

Lógicas Paraclássicas: Exposição, Defesa e Problemas

Paraclassical Logics: Exposition, Defense, and Problems

Frank Thomas Sautter

Dep. de Filosofia da Universidade Federal de Santa Maria
sautter@terra.com.br

Hércules de Araújo Feitosa

Dep. de Matemática da Universidade Estadual Paulista – Bauru
haf@fc.unesp.br

Resumo: Este trabalho é uma exposição sistemática da troca de correspondência entre os autores, na qual foram discutidos os fundamentos das lógicas paraconsistentes.

Palavras-chave: Lógicas Paraconsistentes. Idempotência. Dualidade.

Abstract: *This work is a systematic exposition of the authors exchange of correspondence, in which the foundations of paraconsistent logics has been discussed.*

Keywords: *Paraconsistent Logics. Idempotency. Duality.*

1. Introdução

As pessoas são conscientes de uma variedade de crenças. As crenças acreditadas por uma pessoa restringem-se às crenças das quais ela está consciente ou também incluem aquelas crenças apenas implicadas por crenças das quais está consciente? Qualquer que seja a alternativa correta, pode acontecer que o conjunto das crenças acreditadas por alguém seja inconsistente, isto é, pode acontecer que elas não possam ser simultaneamente satisfeitas. A noção de satisfação não é uma noção absoluta, pois depende da identificação das expressões sincategoremáticas constantes nas crenças e da interpretação dessas expressões sincategoremáticas. Portanto, vamos, a título de ilustração, fixar a noção de satisfação relativamente à lógica proposicional clássica¹.

Nessa lógica, a satisfação de uma crença traduz-se na sua verdade numa situação possível, e a satisfação simultânea de um conjunto de crenças traduz-se na verdade delas numa mesma situação possível.

Em face da identificação de um conjunto inconsistente de crenças, podemos ter dois tipos principais de reação. Podemos reagir exclamando: “É inconsistente naquilo em que se acredita, mas não quer dizer que se acredite em tudo!”, ou podemos reagir

¹ Isso é admissível porque crenças podem ser traduzidas em proposições.

exclamando: “Se alguém acredita nisso, então acredita em tudo!” O primeiro tipo de reação ocorre, geralmente, quando se trata de crenças não fundamentais, crenças que podem ser modificadas sem alterar radicalmente o conjunto das crenças de uma pessoa; o segundo tipo de crença, por sua vez, não pode ser modificado sem que se altere radicalmente o conjunto das crenças acreditadas por alguém. Nesse último caso, trata-se, geralmente, de crenças fundamentais.

Essa distinção de natureza psicológica, relativamente a conjuntos inconsistentes de crenças, propicia a ocasião para a distinção de natureza lógica entre meramente inconsistente e trivializável.

Para compreender essa distinção, é preciso introduzir-se a noção de consequência. Acima, dissemos que o conjunto das crenças acreditadas por uma pessoa pode, conforme o ponto de vista adotado, incluir não apenas as crenças das quais ela está consciente, mas também as crenças implicadas por essas crenças das quais está consciente. Essa noção informal de implicação tem o seu correlato formal na relação de consequência. Diz-se que um conjunto Ω de crenças é consequência de um conjunto Γ de crenças quando, sempre que Γ pode ser satisfeito numa dada situação possível, Ω também pode ser simultaneamente satisfeito nessa dada situação possível.

Se, como vimos, a noção de satisfação não é absoluta, então a relação de consequência também não deve ser absoluta. Cada lógica é caracterizável por uma relação de consequência. Mais tarde veremos algumas condições que tradicionalmente são exigidas para que uma relação de consequência caracterize uma lógica.

Indiquemos por \mathbf{C} a relação de consequência que caracteriza a lógica proposicional clássica. Além disso, anotemos $\mathbf{C}(\Gamma) = \Omega$ quando Ω é consequência de Γ , segundo a lógica proposicional clássica (e de modo semelhante para outras relações de consequência).

Diz-se que um conjunto G de crenças é trivializável segundo a relação de consequência \mathbf{C} , quando $\mathbf{C}(\Gamma)$ é o conjunto de todas as crenças². Na lógica proposicional clássica, ocorre que todo conjunto inconsistente é trivializável. Isso quer dizer que, se quisermos modelar as principais reações a um conjunto inconsistente de crenças, só o podemos fazer parcialmente com auxílio da lógica proposicional clássica. A reação a conjuntos de crenças fundamentais pode ser modelada na lógica proposicional clássica, mas a reação a conjuntos de crenças não fundamentais não o pode.

