Tradução

Translation

Completude de uma lógica antiga©

John Corcoran[*]

Tradução de **Tomás Troster**[**]
Pedro Alonso Amaral Falcão[***]
Constança Barahona[****]

Data de recebimento: 15/05/2020
Data de aceite: 18/07/2020
DOI: 10.23925/2316-5278.2020v21i2p362-370

Em artigos anteriores (CORCORAN, 1972, 1973), mostrou-se que o sistema dedutivo desenvolvido por Aristóteles em sua "segunda lógica" (cf. BOCHENSKI, 1970, p. 43) é um sistema de dedução natural – e não um sistema axiomático, como antes se pensou (LUKASIEWICZ, 1951). Também se destacou que a lógica de Aristóteles é autossuficiente em dois sentidos: primeiro, porque ela não pressupõe nenhum outro conceito lógico, nem mesmo os da lógica proposicional; segundo, porque ela é (fortemente) completa, no sentido de que todo argumento válido concebível na linguagem do sistema é demonstrável por meio de uma dedução formal no sistema. O exame do sistema faz com que o primeiro ponto se torne óbvio. O objetivo deste artigo é provar o segundo ponto, demonstrando a completude forte para o sistema aristotélico.

§1. A linguagem. A lógica em questão foi desenvolvida por Aristóteles como uma lógica subjacente (no sentido de Church [1956, p. 317]) para uma ciência

© O artigo original foi publicado em língua inglesa sob o título: "Completeness of an Ancient Logic", em *The Journal of Symbolic Logic*, v. 37, n. 4, p. 696-702, Dec. 1972. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2272415>. Acesso em: 3 mar. 2020. Os tradutores agradecem ao professor John Corcoran e à revista *The Journal of Symbolic Logic* – detentora dos direitos de publicação do material original –, pela permissão de uso concedida para fins desta publicação. O uso do material do *JSL* é restrito ao presente volume da publicação *Cognitio: Revista de Filosofia*, v. 21, n. 2, jul./dez. 2020.

* State University of New York at Buffalo (SUNY) – Buffalo, NY, USA.

** Professor do Centro de Estudos do Direito Econômico e Social (CEDES) – São Paulo, SP, Brasil. Doutor em Filosofia pela USP e bacharel e licenciado em Filosofia pela PUC-SP. E-mail: ttroster@gmail.com.

*** Doutor, mestre e bacharel em Filosofia pela USP. E-mail: pedroalonsofalcao@gmail.com.

**** Doutora, mestre e bacharel em Filosofia pela UFRJ. *E-mail*: barahona.ufrj@gmail.com.

axiomatizada. Sendo irrelevante o fato de Aristóteles ter ou não reconhecido a possibilidade de uma ciência com um vocabulário infinito de *constantes não lógicas*, nós simplesmente assumimos um conjunto *V*, contendo pelo menos dois caracteres para desempenhar o papel do vocabulário dos "termos categóricos". Para as *constantes lógicas*, usaremos os quatro seguintes caracteres[1]: *A*, *E*, *I* e *O* (que não fazem parte de *V*). A *linguagem* **L** contém todas as sequências compostas por uma constante lógica seguida de *duas* constantes não lógicas *distintas* em *V*. Os membros de **L** são chamados de *sentenças*. Se *x* e *y* estão em *V* – e *X* e *Y*[2] são os termos categóricos "correspondentes" (por exemplo, "homem" e "animal") –, as seguintes expressões resultam de uma correspondência heurística: *Axy* (*Todo X* é *Y*), *Exy* (*Nenhum X* é *Y*), *Ixy* (*Algum X* é *Y*) e *Oxy* (*Algum X não* é *Y*).

O fato de que cada sentença contenha duas constantes não lógicas distintas mostra que Aristóteles evitava sistematicamente "sentenças" tais como *Axx* e *Ixx*. A extensão da linguagem para acomodar tais sentenças teria consequências matemáticas até que triviais, mas implicaria em um desvio muito maior em relação ao texto aristotélico do que requer o presente quadro teórico.

