OPEN ACCESS

COGNITIO REVISTA DE FILOSOFIA

COGNITIO
Revista de Filosofia da PUC-SP
Centro de Estudos de Pragmatismo

São Paulo, v. 23, n. 1, p. 1-13, jan.-dez. 2022
e-ISSN: 2316-5278 | ISSN: 1518-7187

http://dx.doi.org/10.23925/2316-5278.2022v23i1:e58525

Extração de infons em lógicas sentenciais polivalentes finitas

Extraction of infons in finite polyvalent sentential logics

Frank Thomas Sautter*
ftsautter@ufsm.br

Amanda Lazzarotto Piccoli**
amandalpiccoli@gmail.com

Recebido em: 28/06/2022.
Aprovado em: 28/09/2022.
Publicado em: 18/11/2022.

Resumo: Sautter (2020) desenvolveu duas semânticas informacionais para a Lógica Sentencial Clássica, decorrentes da utilização de formas normais. A abordagem informacional em questão utiliza unidades mínimas de informação (*infons*) para realizar o trabalho lógico. Neste artigo, expandiremos a aplicação da abordagem informacional às lógicas sentenciais polivalentes finitas mediante um procedimento dedicado à extração de unidades mínimas de informação (*infons*). Tal procedimento decorre do trabalho com tablôs semânticos para Lógicas Sentenciais Polivalentes Finitas desenvolvido por Carnielli (1982).

Palavras-chave: Formas normais. Informação semântica. Tablôs semânticos.

Abstract: *Sautter (2020) developed two informational semantics for Classical Sentential Logic, which derive from the use of normal forms. The informational approach in focus uses minimum information units (infons) to do the tasks of logic. In this paper, we shall expand the application of the informational approach to finite polyvalent sentential logics through a procedure that focuses on the extraction of minimum information units (infons). Such procedure follows from the work with semantic tableaux developed by Carnielli (1982).*

Keywords: *Analytic tableaux. Normal forms. Semantic information.*

1 Introdução

Sautter (2020) apresentou duas semânticas informacionais para a Lógica Sentencial Clássica (LSC): uma semântica positiva, ligada a mundos possíveis, e uma semântica negativa, ligada a duais de mundos possíveis. Diante desse panorama, o presente trabalho tomará a noção de informação como central para o trabalho lógico. Em linhas muito gerais, o compromisso com esse propósito passa por compreender que a abordagem informacional utiliza unidades mínimas de informação (infons) para realizar a análise da validade de argumentos. O objetivo deste trabalho consiste em fornecer um procedimento para a extração de unidades mínimas de informação (infons) direcionado às lógicas sentenciais polivalentes finitas. Para tanto, será necessário retomar meios para a aplicação da abordagem informacional à LSC, previamente elaborados em Sautter (2020).

A implementação de uma abordagem informacional à lógica oferece, em comparação ao uso corrente da noção de verdade, ao menos dois importantes benefícios. Em primeiro lugar, a noção de informação permite identificar aspectos dinâmicos da argumentação. Segundo Sautter

* Universidade Federal de Santa Maria. http://orcid.org/0000-0003-3033-9518.

** Universidade Federal de Santa Maria. http://orcid.org/0000-0003-1236-4197.

(2012, p. 196), a dinâmica da argumentação se diferencia da estática e da cinemática da argumentação na medida em que "ela se interessa por questões relativas à contribuição de cada argumento à argumentação como um todo, revelando a dependência dos argumentos entre si e a relação deles com as teses centrais em jogo." Isso significa dizer que adotar um tratamento informacional favorece tanto o refinamento de argumentos válidos, através da retirada de informação espúria (SAUTTER, 2014), quanto o conserto de argumentos dedutivamente inválidos, ao fortalecer as premissas mediante inclusão de informação ou ao enfraquecer a conclusão mediante exclusão de informação (SAUTTER; SANZ, 2013). Essa característica se deve ao fato de que a noção de informação permite um tratamento mereológico. Um exemplo desse tratamento mereológico está na variante positiva de informação fracamente semântica, discutida na seção 7, na qual "a informação (complexa) veiculada por uma proposição é a soma mereológica de informações (mais simples)" (SAUTTER, 2020, p. 3).

Em segundo lugar, a abordagem informacional, no que se refere à LSC carrega consigo uma vantagem didática. Como será apresentado ao longo do trabalho, a inspeção da validade de um argumento dependerá, em linhas gerais, da constatação da presença de unidades mínimas de informação (infons) na conclusão e nas premissas. Esta particularidade ficará mais clara assim que detalharmos as características do método de extração de infons para a LSC especialmente nas seções 3 e 7. Por ora, cabe ressaltar que a relação entre a presença e a ausência de infons nas premissas e na conclusão de um argumento ajuda a tornar explícito o caráter não-ampliativo da validade dedutiva clássica.[1]

Tradicionalmente, um dos principais alicerces da concepção semântica de informação pode ser encontrado no trabalho desenvolvido por Bar-Hillel e Carnap (1953). A concepção de informação semântica desenvolvida pelos autores, embora tenha uma série de dificuldades, permanece significativa.[2] Algumas dessas dificuldades, conhecidas como escândalo da dedução (SOD) e o paradoxo semântico de Bar-Hillel and Carnap (BCP), serviram como motor para a formulação de informação semântica desenvolvida por Luciano Floridi.

Floridi (2011) parte de uma definição geral de informação (DGI),[3] na qual: "σ é uma instância de informação (semântica) se, e somente se, σ consiste de um ou mais dados, os dados de σ são bem-formados, e os dados bem-formados em σ são significativos (*meaningful*)" (cf. SAUTTER, 2020, p. 4). Esta noção é definida pelo autor como informação fracamente semântica. Em contrapartida, a noção de informação fortemente semântica parte das características anteriores acrescidas do que o autor denomina de tese da veridicalidade (*Veridicality Thesis*): "os dados de σ são verídicos (*truthful*)" (cf. SAUTTER, 2020, p. 4).

Para nossos interesses, cabe destacar que lidaremos somente com a noção de informação fracamente semântica. A partir desta, detalharemos as duas noções de informação fracamente semântica, apresentadas por Sautter (2020). No que se refere às lógicas sentenciais polivalentes finitas, iremos tomar como principal norte a tese de doutorado de Carnielli (1982), na qual o autor é responsável por mostrar de que modo o método dos tableaux utilizado pela LSC pode ser aplicado às lógicas sentenciais polivalentes finitas.