Para a modelagem de situações nas quais existem conjuntos inconsistentes, porém não trivializáveis de crenças, foram propostas as lógicas hoje conhecidas como “lógicas paraconsistentes”.

Propomo-nos, aqui, a examinar e defender uma família de lógicas paraconsistentes sugeridas por N.C.A. da Costa e desenvolvidas por E. G. de Souza (SOUZA, 1998), denominadas “lógicas paraclássicas”. Essa família de lógicas tem, a nosso ver, características únicas e marcantes, frente a outras lógicas paraconsistentes disponíveis na literatura. Elas são compatíveis com a concepção segundo a qual a lógica proposicional clássica tem prioridade ontológica em relação às demais lógicas proposicionais; e nela está refletida a seriedade com a qual consideramos a nota definitiva e as características desejáveis de uma lógica paraconsistente, idealizadas por N.C.A. da Costa no seu *opus magnum*, *Sistemas formais inconsistentes* (Da COSTA, 1993). Desenvolvemos, também, um novo resultado e propomos alguns problemas para desenvolvimentos posteriores.

² Na seqüência utilizaremos indistintamente “proposição” e “crença”.

2. Caracterização de uma Lógica Paraconsistente

Na “Introdução” de *Sistemas formais inconsistentes*, Newton C.A. da Costa enumera cinco itens nos quais são descritas propriedades da família C_n de cálculos paraconsistentes. Desses itens, interessam-nos os três primeiros:

- (i) Neles [nos cálculos C_n] não é válido o esquema $\neg(A \ \& \ \neg A)$ que exprime o princípio da não contradição;
- (ii) Em qualquer um deles, de duas proposições contraditórias não se pode deduzir, em geral, qualquer proposição;
- (iii) Nos cálculos mencionados, em certo sentido preciso, são verdadeiros o máximo de esquemas e de regras de dedução que valem no cálculo clássico... (Da COSTA, 1993, p. 4).

O proponente utiliza, aqui, um tratamento sintático dessas questões. Portanto, onde lemos “deduzir” e cognatos, leiamos, para efeito de comparação, “ter como consequência” etc. Observemos também que Da Costa utiliza aqui uma noção bastante liberal de lógica (cálculo), adaptada do Princípio de Tolerância de Carnap, segundo a qual qualquer relação de consequência caracteriza uma lógica.

No segundo item, podemos ter em conta, no lugar de pares de proposições (ou, em nosso caso, crenças) contraditórias (tais que, se uma é satisfazível numa dada situação possível, a outra não é satisfazível nessa mesma situação possível), conjuntos inconsistentes de crenças.

Nosso entendimento desses itens é que o segundo constitui o núcleo das lógicas paraconsistentes; nele está expressa a nota definitiva das lógicas paraconsistentes, a saber, que da inconsistência não se segue, em geral, a trivialização. Observemos, além disso, que Da Costa exige apenas que *em geral* não se deduza nenhuma proposição. Mas os cálculos (lógicas) apresentados naquele trabalho, a família C_n , são tais que *nunca* um conjunto inconsistente é trivializável, não podendo modelar o segundo tipo de reação aludida na Introdução deste trabalho. Por outro lado, o primeiro e terceiro itens constituem, por assim dizer, apenas características desejáveis das lógicas paraconsistentes. Observemos que, além disso, o primeiro item contrapõe-se ao terceiro: se quisermos preservar o máximo da lógica clássica, isso pode exigir que nos esforcemos em preservar também o Princípio de Não-Contradição!

A lógica paraclássica³, a ser apresentada na próxima seção, realiza o segundo item da seguinte maneira:

- (a) De duas proposições contraditórias *nunca* se pode deduzir, em um sentido a ser precisado a seguir, uma proposição qualquer;
- (b) Da inconsistência de um conjunto de proposições não se pode deduzir, em um sentido a ser precisado a seguir e distinto daquele imediatamente acima aludido, *em geral*, uma proposição qualquer.

Além disso, a lógica paraclássica não cumpre com a característica desejável de lógicas paraconsistentes expressa no primeiro item, a saber, que na lógica paraclássica o

³ Daqui por diante entenda-se por “lógica paraclássica” a lógica paraclássica associada à lógica proposicional clássica.

