uma única e mesma ciência universal da razão. Essas teses parecem ser suficientes para endossar a posição logicista fregiana: dada sua total abrangência e necessidade, a aritmética pode se assentar somente se estabelecida dedutivamente a partir de verdades lógicas elementares e de definições realizadas por meio de mecanismos puramente lógicos.

Frege e a objetividade

Para Frege, o número natural, de cujo conceito deve derivar toda aritmética, é um objeto lógico. Não nos cabe aqui expor a maneira como ele elabora sua definição lógica de número – ou, mais precisamente, de número enquanto objeto lógico –, mas, tão somente, apontar um aspecto importante da concepção fregiana de número: a tese de que números são objetos possui, além de seu aspecto ontológico, uma roupagem fortemente epistemológica, pois esta faz referência a alguma faculdade cognitiva racional capaz de conhecê-lo. A análise lógica do pensamento, cuja expressão na linguagem se dá por meio das sentenças[15], dividiu o universo lógico em duas categorias: *conceito* e

[14] Ibidem, § 14.
[15] Der Gedanke. In: *Kleine Schriften,* p. 345.

objeto. Conceitos são insaturados, incompletos e necessitam ser preenchidos por objetos para que se constitua um conteúdo proposicional, um sentido, ou seja, um *Gedanke*[16]. Objetos são entidades completas e saturadas. O número pertence ao segundo grupo

No entanto, conceber o número como objeto lógico, como entidades saturadas em oposição aos conceitos saturados e completos, é apenas um sentido no qual se deve tomar a objetividade da aritmética. Devemos levar em consideração, ao tratarmos da objetividade das proposições aritméticas, a posição fregiana que desvincula o conceito de número, por um lado, de nossas representações, e, por outro, da dependência do mundo exterior disponível aos sentidos. Para instituir sua tese referente à objetividade da aritmética, Frege teve que trabalhar em, pelo menos, duas frentes: precisou estabelecer a independência dos números, tanto com relação a entidades mentais e processos psicológicos, quanto com relação às impressões sensíveis.[17] Com a primeira distinção, afirma-se a objetividade da aritmética; com a segunda, seu caráter não empírico; é esse o *status* peculiar que assumem o conceito de número e a aritmética como um todo aos olhos de Frege: são objetivos, mas não são empíricos.

Consideremos, primeiramente, a tese fregiana na qual o autor se opõe àqueles que consideram número uma "entidade" subjetiva, dependente das – ou equivalente às – representações e toda sorte de manifestações psicológicas. Ao se contrapor à tese de que o número é uma representação, Frege nos diz:

> Uma descrição dos processos internos que precedem à formulação do juízo numérico, ainda que correta, nunca poderá ser substituto de uma determinação genuína do conceito (de número). Nunca se poderá recorrer a ela para a demonstração de uma proposição aritmética: por intermédio delas não aprendemos nenhuma propriedade dos números.[18]

Dois motivos levam Frege a negar a interferência de processos e entidades mentais na aritmética: em primeiro lugar, por conta do problema da objetividade dessa ciência; se ela for fundamentada a partir da consideração dos processos psíquicos, certamente, dentro do universo em que Frege trafega, terá uma validade tão somente privada. Em segundo lugar, porque as descrições de processos psíquicos e aquilo que pode ser obtido a partir dessas descrições não interferem absolutamente nas razões que sustentam as deduções e o cálculo. A partir disso, Frege expõe sua tese de que o número é algo objetivo, mas que, nem por isso, é algo empírico, dependente da percepção externa:

> O botânico quer dizer algo tão factual quando indica o número de pétalas de uma flor como quando indica sua cor. Uma não depende mais de nosso arbítrio do que a outra. Há, portanto, certa semelhança entre o número e a cor; mas ela não consiste em serem ambos perceptíveis pelos sentidos a partir de coisas exteriores, mas de serem ambos objetivos.[19]

---

16 Ver *Conceito e objeto* (*Über Begriff und Gegenstand*).

17 Na seção que vai dos parágrafos 21 a 25 dos *Fundamentos da aritmética*, Frege trata de derrubar a tese de que os números são propriedades das coisas exteriores; nos parágrafos 26 e 27, refuta a posição daqueles que os consideram algo subjetivo.