As seções do presente trabalho estão estruturadas da seguinte forma: na seção 2, detalharemos alguns aspectos salientes da abordagem informacional da LSC. Posteriormente, na seção 3, destacaremos características da variante negativa de informação fracamente semântica, por meio das análises de argumento dedutivamente válido e de argumento dedutivamente inválido. Na seção 4, forneceremos um algoritmo específico para a obtenção da Forma Normal Disjuntiva. Na seção 5, detalharemos a obtenção da Forma Normal Disjuntiva mediante tablôs semânticos. Na seção 6, expandiremos o método para as

1 Isso vigora para o caso da variante positiva de informação fracamente semântica, analisada na seção 7.

2 Acerca das dificuldades da teoria semântica de Bar-Hillel e Carnap, ver Martinez e Sequoiah-Grayson (2019). Acerca das críticas de Floridi à noção de informação fracamente semântica, ver Ripoll e Matos (2020, p. 223).

3 No original, *General Definition of Information* (GDI).

lógicas sentenciais polivalentes finitas. Finalmente, na seção 7, destacaremos características da variante positiva de informação fracamente semântica.

2 Abordagem informacional à lógica sentencial clássica

A abordagem informacional em questão utiliza átomos informacionais (infons) para realizar o trabalho lógico. Estes átomos informacionais costumam ser obtidos mediante formas normais. Utilizaremos, neste trabalho, duas formas normais para a LSC: Forma Normal Conjuntiva (FNC) e Forma Normal Disjuntiva (FND). As formas normais se caracterizam por serem fórmulas nas quais apenas três conectivos básicos estão presentes: $\wedge$, $\vee$ e $\neg$. Para toda sentença da LSC, há uma sentença logicamente equivalente em Forma Normal Disjuntiva (FND) e uma sentença logicamente equivalente em Forma Normal Conjuntiva (FNC).

A forma normal conjuntiva é uma conjunção generalizada, porém finita, na qual cada conjuntivo é formado por disjunções de literais.[4] Por outro lado, a forma normal disjuntiva é uma disjunção generalizada na qual cada disjuntivo é formado pela conjunção de literais. Dito isso, cada conjuntivo da FNC e cada disjuntivo da FND será considerado um infon (unidade mínima de informação).

Previamente, estabelecemos que, neste trabalho, iremos lidar com a noção de informação fracamente semântica. Iremos, na sequência, fornecer duas definições de validade dedutiva clássica nos termos da análise informacional. Antes disso, resta esclarecer que há uma noção *positiva* de informação fracamente semântica, ligada a duais de mundos possíveis e à *Definição 1* (nesse caso, a FNC) e uma noção *negativa* de informação fracamente semântica, ligada a mundos possíveis e à *Definição 2* (nesse caso, a FND). Desse modo, a abordagem informacional irá estabelecer a validade dedutiva clássica nos seguintes termos, no sentido da conclusão para as premissas, de acordo com os critérios estabelecidos acima:[5]

Definição 1: Um argumento é dedutivamente válido se, e somente se, cada infon (unidade mínima de informação) veiculado pela conclusão também é veiculado por ao menos uma premissa.

Analogamente, no sentido das premissas para a conclusão, de acordo com os critérios estabelecidos acima:

Definição 2: Um argumento é dedutivamente válido se, e somente se, cada infon veiculado por todas as premissas também é veiculado pela conclusão.

Vimos que, para obter um tratamento informacional, é necessário que as sentenças de um argumento estejam em forma normal (FNC ou FND). No entanto, é preciso garantir que os infons presentes na conclusão sejam comparáveis com infons presentes nas premissas. Para tanto, no que se refere à forma normal conjuntiva, iremos colocar as sentenças do argumento em forma normal conjuntiva completa (FNCC). Esse passo é requerido para uniformizar a linguagem em questão, de modo que as premissas e a conclusão contenham "matérias-primas" em comum.[6]

Para nossos propósitos, podemos distinguir dois tipos de completude para as formas normais. Podemos, em um primeiro momento, determinar que temos uma forma normal conjuntiva completa (FNCC) "se em cada membro conjuntivo da FNC ocorrem todas as variáveis proposicionais envolvidas na FNC" (MAGOSSI, 2020, p. 52). No entanto, a definição anterior abarca somente as variáveis proposicionais que ocorrem no interior de cada sentença. Aqui, precisamos fornecer uma definição de forma normal conjuntiva

4 Um literal é uma sentença atômica ou sua negação.

5 Ambas as definições estão em Sautter (2020, p.2).

6 O termo "matéria-prima" é empregado em Sautter (2014, p. 114).

completa que seja intersentencial, isto é, que garanta que todas as sentenças de um argumento tratem das mesmas variáveis sentenciais. Dito de outro modo, teremos uma forma normal conjuntiva completa (FNCC) se todas as variáveis sentenciais de um argumento estão presentes nos conjuntivos da FNC.

Para ilustrar o ponto, tomemos como um exemplo o seguinte silogismo disjuntivo: $p \vee q$ (premissa 1); $\neg p$ (premissa 2); q (conclusão). Temos o argumento já em forma normal conjuntiva.[7] No entanto, vemos que a parcela de informação veiculada pela conclusão não é comparável com as parcelas de informação veiculadas pelas premissas: a conclusão trata somente de q, enquanto a premissa 1 trata de p e q, e a premissa 2 trata de p. Se colocarmos o argumento em FNCC, teremos o seguinte resultado: $p \vee q$ (premissa 1); $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ (premissa 2); $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q)$ (conclusão). Podemos observar, agora, que todos os conjuntivos tratam dos mesmos elementos. Desse modo, a validade do argumento pode ser inspecionada através da presença de cada infon da conclusão em ao menos uma premissa.