Princípio de Não-Contradição tem validade universal; isso, e o modo como a lógica paraclássica é construída, leva-nos a sustentar que ela cumpre *idealmente* a característica desejável expressa no terceiro item. As características acima aludidas da lógica paraclássica (a preservação de princípios clássicos e o modo como é obtida) tornam-na uma alternativa atraente àqueles que sustentam a prioridade ontológica da lógica clássica sobre as demais lógicas.

3. Caracterização de Lógica Paraclássica

Definimos, a seguir, uma relação entre conjuntos de proposições (crenças) da linguagem da lógica proposicional clássica, construída com auxílio da relação de consequência \mathbf{C} da lógica proposicional clássica. A construção pode ser generalizada de tal modo que, em lugar de \mathbf{C} , podemos utilizar diversas outras relações de consequência para a obtenção de toda uma família de lógicas.

Antes de prosseguirmos, definamos relação de consequência, segundo uma visão tradicional, para que caracterize uma lógica com base coleção de características. Uma versão levemente modificada desse conjunto de características foi inicialmente proposta por Tarski, motivo pelo qual denominamos as relações de consequência que atendem a tais exigências de “operadores de Tarski”.

Seja L uma linguagem e For o conjunto das fórmulas de L . Um operador de Tarski em L é uma relação $O \subseteq \mathcal{P}(\text{For}) \times \mathcal{P}(\text{For})$ tal que:

- (i) (caráter total) Se $G \subseteq \text{For}$, então existe H tal que $\langle G, H \rangle \in O$;
- (ii) (caráter funcional) Se $\langle G, H \rangle \in O$ e $\langle G, I \rangle \in O$, então $H = I$;
- (iii) (reflexividade) Se $\langle G, H \rangle \in O$, então $G \subseteq H$, ou seja, $G \subseteq O(G)$;
- (iv) (idempotência) Se $\langle G, H \rangle \in O$ e $\langle H, I \rangle \in O$, então $H = I$, ou seja, $O(O(G)) = O(G)$;
- (v) (monotonicidade) Se $G \subseteq H$ e $\langle G, I \rangle \in O$ e $\langle H, J \rangle \in O$, então $I \subseteq J$, ou seja, se $G \subseteq H$, então $O(G) \subseteq O(H)$.

A relação de consequência da lógica proposicional clássica é um operador de Tarski.

Seja \mathbf{C} a relação de consequência da lógica proposicional clássica e For o conjunto das fórmulas da lógica proposicional clássica em uma linguagem $L(\neg, \wedge, \vee, \rightarrow)$.

Definimos a relação de consequência $\mathbf{C}_p: \mathcal{P}(\text{For}) \rightarrow \mathcal{P}(\text{For})$ da lógica paraclássica associada a \mathbf{C} , de tal modo que:

$$\mathbf{C}_p(\Gamma) = \Gamma \cup \cup \{ \mathbf{C}(\Gamma^*) / \Gamma^* \subseteq \Gamma \text{ e } \mathbf{C}(\Gamma^*) \neq \text{For} \}^4,$$

⁴ Seria preferível o *definiens* $\cup \{ \mathbf{C}(\Gamma^*) / \Gamma^* \subseteq \Gamma \text{ e } \mathbf{C}(\Gamma^*) \neq \text{For} \}$ em lugar de $\Gamma \cup \cup \{ \mathbf{C}(\Gamma^*) / \Gamma^* \subseteq \Gamma \text{ e } \mathbf{C}(\Gamma^*) \neq \text{For} \}$, mas ele não atende à condição de reflexividade dos operadores de Tarski; basta considerar o caso em que $\Gamma = \{ \leftrightarrow \neg \alpha \}$, pois então $\mathbf{C}_p(\Gamma)$ seria idêntico a \emptyset . Também seria possível a seguinte definição por casos: $\mathbf{C}_p(\Gamma) = \cup \{ \mathbf{C}(\Gamma^*) / \Gamma^* \subseteq \Gamma \text{ e } \mathbf{C}(\Gamma^*) \neq \text{For} \}$ se $\cup \{ \mathbf{C}(\Gamma^*) / \Gamma^* \subseteq \Gamma \text{ e } \mathbf{C}(\Gamma^*) \neq \text{For} \} \neq \text{For}$; e $\mathbf{C}_p(\Gamma) = \Gamma$ caso contrário. Nesta situação um conjunto não-trivial *nunca* teria consequências (paraclássicas) trivializáveis. Mas, neste caso, falharia a condição de monotonicidade dos operadores de Tarski; basta considerarmos o caso em que $\Gamma_1 = \{ \alpha, \neg \alpha \}$ e $\Gamma_2 = \text{For} - \{ \beta \rightarrow \alpha \}$, donde segue que $(\beta \rightarrow \alpha) \in \mathbf{C}_p(\Gamma_1)$ mas $(\beta \rightarrow \alpha) \notin \mathbf{C}_p(\Gamma_2)$.

