

A CALCULADORA PROVOCANDO A GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

THE CALCULATOR ALLOWING TO GENERALIZE PATTERNS IN THE ELEMENTARY SCHOOL

Barbara Lutaif Bianchini¹

Silvia D. A. Machado²

Resumo

Este artigo apresenta uma investigação que ao introduzir o uso da calculadora em uma turma de 20 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, durante o estudo do tema de potenciação, objetivou provocar o desenvolvimento do processo de generalização desses estudantes. Concluímos que a atividade proposta por meio do trabalho exploratório mediado pela calculadora cumpriu o objetivo visado, contribuindo para o desenvolvimento do processo de generalização da maior parte dos alunos envolvidos.

Palavras-chave: processo de generalização; calculadora, educação algébrica.

Abstract

This paper presents an investigation that by the introduction of the use of calculator in a classroom of twelve years old students, during the potency study, aimed to provoke the development of the generalization process by these students. We conclude that the proposed activity by an exploratory work mediated by calculator attended the pretended objective, and contributed for the generalization process of great part of the students.

Key Words: generalization process; calculator; algebraic education.

Introdução

O crescente número de pesquisas³ cujos resultados apontam as várias vantagens do uso das calculadoras nas aulas de matemática do Ensino Fundamental, dentre elas Rosa e Domingos (2013) afirmam que o uso desse instrumento constitui uma *ferramenta que facilita e rentabiliza o processo de ensino e aprendizagem* (p.37). No entanto a introdução da calculadora em sala de aula, por si só, não acarreta essas vantagens, pois concordamos com Precatado (2009) quando argumenta que:

¹ Doutora em Psicologia da Educação - PUC-SP Professora do Depto de Matemática - PUC-SP, e-mail: barbara@pucsp.br

² Doutora em Matemática – PUC-SP Professora do Depto de Matemática - PUC-SP, e-mail: silviaam@pucsp.br

³ Ver no final do artigo: INDICAÇÃO DE LEITURAS PARA APROFUNDAMENTO DO TEMA

As potencialidades das tecnologias só poderão ser um contributo positivo para melhorar o ensino e aprendizagem em geral e da matemática em particular, se a sua utilização na escola, for acompanhada de opções claras sobre os objectivos da sua integração na educação. (p.1)

Atualmente, nas grandes cidades, é raro encontrar uma criança que não tenha manipulado um celular, computador, ou outro instrumento informático os quais possuem, entre outros aplicativos, a calculadora. Dessa forma, o contato do aluno com esse instrumento, algumas vezes é até mesmo anterior à escolaridade, do que decorre que hoje em dia não tem mais sentido discutir se se deve integrar o uso da calculadora em sala de aula, mas como e porque isso deve ser feito.

Vale ainda ressaltar o fato de que algumas escolas de redes municipais e/ou estaduais de São Paulo disponibilizam esse recurso, atendendo à sugestão presente nas considerações preliminares dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997), que explicitam o uso da calculadora como um dos recursos didáticos a ser utilizado na formação matemática do cidadão.

Baseadas na importância do uso da calculadora em sala de aula, apresentamos parte de uma pesquisa aplicada por uma professora de matemática do Ensino Fundamental II de uma escola da cidade de São Paulo. Essa professora, aqui denominada Eva, convencida da necessidade de introduzir o uso da calculadora em suas turmas de matemática, se prontificou a aplicar e avaliar atividades elaboradas conjuntamente conosco, atividades essas que utilizam a calculadora para auxiliar o desenvolvimento da capacidade dos alunos em processar generalizações de padrões.

É importante observar que antes da aplicação das atividades com calculadora Eva dispendeu uma aula para desenvolver a familiarização de seus alunos com esse instrumento, para detalhamento da questão da *familiarização do aluno com a calculadora* sugerimos recorrer a Veloso (1989) e Bianchini e Machado (2010).

Neste artigo vamos apresentar e analisar uma das atividades realizadas por vinte alunos de uma das turmas do 7º ano em que Eva ministra aula.

Apresentação e análise da atividade

Apresentamos primeiramente a análise da atividade em si, como propiciadora do processo de generalização, seguida da análise feita pela professora da turma, finalizada pela nossa análise dos protocolos.

