




# COGNITIO

Revista de Filosofia  
Centro de Estudos de Pragmatismo

São Paulo, v. 24, n. 1, p. 1-15, jan.-dez. 2023  
e-ISSN: 2316-5278

 <https://doi.org/10.23925/2316-5278.2023v24i1:e63438>

## Lógica da quantidade hegeliana

### Logic of hegelian quantity

**Agemir Bavaresco\***  
abavaresco@pucrs.br

**Christian Iber\*\***  
iber\_bergstedt@yahoo.de

**Resumo:** A *Ciência da Lógica* de Hegel, apresenta na *Lógica do Ser*, na 2ª Seção, a Quantidade, enquanto uma filosofia da matemática moderna. O estágio de desenvolvimento das ciências modernas em geral, e da matemática em especial, permitem a Hegel fazer um diagnóstico, dos avanços e limites alcançados até então, que aponta as contradições do conceito de quantidade/quantum. Reconstruímos, inicialmente, a teoria da quantidade pura e seus momentos contínuo e discreto; depois, a dialética do quantum extensivo e intensivo, com os momentos do número que culminam na contradição do cálculo infinitesimal; enfim, na relação quantitativa articula-se a superação do déficit especulativo das próprias relações matemáticas, fazendo emergir, nesse sentido, o aspecto conceitual da quantidade enquanto qualidade. Ou seja, Hegel deduz na própria quantidade de modo imanente a dialética qualitativa, de modo que com essa explicitação a lógica quantitativa está determinada qualitativamente, ou seja, a matemática tem um sentido lógico especulativo.

**Palavras-Chave:** Dialéticas do Número. Infinitude Quantitativa. Lógica da Quantidade. Matemática. Relações quantitativas.

**Abstract:** Hegel's *Science of Logic* presents in the *Logic of Being*, in the 2nd Section, *Quantity*, as a philosophy of modern mathematics. The stage of development of modern sciences in general, and of mathematics in particular, allow Hegel to make a diagnosis of the advances and limits reached so far, which points out the contradictions of the concept of quantity/quantum. We initially reconstructed the theory of pure quantity and its continuous and discrete moments; then, the dialectic of the extensive and intensive quantum, with the moments of number that culminate in the contradiction of infinitesimal calculus; finally, in the quantitative relationship, the overcoming of the speculative deficit of the mathematical relationships itself is articulated, giving rise, in this sense, to the conceptual aspect of quantity as quality. In other words, Hegel immanently deduces qualitative dialectic in quantity itself, so that with this explanation the quantitative logic is qualitatively determined, that is, mathematics has a speculative logical sense.

**Keywords:** *Quantitative Infinity. Quantitative relationships. Quantity Logic. Mathematics. Number Dialectics.*

**Recebido em:** 01/09/2023.

**Aprovado em:** 01/10/2023.

**Publicado em:** 20/10/2023.



Artigo está licenciado sob forma de uma licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional.

\* Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUC-RS.

\*\* Universidade Livre de Berlim; Universidade de Freiburg.

## 1 Introdução

A lógica hegeliana da quantidade apresenta a filosofia da matemática de Hegel, ou melhor, é o lugar em que Hegel qualifica o *modus operandi* próprio do entendimento da matemática e seu objeto. A quantidade é o objeto da matemática. Hegel acredita que a lógica formal é incapaz de fundamentar a matemática. A matemática e a lógica formal são incapazes de se fundamentar. Höslé opina (2007, p. 326-332) que Hegel não formulou uma filosofia da matemática, ficando aquém de Platão nessa área. Será que essa afirmação se sustenta? Há a impossibilidade

de a lógica formal fundamentar a matemática, ou seja, a lógica do entendimento (finitude) não pode fundamentar a quantidade. Nesse caso, apenas a lógica da qualidade (infinitude) poderia fundamentar a quantidade matemática?

A dedução dialética da categoria da quantidade e suas determinações é a fundamentação da matemática e seu objeto. De acordo com Hegel, o objeto da matemática é a quantidade. De acordo com seu conceito, a quantidade é a infinitude quantitativa, o que se realiza no infinito matemático (o infinitesimal). Hegel ainda não conhecia o conceito de conjunção, com o qual o infinito matemático pode ser adequadamente descrito.

Com Hegel, entretanto, pode-se dizer: mesmo que a teoria dos números não comporte todo o conteúdo da matemática, ela lida antes com todas as relações possíveis em que as quantidades podem entrar, as declarações da matemática são, em última instância, rastreáveis às declarações sobre os números naturais (0, 1, 2, 3...).

A objeção ao logicismo de Russel é o seguinte: o logicismo de Russel apenas pode tornar a matemática comensurável com a lógica formal, abstraindo do objeto da matemática, o desdobramento das determinações da quantidade. Somente através disso a matemática pode ganhar o elogio questionável de ser sem conteúdo em si mesma.

Considerando essas questões que emergem da lógica da quantidade, a pesquisa apresenta no primeiro item a quantidade pura e os dois momentos constitutivos dialéticos: contínuo e discreto. Depois, descrevemos a quantidade limitada ou quantum e suas determinações como número, grau e infinitude quantitativa. O conceito de número herdava a *contradição fundamental* do ser para si, isto é, a pluralidade numérica é acompanhada com a identidade qualitativa. A matemática tenta resolver essa contradição introduzindo a categoria do cálculo infinitesimal. Porém, Hegel não aceita a solução do *infinitamente grande* e do *infinitamente pequeno*, pois isso tanto de um lado, como de outro conduz a má infinitude. Analisamos, então, no último item, na relação quantitativa, a solução da contradição para Hegel, que se opera pela *infinitude verdadeira*, isto é, na quantidade é o quantum como *relação de dois quanta*, primeiro a *relação direta* (a fração, a proporcionalidade), depois a *relação inversa* (a proporcionalidade recíproca), finalmente a *relação de potências*. A relação de potências como unidade de determinação quantitativa e qualitativa das quantidades, instaura a conexão dedutiva de todas as categorias matemáticas. Então, na categoria da medida, enquanto relação quantitativa articulada qualitativamente, está inerente a relação de potências. Com isso, Hegel alcança seu objetivo: A Lógica supera o domínio da matemática.

## 2 Quantidade pura e dialéticas do contínuo e discreto

Reconstruiremos, a partir da *Enciclopédia*, I - Lógica (Hegel, 1995) e da *Ciência da Lógica* (Hegel, 2016) a seção da Quantidade da Lógica do Ser. A lógica da quantidade, na *Enciclopédia*, é resumida em três itens: a) A quantidade pura; b) O quantum; c) O grau.

A quantidade pura segue a explicitação da qualidade, em que o Ser é pensado como indiferente, ou seja, os objetos podem variar em extensão e intensidade. A quantidade pura é descrita em três momentos: 1) A grandeza é uma quantidade determinada; 2) A matemática define a grandeza como o que pode ser aumentado ou diminuído, isto é, uma grandeza que é variável e indiferente. Por exemplo, uma casa pode ser maior ou menor sem deixar de ser uma casa; 3) A quantidade pura é o absoluto entendido como matéria, em que a forma está presente de modo indiferente. O exemplo da quantidade pura é o tempo e o espaço puros que são preenchidos pelo real (ver Hegel 1995, § 99).