ou seja, $C_p(\Gamma)$ é a reunião de Γ e das conseqüências clássicas de todos os subconjuntos de Γ , cujas conseqüências clássicas não são triviais.

Na seção anterior, alegamos que C_p cumpriria o segundo item proposto por Newton C.A. da Costa de duas maneiras distintas; essas duas maneiras são cumpridas do seguinte modo: (i) a condição $C(\Gamma^*) \neq \text{For}$ codifica a primeira maneira, a saber, que de duas proposições contraditórias nunca se pode deduzir uma proposição qualquer; (ii) a segunda maneira é cumprida à medida que exista pelo menos um conjunto Γ cujas conseqüências clássicas são triviais, mas $\Gamma \cup \{C(\Gamma^*) / \Gamma^* \subseteq \Gamma \text{ e } C(\Gamma^*) \neq \text{For}\} = C_p(\Gamma)$ não é trivial (ver Proposição 3, abaixo).

A nosso ver, C_p também cumpre “idealmente”, e por construção, o terceiro item proposto por Newton C.A. da Costa.

4. Resultados Notáveis, Antigos e Novos

Os três primeiros resultados são conhecidos na literatura. A definição de n -idempotência e a demonstração da 2-idempotência de C_p são, ao que tudo indica, novos resultados.

Proposição 1: C_p não é um operador de Tarski, pois falha a idempotência.

Demonstração:

(i) (reflexividade) $\Gamma \subseteq C_p(\Gamma)$.

(ii) (monotonicidade) Se $\Gamma_1 \subseteq \Gamma_2$, então $C_p(\Gamma_1) \subseteq C_p(\Gamma_2)$.

(ii) (falha da idempotência) Não é o caso que $C_p(C_p(\Gamma)) = C_p(\Gamma)$, para todo Γ . A seguinte demonstração encontra-se em (De SOUZA, 1998, p. 109). Seja $\Gamma = \{\alpha, \neg\alpha\}$. Assim, $\alpha \vee \beta \in C_p(\Gamma)$ e $\neg\alpha \in C_p(\Gamma)$. Logo, $\{\alpha \vee \beta, \neg\alpha\} \subseteq C_p(\Gamma)$. Mas, como $\beta \in C_p(\{\alpha \vee \beta, \neg\alpha\})$, então $\beta \in C_p(C_p(\Gamma))$. Porém, $\beta \notin C_p(\Gamma)$. ■

Proposição 2: $C_p(\Gamma) \subseteq C(\Gamma)$, ou seja, na concepção liberal de lógica adotada por Da COSTA, a lógica paraclássica associada à lógica proposicional clássica é uma sublógica da lógica proposicional clássica. ■

Proposição 3: Existe um conjunto Γ inconsistente para o qual $C_p(\Gamma)$ não é trivial.

Demonstração: Para $\Gamma = \{\alpha, \neg\alpha\}$ tem-se que $(\alpha \leftrightarrow \neg\alpha) \notin C_p(\Gamma)$. ■

Desde que a idempotência de C_p falha, iremos generalizar a noção de idempotência e demonstrar que esta versão fraca de idempotência é válida para C_p .

Consideremos, inicialmente, a seguinte definição recursiva da iteração de uma relação de conseqüência qualquer C :

$$C_0(\Gamma) =_{\text{def}} \Gamma$$

$$C_{n+1}(\Gamma) =_{\text{def}} C(C_n(\Gamma)), \text{ para } n \geq 0.$$

Dizemos que C é n -idempotente, para $n > 0$, se $C_{n+1}(\Gamma) = C_n(\Gamma)$, para todo Γ , e $C_n(\Gamma) \neq C_{n-1}(\Gamma)$, para algum Γ . Segundo essa definição, C é 1-idempotente.