Em termos da gramática de **L**, estabelecemos duas definições adicionais que dizem respeito à terminologia tradicional e que são úteis na sequência deste trabalho. Um *argumento* é um par ordenado (*P*, *d*) onde *P* é um conjunto de sentenças (chamadas de "premissas") e *d* é uma única sentença (chamada de "conclusão"). *Axy* e *Exy* são definidas como *contraditórias de Oxy* e *Ixy*, respectivamente (e vice-versa), e *C*(*d*) indica a contraditória de *d*.

§2. A semântica. O sistema semântico **S** é definido da seguinte forma. Uma *interpretação i* de **L** é uma função definida em *V* e tendo como valores conjuntos não vazios (cf. abaixo **§5**). A fim de caracterizar a associação dos valores de verdade com as sentenças sob uma interpretação *i*, estendemos o domínio da definição de *i* para incluir todos os elementos de **L**, de modo que as sentenças em **L** obtenham os valores de verdade esperados. Explicitamente, *iAxy* = *v*, se *ix* estiver incluída em *iy*, e, caso contrário, *iAxy* = *f*; *iExy* = *v*, se *ix* for disjunta de *iy*, e, caso contrário, *iExy* = *f*; de maneira similar, interpretamos *iIxy* e *iOxy*.

Como de costume, se, para alguma sentença *d*, *id* = *v*, então *i* é dita ser uma *interpretação verdadeira de d* e, se *i* for uma interpretação verdadeira de todas as sentenças em um conjunto *P*, então *i* é uma *interpretação verdadeira de P*. A expressão "interpretação falsa" não será utilizada. Uma sentença *d* é dita ser uma

1 N. T.: No original, em vez de "*A*", "*E*", "*I*" e "*O*", Corcoran usa os caracteres "*A*", "*N*", "*S*" e "*$*" – respectivamente para "All …", "No …", "Some … is" e "Some … is not". Ainda que pudéssemos manter a notação original aqui – ou até fazer uma adaptação para o português com "*T*" para "Todo …", "*N*" para "*Nenhum* …", "*A*" para "Algum … é" e "*A̶*" para "Algum … não é" –, durante o trabalho de tradução, a notação tradicional *A*, *E*, *I* e *O* nos pareceu a forma mnemônica mais eficiente e intuitiva, pelo menos para aqueles que estão familiarizados com o quadrado das oposições. Além disso, também substituímos "*t*" ("*true*") por "*v*" ("*verdadeiro*") e preservamos "*f*" ("*false*" ou "*falso*") para designar os valores de verdade.

2 N. T.: Em linguagem simbólica, *x* e *y* são equivalentes, respectivamente, a *X* e *Y*, em argumentos em linguagem natural.

consequência lógica de um conjunto P de sentenças, se toda interpretação verdadeira de P for também uma interpretação verdadeira de d. Para indicar que essa relação vale, escrevemos $P \vDash d$. Também é conveniente fazer mais um contato com a terminologia "tradicional" e definir um *argumento* (P, d) como *válido*, quando $P \vDash d$ e, caso contrário, como *inválido*. $P + Q$ é a união de P e Q – e descartaremos o uso de parênteses e chaves na notação para conjuntos unitários.

Os seguintes fatos óbvios a respeito da semântica cumprirão um papel nos desenvolvimentos subsequentes.

2.1. *Princípios semânticos*. Sejam x, y e z membros diferentes de V. Seja P um conjunto de sentenças e sejam d e e sentenças.

Lei de não contradição. Para toda i, $id \neq iC(d)$.

Leis de conversão. (C1) $Exy \vDash Eyx$, (C2) $Axy \vDash Iyx$, (C3) $Ixy \vDash Iyx$.

Leis de silogismos perfeitos. (SP1) $Azy + Axz \vDash Axy$, (SP2) $Ezy + Axz \vDash Exy$, (SP3) $Azy + Ixz \vDash Ixy$, (SP4) $Ezy + Ixz \vDash Oxy$[3].