### 2.1 Antinomia de espaço, tempo e matéria: unidades contraditórias

A quantidade emerge das dialéticas da repulsão e atração que constituem o uno, no final das estruturas da qualidade. Então, a grandeza contínua é posta pelo movimento da atração, enquanto a grandeza discreta

pela repulsão. Porém, a quantidade tem nela os dois movimentos: a continuidade e a discrição. 1) A grandeza contínua e a discreta formam uma unidade, diferenciando-se apenas em que ora ela se determina como discreta e ora como contínua e vice-versa. 2) A antinomia do espaço, do tempo e da matéria diz respeito à lógica da quantidade. Se tomarmos o lado da grandeza contínua, pode-se dividir ao infinito aqueles objetos e eles permanecerão contínuos; se tomarmos o lado da grandeza discreta, pode-se dividir ao infinito, porém, permanecerão compostos de unos ou partículas indivisíveis (ver Hegel, 1995, § 100).

A quantidade carrega consigo as dialéticas do ser para si, contendo os seus dois momentos de repulsão e atração, como momentos em sua idealidade mantendo a unidade do movimento contínuo e discreto. Ou seja, cada um dos momentos contém em si o outro, o que implica que as grandezas são, ao mesmo tempo, contínuas e discretas, formando uma unidade inseparável. O exemplo que Hegel nos dá é do espaço de uma sala como sendo contínuo; e as cem pessoas que estão reunidas na sala formam uma grandeza discreta. Porém, tanto a sala como as pessoas são, ao mesmo tempo, grandezas contínuas e discretas. A sala é composta de pontos discretos a partir da pressuposição do todo uno espacial, assim, como as pessoas são indivíduos separados e, ao mesmo tempo, têm em comum o gênero humanidade que atravessa todos os singulares e os une formando um todo contínuo humano (ver Hegel, 1995, § 100, Adendo).

## 2.2 Transição da quantidade pura para o quantum

Esses pontos são decisivos na lógica da grandeza contínua e discreta:

2.2.1 As grandezas contínuas e discretas ainda não são quanta, mas formas da especificação da quantidade pura. A pura quantidade é, de um lado, a unidade de continuidade e discrição através do momento da continuidade e, de outro, a unidade contínua e discreta através do momento da discrição.

O pensamento da quantidade é, portanto, a unidade contraditória que é colocada, de um lado, como uma grandeza contínua, de outro, enquanto grandeza discreta. Em sua unilateralidade, elas se contradizem e resultam em uma antinomia: a “antinomia kantiana da indivisibilidade e da divisibilidade infinita do tempo, do espaço, da matéria” (Hegel, 2016, p. 200-210)

2.2.2 A limitação da quantidade leva ao quantum: Houlgate (2022, p. 5) enfatiza que Hegel deriva o quantum da grandeza discreta na medida em que é uma unidade ou grandeza contínua que é limitada em cada extremidade e, portanto, se distingue de certas formas de outras unidades do mesmo tipo. Mas a discrição está presente tanto na grandeza discreta quanto na grandeza contínua. Portanto, vale o que está escrito no resumo do item C. Limitação da quantidade: “A diferença da grandeza contínua e discreta é aqui indiferente; ou, mais exatamente, ele é limite na continuidade tanto de uma quanto da outra; nisso, *ambas* passam a ser quanta” (Hegel, 2016, p. 213). Ou seja, as duas grandezas assumem a forma de quanta: O quantum é o múltiplo de uma unidade e a unidade de múltiplos.

2.2.3 A quantidade determinada ou limitada é o quantum e, depois o número, que Hegel determina como o valor numérico de unidades.

## 3 Quantidade limitada ou quantum: Número, Grau e Infinitude quantitativa

Hegel compara a estrutura das determinações da seção da qualidade com a da quantidade: Ser/Quantidade pura; Ser aí/Quantum; Ser para si/Grau. O processo que vai da quantidade pura ao quantum é a quantidade limitada. Na quantidade pura a diferença entre continuidade e discrição está em si. A diferença torna-se explícita no quantum enquanto quantidade limitada. Essa multiplicidade de grandezas determinadas, de quanta, diferentes umas das outras e, ao mesmo tempo, formando uma unidade, é o número (ver Hegel, 1995, § 101).

### 3.1 Os momentos do número

O desenvolvimento do quantum é o número como uno formado em dois momentos: o *valor numérico* enquanto momento da discricção e, a *unidade* como momento da continuidade (ver Hegel, 1995, § 102). Hegel comenta as operações matemáticas a partir do conceito de número enquanto valor numérico e unidade. A unidade aplicada aos números empíricos é sua igualdade: “O princípio das operações deve necessariamente consistir em pôr os números na relação [entre] unidade e valor numérico, e produzir a igualdade dessas determinações” (idem., § 102, Adendo). Calcular é contar, ou seja, a operação é juntar os próprios números conforme as três operações aritméticas: a) Somar é juntar e contar os números desiguais; o contrário é diminuir; b) Multiplicar é juntar o valor numérico e a unidade entre números, sendo indiferente como são postos o valor numérico e a unidade entre os dois números; o contrário é dividir; c) Elevar a potência ou ao quadrado é a operação de multiplicar o número por si mesmo, isto é, estabelecer a igualdade do valor numérico e da unidade; o contrário é extrair a raiz.

O número é um valor numérico de unidades. A tese de Hegel é a seguinte: A essência interior do número é sua exterioridade. Isso constitui a “contradição dentro de si do número ou do quantum em geral” (Hegel, 2016, p. 217).

A contradição dentro de si do número ou do quantum, é entendida como “relação com outro” e constitui a “qualidade do quantum” (idem., p. 217). Como determinado, o número é fechado em si mesmo e, ao mesmo tempo, indiferentemente aberto em relação a outros números. O fato de o número ser exterior a si mesmo devido a essa contradição é a razão pela qual ele pode ser submetido a operações aritméticas matemáticas.

Então, a exterioridade e a contradição entre a multiplicidade numérica e a identidade qualitativa do uno pertence ao conceito de número. Por causa de sua contradição, o número vai além de si mesmo, o que leva a um processo de contagem infinita.

Frege interpretou essa contradição do número de forma diferente, ou seja, como uma deficiência na explicação do número. Em sua crítica à concepção clássica que remonta a Aristóteles, ele não analisou o número como um valor numérico de unidades qualitativamente idênticas, mas analisou o número como uma propriedade dos conceitos.

Para Frege, o número “n” é a propriedade comum dos conceitos que têm “n” casos de aplicação. Em uma de suas principais obras, Gottlob Frege (2021), *Os Fundamentos da Aritmética: Uma Investigação Matemática Lógica sobre a Noção de Número*,<sup>1</sup> explicita a determinação puramente quantitativa do número.

Hegel assume, porém, a contradição do número no sentido clássico e, pensa essa contradição como pertencendo ao conceito de número. Em sua lógica, ele reconstrói, portanto, a concepção clássica do número junto com sua contradição, o que vai além dele. Na matemática, nós ultrapassamos o número no processo de contagem ilimitada por um lado, e no cálculo infinitesimal, por outro.