A atividade proposta é a seguinte:

Figura 1 - Cópia da atividade sobre generalização de padrões

<p>1. Use a calculadora para calcular os três primeiros resultados: $11^2 =$ $111^2 =$ $1111^2 =$ Sem o uso da calculadora, o que você imagina que será o resultado de $111111^2 =$</p>

Fonte: Produção coletiva dos professores em formação continuada

Iniciamos nossa análise comentando primeiramente o que requer do sujeito a feitura da atividade proposta.

Primeiramente o sujeito deve conhecer como manipular a calculadora e interpretar seus resultados.

Por exemplo, as calculadoras utilizadas pelos alunos apresentam o seguinte resultado para cada um dos cálculos requeridos:

Figura 2 - Relação entre o solicitado e o cálculo

Solicitado	Visor da calculadora
$11^2 =$	$11. \times 11. = 121.$
$111^2 =$	$111. \times 111. = 12'321.$
$1111^2 =$	$1'111. \times 1'111. = 1'234'321.$
.....
$111111^2 =$	$111'111. \times 111'111. = E 123.45654$

Fonte: As autoras

Observemos que embora se digite 11, 111, 1111, ..., 111111 o visor mostra respectivamente **11.**, **111.**, **1'111.** e **111'111.**. Dessa forma, quem digitou esses números deve interpretar o ponto como indicador de que o número é um inteiro, e o símbolo de apóstrofo (') como auxiliar da leitura dos dígitos do número inteiro de três em três a partir da unidade ou então somente desconsiderar o ponto e o apóstrofo.

Quanto a interpretar o resultado dos cálculos a partir do visor, além de considerar o ponto como vírgula e o apóstrofo da forma já indicada acima, o sujeito tem de atentar para o fato de que o visor apresenta no máximo números com 8 dígitos. Caso o número resultante do cálculo ultrapasse os oito dígitos, a tela mostra um E seguido de 8 dígitos para indicar que o resultado não está correto.

Como a atividade sugere que a calculadora não seja utilizada: *Sem o uso da calculadora, o que você imagina que será o resultado de 111111^2* , supostamente os alunos deveriam tentar generalizar a regularidade observada nos dados dos primeiros três cálculos realizados com a calculadora.

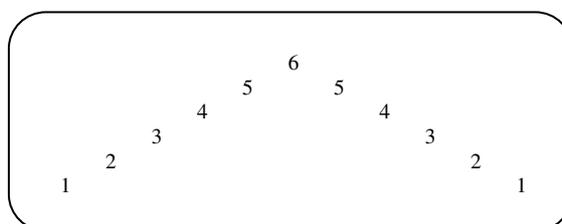
Quadro 1 - Visualização da regularidade na ordenação dos algarismos dos números obtidos via calculadora

$ \begin{array}{c} 1 \quad 2 \\ \quad \quad 1 \end{array} $	$ \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \\ \quad \quad 2 \quad 1 \end{array} $	$ \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \quad \quad 3 \quad 2 \quad 1 \end{array} $
$11^2=121$	$111^2=12321$	$1111^2=1234321$

Fonte: As autoras

É importante observar o crescimento e decréscimo dos dígitos que compõem os números obtidos.

Figura 3 - Visualização da regularidade na ordenação dos algarismos do número 12345654321

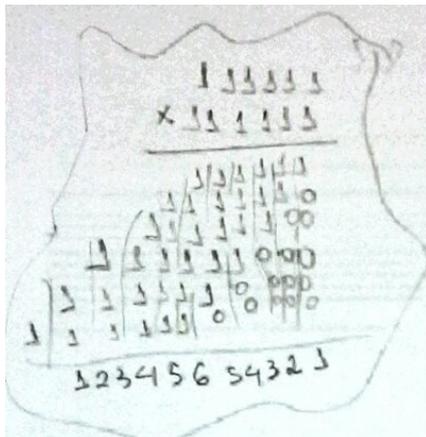


Fonte: As autoras

É interessante notar que, além de perceber o crescimento e decréscimo dos dígitos que compõe o número obtido, o aspecto visual que a Figura 3 proporciona para a representação do número requerido, qual seja, o de uma reflexão em torno do eixo perpendicular que passa pelo dígito 6.