Lei de redução. $P \vDash d$ *se* $P + C(d) \vDash e$ e $P + C(d) \vDash C(e)$[4].

§3. O sistema dedutivo de Aristóteles. O sistema de deduções investigado na segunda lógica de Aristóteles parece ser um sistema de dedução natural (isto é, tem várias regras, mas nenhum axioma), que consiste em duas classes distintas de deduções: deduções diretas e deduções indiretas. *Grosso modo*, uma dedução direta é uma lista finita que começa com as premissas, após as quais cada linha nova é obtida pela aplicação de uma regra às linhas anteriores, e que, naturalmente, termina com a conclusão. Por outro lado, uma dedução indireta não contém sua conclusão, mas, em vez disso, é como uma dedução direta que contém a contraditória da conclusão como pressuposto adicional e possui um par de contraditórias nas últimas duas linhas. Para Aristóteles, a prova indireta de uma conclusão a partir de certas premissas seria obtida pela dedução de sentenças contraditórias extraídas dessas premissas juntas com a contraditória da conclusão (para uma apresentação detalhada, cf. CORCORAN, 1973).

Passamos agora a uma definição exata do sistema **D** de deduções. Primeiro, tomamos as leis da conversão e dos silogismos perfeitos como regras de inferência. Usamos a expressão "uma conversão-**D** de uma sentença" para indicar o resultado da aplicação de uma das três regras de conversão. Usamos a expressão "uma inferência-**D** a partir de duas sentenças" para indicar o resultado da aplicação de uma das regras de silogismo perfeito às duas sentenças.

Uma *dedução direta em* **D** *de d a partir de P* é definida como uma lista finita de sentenças que termina com d, começando com todas ou algumas das sentenças em P, tal que cada linha subsequente (depois daquelas em P) seja ou (a) uma repetição de uma linha anterior, ou (b) uma conversão-**D** de uma linha anterior, ou (c) uma inferência-**D** de duas linhas anteriores.

Uma *dedução indireta em* **D** *de d a partir de P* é definida como uma lista finita de sentenças que termina com um par de contraditórias [e e $C(e)$], começando com

3 N. T.: Os silogismos perfeitos listados por Corcoran também são conhecidos como "*Barbara*" (SP1), "*Celarent*" (SP2), "*Darii*" (SP3) e "*Ferio*" (SP4).

4 N. T.: Ou seja, segundo a *lei de redução*, se o conjunto formado pela contraditória de d e pelas premissas P implicar logicamente duas proposições contraditórias entre si – como e e $C(e)$ –, logo, P implica logicamente d.

Cognitio, São Paulo, v. 21, n. 2, p. 362-370, jul./dez. 2020

uma lista de todas ou algumas das sentenças em *P* seguida pela contraditória de *d*, tal que cada linha adicional subsequente (após a contraditória de *d*) seja ou (a) uma repetição de uma linha anterior, ou (b) uma conversão-**D** de uma linha anterior, ou (c) uma inferência-**D** de duas linhas anteriores.

Todos os exemplos de deduções têm uma notação de acordo com o seguinte esquema.

(1) As premissas serão prefixadas por "+" para que "+*Axy*" seja lido como "assuma *Axy* como premissa".

(2) Depois de as premissas terem sido colocadas, inserimos a conclusão prefixada por "?" para que "?*Axy*" seja lido como "queremos mostrar por que *Axy* se segue".

(3) A hipótese de uma dedução indireta (redução) é prefixada por "*h*", para que "*hAxy*" seja lido como "suponha *Axy* para fins argumentativos".

(4) Uma linha digitada por repetição é prefixada por "*a*" para que "*aAxy*" seja lido como "já aceitamos *Axy*".

(5) As linhas inseridas por conversão e inferência silogística são prefixadas por "*c*" e "*s*", respectivamente.

(6) Por fim, a última linha de uma dedução indireta tem "*M*"[5] como prefixo de sua outra anotação para que "*MaAxy*" seja lido como "mas já aceitamos *Axy*" etc. Uma *dedução anotada em* **D** é definida como uma dedução em **D** anotada de acordo com o esquema acima.