Um exemplo de Nolasco (2015, p. 332, nota 170) ajuda-nos a compreender a determinação do número e valor numérico a partir de Marx:

A exposição hegeliana sobre quantidade e quantum parece ter servido de base lógica para as considerações de Marx a respeito do dinheiro, tal como expostas nos *Grundrisse*: “Passamos, porém, para a segunda determinação do dinheiro como meio de troca e realizador dos preços, então encontramos que o dinheiro aqui precisa estar presente numa quantidade determinada; que o peso de ouro ou prata posto como unidade precisa [ser posto] numa determinada quantidade numérica (*Anzahl*) para ser adequada a essa determinação.” E adiante: “Quantas vezes o dinheiro está ele mesmo presente enquanto unidade nas mercadorias, isso foi antes determinado em seus preços e, enquanto meio de circulação, ele [o dinheiro] aparece meramente enquanto quantidade numérica (*Anzahl*) dessa unidade (*Einheit*) pressuposta.”

1 Die Grundlagen der Arithmetik: Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, 1884.

O número está determinado como valor numérico (*Anzahl*) de unidades (*Einheiten*). Trata-se da contradição entre valor numérico e unidade, entre a multiplicidade numérica e a identidade qualitativa dos unos, que, de acordo com Hegel, pertence à natureza da Coisa, à essência do número. Por causa de sua contradição, o número vai além de si mesmo, o que leva a um processo de contagem infinita.

Frege interpreta essa contradição de forma diferente, ou seja, como uma contradição em uma falsa determinação do número nas teorias clássicas. Em síntese, enquanto para Hegel, essa contradição pertence à essência do número, para Frege essa contradição é atribuída à descrição defeituosa do número nas teorias clássicas.

### 3.2 Os momentos do grau

O limite é a identidade do todo que é o quantum como grau. Ou seja, o quantum em si como grandeza extensiva é múltiplo e, enquanto grandeza intensiva simples é o grau. Os momentos da quantidade pura são a grandeza contínua e discreta e, os momentos do limite ou do grau são a grandeza extensiva e intensiva. A extensividade e a intensidade formam uma unidade de momentos e, não espécies diferentes (ver Hegel, 1995, § 103). Assim como não há grandezas puramente contínuas ou discretas, também não há grandezas puramente extensivas ou intensivas, como se fossem espécies autônomas. O exemplo que Hegel descreve é o da temperatura. Um certo grau de temperatura é uma grandeza intensiva que corresponde a uma sensação simples; se verificamos o termômetro haverá um grau correspondente a dilatação da coluna de mercúrio (grandeza extensiva); e a temperatura (grandeza intensiva) varia conforme aumenta ou diminui a dilatação da coluna de mercúrio (grandeza extensiva) (idem, § 103, Adendo).

O algo qualitativo retorna na identidade do quantum extensivo e intensivo, isto é, o algo qualitativo resulta aqui da lógica da quantidade. O retorno da quantidade à qualidade começa com o quantum e se completa com a transição para a medida (ver Hegel, 2016, p. 234).

Hegel critica a aplicação de Kant da determinação do grau ao ser da alma. A alma, o Eu e o espírito não são coisas às quais as categorias do ser (quantum extensivo ou intensivo) são aplicáveis; essas categorias são, a rigor, estruturadas conforme às determinações da lógica do conceito. O espírito não deve ser tratado como uma coisa (Ver Hegel, 2016, p. 238).

O conceito do número está posto no grau. Trata-se de uma grandeza para si indiferente e simples e, tem, ao mesmo tempo, a determinidade fora dela em outras grandezas. Eis a contradição do quantum na forma do grau: Ele tem o limite indiferente para si e fora de si na exterioridade. Essa contradição é o progresso quantitativo infinito que é o movimento de transição do ser imediato que se converte no oposto como ser mediato, ou seja, o quantum imediato passa para o outro quantum mediato, e assim sucessivamente, num progresso quantitativo infinito (Hegel, 1995, § 104).

### 3.3 Infinito quantitativo como base lógica da matemática superior

Ao tratar da infinitude do quantum cabem algumas questões, tais como: Até que ponto a infinitude do quantum tem um aspecto qualitativo? Qual é a verdade da infinitude quantitativa? Em que medida a infinitude quantitativa é a restauração do conceito do quantum?

Hegel afirma que o número é pensamento, porém, um pensamento que tem seu ser exterior a si mesmo. O número é puro pensamento, porém, ele pode ser intuído no exterior, isto é, sua determinação pode ser aumentada ou diminuída até o infinito. O conceito do número é esse movimento de ir para além de si mesmo ao infinito: “O progresso quantitativo infinito é igualmente a repetição, carente de pensamento, de uma só e mesma contradição, que é o quantum em geral e, posto em sua determinidade, é o grau” (Hegel, 1995, § 104).

O próprio conceito de quantidade é um ir além de si exterior um do outro, um dever ser além de si que permanece finito, pois, não é capaz de auto reflexividade que lhe daria o movimento da infinitude

verdadeira. Cabe a filosofia, afirma Hegel, “reduzir as coisas a pensamentos determinados”; e o “número é um pensamento que se situa o mais perto do sensível, o pensamento do próprio sensível, na medida em que entendemos por sensível em geral o ‘fora um do outro e o Muitos’” (Hegel 1995, § 104, Adendo 3).

No processo quantitativo infinito está contida a negação do quantum finito e a negação da má-infinitude. O conceito do quantum é sua determinação qualitativa, que está, apenas, em relação com outro quantum, ou seja, na negação da qualidade. A determinação qualitativa do quantum é a relação quantitativa, a relação de dois quanta. A verdade da infinitude quantitativa é a infinitude do quantum, ou seja, sua relação.

### 3.4 Utilidade da matemática: Hegel e Frege

Frege em seu livro, *Os Fundamentos da aritmética*, dá-nos a explicação do conceito de “número” ou “valor numérico”. Com base nesse conceito básico, Frege delinea seu programa lógico, ou seja, a redução da matemática à lógica; esse programa está, essencialmente, baseado em seu antipsicologismo e na convicção de que as proposições da aritmética são analíticas.

Frege critica a opinião de Kant de que os teoremas da aritmética apresentam juízos sintéticos a priori, ou seja, proposições que não são puramente conceituais e ainda assim são verdades independentes da experiência. Ainda mais distante do que a visão de Kant é a de John Stuart Mill, que considera os teoremas da aritmética como sendo a posteriori, ou seja, dependentes da experiência.

Aproximadamente a primeira metade do livro de Frege (§ 5 a § 44) trata de suas críticas aos filósofos e matemáticos que tentaram definir o conceito de número, mas que se depararam com dificuldades. Na segunda parte (§ 45 a § 109), ele apresenta sua própria definição e tenta mostrar que ela está livre das dificuldades mencionadas anteriormente.

1) A crítica de Frege a seus predecessores: Ele examina várias visões clássicas sobre a natureza das proposições aritméticas, a essência dos números e a essência da unidade. Ele deriva aporias ou contradições dessas proposições e assim pretende mostrar que elas são insustentáveis.

Frege também examina as tentativas clássicas de elaborar números a partir de “unidades”, nesse caso, uma unidade é caracterizada por sua indivisibilidade. Ele ressalta que não se pode assumir, em princípio, que uma unidade seja indivisível.