18 *Fundamentos da aritmética*, § 26.

19 Ibidem.

E depois:

> Distingo o objetivo do palpável, espacial e do efetivamente real ...[20]

Como é possível notar, Frege desvincula as verdades aritméticas das explicações causais referentes à elaboração do juízo numérico, garantindo, assim, sua objetividade. Na medida em que o número não é dependente de coisas cuja validade é apenas privada, a aritmética se estabelece, segundo Frege, como uma ciência objetiva e universal. Mas isso não deve significar, necessariamente, que, uma vez não sendo dependentes do universo psicológico, os juízos aritméticos sejam factuais, comparáveis aos juízos que expressam verdades empíricas acerca do mundo físico. Estamos, pois, diante da enunciação da célebre tese fregiana acerca do terceiro reino, o reino da objetividade não real. A história da filosofia acostumou-se a estabelecer uma dicotomia entre sujeito, de um lado, e objeto, do outro. O que ocorre "internamente" na mente de algum ser pensante, aquilo que depende das suas determinações privadas como sua história mental, desejos, expectativas... pertencem ao reino da subjetividade. Aquilo que é "externo", real no sentido de palpável, tangível, enfim, que pode ser percebido pelos sentidos externos, é objetivo. Nesse sentido, objetividade e subjetividade são categorias que dependem muito mais de certa determinação de "lugar" (*dentro* ou *fora* da mente) do que de outros critérios de ordem lógica ou epistemológica. Frege, ao propor sua tese do terceiro reino, da objetividade não real, coloca a relação objetividade/subjetividade em outros termos, em termos não de uma determinação de lugar, mas como uma distinção eminentemente epistemológica, diretamente dependente das faculdades envolvidas.

> ... entendo por objetividade uma independência com respeito ao nosso sentir, intuir, representar, ao traçado de imagens internas a partir de lembranças de sensações exteriores, mas não uma independência com relação à razão.[21]

Frege, distingue, portanto, faculdades eminentemente subjetivas, como a intuição, representação, imaginação, das faculdades que produzem conhecimentos objetivos. E essas segundas são duas e não uma só: sentidos da percepção externa, que garante o acesso ao objetivo real, e a razão, que garante acesso ao objetivo não real. E os números estão ligados a esta última opção: não são propriedades exteriores das coisas percebidas pelos sentidos, mas também não são "entidades subjetivas" como representações ou algo dependente das representações e de nossas faculdades de representar ou imaginar. São objetos cujo acesso somente pode ser possível por meio da faculdade cognitiva racional, faculdade essa que é o fundamento epistemológico do chamado terceiro reino. O reino da objetividade não real é o reino da razão, daquilo que não depende das condições subjetivas do pensamento atual nem das condições objetivas do mundo físico.

Neste sentido, pode-se afirmar que o projeto logicista fregiano consiste num trabalho de purificação racional dos conceitos envolvidos nas ciências demonstrativas analíticas (segundo ele, lógica e aritmética; ou melhor: lógica, pois a aritmética é entendida como um ramo da lógica). Ora, diante do que estamos vendo, tal trabalho de purificação

---

20 Ibidem.
21 Ibidem.

significa isolar o que é da alçada exclusivamente da faculdade racional em relação aos elementos cognitivos dependentes das outras faculdades. Os princípios lógicos – e, conseqüentemente, a aritmética, que, segundo Frege, é estabelecida exclusivamente a partir deles – não são extraídos do mundo exterior pelos sentidos, como quer Mill, por exemplo, nem tampouco são "entidades" psicológicas, produzidas por meio de nossas faculdades subjetivas, como a intuição, representação e imaginação; em vez disso, são acessíveis tão somente por meio de nossa faculdade racional. São, portanto, princípios universais e imutáveis; não podem depender da faculdade cognitiva relacionada à sensibilidade exterior, nem tampouco de ocorrências, processos ou entidades de natureza psicológicas.