Exemplos[6]

(1)

Seja *M* predicado de nenhum *N*
e de todo *X*.
(conclusão omitida no texto)
Então, uma vez que a premissa negativa é convertível, *N* não se atribui a nenhum *M*.
Mas se supôs que *M* se atribui a todo *X*.
Portanto, *N* não se atribuirá a nenhum *X*.

+*Enm*
+*Axm*
(?*Exn*)
cEmn
aAxm
sExn

(2)

De novo, se *M* se atribui a todo *N*
e a nenhum *X*,
X não se atribuirá a nenhum *N*.

5 N. T.: No original, "*B*" – "but".

6 N. T.: Como Corcoran indica abaixo, os três exemplos foram extraídos dos *Primeiros Analíticos*. O exemplo (1) está em I, 5, 27a5-8; (2) em I, 5, 27a9-12; e (3) em I, 6, 28b17-21.

Pois se *M* não se atribui a nenhum *X*,
X não se atribui a nenhum *M*.
Mas *M* se atribuía a todo *N*.
Portanto, *X* não se atribuirá a nenhum *N*.
+*Anm*
+*Exm*
?*Enx*
aExm
cEmx
aAnm
sEnx

Para exemplificar uma dedução indireta, fazemos o mesmo para (*An. Pr.*, 28b18).

(3) Pois se *R* se atribui a todo *S*,
mas *P* não se atribui a algum *S*,
é necessário que *P* não se atribua a algum *R*.
Pois se *P* se atribui a todo *R*,
e *R* se atribui a todo *S*,
logo, *P* se atribui a todo *S*;
mas assumimos que não.
+*Asr*
+*Osp*
?*Orp*
hArp
aAsr
sAsp
MaOsp

Apresentamos acima três exemplos; dois de deduções diretas e um de dedução indireta. As demais não apresentam problemas. Em primeiro lugar, reproduzimos duas deduções de Aristóteles (*An. Pr.*, 27a5-15; ROSE, 1968, p. 34), seguidas por suas correspondentes deduções anotadas em **D**.

Os leitores podem verificar ("traduzindo" as provas dos silogismos que Aristóteles provou e usando a engenhosidade nos outros casos) que todos os argumentos válidos – em qualquer uma das quatro figuras tradicionais – são dedutíveis em **D**.

3.1. *O sistema dedutivo reduzido*. O sistema **D** acima, devido a Aristóteles em todos os seus aspectos essenciais, é incomum do ponto de vista moderno porque não tem uma regra de redução e, em vez disso, possui uma classe especial de deduções, que são as deduções indiretas. Os pontos essenciais são dois: primeiro, a conclusão de uma dedução indireta não ocorre como uma linha subsequentemente utilizável na dedução indireta; e (consequentemente) segundo, não há deduções usando uma estratégia de redução encaixada[7] (ou mesmo iterada). Um ponto-chave na prova de completude forte mostra, com efeito, que não são necessárias múltiplas estratégias de redução. Este é o Lema M2 abaixo. Devido à sua forma lógica, não é surpreendente que seja mais fácil provar o Lema M2 para um sistema *mais fraco* do que para o próprio **D**. O sistema mais fraco **RD** é obtido a partir de **D**, eliminando-se as regras correspondentes a C3, SP3 e SP4. O próprio Aristóteles havia considerado um sistema muito próximo a **RD** e havia observado (mas não provado, evidentemente) que ele era equivalente a **D** (CORCORAN, 1973, §4.2.1).

$P \vdash d$ significa que existe uma dedução em **RD** de d a partir de P. O saldo do presente trabalho prova que *se* $P \vDash d$, então $P \vdash d$.