No caso de sentenças em forma normal disjuntiva, iremos, analogamente, colocá-las em forma normal disjuntiva completa (FNDC). De acordo com uma definição preliminar, temos uma forma normal disjuntiva completa (FNDC) "se em cada membro disjuntivo da FND ocorrem todas as variáveis proposicionais envolvidas na FND" (MAGOSSI, 2020, p. 56). Novamente, precisamos destacar que a definição anterior dá conta de explicar o fenômeno que ocorre internamente às sentenças. Aqui, precisamos de uma definição que garanta que todas as sentenças de um argumento tratem das mesmas variáveis sentenciais. Portanto, teremos uma forma normal disjuntiva completa (FNDC) se todas as variáveis sentenciais de um argumento estão presentes nos disjuntivos da FND. A necessidade da obtenção da FNDC parte do mesmo princípio visto anteriormente: homogeneizar a linguagem em questão para permitir a comparação entre as parcelas de informação de cada sentença. Dito isso, infons extraídos mediante forma normal conjuntiva completa serão infons positivos, enquanto infons extraídos mediante forma normal disjuntiva completa serão infons negativos.[8]

Finalmente, há duas características que precisam ser destacadas antes de prosseguirmos. Em primeiro lugar, a forma normal conjuntiva não abarca sentenças tautológicas.[9] Esse detalhe pode ser contornado do seguinte modo: "se uma premissa é tautológica, simplesmente se ignora tal sentença; se a conclusão é tautológica, o argumento é dedutivamente válido" (SAUTTER, 2020, p. 4). Em segundo lugar, a forma normal disjuntiva não abarca sentenças contraditórias. Novamente, esse detalhe pode ser contornado do seguinte modo: "se uma premissa é contraditória, o argumento é dedutivamente válido; se a conclusão é contraditória, o argumento somente é dedutivamente válido se a conjunção das premissas for contraditória" (SAUTTER, 2020, p. 5). É preciso, ainda, esclarecer que infons são gerados a partir de sentenças atômicas de um determinado argumento e, por essa razão, são relativos a um certo discurso. Desse modo, podemos dizer que infons são dependentes de um conjunto específico de sentenças atômicas.

Anteriormente, fornecemos duas definições de validade dedutiva em termos informacionais: uma relativa à noção *positiva* de informação fracamente semântica e outra relativa à noção *negativa* de informação fracamente semântica. Cabe destacar, antes de prosseguirmos, algumas características salientes. Em primeiro lugar, de acordo com a noção clássica, em um argumento dedutivo "tudo o que está dito na conclusão já foi dito, ainda que implicitamente, pelas premissas" (MORTARI, 2016, p. 42). Dito de outro modo, um argumento dedutivamente válido é não-ampliativo. Em contrapartida, um argumento que ultrapassa aquilo que foi dito nas premissas é ampliativo e, portanto, dedutivamente inválido. No que se refere ao trabalho informacional, temos a validade dedutiva expressa, em termos mereológicos, do seguinte modo: "[…] a informação transmitida pela conclusão é a soma mereológica, própria ou imprópria, da fusão das informações transmitidas pelas premissas" (SAUTTER, 2013, p. 74).

---

7 As sentenças estão em forma normal conjuntiva degenerada, por conterem apenas um conjuntivo.

8 A relação entre infons positivos/negativos e mundos possíveis/duais de mundos possíveis será discutida mais adiante.

9 Isso se dá porque não admitimos dois literais da forma α e $\neg\alpha$ em um mesmo conjuntivo de uma FNC; e o mesmo se aplica aos disjuntivos de uma FND.

Em segundo lugar, a validade dedutiva clássica costuma ser formulada com apelo à modalidade.[10] Um tratamento informacional, em contrapartida, codifica nos infons o discurso modal. Essa característica tem a vantagem de não tornar necessário manipular diretamente modalidades para determinar a validade ou invalidade de um argumento.

3 Aspectos da variante negativa de informação fracamente semântica

3.1 Exemplo de avaliação de argumento dedutivamente válido

Na seção anterior, destacamos algumas características da variante negativa de informação fracamente semântica, bem como uma definição de validade dedutiva específica para esta (a saber, a *Definição 2*). Tendo como base o trabalho lógico baseado na noção de informação, iremos, a partir de agora, analisar a validade de um argumento dedutivamente válido de acordo com a variante em questão. A variante negativa de informação fracamente semântica utiliza a forma normal disjuntiva completa (FNDC) para ler as sentenças de um argumento. Suponhamos o seguinte silogismo hipotético: $p \supset q$ (premissa 1); $q \supset r$ (premissa 2); $p \supset r$ (conclusão). Para determinar sua validade dedutiva em termos informacionais, é necessário:

a) Colocar as sentenças do argumento em forma normal disjuntiva completa (FNDC): $(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$ (premissa 1); $(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$ (premissa 2); $(\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$ (conclusão);
b) Utilizar a *Definição 2* para determinar sua validade, i.e, verificar se os infons que repetem nas premissas estão presentes na conclusão.

No que se refere à inspeção da validade, é necessário identificar quais infons são comuns às premissas para, posteriormente, identificá-los na conclusão do argumento. Nesse primeiro exemplo, os infons negativos comuns às duas premissas são os seguintes: $(\neg p \wedge \neg q \wedge r)$; $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$; $(\neg p \wedge q \wedge r)$; $(p \wedge q \wedge r)$. É possível identificar que todos os infons comuns às premissas estão presentes na conclusão do argumento. Logo, o argumento é dedutivamente válido.

3.2 Exemplo de avaliação de argumento dedutivamente inválido

Passemos, agora, para um exemplo de inspeção de um argumento dedutivamente inválido. No caso a seguir, ainda teremos a variante negativa de informação fracamente semântica como norte. Suponhamos o seguinte argumento: $p \supset q$ (premissa 1); $r \supset q$ (premissa 2); $r \supset p$ (conclusão). Este está expresso de acordo com a seguinte forma normal disjuntiva completa: $(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r)$ (premissa 1); $(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$ (premissa 2); $(\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$ (conclusão).

Nesse segundo exemplo, os infons negativos comuns às duas premissas são os seguintes: $(\neg p \wedge q \wedge \neg r)$; $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$; $(p \wedge q \wedge \neg r)$; $(p \wedge q \wedge r)$; $(\neg p \wedge q \wedge r)$. No entanto, é possível observar que um dos infons comum às duas premissas não está na conclusão: a saber, o infon negativo $(\neg p \wedge q \wedge r)$. Tendo em vista que este infon está ausente na conclusão, o argumento é dedutivamente inválido.