A tentativa de obter números a partir de unidades enfrenta a dificuldade caso essas unidades sejam iguais ou desiguais umas às outras. Thomas Hobbes, por exemplo, opina que estas unidades devem ser iguais umas às outras. David Hume tem uma visão semelhante. Se essas unidades são realmente iguais, parece que não se pode fazer distinção entre elas; então, surge a questão de como se pode falar de várias coisas. Por isso, Descartes, por exemplo, tem a visão oposta, isto é, que as entidades devem ser diferentes umas das outras. William Stanley Jevons tem a mesma opinião, chegando ao ponto de afirmar que na expressão “1 + 1” os dois são diferentes um do outro. De acordo com Frege, a equação “1 = 1” estaria errada, portanto, a visão de Jevons é insustentável. As tentativas de analisar os números por unidades sofrem, além disso, com a dificuldade fundamental de serem, dificilmente, aplicáveis ao uno e menos ainda ao zero.

2) A solução de Frege para as dificuldades: O ponto de partida da Frege para resolver as dificuldades é a constatação de que a declaração do número contém uma declaração de um conceito, ou seja, um conceito é a mesma coisa do que se chama de um predicado na lógica moderna. Segundo Frege, os números não são atribuídos a objetos, mas a conceitos, ou seja, predicados de objetos. Isso resolve a dificuldade de que o mesmo objeto (por exemplo, a *Iliada*) possa ser considerado com números diferentes (1 poema, 24 cantos). O objeto é então descrito por conceitos diferentes e a estes, não ao objeto em si, é atribuído o respectivo número. O número zero então não causa mais nenhuma dificuldade. Com Frege, o número “n” é a propriedade comum dos conceitos, que têm “n” casos de aplicação a objetos.

Hegel critica, primeiramente, a redução da matemática à lógica formal. A matemática apenas pode ser fundamentada através de uma lógica dialética. Em segundo lugar, evitar a contradição do número, agarrando-o funcionalmente como uma propriedade de conceitos ou predicados de objetos. Hegel insiste em considerar os números em si e para si mesmos e, não lhe dar uma função em termos de conceitos de objetos. Ele compartilha a visão clássica de que o número é um valor numérico de unidades e que a contradição do número é parte de seu conceito, que não pode ser eliminada, mas apenas supressumida.

3) Sobre a relação entre a matemática e a lógica formal: A relação entre matemática e a lógica formal é entendida na matemática moderna como a redução da matemática à lógica formal. O que significa o termo “redução”? O que significa a redução da matemática à lógica formal?

Se o que Hegel diz é correto, que a matemática lida com as leis e qualidades do quantitativo, então, para que serve reconduzir a matemática de volta à lógica formal? Qual é, então, o objetivo de apresentar o pensar matemático a partir de cálculos de lógica formal? Ou seja, a categoria da quantidade da matemática está abandonada? Essa redução é relevante para a matemática e sua crescente abstração? A matemática estrutural do século XX desconsidera o tema da quantidade?

A abordagem estrutural da matemática (a teoria do modelo e a teoria do tipo) é elogiada como um imperativo da “economia do pensar”, e isso faz sentido porque permite classificar as várias formas do quantitativo. A apresentação axiomática da matemática não deixa de ser a área temática da matemática.

Em resumo, a questão pode ser formulada da seguinte forma: Com a redução da matemática à lógica formal e a redução da lógica formal, por sua vez, a muitos poucos princípios, não se perde sua área temática, que é a categoria da quantidade? A abstração não é, aqui, levada muito longe? A redução aos princípios da lógica formal não significa que a matemática perde todo o seu conteúdo?

Entretanto, o termo “redução” também pode ser entendido em outro sentido, a saber, que se trata de explicitar as regularidades (regras) que fundamentam, implicitamente, as relações das formas matemáticas. Trata-se apenas de pensar nos princípios da economia do pensar matemático? Deveríamos dizer, que não se trata de uma fundamentação lógica formal da matemática, ou seja, uma fundamentação da matemática através da lógica formal? Isso parece soar muito pretensioso. Os aspectos lógicos formais da matemática não pertencem então à própria matemática?

Propomos duas observações sobre isto. Observação 1: Se se verificar que a matemática não pode ser fundamentada pela lógica formal, penso que continua sendo a lógica dialética que deve explicar a área temática da matemática, a categoria da quantidade, a partir do conjunto de formas do pensar e do ser. Observação 2: O triste e paradisíaco da matemática é que apesar dos pensamentos corretos sobre a quantidade, tanto, a partir dela, não se tem nenhuma ideia sobre o mundo, como também não se recebe dela nenhuma ideia sobre o mundo. A utilidade da matemática está em sua relação com outras ciências (física, informática etc.). Os matemáticos derivam, geralmente, sua autoconfiança da aplicação da matemática nas outras ciências. É verdade que nada funciona sem a matemática, mas não se deve esquecer o que está sendo calculado.

Vimos que o progresso infinito quantitativo é um mau infinito, porque é um permanente ir para além de si mesmo. Porém, para Hegel, a quantidade analisada em seu movimento do pensamento contém no número a relação quantitativa que é o que veremos a seguir.

## 4 Relação Quantitativa

O quantum tem como sua qualidade o ser exterior, porém, ao mesmo tempo, ele se relaciona consigo, ou seja, há uma relação quantitativa. Ou seja, ocorre uma relação entre o quantitativo externo e o qualitativo. Dá-se no próprio quantum uma “relação quantitativa”, entre o quantum imediato (o expoente) e sua mediação, isto é, “a relação de um quantum qualquer com um outro: os dois lados da relação, que ao mesmo tempo não valem segundo seu valor imediato, mas cujo valor só está nessa relação” (Hegel, 1995, § 105).

Os lados que compõem a relação quantitativa, enquanto quanta imediatos, são ainda exteriores uns aos outros. Porém, as determinações qualitativa e quantitativa do quantum em sua verdade “é relação para consigo em sua exterioridade, ou seja, o ser para si e a indiferença estão reunidos e o quantitativo é a *medida*” (Hegel, 1995, § 106).

Reconstruímos, brevemente, a Lógica da relação quantitativa. Hegel distingue três formas diferentes de relação quantitativa: a relação direta, a relação inversa e a relação de potências. Essas proporções são caracterizadas por diferentes constelações de quantidades interrelacionadas. Tecnicamente, elas podem ser distinguidas da seguinte forma:

Relação direta  $a/b = c$ ,  $a/c = 1/b$

Relação indireta  $a \times b = c$ ,  $c/b = b/1$

Relação de potências  $a = b^2$ .

Relação direta:  $2/4$ ;  $4/8$ ;  $6/12$ ;  $8/16 = 1/2$  /

Relação indireta:  $4 \times 5 = 20$  ou  $20/5 = 4/1$ .

Relação de potências:  $4 = 2^2$

Enquanto na relação direta a relação das quantidades é constante, na relação inversa o produto das quantidades é constante.