Proposição 4: C_p é 2-idempotente.

Demonstração: Sejam Γ um conjunto dado e Ω o subconjunto das conseqüências clássicas de Γ . Daí, $C_p(\Omega) = C(\Omega)$ e, portanto, $C_p(C_p(C_p(\Omega))) = C_p(C_p(\Omega))$. Além disso, se Ψ é um subconjunto de Γ , $C_p(\Omega \cup \Psi) = C_p(\Omega) \cup C_p(\Psi)$.

Seja Ω o subconjunto das fórmulas contraditórias de Γ . Assim, $C_p(\Omega) = \Omega$, portanto $C_p(C_p(C_p(\Omega))) = C_p(C_p(\Omega))$. Além disso, se Ψ é um subconjunto de Γ , $C_p(\Omega \cup \Psi) = C_p(\Omega) \cup C_p(\Psi)$.

Seja Ω o subconjunto das fórmulas classicamente contingentes, mas não-triviais de Γ . Então, $C(\Omega)$ é distinto do conjunto de todas as proposições e $C_p(\Omega) = C(\Omega)$. Portanto, $C_p(C_p(C_p(\Omega))) = C_p(C_p(\Omega))$. Agora, se Ψ é um subconjunto de Γ , $C_p(\Omega \cup \Psi) = C_p(\Omega) \cup C_p(\Psi)$.

A última etapa da demonstração é uma adaptação da demonstração desenvolvida por De SOUZA (1998, p.109) da não-idempotência de C_p .

Seja Ω um subconjunto de fórmulas classicamente contingentes e triviais de Γ , ou seja, $C(\Omega)$ é igual ao conjunto de todas as proposições. Se α é uma proposição dada, pela compacidade da lógica proposicional clássica, existe um subconjunto finito Ψ de Ω tal que $\alpha \in C(\Psi)$ e, para todo $\beta \in \Psi$, $\alpha \notin C(\Psi - \{\beta\})$. Seja um $\beta \in \Psi$ e δ a disjunção dos elementos de $\Psi - \{\beta\}$. Assim, $\delta \vee \alpha \in C_p(\Psi)$ e $\beta \in C_p(\Psi)$, logo, $\alpha \in C_p(C_p(\Psi))$. Portanto, $C_p(C_p(\Psi))$ é trivial, $C_p(C_p(\Omega))$ é trivial e, finalmente, $C_p(C_p(C_p(\Omega))) = C_p(C_p(\Omega))$.

■

5. Problemas em Aberto

A hierarquia de cálculos C_n que tem C_0 , a lógica clássica, como caso particular de lógica paraconsistente, de Da COSTA (1993), é tal que C_n é estritamente mais forte que C_{n+1} , para $0 < n \leq \omega$. A 1-idempotência de C e a 2-idempotência de C_p levam-nos a conjecturar a possibilidade de obtenção de uma hierarquia semelhante de lógicas paraclássicas S_n associadas a C , de tal forma que S_0 é C , S_1 é C_p , S_2 é uma lógica 3-idempotente obtida por restrição de S_2 , e assim por diante.

Um segundo problema relacionado às lógicas paraconsistentes, em geral, e com as lógicas paraclássicas, em particular, diz respeito à dualidade. O problema da dualidade pode ser ilustrado do seguinte modo. As lógicas paraconsistentes foram desenvolvidas para o fenômeno da trivialização da lógica clássica, ou seja, $\beta \in C(\{\alpha \wedge \neg\alpha\})$, qualquer que seja β . Um problema simétrico na lógica clássica, para o qual não há denominação específica, consiste em que $\alpha \vee \neg\alpha \in C(\{\beta\})$, qualquer que seja β ($\alpha \vee \neg\alpha$ é, inclusive, conseqüência do conjunto vazio, mas vamos formular, por enquanto, o problema de maneira simétrica).

Lógicas duais C das lógicas paraconsistentes seriam todas aquelas lógicas para as quais não vigorasse, em geral, que $\alpha \vee \neg\alpha \in C(\{\beta\})$. Lógicas desse tipo teriam, é claro, um caráter construtivo. Vamos propor, na seqüência, duas linhas de ataque a esse problema da dualidade.