---

10 Não raro vimos a seguinte formulação: "Um argumento é dedutivamente válido se, e somente se, *necessariamente* se as premissas forem verdadeiras, a conclusão também o é" (SAUTTER, 2020, p. 2).

3.3 Características dos infons negativos

Anteriormente, destacamos que os disjuntivos da forma normal disjuntiva são infons negativos. Essas unidades mínimas de informação estão relacionadas à noção de mundos possíveis, em que “infons negativos veiculados por uma sentença representam cenários nos quais a sentença é verdadeira” (SAUTTER, 2020, p. 6).

No caso da variante negativa de informação, sabemos que um argumento dedutivamente válido é aquele que cada infon veiculado por todas as premissas é também veiculado pela conclusão. Isso equivale a dizer que: a *intersecção* dos infons das premissas precisa ser um subconjunto do conjunto dos infons da conclusão. No que se refere à variante positiva de informação, o conjunto dos infons da conclusão precisa ser um subconjunto da *união* do conjunto dos infons das premissas.[11] Essa característica decorre do fenômeno da dualidade entre união e interseção.

4 Algoritmo para a obtenção da forma normal disjuntiva

A despeito da utilidade de formas normais nas tarefas de competência da lógica,[12] destacada na abordagem informacional, a ocorrência de explicações pormenorizadas sobre as mesmas é rara em manuais de lógica publicados no Brasil; o manual de Magossi (2020, p. 49-58) é uma feliz exceção. E mesmo nos manuais que as examinem, a obtenção de uma fórmula em forma normal, equivalente a uma dada fórmula, é geralmente apenas esboçada.[13] Na Figura 1, abaixo, detalhamos o algoritmo para a obtenção da fórmula em forma normal disjuntiva equivalente a uma dada fórmula α.

função f (α: fbf da LSC): fbf da LSC
início
  se α for uma fórmula atômica, então retorne α,
  senão
    se α for da forma $\beta \vee \chi$, então retorne $f(\beta) \vee f(\chi)$,
    senão
      se α for da forma $\beta \supset \chi$, então retorne $f(\neg\beta) \vee f(\chi)$,
      senão
        se α for da forma $\beta \equiv \chi$, então retorne $f((\beta \supset \chi) \wedge (\chi \supset \beta))$,
        senão
          se α for da forma $(\beta \vee \chi) \wedge (\delta \vee \varepsilon)$, então retorne $f(\beta \wedge \delta) \vee f(\chi \wedge \delta) \vee f(\beta \wedge \varepsilon) \vee f(\chi \wedge \varepsilon)$
          senão
            se α for da forma $(\beta \vee \chi) \wedge \delta$, então retorne $f(\beta \wedge \delta) \vee f(\chi \wedge \delta)$
            senão
              se α for da forma $\beta \wedge (\chi \vee \delta)$, então retorne $f(\beta \wedge \chi) \vee f(\beta \wedge \delta)$
              senão

11 Esse ponto será retomado na seção 7.3.

12 Vimos, acima, como a tarefa básica da lógica – a avaliação da validade dedutiva – pode ser estabelecida informacionalmente. Contudo, muitas outras tarefas próprias da lógica podem ser executadas mediante infons extraídos de formas normais: Sautter e Sanz (2013) mostraram como é possível retificar argumentos dedutivamente inválidos da LSC, ampliando-os minimamente, isto é, com a quantidade de infons estritamente necessária para a validade dedutiva; Sautter (2014) mostrou como é possível otimizar argumentos válidos pela supressão de infons; e, mais recentemente, Sautter (2021) estabeleceu uma medida de tensão entre as sentenças de um par de sentenças pela comparação de seus infons.

13 Por analogia à terminologia adotada por Peirce, que denomina “endoporêutica” à leitura do exterior para o interior de um grafo existencial (cf. SALATIEL, 2014, p. 143), o procedimento de obtenção da forma normal, seja a forma normal disjuntiva, seja a forma normal conjuntiva, requer a aplicação de operações em diferentes níveis. Aplica-mo-las, inicialmente ao conetivo principal até concluir com a aplicação delas aos conetivos mais internos. Isso se justifica pelo fato de que nas formas normais disjuntiva e conjuntiva a negação incide somente sobre variáveis proposicionais. Geralmente os manuais de lógica descrevem a aplicação destas operações em um nível genérico e apenas indicam a ordem de aplicação entre níveis (a ordem “endoporêutica”). No algoritmo dado a seguir, esta ordem é explícita e pormenorizadamente estabelecida, devido à auto-invocação da função f, ou seja, a função f pode recorrer a si mesma para fornecer uma saída para uma dada entrada.

se α for da forma $\beta \wedge \chi$, então retorne $f(\beta) \wedge f(\chi)$
senão
  se α for da forma $\neg(\beta \vee \chi)$, então retorne $f(\neg\beta) \wedge f(\neg\chi)$
  senão
    se α for da forma $\neg(\beta \supset \chi)$, então retorne $f(\beta \wedge \neg\chi)$
    senão
      se α for da forma $\neg(\beta \equiv \chi)$, então retorne $f(\neg(\beta \wedge \chi) \wedge \neg(\neg\beta \wedge \neg\chi))$

Figura 1: Algoritmo para a obtenção da forma normal disjuntiva da fórmula-bem-formada (fbf) α da LSC, na linguagem dos cinco conetivos usuais. Parênteses inessenciais foram omitidos a bem da legibilidade.

5 Obtenção da forma normal disjuntiva por tablôs

A literatura sobre a existência de formas normais para lógicas sentenciais polivalentes finitas é rara. Recentemente, Cheng *et al.* (2020) forneceram um procedimento para a construção de um conjunto adequado de conetivos para uma lógica k-valorada,[14] para $k \geq 3$ finito, e, a partir deste conjunto, um procedimento para a construção de extensões da forma normal conjuntiva e da forma normal disjuntiva da Lógica Sentencial Clássica (LSC). Porém, o tratamento de Cheng *et al.*(2020) é algébrico e de complexa aplicação. Por isso, apresentamos um modo de obter infons negativos para a LSC por intermédio de tablôs semânticos com fórmulas marcadas (ver MORTARI, 2016, p. 263-296). Isso nos permitirá realizar a sistematização da obtenção de infons negativos para as lógicas sentenciais polivalentes finitas, desde que há um método sistemático para a construção de tablôs semânticos com fórmulas marcadas para as mesmas.