A falha dos dois primeiros tipos de relação quantitativa é que as quantidades relacionadas somente se relacionam através de um dado quociente (“expoente”). A relação de potências não requer mais tal quociente. O limite (o quociente) é produzido em conjunto pelas duas quantidades em sua relação. Hegel fala da “autoprodução simples do quantum” (Hegel, 2016, p. 336). A relação de potências é, portanto, a relação de quantidade completa.

Na relação de potências, o quantum é definido de acordo com seu conceito como auto-exteriorização:

Mas, na relação de potências, ele [o quantum] está presente na diferença como sua diferença. A exterioridade da determinidade é a qualidade do quantum; assim, essa exterioridade é, agora, em conformidade com seu conceito enquanto seu próprio determinar, posto enquanto sua relação consigo mesmo, sua qualidade. (Hegel, 2016, p. 344).

Hegel entende que com a relação de potências como unidade de determinação quantitativa e qualitativa das quantidades, a conexão dedutiva de todas as categorias matemáticas pode ser estabelecida. Finalmente, a categoria da medida, concebida como uma relação quantitativa qualitativamente determinada, é inerente à relação de potências. A lógica transcende assim o domínio da matemática.

A seção da quantidade descreve o movimento dialético que explicita a contradição do conceito de quantidade. Portanto, é essa contradição que constitui a dialética da quantidade. “O resultado dessa dialética não é o simples retorno à qualidade – como se esta fosse o verdadeiro e, ao contrário, a quantidade o não verdadeiro; mas é a unidade e a verdade desses dois, a quantidade qualitativa, ou a medida” (Hegel, 1995, § 106, Adendo).

#### 4.1 Transição da quantidade para a medida

Na *relação quantitativa*, o lado *qualitativo* da quantidade se desenvolve, do ser em si ao ser aí, da determinação à determinidade, em paralelismo estrutural com a lógica da qualidade. Assim, a quantidade passa para a qualidade, ou melhor, volta para a qualidade, uma vez que a qualidade original havia passado para a quantidade (ver Hegel, 2016, p. 344c.). Um *caminho circular* lógico foi completado, e assim a *contradição* é a vencedora: porque a qualidade era contraditória dentro de si mesma, ela passou para a quantidade; e porque a quantidade agora também provou ser contraditória dentro de si



mesma, ela passou e voltou para a qualidade. O *caminho circular* é, portanto, uma *antinomia*.<sup>2</sup> Porém, por enquanto, apenas a apresentação lógica do desenvolvimento do conteúdo lógico sabe disso. Esse caminho circular ainda não está posto nas próprias categorias apresentadas da quantidade e qualidade. O caminho circular: qualidade → quantidade; quantidade → qualidade está dada no final da seção sobre a quantidade somente para nós, para a apresentação lógica.<sup>3</sup> Apenas na lógica da medida como unidade da qualidade e da quantidade é que este caminho circular está “posto”, ou seja, desenvolvido, em uma mesma categoria, precisamente no processo do sem medida (qualidade → quantidade; quantidade → qualidade etc.) (ver Hegel, 2016, p. 400-402). A lógica da medida reúne, portanto, esse caminho circular na unidade da qualidade e quantidade em uma única categoria básica.

A *lógica da medida* é então aquela seção da *Ciência da Lógica* na qual o caminho circular da qualidade para a quantidade e de volta se desenvolve de um caminho circular da apresentação lógica para um caminho circular que se estabelece na unidade da qualidade e quantidade. Na seção “medida”, o caminho circular antinômico da qualidade e quantidade se torna um caminho circular antinômico da qualidade e da quantidade para o próprio pensar do ser (não somente para a apresentação lógica), que está explícito ou posto em uma categoria lógica específica para ele.<sup>4</sup> Mais precisamente, na transição da medida para a infinitude do sem medida, a transição da qualidade para a quantidade e da quantidade para a qualidade é desenvolvida em uma categoria especificamente lógica. Essa transição da qualidade para a quantidade e da quantidade para a qualidade etc., é uma variante da *determinação recíproca* do finito e do mau infinito. Como lá, também aqui, porém, essa progressão sem fim se torna um círculo, e nesse círculo a passagem recíproca da qualidade para a quantidade está agora posta. E com isso, a lógica do ser já está basicamente completa.

#### 4.2 A quantidade como a base lógica da macrofísica formulada matematicamente e a medida como base lógica da química e da microfísica

Não queremos, porém, nos precipitar em nada e queremos, por enquanto, tratar da lógica da quantidade. Ela contém a filosofia da *matemática* de Hegel. Entretanto, a *geometria* como teoria *a priori* do espaço físico ainda é deixada de fora, pois o espaço pertence, a rigor, à filosofia real (filosofia da natureza), e como tal não é um tema da lógica. Na seção Quantidade, trata-se, portanto, da análise dos alicerces lógicos da aritmética, álgebra e, talvez da geometria analítica.

Porém, não apenas isso. A análise foi desenvolvida nos tempos modernos para o bem da *física*. A física é, indiretamente, também tratada e, especialmente a *mecânica* (cinemática e dinâmica), que é *neutra em relação ao objeto* e considera o movimento dos corpos maciços em geral e as forças que atuam entre os corpos. Os corpos maciços são *idealizados* como *pontos de massa* tridimensionais e, mais tarde, na teoria da relatividade, como *eventos* em forma de pontos tetradimensionais.

Portanto, isso é essencialmente a *macrofísica*, que não postula suas próprias entidades teóricas, como fazem a química, a microfísica e a teoria quântica (moléculas, átomos, partículas subatômicas). A macrofísica é ontologicamente *conservadora*. Ela parte das coisas individuais comuns e as reduz

2 A antinomia é uma contradição cujos dois lados passam um para o outro. A contradição da qualidade dentro de si passa para a contradição da quantidade dentro si mesma e esta para aquela. Essas passagens formam uma antinomia complexa.

3 Hegel fala de uma “passagem dupla” (Hegel, 2016, p. 345): a passagem da qualidade para a quantidade e a passagem da quantidade para a qualidade.

4 Assim como Hegel na *Fenomenologia do Espírito* distingue a perspectiva da apresentação da perspectiva da consciência apresentada, assim também na Lógica a perspectiva da apresentação do pensar apresentado. A apresentação crítica das categorias do ser está ao mesmo tempo relacionada com a do pensar das categorias do ser. À categoria do ser puro é atribuído o pensar do puro ser como intuição intelectual (ver Hegel, 2016, 85), às categorias do ser qualitativamente determinado é atribuído o pensar representante (de algo e outro) (ver Hegel, 2016, 120, 122), ao ser quantitativamente determinado é atribuído o pensar exteriorizado na exterioridade das relações quantitativas (ver Hegel, 2016, 227). Finalmente, o pensar é atribuído ao ser qualitativo quantitativamente determinado, segundo o qual tudo tem uma medida (ver Hegel, 2016, 358). Portanto, vale também na Lógica o seguinte princípio: “Ambos precisam ser sempre muito bem diferenciados um do outro”: o que é “para nós em nossa reflexão”, portanto, o que está “ainda não posto nele mesmo”, e o que está “posto em um conceito” para o respectivo pensar. Somente este último “pertence à consideração em desenvolvimento do mesmo, ao seu conteúdo” (Hegel, 2016, 114). Este aspecto da Lógica Hegeliana ainda não foi realmente perscrutado.

apenas em pensamento, a pontos de massa. Essa é a diferença entre macrofísica e mecânica e aquelas áreas da ciência natural que estão interessadas em fenômenos e entidades específicas e qualitativamente diferentes: em elétrons, pósitrons, nêutrons, em substâncias químicas (elementos e compostos), em minerais, células vivas e assim por diante. A base lógica deste tipo de ciência natural é (entre outras coisas) a lógica da medida e mais tarde novamente o quimismo e a teleologia na lógica do conceito na seção sobre a objetividade.