3.2. *Algumas propriedades do sistema dedutivo* **RD**. A primeira coisa a se observar é que a propriedade de ser uma dedução não é afetada pela permutação de premissas. Em seguida, observe que os operandos de *todas* as regras (exceto a repetição) são sentenças "universais" (*Axy* ou *Exy*), de modo que, uma vez que uma sentença "particular" (*Ixy* ou *Oxy*) é introduzida em uma dedução, depois ela pode apenas ser repetida. Em particular, pode-se excluir de uma dedução direta todas as ocorrências de todas as sentenças particulares (exceto a conclusão, se ela for particular) e assim obter outra dedução direta da mesma conclusão a partir das mesmas premissas sempre (e, caso uma premissa seja particular, a partir de um conjunto menor de premissas). A consideração das implicações de se ter uma sentença particular como hipótese de uma prova indireta leva ao Lema M1.

Lema M1. *Seja **e** universal e seja P uma dedução indireta de **e** a partir de S + d*[8]*. Logo, **ou** existe uma dedução indireta de C(d) a partir de S **ou então** há uma dedução direta de **e** a partir de S + d.*

Assuma a hipótese. Sem nenhuma perda, assuma que em P as premissas a partir de S vêm primeiro, depois d, depois $C(e)$, depois as linhas intermediárias e, finalmente, f e $C(f)$. Uma vez que e é universal, $C(e)$ é particular. Se $C(e)$ não é nem f nem $C(f)$, então toda ocorrência de $C(e)$ pode ser excluída produzindo uma dedução direta a partir de $S + d$ que termina com f e $C(f)$. Mas essa é uma dedução indireta de $C(d)$ a partir de S. Agora suponha que $C(e)$ seja f ou $C(f)$. Nesse caso, P termina com e e $C(e)$, talvez não nessa ordem. Em todo caso, toda ocorrência de $C(e)$ pode ser excluída, produzindo uma dedução direta de e a partir de $S + d$. Q.E.D.

Lema M2. *Se* $S + d \vdash \boldsymbol{e}$ *e* $S + d \vdash C(e)$, *então* $S \vdash C(d)$.

Assuma a hipótese. Sejam P e PC deduções de, respectivamente, e e $C(e)$, ambas a partir de $S + d$. Sem perda de generalidade, assuma que d é a última premissa em ambas e que ambas contêm as mesmas sentenças de S. Há três casos possíveis: ambas, apenas uma ou nenhuma dentre P e PC são diretas. Os dois primeiros casos são óbvios e o terceiro usa o Lema M1. Q.E.D.

Um conjunto de sentenças é *inconsistente* se existirem duas deduções com todas as premissas no conjunto e conclusões contraditórias. Caso contrário, um conjunto é *consistente*. Um conjunto consistente que não tenha superconjuntos

7 N. T.: Uma redução (ou dedução) "encaixada" ou "aninhada" – "nested", em inglês – é uma redução que toma outra redução como parte de si – aninhando-a ou encaixando-a em si. Como destaca Corcoran, isso não é possível no sistema **D**.

8 N. T.: O destaque em negrito para "***e***" (sentença) foi feito para distingui-lo da conjunção "*e*".

consistentes é *maximamente consistente*. Essas definições levam ao Lema A, usando o lema anterior.

Lema A. *Seja S maximamente consistente. Então, vale o seguinte*:

(0) $d \in S$ *sse* $S \vdash d$;

(1) *exatamente um dentre Axy e Oxy* $\in S$;

(2) *exatamente um dentre Ixy e Exy* $\in S$;

(3) *no mínimo um dentre Ixy e Oxy* $\in S$;

(4) *no máximo um dentre Axy e Exy* $\in S$.

§4. A prova de completude. Pela variante de um argumento conhecido, a completude é provada ao vermos como construir uma interpretação verdadeira para um conjunto arbitrário maximamente consistente.

Existe uma classe de interpretações um tanto "natural" e que pode ser construída utilizando subconjuntos de *V*, como se segue. Seja *U* uma classe qualquer de subconjuntos de *V*. Para cada tal *U*, há uma única *função natural f* de *V* no conjunto potência de *U* tal que, para cada *x* em *V*, *fx* é a classe de conjuntos em *U* contendo *x*. A ideia, obviamente, é que *U* é o "universo do discurso" cujos "objetos" são subconjuntos de *V* e que a propriedade associada ao "termo" *x* é a propriedade de ter *x* como membro. Caso *U* contenha, para cada *x* em *V*, pelo menos um conjunto contendo *x*, *então* a função natural *f* é de fato uma interpretação. Chamamos tais interpretações de interpretações *naturais*.