Os infons negativos são obtidos, como anteriormente destacado (ver Seção 2), da forma normal disjuntiva *completa*. No algoritmo abaixo, em que se utiliza tablô para obter os infons negativos, essa *completude* da forma normal disjuntiva será obtida mediante aplicação de um Princípio de Bivalência proposto por D'agostino e Mondadori (1994) por ocasião do desenvolvimento do sistema KE, um tablô com corte. Esse Princípio de Bivalência estabelece que para qualquer fórmula φ e qualquer ramo do tablô, o ramo pode ser expandido em dois sub-ramos, em que $V\varphi$ ocorre em um subramo e $F\varphi$ ocorre no outro subramo. Mais adiante, na aplicação da técnica às lógicas sentenciais polivalentes finitas, haverá uma generalização (natural) desse Princípio de Bivalência, tendo em conta a valência da lógica em questão. Por exemplo, na Lógica Trivalente L_3 de Lukasiewicz há os valores V(verdadeiro), F(falso) e I(indeterminado) e, em razão disso, haverá um Princípio de Trivalência em que para qualquer fórmula φ e qualquer ramo do tablô, o ramo pode ser expandido em três sub-ramos, em que $V\varphi$ ocorre em um subramo, $F\varphi$ ocorre em outro subramo e $I\varphi$ ocorre no terceiro subramo.

Seja α uma fórmula da LSC. O procedimento para a obtenção dos infons negativos de α consiste nos seguintes passos:

1. Construa o tablô semântico completo[15] para $V\alpha$.
2. Aplique o Princípio de Bivalência aos ramos abertos, tantas vezes quantas forem as fórmulas atômicas em jogo, mas que não constam do ramo. Por exemplo, se um argumento em avaliação trata das fórmulas atômicas p, q e r, mas em um dado ramo aberto somente ocorra p (sob a forma de Vp ou Fp), é requerido aplicar duas vezes o Princípio de Bivalência ao ramo, uma vez para q e outra vez para r, o que resulta em quatro sub-ramos.

14 Um conjunto de conetivos para uma lógica k-valorada é adequado se, e somente se, mediante seus elementos qualquer conetivo a k valores pode ser expresso.

15 Um tablô é completo se, e somente se, todas as fórmulas marcadas *não-atômicas* do tablô foram expandidas.

3. A conjunção das fórmulas atômicas[16] de um ramo aberto, após a aplicação do Princípio de Bivalência, constitui um infon negativo de α.
4. A disjunção dos infons negativos de α constitui a forma normal disjuntiva equivalente a α.

A título de ilustração construamos o tablô semântico completo para $q \wedge (p \vee \neg p)$, conforme a Figura 2. Os dois ramos gerados resultam estar abertos. O ramo à esquerda corresponde ao infon negativo $p \wedge q$, enquanto que o ramo à direita corresponde ao infon negativo $\neg p \wedge q$; a forma normal disjuntiva equivalente a $q \wedge (p \vee \neg p)$ é, portanto, $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)$.

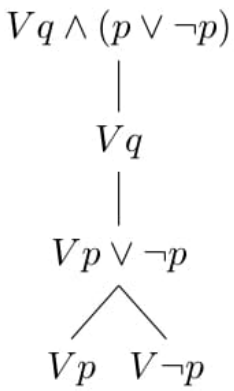

Figura 2: Tablô semântico completo para Vα.

6 Extensão da técnica às lógicas sentenciais polivalentes finitas

O procedimento de extração de infons negativos da LSC por intermédio de tablôs semânticos pode ser estendido às lógicas sentenciais polivalentes finitas, desde que há um método geral para a obtenção de regras de expansão de ramo de tablôs semânticos para as lógicas sentenciais polivalentes finitas. Carnielli (1982) fornece esse procedimento e iremos ilustrá-lo mediante a obtenção das regras de expansão de ramo para a negação e a condicional da lógica trivalente $Ł_3$ de Łukasiewicz. A Figura 3 apresenta a tabela, à esquerda, e as regras de expansão de ramo, à direita, da negação, enquanto que a Figura 4 apresenta a tabela e as regras de expansão de ramo da condicional.

α	$\neg\alpha$
V	F
I	I
F	V

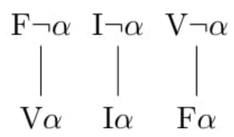

Figura 3. Tabela da negação da Lógica $Ł_3$ de Łukasiewiz (à esquerda) e as três regras de expansão de ramo geradas pelo Método Modificado de Karnaugh-Weitch (à direita).

$\alpha \supset \beta$	V	I	F
V	V	I	F
I	V	V	I
F	V	V	V

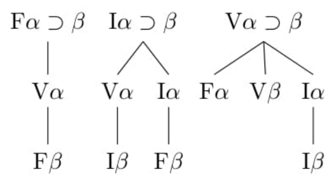

Figura 4. Tabela da condicional da Lógica $Ł_3$ de Łukasiewiz (à esquerda) e as três regras de expansão de ramo geradas pelo Método Modificado de Karnaugh-Weitch (à direita).

16 Se a formula atômica ocorre marcada com o "Verdadeiro", ela é o conjuntivo, caso contrário, o conjuntivo é a sua negação.

A passagem da tabela para as regras de expansão requer a utilização de uma modificação do Método de Karnaugh-Weitch (KARNAUGH, 1953) – aqui denominado "Método Modificado de Karnaugh-Weitch" – que é sintetizado nas seguintes regras:

1. A formação de blocos de mesmo valor deve cobrir toda a matriz, e não apenas um determinado valor, como é o caso no método original. Desse modo, por exemplo, as três situações possíveis da negação, na Figura 3, e as nove situações possíveis da condicional, na Figura 4, devem ser cobertas pelo método.
2. De modo semelhante ao método original, somente são aceitáveis blocos ortogonais. Desse modo, por exemplo, é vedada a formação de um bloco diagonal para o valor I (indeterminado) na Figura 4, que inclui a situação em que o antecedente da condicional tem o valor V (verdadeiro) e o consequente tem o valor I, e a situação em que o antecedente tem o valor I e o consequente tem o valor F (falso).
3. A quantidade de elementos em um bloco são potências de n, em que n é o número de valores da lógica Sentencial polivalente finita sob exame. No caso de $Ł_3$ as dimensões podem ser 1 (3^0), 3 (3^1), 9 (3^2), etc.
4. Devem ser formados os maiores blocos possíveis.
5. Sobreposições entre blocos são admitidas.
6. Deve ser formada a menor quantidade de blocos, desde que as regras anteriores sejam respeitadas.