Primeiro, como acabamos de ver, há uma assimetria entre o fenômeno (clássico) indesejado que dá origem às lógicas paraconsistentes e o fenômeno (clássico) indesejado que dá origem às lógicas duais das lógicas paraconsistentes: enquanto qualquer proposição se segue da conjunção de uma proposição e de sua negação (conjunto contraditório

de proposições), a disjunção de uma proposição e de sua negação segue-se até mesmo do conjunto vazio de proposições. Buscando uma dualidade entre os fenômenos indesejados geradores das lógicas paraconsistentes e os fenômenos indesejados geradores das lógicas duais das lógicas paraconsistentes, propomos as seguintes “filtragens” de relações de consequência.

O vocabulário não-lógico de um conjunto Γ de proposições é o conjunto dos símbolos que ocorrem em alguma proposição de Γ e que não são símbolos de operações lógicas (operadores, quantificadores etc), nem símbolos de pontuação. No caso de uma linguagem proposicional, são simplesmente as constantes proposicionais (as proposições atômicas).

Seja For o conjunto das proposições de uma dada linguagem proposicional e Γ um subconjunto de For . Então, For_Γ é o universo das proposições de L cujo vocabulário não-lógico é restrito ao vocabulário não-lógico de Γ .

Dada uma relação de consequência C , definimos a relação de consequência associada a C em que há relevância morfológica, denotada por C_{r1} , da seguinte maneira:

$$\alpha \in C_{r1}(\Gamma) \text{ se, e somente se, } \alpha \in C(\Gamma) \text{ e } \alpha \in \text{For}_\Gamma.$$

Proposição 5: Se C é um operador de consequência de Tarski, então C_{r1} também é um operador de Tarski. ■

Proposição 6: Não existe α tal que $\alpha \in C_{r1}(\emptyset)$. ■

Nas lógicas associadas ao operador C_{r1} não há fórmulas universalmente válidas! Nesse caso, podemos obter uma segunda lógica acrescentando as fórmulas universalmente válidas da lógica sobre a qual a relevância morfológica foi aplicada.

Definimos uma segunda relação de consequência associada a C , C_{r2} , em que há relevância lógica da seguinte maneira:

Seja $\text{Sub}(\Gamma)$ o conjunto das subfórmulas de Γ e consideremos a seguinte definição recursiva do conjunto Conectado(Γ):

(i) se existe $\alpha \in \Gamma$ e as fórmulas atômicas β e γ pertencem a $\text{Sub}(\alpha)$, então $\langle \beta, \gamma \rangle$ pertence a Conectado(Γ).

(ii) se $\langle \beta, \gamma \rangle$ pertence a Conectado(Γ) e $\langle \gamma, \delta \rangle$ pertence a Conectado(Γ), então $\langle \beta, \delta \rangle$ pertence a Conectado(Γ).

Forma-se assim uma partição das fórmulas atômicas de Γ relativamente ao vocabulário de Γ

$\alpha \in C_{r2}(\Gamma)$ se, e somente se, $\alpha \in C(\Gamma)$ e para todo par de fórmulas atômicas β e γ que sejam subfórmulas de α , tem-se que $\langle \beta, \gamma \rangle$ pertence a Conectado(Γ).

Proposição 7: Se C é um operador de consequência de Tarski, então C_{r2} também é um operador de Tarski. ■

Proposição 8: Não existe $\alpha \in C_{r2}(\emptyset)$. ■

Novamente, podemos obter uma segunda lógica acrescentando as fórmulas universalmente válidas da lógica sobre a qual a relevância lógica foi aplicada.

A idéia é somente considerar relevante o que foi concedido como relevante nas premissas. No primeiro caso, as conseqüências relevantes são aquelas conseqüências da lógica original em que nenhum novo vocabulário foi introduzido. Por exemplo, não é permitido que $\beta \rightarrow \alpha$ seja conseqüência de $\{a\}$ (supondo que a lógica original seja a lógica proposicional clássica). No segundo caso, uma condição mais restritiva é imposta: as conseqüências relevantes são aquelas conseqüências da lógica original em que o vocabulário da conseqüência esteja conectado nas premissas. Assim, não é permitido que $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma$ seja conseqüência de $\{\alpha \rightarrow \gamma, \beta\}$ (supondo novamente que a lógica original seja a lógica proposicional clássica).