O interessante é que a própria *matemática* se torna *qualitativa* na consideração das *relações numéricas*; não é preciso esperar pela microfísica, química ou biologia. Há qualidades que são quantitativamente constituídas, mesmo abaixo das ciências naturais conteudísticas na mecânica simples.

Nisso reside o segredo – o *segredo do sucesso* – da física moderna, que começou como mecânica matematicamente formulada. Na verdade, foi uma ideia nova por parte de teóricos como Kepler e Galileu para expressar relações mecânicas qualitativas em termos puramente matemáticos. Mas a nova ideia foi então confirmada pelo sucesso e finalmente também justificada e tornada compreensível pela lógica hegeliana. Pelo menos essa é a afirmação de Hegel; se alguém entendeu sua lógica da quantidade, compreendeu, ao mesmo tempo, a mecânica, porque a mecânica poderia ser bem-sucedida como uma teoria matemática.

Os pitagóricos e, depois, Platão e a Academia Platônica já tinham experimentado a “nova ideia” da matematização da natureza na antiguidade. Mas faltava-lhes um sucesso retumbante (além da geometria como a matemática do espaço físico). Os *corpos maciços* não podem ser bem reconduzidos aos corpos puramente geométricos ou até mesmo às superfícies, linhas, pontos ou números. Assim, especulações numéricas e especulações com figuras geométricas permaneceram um artifício sem consequências na física antiga. Aristóteles renunciou a tais especulações e desenvolveu uma física conteudística, qualitativa e não matemática que era muito mais promissora naquele tempo.

Foram os Platonistas modernos – Kepler era um deles – que se esforçaram para justificar, enfim, a física matemática de Platão contra a física de conteúdo aristotélico. Porém, a nova física matemática foi pouco reconhecida em comparação com a física antiga, a platônica. O que tinha acontecido? Que novidades tinham sido acrescentadas?

Tratava-se de um interesse em conexões regulares de números, ou seja, em *relações de números*. Na relação quantitativa, temos dois quanta que estão sistematicamente conectados um ao outro em suas respectivas mudanças e que se tornam qualitativos novamente através dessa conexão sistemática. E assim eles são, então, adequados para captar fenômenos naturais. Sabemos disso através de *lições de física* na escola, onde aprendemos que uma certa quantidade é proporcional a outra ou, em outros casos, inversamente proporcional. Hegel chama estes dois casos, como já sabemos, a *relação direta* e a *relação inversa*. E, em terceiro lugar, há o caso em que uma quantidade é proporcional ao quadrado de outra quantidade: a *relação de potências*. Em tais equações, a física moderna expressa seus teoremas e, desta forma, ela conseguiu desvendar algo como a *base quantitativa da qualidade*.

## 5 Consideração final: Um resumo retrospecto-projetivo

Após a categoria da qualidade, Hegel discute a categoria da *quantidade*. Como Hegel determina a quantidade? “A quantidade é o puro ser, em que a determinidade é posta, não mais como [constituindo] um só com o ser mesmo, mas como *suprassumida* ou *indiferente*” (Hegel, 1995, § 99).

O ser é a qualidade, sendo Um com sua determinidade: a qualidade lógica, a qualidade objetiva. Se a qualidade se *alterar*, então o objeto se altera também completamente. Não há nada sólido subjacente à qualidade que poderia persistir na alteração e permanecer idêntico.

A partir das estruturas categoriais da *efetividade*, também conhecemos relações bastante diferentes. Por exemplo, sabemos de *coisas* que permanecem idênticas na alteração de suas *propriedades*. Mas

ainda não chegamos tão longe na lógica da quantidade. A quantidade é apenas o primeiro passo nessa direção. Ainda não temos um *substrato* fixo da alteração, muito menos uma *coisa* ou uma *substância*. Ao contrário, o ser como qualidade altera, por assim dizer, completamente (ou inteiramente) e ao mesmo tempo permanece completamente (ou inteiramente) o mesmo, porque a alteração da determinidade não importa para ele.

Na quantidade, então, não estamos lidando com algo que permanece o mesmo (um substrato, uma coisa, uma substância) e outra que altera (os estados, as propriedades, os acidentes). Mas uma e a mesma coisa altera-se e ainda assim permanece a mesma, porque a alteração nela está posta como indiferente. Esse, então, é o pensamento fundamental da quantidade.

A sequência das relações objetivas na Lógica pode ser sistematizada da seguinte forma:

Lógica do Ser 1ª Seção (Qualidade): Ser, que é idêntico com a determinidade.

Lógica do Ser 2ª seção (Quantidade): Ser com determinidade indiferente

Lógica do Ser 3ª seção (Medida): Substrato com estados em alteração

Lógica da essência 2ª seção (Aparecimento): coisa com propriedades

Lógica da essência 3ª seção (Efetividade): substância com acidentes

Lógica do conceito 2ª seção (Objetividade): objeto (no mecanismo)

Lógica do conceito 3ª seção (Ideia): indivíduo vivo

Na *grande Lógica*, na *Doutrina do Ser*, a segunda seção se intitula: “Grandeza (quantidade)”. Mas na *pequena Lógica da Enciclopédia*, Hegel expressa reservas sobre o termo “grandeza” para o que se entende aqui. Na observação ao § 99 da *Enciclopédia*, I, aqui Hegel enfatiza três pontos:

1) A quantidade determinada ou limitada pode ser chamada de grandeza. O termo oficial de Hegel para isso é o “*quantum*”. A quantidade como tal corresponde ao ser puro; o quantum corresponde ao ser determinado ou ao ser aí. Falaremos sobre isso a seguir.

2) Uma casa pode ser *aumentada* por adições ou *diminuída* por uma demolição parcial e ainda assim permanecer uma casa. Da mesma forma, quando se trata da grandeza intensiva, como por exemplo, uma cor. A intensidade do vermelho pode ser aumentada ou diminuída, mas a cor em questão permanece vermelha. – Isto é diferente de uma entidade qualitativamente determinada que é idêntica a sua qualidade; ela altera e não é mais o que era, mas uma entidade diferente. Mas também é diferente de uma coisa com propriedades, algumas das quais alteram e a coisa permanece a mesma. Pois as propriedades podem de fato ser qualitativas, enquanto aqui apenas o quantum altera.

3) Na pequena Lógica da *Enciclopédia*, Hegel diz que as determinações lógicas do pensamento poderiam ser consideradas como predicados do absoluto ou, melhor, como propostas sucessivas para a definição do absoluto. Em si mesmas, essas determinações do pensamento são as categorias lógicas básicas (ser, essência, conceito), que, como tais, tornam-se o assunto em uma determinada etapa do desenvolvimento da lógica. Essas determinações básicas do pensamento podem, portanto, ser apreendidas como predicados do absoluto. Se alguém fizer isso, o absoluto é, em primeiro lugar, apenas ser, então o devir, então o infinito (o finito cai como um atributo do absoluto), depois o ser para si, então a quantidade, e assim por diante. Portanto, agora o absoluto é a quantidade, isto é, o estado de desenvolvimento lógico daqui em diante é: o absoluto é a quantidade.