Figura 4 - Análise da atividade pela Professora Eva do 7º ano

- ✍ Estavam presentes na aula 20 alunos.
- ✍ Observação: não tiveram nenhuma ajuda.
- ✍ Atividade: só uma dupla fez a conclusão com calculadora. A maioria percebeu a sequência.
- ✍ Sete alunos responderam corretamente: $111111^2 = 12345654321$. Um dos alunos fez a conta no verso da folha.



- ✍ Dois alunos responderam $111111^2 = 1234567654321$. Um deles não escreveu o algarismo das unidades das potências anteriores.

1. Use a calculadora para calcular os três primeiros resultados:

$$11^2 = \underline{121}$$

$$111^2 = \underline{12321}$$

$$1111^2 = \underline{1234321}$$

.....

Sem o uso da calculadora o que você imagina que será o resultado de

$$111111^2 = \underline{123456543210}$$

- ✍ Três alunos não colocaram o algarismo da unidade, dois deles riscaram o último algarismo.

$$111111^2 = \underline{1234564321}$$

Fonte: Cópia da análise feita pela professora Eva

A análise feita pela professora esclarece a forma em que a atividade foi desenvolvida, qual seja, os alunos realizaram a atividade em duplas e a professora afirma que não contribuiu para ou não interferiu na resolução da mesma. É necessário acrescentar que cada dupla tinha apenas uma calculadora em mãos, para incentivar que os membros interagissem e discutissem seus resultados, no entanto cada membro tinha

uma folha encimada com a atividade proposta impressa e espaço para colocar a resolução e o resultado.

É importante salientar que fica patente, ainda, a pouca familiaridade de Eva com o trabalho do processo de generalização, pois tal processo não foi sequer citado. Por outro lado, a citação da palavra *sequencia* nos permite inferir que a professora está se referindo à sequencia $11^2, 111^2, 1111^2, \dots$, que no caso em questão era só um “meio” e não o objetivo visado pela atividade.

Quadro 2 - Tabulação das resoluções da atividade

	A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	C ₁	C ₂	D ₁	D ₂	E ₁	E ₂	F ₁	F ₂	G ₁	G ₂	H ₁	H ₂	J ₁	J ₂	K ₁	K ₂		
a							x	x	x	x			x							x	x	7
b	x	x																				2
c			x	x																		2
d					x																	1
e						x																1
f											x	x										2
g																						2
h																x!	x					1
i																					x	1
j														x								1

Fonte: Dados da pesquisa organizados pelas autoras

Legenda: a- acerto; b- 123456543210; c- 1234567321; d- 1234321565; e-123432156;

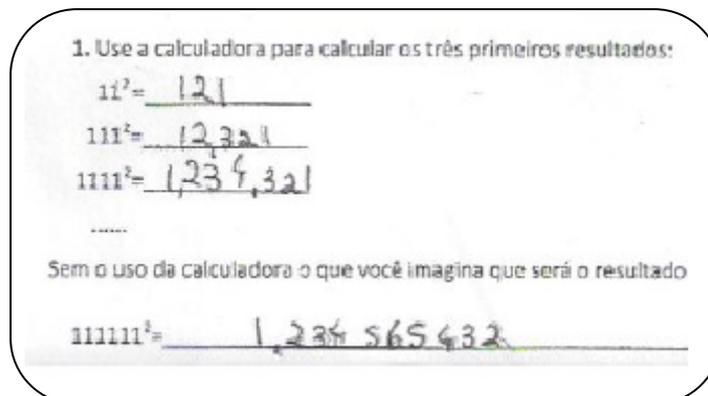
f-1234567654321; g-1234565432-; h-1234564321; i-12345432; j- não fez.

A seguir apresentamos nossa análise sobre o processo de generalização revelado pelos protocolos e baseada nas informações fornecidas pela professora Eva. A nosso ver sete protocolos que apresentaram a resposta correta, foram os das duplas D, E, K e o do membro G₁ da dupla G. No entanto, é preciso destacar que, no verso do protocolo de um dos membros da dupla D, aparece o cálculo do produto 111111×111111 , que pode ter sido feito tanto para validar, como para obter o resultado.