A aplicação do Método Modificado de Karnaugh-Weitch à negação de $Ł_3$ gera três blocos com um elemento cada, um bloco para cada valor, e a aplicação do Método Modificado de Karnaugh-Weitch à condicional de $Ł_3$ gera seis blocos, um bloco de um único elemento para o valor F, dois blocos de um único elemento para o valor I, e três blocos para o valor V (um deles com um único elemento e dois outros com três elementos). As regras de expansão de ramo são organizadas por valor e abrigam, cada qual, os blocos relativos ao valor sob exame; além disso, cada ramo da regra de expansão de ramo corresponde a um bloco.

Utilizaremos, a seguir, as regras da negação e da condicional de $Ł_3$ para ilustrar o teste de consequência lógica por infons negativos de Lógicas Sentenciais Polivalentes Finitas. O procedimento segue as seguintes etapas:

1. Constroem-se tablôs semânticos completos para cada fórmula envolvida no teste de consequência lógica. A raiz de um tablô semântico é a fórmula rotulada com um valor designado. No caso de $Ł_3$, V é o único valor designado. Caso haja mais de um valor designado, devem ser construídos tantos tablôs semânticos para cada fórmula, quantos forem os valores designados.
2. A noção de ramo aberto engloba todas aquelas situações em que uma fórmula está rotulada com diferentes valores. A exemplo do caso clássico, para achar o correspondente aos disjuntivos da forma normal disjuntiva *completa*, utiliza-se, tantas vezes quantas forem necessárias, uma generalização do Princípio da Bivalência, ou seja, um Princípio de n-Valência para uma lógica com os valores v_1, ..., v_n, de tal modo que se pode aplicar, para cada fórmula φ e em qualquer ramo, uma expansão e obter n sub-ramos em que, em cada um deles, conste um diferente $v_i\ \varphi$, para $1 \leq i \leq n$.
3. Cada ramo aberto corresponde a um infon negativo; o infon negativo pode ser adequadamente representado como o conjunto de fórmulas atômicas rotuladas do ramo aberto. Desse modo, a informação negativa de uma fórmula é uma família de conjuntos de fórmulas atômicas rotuladas.
4. Uma fórmula α será consequência lógica de um conjunto de fórmulas Γ se, e somente se, a interseção da informação negativa das fórmulas de Γ for um subconjunto da informação negativa de α.

A Figura 5 apresenta uma instância de Dilema Construtivo, que não é válida em Ł_3. Todos os ramos dos dois tablôs semânticos são abertos e, em cada um deles, nos ramos da esquerda e central houve a aplicação de um Princípio de Trivalência. A informação negativa de $p \supset q$ é {{Fp, Vq}, {Fp, Fq}, {Fp, Iq}, {Vq, Vp}, {Vq, Ip}, {Ip, Iq}} e a informação negativa de $\neg p \supset q$ é {{Vp, Vq}, {Vp, Fq}, {Vp, Iq}, {Vq, Fp}, {Vp, Ip},{Ip, Iq}}; os infons negativos comuns às duas fórmulas são {Vp, Vq}, {Fp, Vq}, {Ip, Vq} e {Ip, Iq}, mas {Ip, Iq} não é um infon negativo de q,[17] por isso q não é consequência lógica de {$p \supset q$, $\neg p \supset q$}.

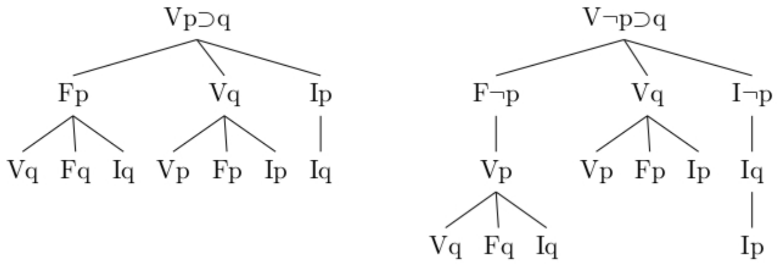

Figura 5. Tablôs para as premissas do Dilema Construtivo ($p \supset q$ e $\neg p \supset q$), cuja conclusão é q.

A Figura 6 apresenta uma instância de Dilema Construtivo Modificado, que é válida em Ł_3. Os dois ramos mais à direita de $(p \supset \neg p) \supset q$ são fechados, todos os demais são abertos. A informação negativa de de $p \supset q$ é {{Fp, Vq}, {Fp, Fq}, {Fp, Iq}, {Vp, Vq}, {Ip, Vq}, {Ip, Iq}} e a informação negativa de $(p \supset \neg p) \supset q$ é {{Vp, Vq}, {Vp, Fq}, {Vp, Iq}, {Fp, Vq}, {Ip, Vq}}; os infons negativos comuns às duas fórmulas são {Fp, Vq}, {Vp, Vq} e {Ip, Vq}, e esses infons negativos também são infons negativos de q, por isso q é consequência lógica de {$p \supset q$, $(p \supset \neg p) \supset q$}.

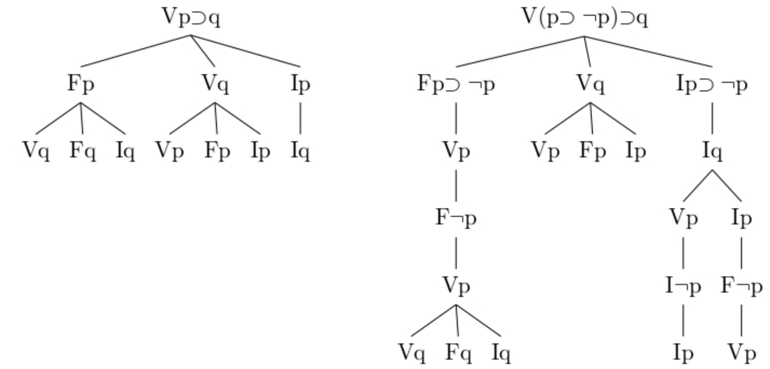

Figura 6. Tablôs para as premissas do Dilema Construtivo Modificado ($p \supset q$ e $(p \supset \neg p) \supset q$), cuja conclusão é q.