Sob uma interpretação natural, uma sentença universal (*Axy* ou *Exy*) diz que certos objetos não estão em *U*. Em particular, *Axy* diz que todos os objetos contendo *x*, mas sem *y*, são excluídos de *U*; e *Exy* diz que todos os objetos contendo ambos *x* e *y* são excluídos de *U*. Mostraremos que, se começarmos com *PV* – o conjunto potência de *V* – e, então, para um dado *S* maximamente consistente, excluirmos de *PV* exatamente aqueles objetos "excluídos por" sentenças universais em *S*, o resultado é um conjunto cuja função natural *f* é uma interpretação verdadeira de *S*. Chamemos de *U*(*S*) o resultado de eliminar de *PV* os objetos excluídos por *S*. Em particular, temos o seguinte teorema, que se segue imediatamente a partir do Lema B (apresentado logo abaixo).

Teorema. *Se S é maximamente consistente, então a função natural baseada em U*(*S*) *é uma interpretação verdadeira de S.*

Lema B. *Seja S maximamente consistente. Então, vale o seguinte*:

(0) *para cada x em V, U*(*S*) *contém pelo menos um conjunto contendo x* (*i.e., a função natural é uma interpretação*);

(1) *Axy* $\in S$ *sse U*(*S*) *não contém nenhum conjunto contendo x mas não y*;

(2) *Exy* $\in S$ *sse U*(*S*) *não contém nenhum conjunto contendo x e y*;

(3) *Ixy* $\in S$ *sse U*(*S*) *contém um conjunto contendo x e y*;

(4) *Oxy* $\in S$ *sse U*(*S*) *contém um conjunto contendo x mas não y.*

O lema é estabelecido como se segue. A cláusula (0) é provada abaixo e um raciocínio semelhante mostra as partes "se" das cláusulas (1) e (2). As partes "somente se" de (1) e (2) são por definição de *U*(*S*). As cláusulas (3) e (4) se seguem das cláusulas anteriores pelo Lema A.

A fim de expressar as provas das cláusulas de modo sucinto, precisamos de alguma notação. Para *x* em *V*, [*x*] é um subconjunto qualquer de *V* contendo *x*.

Para x, y em V, $[xy]$ é um subconjunto qualquer de V contendo x e y, ao passo que $[x\overline{y}]$ é um subconjunto qualquer de V contendo x mas sem y. Se Y é um subconjunto de V, então $x + Y$ é a união do conjunto unitário de x com Y.

Observe que uma sentença afirmativa, Axy, não pode excluir V e que uma sentença negativa, Exy, não pode excluir um conjunto unitário. Outro fato útil é que qualquer conjunto contendo todas as sentenças Axy, para y em um conjunto Y, e *qualquer* sentença Euv, u e v em $x + Y$, é inconsistente.

Para ver a cláusula (0), assuma que S é maximamente consistente e suponha que x está em V, mas que nenhum $[x]$ está em $U(S)$. Assim $\{x\}$ não está em $U(S)$. Como $\{x\}$ é excluído apenas pelas sentenças Axy, para algum y, S deve conter uma tal sentença. Seja Axy' uma dessas sentenças e seja Y o conjunto de y em V para o qual Axy está em S. $x + Y$ deverá ser todo V. [Caso contrário, como $x + Y$ é excluído e a consistência impede qualquer Euv (u, v em $x + Y$) de estar em S, devemos ter Ayz em S para y em Y e z não em $x + Y$. Mas uma vez que Axy e Ayz estão ambos em S, a maximalidade exige que Axz esteja em S. Então z está em Y. Uma contradição.] Logo, S contém todas as sentenças Axy (y em V e distinto de x). Uma vez que o próprio V é excluído e como V não pode ser excluído por nenhuma sentença Auv, S deve conter uma sentença Euv. Isso contradiz a consistência. Q.E.D.