Nesse sentido, a distinção entre objetividade e subjetividade assume uma dimensão que pode ser estabelecida em termos da distinção entre o que é privado e o que possui validade intersubjetiva. Em realidade, Frege não nega que processos subjetivos estejam diretamente envolvidos na produção de conhecimento em geral, nas atividades comunicativas ou nos raciocínios lógico-matemáticos, quando realizados efetivamente pelos sujeitos. Tal como Mill já o fizera, Frege distingue o ato subjetivo do juízo – i.e., o reconhecimento de que um pensamento é verdadeiro –, que pode ser explicado por meio de causas psicológicas, do conteúdo objetivo que é considerado verdadeiro no ato do juízo. As explicações psicológicas somente podem dar conta do ato do juízo, não do conteúdo objetivo que é aceito como verdadeiro nesse ato. Mas elas não são relevantes e não devem ser consideradas, ao menos no que tange à lógica e, consequentemente, à aritmética; essas ciências habitam o universo da pura razão.

Considerações finais

O que há de mais significativo a ser apontado na crítica fregiana à aritmética intuitiva de Kant é o fato de que o fundador da lógica contemporânea, num importante sentido, realizou algo com uma revalorização da razão pura enquanto faculdade cognitiva capaz de proporcionar conhecimento necessário, universal e cumulativo. É na aritmética – e não propriamente na metafísica ou na geometria, como a tradição pretendeu durante séculos – que Frege vislumbrou a possibilidade de edificação de um sistema dedutivo fundado em bases puramente racionais. Os autores divergem quanto à faculdade cognitiva responsável pela fundamentação da aritmética. Trata-se, pois, de uma disputa prioritariamente epistemológica e, nesse sentido, Frege trafega, diferentemente do que acreditam alguns intérpretes[22], nas mesmas vias de Kant; chegam, no entanto, a destinos

22 Dummet, por exemplo, defende uma posição que coloca Frege como uma espécie de inaugurador de um certo modelo de se fazer filosofia, desvinculado da preocupação prioritariamente epistemológica típica do pensamento moderno em favor de um modelo filosófico lógico-semântico-analítico. Ele nos diz: "From the times of Descartes until very recently the first question of philosophy was what we can know and how we can justify our claim to this knowledge, and the fundamental philosophical problem was how far skepticism can be refuted and how far it must be admitted. Frege was the first philosopher after Descartes totally to reject this perspective, and in this respect he looked beyond Descartes to Aristotle and the Scholastics. For Frege, as for them, logic was the beginning of philosophy; if we do not get logic right, we shall get nothing else right. Epistemology,