Quatro protocolos, das duplas A e F evidenciam que seus autores observaram a regularidade na construção do número requerido exibida no Quadro 1, embora por alguma razão os membros da dupla A tenham acrescentado zero no final, talvez pelo hábito advindo do Ensino Fundamental 1 de contar os primeiros números naturais em ordem decrescente terminando por zero. A dupla F observou a regularidade do crescimento seguido do decrescimento (observado no Quadro 1), no entanto não percebeu que o número obtido cresce até o número 6 (que corresponde ao número de algarismos da base de 111111^2).

Os protocolos das duplas H e J evidenciam uma percepção menos apurada que das duplas anteriores, sobre o crescimento seguido do decrescimento já apontado no parágrafo anterior. A seguir apresentamos o protocolo de um dos membros da dupla J:

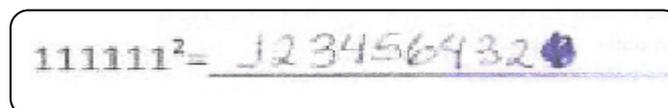
Figura 5 - Protocolo de J₁



Fonte: Dados da pesquisa

o protocolo de J₁ esclarece que o aluno tem o hábito de separar um número inteiro com mais de 3 algarismos, de acordo com a ordem de grandeza do número. Tal fato parece tê-lo induzido a iniciar a escrita do número requerido pontuando (1.234....) o que o levou a seguir corretamente a forma crescente até o dígito 6 e decrescente daí em diante, deixando de incluir o dígito 1 final pelo fato de imaginar que o 2 completava a terna 432. Ambos os protocolos da dupla H, apresentam o seguinte:

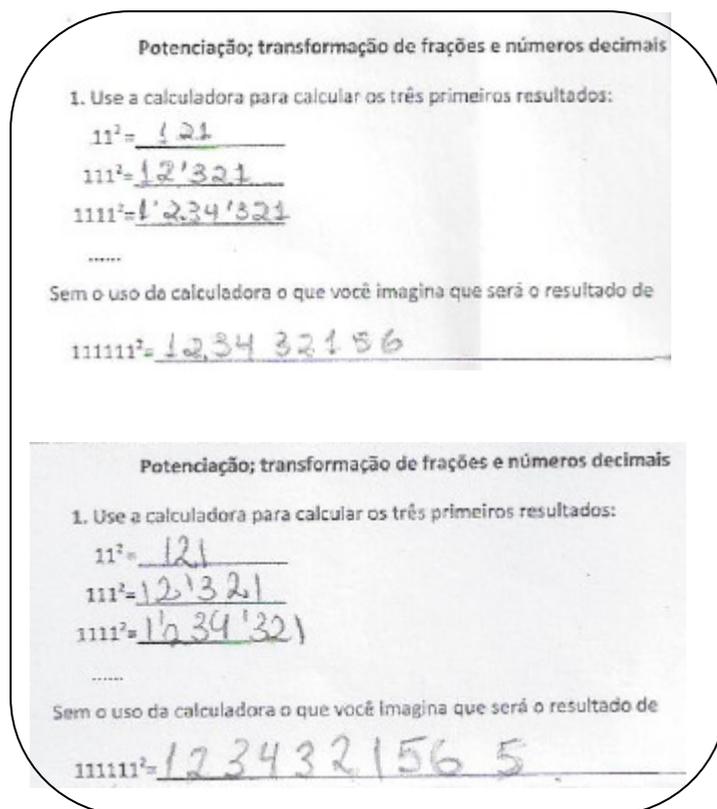
Figura 6 - Protocolo de H₁



Fonte: Dados da pesquisa

É interessante notar que os alunos atentaram para o fato de que o número resultante inicia e termina pelo 1, observando também o crescimento dos dígitos do número até o dígito 6 e posterior decrescimento. No entanto, por alguma razão, no final ambos riscaram o dígito 1, colocado no local da unidade. Ressaltamos também o fato, de ambos os membros da dupla terem omitido o dígito 5 na ordem dos milhares.