O absoluto como quantidade é *matéria*, em que a forma é indiferente, ou *espaço* e *tempo*, cujo preenchimento pelo real é indiferente. Nesse aspecto, o ponto de vista da quantidade é o ponto de vista do materialismo ou da forma *moderna*, científica e matemática do materialismo, enquanto na lógica do ser para si, o ponto de vista dos múltiplos unos no vazio é o ponto de vista do atomismo materialista *clássico*.

O ser para si ideal reduz-se ao uno material. O *uno* é o limite de si mesmo; o uno *suprassumido* é o limite (de si mesmo) suprassumido. O limite suprassumido é um limite *ineficaz* que é transcendido sem esforço pelo aparentemente limitado. A quantidade pura (no exemplo concreto: espaço, tempo,

matéria, o Eu, a luz etc.) é constantemente e em todo lugar outro e ainda assim sempre e em todo lugar completamente o mesmo.

Os momentos da quantidade são a *continuidade* e a *discrição* como sucessoras da atração e da repulsão. Através dessa duplicação, chega-se então à *quantidade contínua* e *discreta* e, portanto, à relação de algo e de outro no reino da quantidade. A quantidade no papel do algo é o *quantum* ou então, mais específico, o *número*.

A clássica concepção filosófica do número de Aristóteles até o início da modernidade o concebe como valor numérico de unidades. O número é o valor numérico de unidades: [1, 2, 3, 4, 5, 6...].

Desta forma, no entanto, o número herda a *contradição fundamental* do ser para si, que a pluralidade numérica deve ser acompanhada com a identidade qualitativa. Frege insistiu nessa contradição em sua crítica à concepção clássica do número e, em vez disso, analisou o número como uma propriedade dos conceitos. Para Frege – como vimos – o número  $n$  é a propriedade comum dos conceitos que têm  $n$  casos de aplicação.

Hegel, pelo contrário, vê a contradição na concepção clássica do número. Mas ele naturalmente pensa que essa contradição pertence à *natureza* da *Coisa*. Em sua lógica, ele reconstrói, portanto, a concepção clássica juntamente com sua *contradição*, que a ultrapassa.

Na matemática, nós ultrapassamos o número no *processo de contagem* ilimitada por um lado e no *cálculo infinitesimal* por outro. O processo de contagem, como progresso para o infinito, é um exemplo da má infinitude. Esta deve, portanto, ser transformada na infinitude *afirmativa*. Assim, contra Aristóteles, que apenas reconheceu a potencial e má infinitude, Cantor já é basicamente antecipado (ou, para ser mais preciso, preparado no lógico), que introduziu a infinitude atual na matemática e a ancorou firmemente nela. Mas, por outro lado, isso também não é verdade. Pois graças a Cantor, o progresso quantitativo infinito é simplesmente continuado na teoria estabelecida dentro do infinito atual; a este respeito, o infinito atual de Cantor não é uma verdadeira infinitude de acordo com os padrões Hegelianos.

No que diz respeito ao *infinitesimal*, ou seja, ao infinitamente pequeno, há um desenvolvimento contrário na matemática moderna. Em Leibniz e Newton, o infinitesimal teve que ser reconhecido como uma infinitude paradoxal, inconsistente e ainda assim atual negativa. Por quê? O que era tão paradoxal e escandaloso no infinitesimal? Que existem infinitesimais grandezas de diferentes tamanhos.

Tomemos a *equação linear*  $y = 2x$ . Sua inclinação é geralmente 2:  $y' = 2$ . Isso significa: Em cada ponto essa “curva” linear tem um aumento infinitesimal no valor ao longo do eixo  $x$  e ao longo do eixo  $y$ . Esses aumentos infinitamente pequenos são os diferenciais da curva:  $dx$  e  $dy$ . Mas o aumento infinitesimal ao longo do eixo  $y$  (ou seja,  $dy$ ) é duas vezes maior que o aumento infinitesimal ao longo do eixo  $x$  (ou seja,  $dx$ ):  $dy/dx=2$ , portanto:  $dy=2dx$ .

Ou tomemos a *equação quadrática*  $y = x^2$ . Aqui vale:  $dy/dx=2x$ , i.e.:  $dy=2xdx$ . Mas, no século XIX, Karl Weierstraß elaborou o cálculo de forma lógica e resolveu a contradição do infinitamente pequeno atual, reinterpretando – dito de forma muito aproximada - essa infinitude atual negativa em um processo de aproximação infinito a um *valor limite*. Matematicamente, essa foi a solução para a contradição do infinitamente pequeno. Mas transferido para o nível da lógica especulativa, seria um passo na direção errada: do infinito atual para o infinito potencial ou do infinito verdadeiro para o mau infinito.<sup>5</sup>

No entanto, também Hegel não aceita prontamente o *infinitamente grande* e o *infinitamente pequeno*. Eles são, diz ele, “imagens da representação, que, consideradas mais de perto, mostram-se como neblina e sombra nulas” (Hegel, 2016, p, 254). Em contraste, a *infinitude verdadeira* na quantidade é o quantum como *relação de dois quanta*, primeiro a *relação direta* (a fração, a proporcionalidade), depois a *relação inversa* (a proporcionalidade recíproca), finalmente a *relação de potências*:

5 A matemática tinha tratado as grandezas infinitas como grandezas finitas, a fim de torná-las calculáveis. Hegel mostra, contra Leibniz e Newton, que as grandezas infinitamente grandes ou pequenas não são mais grandezas, mas grandezas que têm sua determinidade em um outro quantum, e são, conseqüentemente, qualitativamente o que são (ver Hegel, 2016, A infinitude do quantum. Obs. 1 [A determinidade do conceito do infinito matemático, p. 257-292]). Mesmo a teoria dos valores-limite orientada para Cauchy e Weierstraß não pode evitar a contradição de determinar quantitativamente o infinito, a transição absoluta do limite, por meio da finalização do infinito, e desta forma tornar o incalculável calculável.

- a) A relação direta:  $y = px$   $p = y/x$ . Na relação direta, uma grandeza é proporcional à outra. Na série de relações diretas 2/1, 4/2, 6/3 etc., o expoente permanece 2.
- b) A relação inversa:  $y = p/x$   $p = yx$ . Na relação inversa, uma grandeza é proporcional à recíproca de outra grandeza, de modo que a duplicação de uma grandeza está associada à redução pela metade da outra grandeza, o produto das grandezas permanece o mesmo.
- c) A relação de potências:  $y = x^2$ . A mesma grandeza que constitui a unidade também desempenha o papel do valor numérico. O expoente deixa de ser um quantum fixo como na relação direta ou inversa e se torna qualitativo, na medida em que uma grandeza é multiplicada consigo mesma.