7 Aspectos da variante positiva de informação fracamente semântica

7.1 Exemplo de avaliação de argumento dedutivamente válido

Destacamos, anteriormente, algumas características da variante positiva de informação fracamente semântica, bem como uma definição de validade dedutiva específica para esta (a saber, a *Definição 1*). Iremos, agora, analisar a validade dedutiva de um argumento de acordo com a variante em questão. A variante positiva de informação fracamente semântica utiliza a forma normal conjuntiva completa (FNCC) para ler as sentenças de um argumento. Suponhamos a regra de inferência da afirmação do antecedente (*modus ponendo ponens*): $p \supset q$ (premissa 1); p (premissa 2); q (conclusão). Para determinar sua validade dedutiva em termos informacionais, é necessário:

17 Os infons negativos de q são {Vp, Vq}, {Fp, Vq} e {Ip, Vq}.

a) Colocar as sentenças do argumento em forma normal conjuntiva completa (FNCC): $\neg p \vee q$ (premissa 1); $(p \vee q) \wedge (p \vee \neg q)$ (premissa 2); $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee q)$ (conclusão);

b) Utilizar a *Definição 1* para determinar sua validade, i.e, verificar se cada conjuntivo da FNCC (infons) da conclusão é veiculado por ao menos uma premissa.

Nesse primeiro exemplo, o primeiro infon positivo da conclusão é o primeiro infon positivo da segunda premissa: $(p \vee q)$, enquanto o segundo infon positivo da conclusão é o único infon positivo da primeira premissa: $(\neg p \vee q)$. Verificada a presença dos infons da conclusão nas premissas 1 e 2, conclui-se que o argumento é válido.

7.2 Exemplo de avaliação de argumento dedutivamente inválido

Passemos, agora, para um exemplo de inspeção de um argumento dedutivamente inválido. No caso a seguir, ainda teremos a variante positiva de informação fracamente semântica como norte. Suponhamos a falácia da negação do antecedente: $p \supset q$ (premissa 1); $\neg p$ (premissa 2); $\neg q$ (conclusão). Temos a seguinte forma normal conjuntiva completa para o argumento: $\neg p \vee q$ (premissa 1); $(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ (premissa 2); $(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ (conclusão).

Nesse segundo exemplo, o segundo infon positivo da conclusão é o segundo infon positivo da segunda premissa: $(\neg p \vee \neg q)$. No entanto, o primeiro infon positivo da conclusão não está em nenhuma das premissas: $(p \vee \neg q)$. Uma vez que um infon da conclusão não está presente nas premissas, o argumento em questão é ampliativo. Se é ampliativo, o argumento é dedutivamente inválido.

7.3 Características dos infons positivos

Mencionamos, anteriormente, que cada conjuntivo da forma normal conjuntiva é considerado um infon. Essas unidades mínimas de informação possuem algumas características salientes a partir da variante positiva de informação fracamente semântica. Em primeiro lugar, a forma normal conjuntiva possui como principal vantagem o fato de que um argumento dedutivamente válido é facilmente identificável: basta confirmar se os conjuntivos da conclusão são conjuntivos das premissas.

No entanto, a FNC não possui uma boa interpretação para os infons. Por essa razão, é dito que infons positivos são vinculados a duais de mundos possíveis. Em segundo lugar, quando salientamos que um argumento dedutivamente válido é aquele cujos infons da conclusão encontram-se nas premissas, queremos dizer o seguinte: se reunimos em um conjunto os infons da conclusão, esse conjunto precisa ser um subconjunto da união do conjunto dos infons das premissas.

A mesma sequência de procedimentos que fizemos em relação à informação negativa poderia ser, em princípio, estendida, *mutatis mutandis*, à informação positiva: obter uma função recursiva para a forma normal conjuntiva (ver Seção 4), mostrar como obter a forma normal conjuntiva de uma sentença da LSC por tablô (ver Seção 5) e estender o procedimento por tablôs para as lógicas sentenciais polivalentes finitas (ver Seção 6). Não o fizemos, porque a obtenção de forma normal conjuntiva por tablôs envolve a consideração de negação de sentenças em vários pontos do tablô, o que, no caso das lógicas sentenciais polivalentes finitas, é uma tarefa que requer bastante cuidado e atenção.

8 Considerações Finais

Apresentamos, aqui, os meios para a aplicação da abordagem informacional às lógicas sentenciais polivalentes finitas, mediante o estabelecimento de um procedimento para a extração de unidades mínimas de informação (infons). Uma continuação natural do trabalho é investigar procedimentos para a extração de infons para lógicas modais, especialmente aquelas de maior interesse filosófico. Infelizmente, Dugundji (1940) demonstrou que as lógicas modais normais não são caracterizáveis por matriz finita, o que impede a aplicação direta do procedimento aqui apresentado na extração de infons para lógicas modais. Entretanto, algumas estratégias são possíveis.

Há a possibilidade de extração de infons para lógicas modais diretamente de formas normais. Salhi e Sioutis (2015), por exemplo, apresentam uma forma normal conjuntiva cuja obtenção é computacionalmente eficiente, ou seja, cujo procedimento tem baixa complexidade computacional, mas limitada à lógica modal normal S5.[18] Por outro lado, Fine (1975) apresenta formas normais "limitadas" – formas normais de grau n, em que n está relacionado ao grau modal das fórmulas modais – para a família das lógicas modais normais; neste caso, o que requer ser investigado é a comparação dos infons extraídos de formas normais com distintos graus.[19]

Também há a possibilidade de extração de infons para lógicas modais adaptando o procedimento aqui proposto. Caferra e Zabel (1990) baseiam-se em um resultado sobre a existência de um limite superior de mundos possíveis para testar a validade de fórmulas de S5 para propor a utilização de provadores de teoremas para as lógicas polivalentes finitas no teste de validade de fórmulas de S5.[20] Por outro lado, Zach (2019) apresenta tablôs com fórmulas prefixadas para as lógicas modais normais; o que sugere a possibilidade de obtenção de um procedimento similar, *mutatis mutandis*, ao aqui apresentado.[21]

As possibilidades são, portanto, variadas, e somente a investigação pormenorizada de cada uma delas dirá qual é a mais geral e a mais eficiente no estabelecimento de meios para a aplicação da abordagem informacional às lógicas modais.