Vamos ilustrar a resolução do problema da assimetria entre o fenômeno da trivialização de conjuntos inconsistentes de crenças e de seu dual por intermédio da aplicação da “filtragem” por relevância morfológica. Essa “filtragem” pode ser explicada do seguinte modo: se a proposição a segue do conjunto Γ de proposições, então a tem de estar na mesma linguagem de Γ . Nessa lógica “filtrada” pelo critério de relevância morfológica, qualquer proposição a é deduzida do conjunto Γ de proposições, desde que Γ seja um conjunto contraditório e que a esteja na linguagem de Γ . Nada muda na essência: continua sendo um fenômeno indesejado; se conseguirmos evitá-lo, também evitaremos a trivialização em sentido amplo. O fenômeno análogo (e simétrico) que dá origem aos duais das lógicas paraconsistentes pode ser definido agora do seguinte modo: de qualquer conjunto Γ de proposições segue-se a disjunção de uma proposição e de sua negação, desde que essa disjunção esteja na linguagem de Γ . Observemos que não é mais possível concluir $(\alpha \vee \emptyset)$ do conjunto vazio de proposições.

Na Ciência do Direito, as propriedades metateóricas de ordenamentos jurídicos são denominadas ambas de completude (completude por falta, no caso de “provar menos do que deveria”, e completude por excesso, no caso de “provar mais do que devia”). Na falta de um vocábulo para o fenômeno dual daquele do qual se originam as lógicas paraconsistentes, propomos chamar os fenômenos aqui homogeneizados de “trivialização por excesso” (relativo a lógicas paraconsistentes) e “trivialização por falta” (relativo às lógicas duais das lógicas paraconsistentes).

A segunda linha de ataque ao problema da dualidade está relacionada com a existência do seguinte reticulado dos operadores de Tarski:

(i) Define-se a seguinte relação de ordem dos operadores de Tarski na linguagem L : $T \leq U$ se, e somente se, $\langle G, H \rangle \in T$ e $\langle G, I \rangle \in U$ implicam em $H \subseteq I$.

(ii) Os operadores de Tarski de L formam um reticulado com os seguintes elementos:

(Elemento nulo) $0 = \{\langle G, G \rangle / G \subseteq \text{For}\}$;

(Elemento universal) $1 = \{\langle G, \text{For} \rangle / G \subseteq \text{For}\}$;

(Ínfimo) $T \otimes U = \{\langle G, H \cap I \rangle / \langle G, H \rangle \in T \text{ e } \langle G, I \rangle \in U\}$;

(Supremo) $T \oplus U = \{\langle G, H \cup I \rangle / \text{existem } J \text{ e } K \text{ tais que } \langle G, J \rangle \in T \text{ e } \langle G, K \rangle \in U \text{ e } \langle J \cup K, H \rangle \in T \text{ e } \langle J \cup K, I \rangle \in U\}$.

A existência do dual de um operador de Tarski depende da existência do complemento desse operador de Tarski, o que, em geral, não está garantido.

C_p , como vimos, não é um operador de Tarski. Portanto, precisaríamos determinar primeiro se, a exemplo dos operadores de Tarski, esses quase-operadores de Tarski

(nos quais a cláusula de idempotência é enfraquecida) também se estruturam sob a forma de um reticulado e, em caso positivo, se \mathbf{C}_p , nesse reticulado, tem complemento. Uma segunda resposta positiva nos daria o almejado dual de \mathbf{C}_p . Mas isso é matéria para outra ocasião.

Referências

- D'OTTAVIANO, I. M. L. (1973). *Febos caracterizados por interpretações*. Campinas. Dissertação (Mestrado em Matemática). IMECC.
- Da COSTA, N.C.A. (1993). *Sistemas formais inconsistentes*. Curitiba: Editora da UFPR.
- De SOUZA, E. G. [1998]. Remarks on paraclassical logic. *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática (2s)*, v. 18, n. 1/2: 107-12, 1998.
- QUEIROZ, G. S. (1998). *Sobre a dualidade entre intuicionismo e paraconsistência*. Campinas. Tese (Doutorado em Lógica e Filosofia da Ciência). IFCH.
- WÓJCICKI, R. (1988). *Theory of logical calculi: basic theory of consequence operations*. Dordrecht: Kluwer. (Synthese Library, v. 199)