Sobre o lado qualitativo da quantidade, diz Hegel:

O infinito, o qual, no progresso infinito, tem apenas o significado vazio de um não ser, de um além inalcançado, mas procurado, é, de fato, nada mais do que a *qualidade* [...]. De modo bem geral: o quantum é a qualidade supressumida; mas o quantum é infinito, vai além de si; ele é a negação de si; este seu ir além é *em si*, portanto, a negação da qualidade negada, o restabelecimento da mesma. (Hegel, 2016, p. 256).

*Recapitulemos* brevemente as etapas mais importantes e as determinações do pensamento da lógica da quantidade. Primeiro temos a *quantidade pura*, que resultou da atração de múltiplos unos iguais ao *único* uno da atração. Por isso, a quantidade pura é inicialmente caracterizada pela atração, ou seja, ela é inicialmente uma *grandeza contínua*. Mas ela é a continuidade dos *múltiplos unos* que são contratados nela e, portanto, ela é igualmente *grandeza discreta*.

Essa é uma intelecção importante de Hegel: que a própria grandeza contínua também é discreta, ou seja, não temos aqui duas espécies diferentes e separadas de grandezas, mas que ambas pertencem à grandeza como tal: continuidade e discrição. Na observação ao § 100 da *Enciclopédia*, Hegel diz a esse respeito:

1) A grandeza contínua e a grandeza discreta não devem pois ser consideradas como *espécies*, como se a determinação de uma não conviesse à outra; mas elas se diferenciam somente porque o *mesmo todo* é uma vez posto sob uma de suas determinações, e a outra vez, sob a outra. (Hegel, 1995, § 100).

Uma espécie tem uma única determinação, sua diferença específica, pela qual se diferencia de outras espécies. A quantidade, por outro lado, tem duas determinações e pode ser especificamente “posta” tanto em uma como na outra. Assim surgem então a grandeza contínua e discreta. Hegel continua:

2) A antinomia do espaço, do tempo ou da matéria, tendo em vista sua divisibilidade até o infinito, ou então seu consistir de [partículas] indivisíveis, não é outra coisa que a afirmação da quantidade – uma vez como contínua, outra vez, como discreta. Se postos o espaço, o tempo etc., apenas com a determinação da quantidade contínua, são *divisíveis* até ao *infinito*; mas, como a determinação da grandeza discreta, são neles mesmo *divididos*, e compostos de Unos indivisíveis; é um tão unilateral como ao outro. (Hegel, 1995, p. 230).

Aqui a Hegel oferece uma solução, ou pelo menos um diagnóstico, para as antigas *antinomias* de Zenão. O pensamento da quantidade é um pensamento duplo que pode e deve ser posto em uma determinação e na outra. Em ambas as determinações, ele é unilateral, e cada uma contradiz a outra. Quando as duas determinações unilaterais colidem, a antinomia resulta.

Portanto, é preciso reconhecer que as duas variantes da quantidade se *limitam* uma à outra. Eles se *dividem* o pensamento da quantidade; mas onde uma está, a outra não tem lugar. Quando elas se sobrepõem, resulta uma contradição. Nesse aspecto, a quantidade é agora limitada: um *quantum*. A sequência de passos é: 1. Quantidade pura: grandeza contínua/discreta, 2. quantidade limitada: quantum.

O quantum desenvolvido e perfeitamente determinado é então o *número*. O número tem “como seu elemento, o uno” (Hegel, 1995, § 102); ele é a *unidade* de um determinado *valor numérico* de unos. Mais uma vez, os dois momentos de discrição e continuidade estão em ação; a discrição no valor numérico, a continuidade na unidade.

Hegel deriva então as operações numéricas a partir do número compreendido desta maneira, primeiro a simples contagem ou *numeração*; depois os tipos de cálculo da *adição*, da *multiplicação* e da *potenciação* (*elevação à potência*). Infelizmente, essas conquistas de Hegel não estão mais desenvolvidas na filosofia da matemática de hoje.

Através da dualidade de quantum *extensivo* e *intensivo* (ao qual corresponde hoje aproximadamente: cardinalidade e ordinalidade) passamos à *infinitude quantitativa*, que é uma má infinitude tanto para cima no progresso da contagem sem fim como para baixo no infinitesimal.

O progresso quantitativo infinito é [...] a repetição, carente-de-pensamento, de uma só e mesma contradição, que é [a do] o quanto em geral. Sobre o supérfluo [que é] exprimir essa contradição na forma do progresso infinito, com razão diz Zenão [citado] em Aristóteles: “É o mesmo, dizer algo *uma vez* e dizê-lo *sempre*” [Diels-Kranz, Zenon B, 1]”. (Hegel, 1995, § 104 Obs.).

A infinitude *verdadeira* quantitativa é então a relação quantitativa na qual a quantidade se torna novamente, passo a passo, qualitativa. Se no anterior encontramos a base lógica da *matemática* pura, aqui encontramos a base lógica da *mecânica*. Na categoria da *medida* conheceremos, de forma muito aproximada, a base lógica da *química* (e da física conteudista ou da microfísica).

Sobre a transição da lógica da quantidade para a lógica da medida, Hegel diz no § 106 da *Enciclopédia*:

Os *lados* da relação são ainda quantos imediatos, e as determinações qualitativa e quantitativa são ainda exteriores uma à outra [temos, por um lado, os valores numéricos e, por outro lado, a função matemática pela qual eles estão qualitativamente relacionados]. Mas, segundo sua verdade – de que o quantitativo mesmo é relação para consigo em sua exterioridade [isto é, na relação de potências, porque em sua potência um número se relaciona consigo mesmo e se determina através de si] [...], o quantitativo é a *medida*. (Hegel, 1995, § 106).

Na relação de potências, na qual o quantum se relaciona consigo mesmo, ocorre um “retorno” (Hegel, 2016, p. 345) à qualidade. O quantum, agora tem um significado qualitativo. Ele é aquele “peço qual algo é o que é” (idem.). A “verdade do quantum, [isto é], ser *medida*” (idem).

## Referências:


- FREGE, G. *Os Fundamentos da Aritmética: Uma Investigação Lógico-Matemática sobre o Conceito de Número*. Trad. Luiz Henrique Lopes Dos Santos. São Paulo: Livraria da Física, 2021.
- HOULGATE, S. *Quantity And Measure In Hegel's Science Of Logic*. Volume 2. London: Bloomsbury Publishing, 2022.
- HEGEL, G. W. F. *Enciclopédia das Ciências Filosóficas*. I. Ciência da Lógica. São Paulo: Loyola, 1995.
- HEGEL, G. W. F. *Ciência da lógica*. A Doutrina do Ser (1832). Petrópolis: Editora Vozes, 2016.
- HÖSLE, Vittorio. *O sistema de Hegel*. São Paulo: Loyola, 2007.
- NOLASCO, Fábio Mascarenhas. *A suspensão qualitativa da quantidade: a crítica de Hegel ao paradigma matemático da ciência moderna*. Tese doutorado. Campinas, 2015.



# COGNITIO

Revista de Filosofia  
Centro de Estudos de Pragmatismo

São Paulo, v. 24, n. 1, p. 1-15, jan.-dez. 2023  
e-ISSN: 2316-5278

 <https://doi.org/10.23925/2316-5278.2023v24i1:e63438>