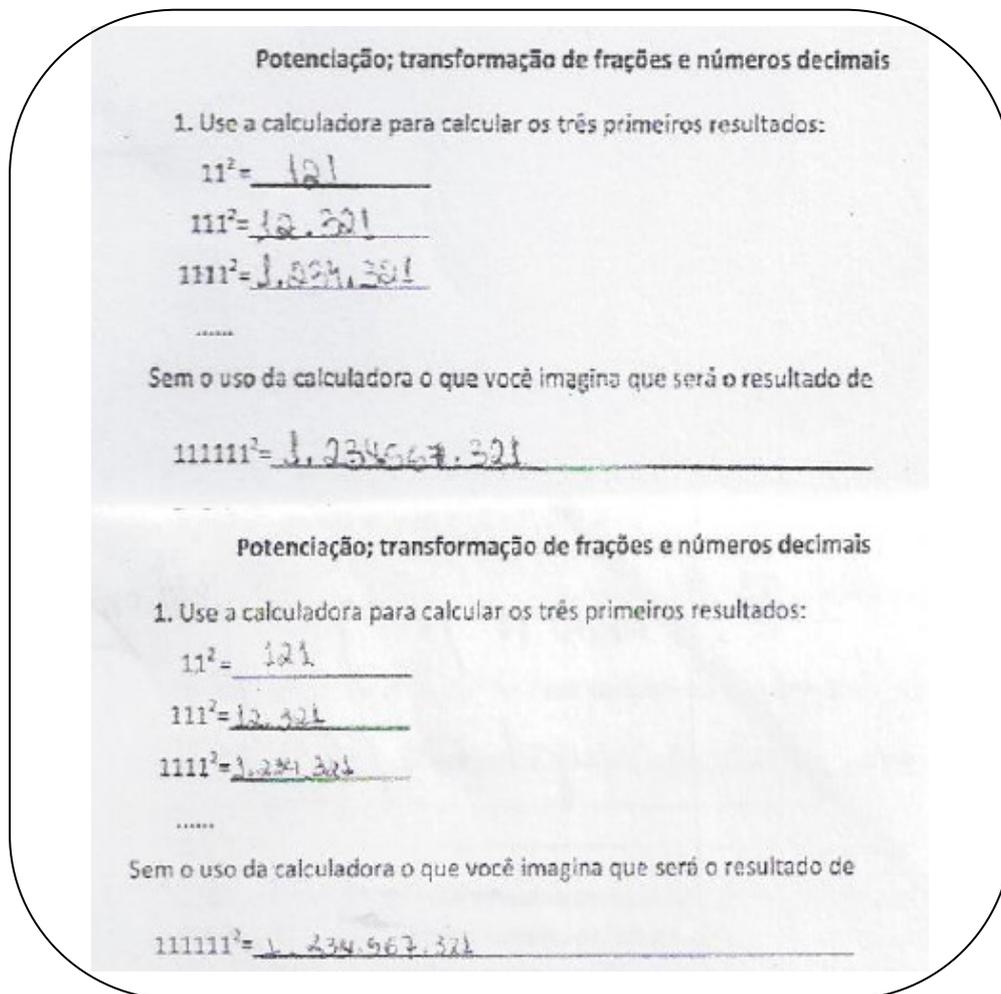
Figura 7 - Protocolos da dupla C



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 7 retrata a cópia que ambos elementos da dupla fizeram do visor da calculadora, conforme apresentamos na Figura 2 e comentamos sobre a possível influência do apóstrofo na compreensão do par de alunos, provavelmente ainda não bem familiarizados com a calculadora. Outro ponto a se considerar é o de que um dos alunos na tentativa de generalizar, aproveitou o resultado obtido no cálculo de $1111^2 = 1234321$, e acrescentou no final o número 565, os três dígitos faltantes, porém fora da ordem correta (1234**565**321). O outro aluno da dupla replicou o que o companheiro fez, porém acrescentou no final apenas o número 56.

Figura 8 - Protocolos da dupla B



Fonte: Dados da pesquisa

Os protocolos da dupla B, apresentam a mesma preocupação daquela do protocolo de J₁, Figura 5, isto é os alunos tem o hábito de separar um número inteiro com mais de 3 algarismos, de acordo com a ordem de grandeza do número. Tal fato parece tê-lo induzido a iniciar a escrita do número requerido pontuando (**1.234....**) o que os levou a seguir a forma crescente até o dígito 7 seguido do número **321**, na forma decrescente.

Considerações finais

Nossa pesquisa conjunta com a professora Eva, realizada em uma escola do Ensino Fundamental II, teve como mote introduzir o uso da calculadora em uma de suas turmas de 7º ano, no desenvolvimento do tema de potenciação.