§5. Comentários e corolários. É interessante notar que o próprio Aristóteles refletiu sobre o problema da prova da completude forte de seu sistema (*An. Pr.*, livro I, capítulo 23). Não há dúvida de que ele considerou ter mostrado a equivalência dedutiva do sistema **D** em relação ao sistema reduzido **RD** – e que ele tenha usado essa redução em sua deliberação sobre a completude forte de **D**. Infelizmente, ele não parece ter sido suficientemente claro em relação à sua própria semântica – a ponto de formular o problema de modo preciso – e é certo que ele não demonstrou o resultado.

O fato de que a metafísica de Aristóteles exija que cada termo universal contenha pelo menos um particular nos motiva a estabelecer que os “termos” são conjuntos não vazios. Tal fato também nos fornece a chave para compreender teoricamente por que a lógica de Aristóteles continha um “pressuposto existencial”. Aliás, tendo em vista a análise sistemática feita acima, parece errado atribuir o “pressuposto existencial” a sentenças – o pressuposto existencial claramente pertence aos “termos” relativos à semântica.

Observe que não há verdades lógicas no sistema acima; isto é, para todo c, se P é vazio, então c não é uma consequência lógica de P. Aristóteles sistematicamente evitou sentenças com duas ocorrências de um mesmo termo. Isso talvez explique por que não há uma doutrina da verdade lógica no *corpus* aristotélico.

O parecerista destacou que os procedimentos de decisão para a lógica monádica são facilmente adaptáveis a esse sistema.

Agradecimento. Um artigo contendo o mesmo resultado para um sistema mais forte foi apresentado por Peter Malcolmson (Departamento de Matemática, Universidade da Califórnia, Berkeley) ao Departamento de Matemática da Universidade Laval, Quebec, Canadá, em junho de 1971. Nele, o autor descobriu e provou os lemas M1 e M2, que tornaram possível a obtenção do presente resultado.

Acrescentado na prova. Em fevereiro de 1972, soube que Timothy Smiley (Clare College, Cambridge) desenvolveu uma “interpretação” da lógica de Aristóteles que concorda com a minha em todos os pontos substanciais. Além disso, ele demonstrou a completude forte para seu sistema (que é ligeiramente mais forte do que o meu) e obteve outros resultados que vão além do presente estudo e que, então, foram publicados no *Journal of Philosophical Logic*. Não é preciso dizer que, antes de fevereiro de 1972, Smiley e eu trabalhamos de modo totalmente independente um do outro.

Referências

ARISTOTLE. *Prior analytics.*

BOCHENSKI, I. M. *A history of formal logic*. Translated by Ivo Thomas. New York: Chelsea, 1970.

CHURCH, Alonzo. *Introduction to mathematical logic.* Princeton, NJ: Princeton University, 1956. v. 1.

CORCORAN, John. “Aristotle’s natural deduction system”. *The Journal of Symbolic Logic*, [*S. l.*], v. 37, n. 2, p. 437, June 1972. Abstract. Disponível em: <https://doi.org/10.2307/2273026>. Acesso em: 2 fev. 2020.

CORCORAN, John. “A mathematical model of Aristotle’s syllogistic”. *Archiv für Geschichte der Philosophie*, [*S. l.*], v. 55, n. 2, p. 191-219, Jan. 1973.[9] Disponível em: <http://bit.ly/corcoranMMAS>. Acesso em: 20 fev. 2020.

LUKASIEWICZ, Jan. *Aristotle’s syllogistic from the standpoint of modern formal logic.* Oxford: Clarendon, 1951.

ROSE, Lynn. *Aristotle’s syllogistic.* Illinois: Springfield, 1968.

ROSS, W. D. *Aristotle’s prior and posterior analytics.* Oxford: Clarendon, 1965.

9 N. T.: Embora o presente trabalho tenha sido publicado em 1972 – ou seja, antes do artigo referido –, este último já estava no prelo no momento da publicação.