diferentes. Onde Kant viu a necessidade de apelo à intuição sensível do tempo, Frege viu a necessidade de reformulação sintática da lógica; onde Kant viu a atividade transcendental do sujeito realizando sínteses a partir de intuições fornecidas por nossa faculdade sensível, Frege viu processos analíticos de inferência a partir de premissas puramente racionais, uma vez obtidas no âmbito da própria lógica, como seu conceito de número natural. Portanto, trata-se de respostas diferentes a um mesmo problema. Nesse sentido, talvez seja exagerado acreditar que Frege rompeu definitivamente com o modelo de filosofia tipicamente epistemológica que marcou a modernidade crítica ao inaugurar um novo modelo lógico-analítico de se fazer filosofia. Os problemas lógico-semânticos que se impuseram a Frege em sua empreitada, cujas respostas geraram nada menos do que os célebres escritos semânticos da década de 1880, surgiram muito mais como consequências sistemáticas do projeto fregiano prioritário, exposto com todas as letras nos *Fundamentos da aritmética*, do que propriamente por um projeto consciente e deliberado de reformulação metodológica da filosofia a partir da análise lógica da linguagem. Os *Fundamentos da aritmética* não são um livro de matemática, de lógica ou de semântica, mas de epistemologia das matemáticas, tal como a *Crítica da razão pura*[23], em parte, também o é. Importa a Frege, prioritariamente, demarcar que ciências são da alçada de que faculdades cognitivas, e esse é um problema fortemente kantiano. A suposta ruptura representada pelo pensamento de Frege com relação ao modelo filosófico representado por Kant nada mais é, de fato, do que uma divergência pontual. E essa divergência pontual manifestada por Frege com relação ao fundamento epistemológico da aritmética, certamente, o lançará para bem longe do universo no qual Kant transita. Mas o mais importante a ser salientado é que tal divergência somente ocorre porque ambos, em parte, se colocam, neste particular abordado aqui, diante de um mesmo problema.

---

on the other hand, is not prior to any other branch of philosophy; we can get on with philosophy of mathematics, philosophy of science, metaphysics, or whatever interests us without first having undertaken any epistemological inquire at all. It is this shift of perspective, more than anything else, wish constitute the principal contrast between contemporary philosophy and its forebears, and from this point of view Frege is the first modern philosopher" (*Truth and others enigmas*, p. 89).

De acordo com nossa posição, o diagnóstico que faz Dummet com relação ao que significou o advento da filosofia analítica contemporânea em oposição ao subjetivismo tipicamente moderno é correto. Ele peca, porém, ao situar o pensamento de Frege como o marco da virada lógico-semântica na história da filosofia. Basicamente por dois motivos: a) porque antes de Frege, Stuart Mill, em seu sistema de lógica, assumiu posição muito mais próxima ao modelo lógico-analítico predominante na filosofia anglo-saxônica no século XX; b) porque Frege não rompe definitivamente com o modelo epistemológico representado, sobretudo, pela filosofia crítica kantiana. Este tema foi desenvolvido mais agudamente em minha tese de doutorado, *J. S. Mill e o psicologismo: o* System of Logic *nas origens da filosofia contemporânea.* PUC-SP, 2006.

23 Certamente seria muito simplório e, por isso, equivocado, reduzir a Crítica da razão pura a uma epistemologia das matemáticas; porém, não se pode negar que o projeto global da grande obra kantiana inclui também, e exercendo um papel fundamental na arquitetura sistemática da filosofia crítica, uma epistemologia da matemática.

Referências bibliográficas

FREGE, G.: *Die Grundlagen der Arithmetik*. Hildesheim; Zürich; New York: Georg Olms, 1990. [Edição citada: ________. *Os fundamentos da aritmética*. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. São Paulo: Abril Cultural, 1974. (Os pensadores)]

________. Über Begriff und Gegenstand; Der Gedanke. In: ________. *Kleine Schriften*. Hildenshein: Georg Olms, 1967.

DUMMET, M. *Truth and Others Enigms*. Cambridge, Massachussets: Harvard University Press, 1978.

________. *The Interpretation of Frege's Philosophy*. Cambridge, Massachussets: Harvard University Press, 1981.

KANT, I. *Kritik der reinen Vernunft*. Ed.: R. Schmidt. Hamburg: 1958 (1781). [Edição citada: *Crítica da razão pura*. Trad. Manuela Pinto dos Santos. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1989]

Endereço / Address

Lúcio Lourenço Prado
Departamento de Filosofia
Universidade Estadual Paulista - UNESP / Campus Marília – SP
Faculdade de Filosofia e Ciências
Av. Hygino Muzzi Filho, n.º 737
Marília – SP
CEP 17525-900

Data de recebimento: 19/7/2009
Data de aprovação: 20/8/2009