A atividade analisada foi proposta com o objetivo de provocar o desenvolvimento do processo de generalização de seus alunos, pois os resultados obtidos pelo uso da calculadora tinham a intenção de economizar tempo de cálculo para possibilitar que eles focassem na observação e análise de regularidades que os levassem a conjecturar e a generalizar um padrão.

O ato de conjecturar foi reforçado pelo fato dos alunos trabalharem em duplas e poderem trocar suas impressões sobre o que observavam, e suas conjecturas.

A análise dos 20 protocolos mostra que todos os 20 alunos obtiveram resultados corretos para seus cálculos com calculadora, o que parece indicar que a familiarização dos alunos com esse instrumento foi eficaz para a realização da atividade. No entanto, é preciso atentar que em 6 dos vinte protocolos apresentam números registrados com pontos e/ou vírgulas e/ou apóstrofes, decorrentes de cópias literais do visor da calculadora ou do hábito de separar um número inteiro por ordem de grandeza (de 3 em 3).

O fato de que em apenas um protocolo (G_2), não haja registro da generalização solicitada nos permite inferir que ao menos 19 alunos chegaram a conjecturar, consideramos que todos esses dezenove alunos generalizaram, independentemente de terem chegado ao resultado correto. Sete protocolos exibem o resultado correto, os outros 10 apresentam registros decorrentes da percepção de que os dígitos do número crescem e depois decrescem. Dessa forma somente os sete protocolos corretos dão indícios de que seus autores observaram a simetria anteriormente descrita.

Assim, concluímos que a atividade proposta por meio do trabalho exploratório mediado pela calculadora refletiu e cumpriu o objetivo visado, contribuindo para o desenvolvimento do processo de generalização da maior parte dos alunos envolvidos.

Referências

BIANCHINI, B. L.; MACHADO, S. D. A. A sensibilização do professor do Ensino Fundamental para o uso da calculadora em sala de aula. In: GROENWALD, C. L. O. ; ROSA, M. *Educação Matemática e Calculadoras: Teoria e Prática*. CANOAS: Ed. ULBRA, 2010.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1997.

PRECATADO, A. Tecnologia para os alunos ou Ensino com Tecnologia? *Educação e Matemática*, Revista da APM de Portugal, Lisboa, 2009, n.104, p.1, setembro-outubro 2009.

ROSA, V.; DOMINGOS, A. O *Navigator* e a forma como os alunos de 10º ano utilizam a calculadora gráfica. *Educação e Matemática*, Revista da APM de Portugal, Lisboa, 2013, n.123, p.37-38, maio-junho 2013.

VELOSO, G. A calculadora como ferramenta na resolução de problemas. *Educação e Matemática*, Lisboa, nº11, p.11-12, 3º trimestre de 1989.

INDICAÇÃO DE LEITURAS PARA APROFUNDAMENTO DO TEMA

GROENWALD, C. L. O. ; ROSA, M. *Educação Matemática e Calculadoras: Teoria e Prática*. CANOAS: Ed. ULBRA, 2010.

IMENES, L.M.P. A calculadora nas aulas de matemática do Ensino Fundamental. In: **Anais do IX ENEM** – Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, 2007. CD-Rom.

MELO, A.R.F. **A prática do professor de matemática permeada pela utilização da calculadora**. 2008. Dissertação (mestrado profissional em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo.

NORONHA, C. A.; SÁ, P. F. A calculadora em sala de aula: porque usar. In: CUNHA, E.; SÁ, P. F. (orgs) *Ensino e formação docente: propostas, reflexões e práticas*. Belém: A2 Comunicação, 2002, pp. 119-134.

PONTE, J.P. A calculadora e o processo de ensino-aprendizagem. **Educação e Matemática**, Lisboa, nº11, p.1-2, 3º trimestre de 1989.

RIBEIRO, M.J.B.; PONTE, J.P. A Formação em novas tecnologias e as concepções e práticas dos professores de Matemática. **Quadrante**, Lisboa, 9(2), p. 3-26, 2000.

SELVA, A.C.V.; BORBA, R.E.S. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2010. – (Tendências em Educação Matemática, 21).

SILVA, A.V. Calculadoras na Educação Matemática-contributos para uma reflexão. **Educação e Matemática**, Lisboa, nº11, p.3-6, 3º trimestre de 1989.