Referências

CAFERRA, Ricardo; ZABEL, Nicolas. An application of many-valued logic to decide propositional S5 formulae: a strategy designed for a parametrized tableaux-based Theorem Prover. *In*: JORRANO, Ph.; SGUREV, V. (org). *Artificial Intelligence IV:* Methodology, Systems, Applications. Amsterdam: North-Holland, 1990. p. 23-32.

CARNIELLI, Walter Alexandre. *Sobre o método de tableaux em lógicas polivalentes finitárias.* Orientador: Newton Carneiro Affonso da Costa. 1982. 140 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Campinas, 1982.

CHENG, Daizhan; LIU, Zequn; QI, Hongsheng. Completeness and normal form of multi-valued logical functions. *Journal of the Franklin Institute*, v. 357, p. 9871-9884, 2020. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2020.06.026.

D'AGOSTINO, Marcello; MONDADORI, Marco. The Taming of the Cut. Classical Refutations with Analytic Cut. *Journal of Logic and Computation*, v. 4, n. 3, p. 285-319, 1994. DOI: https://doi.org/10.1093/logcom/4.3.285.

DUGUNDJI, James. Note on a Property of Matrices for Lewis and Langford´s Calculi of Propositions. *The Journal of Symbolic Logic*, v. 5, n. 4, p. 150-151, 1940. DOI: https://doi.org/10.2307/2268175.

18 A forma normal conjuntiva, desenvolvida por Salhi e Sioutis (2015), é uma generalização da forma normal conjuntiva para a LSC, em que se utilizam rótulos (*labels*) para a referência a mundos possíveis.

19 Fine (1975, p. 230) estabelece o seguinte teorema: "Qualquer fórmula A de grau [modal] ≤ n é equivalente em K [o sistema básico de lógica modal normal] a ⊥ [constante do absurdo] ou a uma disjunção de formas normais de grau n", em que o grau [modal] é caracterizado como o comprimento da mais longa cadeia de ocorrências aninhadas de modalidades.

20 Caferra e Zabel (1990, p. 28) estabelecem o seguinte teorema: "Uma fórmula F é S5-válida se, e somente se, para qualquer $m \leq 2^p$, F é válida em qualquer S5-modelo com m mundos possíveis, onde p é o número de variáveis proposicionais em F".

21 Os prefixos nos tablôs propostos por Zach (2019, p. 109) informam sobre a relação de acessibilidade entre mundos possíveis, de modo que, por exemplo, o prefixo "σ.n" nomeia um mundo possível acessível a parti do mundo possível σ.

FINE, Kit. Normal forms in modal logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, v. XVI, n. 2, p. 229-237, 1975. DOI: https://doi.org/10.1305/ndjfl/1093891703.

FLORIDI, Luciano. *The philosophy of information*. Oxford: Oxford University Press, 2011.

KARNAUGH, Maurice. The Map Method for Synthesis of Combinational Logic Circuits. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, Part I*: Communication and Electronics, v. 72, n. 5, p. 593-599, 1953. DOI: https://doi.org/10.1109/TCE.1953.6371932.

MAGOSSI, José Carlos. *Lógica Matemática:* uma Introdução. Campinas: Editora da UNICAMP, 2020.

MARTINEZ, Maricarmen; SEQUOIAH-GRAYSON, Sebastian. Logic and Information. *In*: ZALTA, Edward Nouri. (Org.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2019. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/logic-information/>. Acesso em: 13 junho 2022.

MORTARI, Cezar. *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora Unesp, 2016.

RIPOLL, Leonardo; MATOS, José Claudio Morelli. Desinformação e informação semântica: a Filosofia da Informação e o pensamento de Luciano Floridi na contribuição à confiabilidade informacional. *Questão*, v. 26, n. 2, p. 211-232, maio/ago. 2020. DOI: https://doi.org/10.19132/1808-5245262.211-232.

SALATIEL, José Renato. Representando o processo criativo da prova nos Grafos Existenciais. *Analytica*, v. 18, n. 1, p. 133-160, 2014.

SALHI, Yakoub; SIOUTIS, Michael. A Resolution Method for Modal Logic S5. *EPiC Series in Computer Science*, v. 36, p. 252-262, 2015.

SAUTTER, Frank Thomas. A dinâmica da argumentação sob uma perspectiva lógica. *Dissertatio*, v. 35, p. 195-20, inverno de 2012. DOI: https://doi.org/10.15210/dissertatio.v35i0.8687.

SAUTTER, Frank Thomas. Un tema de Hilbert y Ackermann: formas normales para la prueba de validez. *In*: ESQUISABEL, Oscar Miguel. *Conocimiento simbólico y conocimento gráfico: historia y teoría.* La Plata: Centro de Estudios Filosóficos Eugenio Pucciarelli, 2013. p. 71-79.

SAUTTER, Frank Thomas; SANZ, Wagner de Campos. Teorias axiomáticas: o problema da ampliação da base. *Fundamento*, v. 1, p. 51-61, 2013.

SAUTTER, Frank Thomas. Argumentos exuberantes e sua retificação. *Analytica*, v. 18, p. 109-121, 2014.

SAUTTER, Frank Thomas. Informação: mundos possíveis e seus duais. *Veritas*, v. 65, n. 3, p. 1-8, set.-dez., 2020. DOI: https://doi.org/10.15448/1984-6746.2020.3.37290.

SAUTTER, Frank Thomas. Tensão doxástica. *Argumentos*, v. 14, p. 106-113, 2021. DOI: https://doi.org/10.36517/Argumentos.27.10.

ZACH, Richard. *Boxes and Diamonds:* An Open Introduction to Modal Logic**,** 2019. Disponível em: <https://bd.openlogicproject.org/>. Acesso em: 31 maio 2022.