

RELÓGIOS DE SOL PARA ENSINAR MATEMÁTICA E FÍSICA DE MANEIRA INTEGRADA.

Walmir Thomazi Cardoso

walmir.astronomia@gmail.com

Professor Assistente Doutor do Departamento de Física da PUC-SP.

Membro do Grupo de História, Teoria e Ensino de Ciências – GHTEC-USP.

Resumo: O Objetivo desse artigo é mostrar uma alternativa no relacionamento entre alguns conteúdos de Matemática e Física na Escola Básica. Muito embora alguns tópicos dessas disciplinas possam ser explicados de maneira muito próxima entre si, eles habitualmente não são apresentados de maneira conjunta. Desenvolvidos a partir de uma experiência prática num curso proposto para integrar as disciplinas de Matemática e Física num curso de Educação a Distância oferecido pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), temas como relógios solares representam uma alternativa para ensinar Mecânica, Matemática e permitem integrações com outras disciplinas das humanidades como História, Geografia e Ciências Sociais.

Palavras chave: relógios solares, ensino de Física, ensino de Matemática, medidas do tempo, interdisciplinaridade.

Abstract: *the aim of this article is to show one alternative to a correlation between mathematical and physical contents in basic schools. Even though these topics could be explained in a very close way but they are almost never presented together. Developed from a practical experience in a proposal of Physics and Mathematics integrated subject within a Distance Learning Course offered by Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), it is an alternative to teach Mechanics, Mathematics and can be integrated with other subjects in humanities areas as History, Geography and Social Sciences.*

Key words: *sundials, Physics teaching, Mathematics teaching, time measurements, interdisciplinary studies.*

Introdução

O presente artigo foi baseado na experiência de uma disciplina oferecida no curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância, pelo Departamento de Matemática da Pontifícia Universidade Católica – PUC-SP. Sendo ministrada pelo segundo ano consecutivo com esse programa a Interfaces da Matemática com a Física (IMF) possibilitou uma proposta alternativa à que existia anteriormente. A disciplina foi estruturada de modo a iniciar seu percurso por um breve estudo acerca dos relógios de sol. Como os relógios solares são instrumentos de medida do tempo e estão relacionados com os movimentos do Sol, passamos a trabalhar esse tópico até

chegarmos aos movimentos dos planetas. Na Antiguidade, desde os tempos de Platão (séc V aC), que existem registros mostrando que os movimentos dos planetas foram tratados como composições de movimentos circulares uniformes (Hanson, 1978). Com Cláudio Ptolomeu (séc II dC) a complexidade desses movimentos resultou num modelo técnico bastante complexo que embasou o modelo geocêntrico até, pelo menos o século XVII (Toomer, 1998; Grant, 1996; Szczeciniarz, 2003). Partindo das composições de movimentos circulares e uniformes (MCUs), passamos ao estudo de grandezas relacionadas a esse conjunto de movimentos como período (T), frequência (f), velocidades e acelerações, basicamente, para depois chegarmos às leis da Mecânica de Newton (Isaac Newton – 1643-1727). É conhecida dos professores de Física a relação entre as Leis de Kepler (Johannes Kepler – 1571-1630) e a Lei de Gravitação Universal, a partir do movimento em órbita circular da Lua em torno da Terra (Newton, 1997).

A disciplina de IMF aproveita o limiar entre os séculos XVII e XVIII bem como a citação de Newton para enveredar ao estudo da óptica geométrica e finalizar seu conteúdo após realizar estudos sobre lentes e prismas. Muito do que se descreve brevemente aqui é colocado em prática a partir de aplicativos que simulam os movimentos e permitem interatividade entre os estudantes e o conteúdo propriamente. A descrição sumária do curso serve para situar o leitor acerca do percurso proposto como um todo pela disciplina.

Vamos nos fixar nesse artigo na primeira parte da disciplina de IMF, justamente aquela que trata dos relógios solares. Optamos por sugerir aqui algumas aplicações oriundas da nossa experiência para além da disciplina de IMF em si, visto que pretendemos chegar a uma gama maior de leitores. Em outras palavras, desejamos mostrar para o professor da Educação Básica que um tema como esse pode ser levado à sala de aula verdadeiramente integrando conteúdos e abrindo a possibilidade de trabalhos conjuntos.

Abrir um segmento do curso, principalmente no Ensino Médio, discutindo o tempo e pedindo para os estudantes darem suas opiniões, antes mesmo de uma pesquisa sobre o assunto, é uma excelente maneira de trabalhar um conceito desses. Claro que uma atitude como essa pressupõe um trabalho conjunto com o professor de Física e constitui um dos argumentos favoráveis a uma salutar integração de conteúdos. Se, por um lado, as medidas de tempo podem adquirir aspectos ligados diretamente à matemática, sua natureza é objeto de estudo da física. Desse modo, considerar ambas as áreas de conhecimento como complementares nesse tópico parece a coisa mais acertada

a se fazer. Mas o tempo também tem implicações filosóficas e metafísicas o que o aproxima de objeto de estudo da Filosofia. Por que deixar de perguntar ao professor dessa disciplina se ele não gostaria de participar de uma aula conjunta ou ainda de um pequeno projeto a ser levado a cabo de maneira multidisciplinar? A História, a Geografia, a Sociologia e outras disciplinas de humanidades podem dar colaborações importantes já que o tempo não é um estudo exclusivo de uma área de conhecimento

O tempo, para além das questões de natureza metafísica é um enigma que nos persegue desde tempos imemoriais, aliás, esses mesmos, incognoscíveis já que a indagação sobre o tempo tem origem desconhecida. Muitos são os mecanismos para medir o tempo, mas nenhum definitivo para entender sua origem e natureza. A natureza do tempo segue como uma investigação. Para defensores de teorias como o Big Bang o tempo teria nascido ali, com o surgimento do Universo e se constitui numa grandeza intimamente relacionada com a entropia do Universo. Em outras palavras, , enquanto o Universo expande e esfria o tempo passa numa direção única, sem que consigamos parar ou retroceder. A ficção científica usa e abusa desses recursos apoiando-se em teorias alternativas e chaves lógicas de entendimento das dimensões de passado, presente e futuro.

Depois de uma discussão acerca da natureza do tempo é momento para iniciarmos um estudo sobre suas medidas ao longo da história. Uma pesquisa sobre instrumentos antigos de medida do tempo levará os estudantes a diversos dispositivos. Os mais comumente encontrados são a ampulheta, a clepsidra e os relógios de Sol. Nos dois primeiros o escoamento da areia ou da água, respectivamente e conforme o caso produz as alterações necessárias para representações das medidas de tempo. No caso dos relógios solares a sombra é a chave da medida e compreensão do que se lê. Leem-se as sombras para o relógio de Sol e apesar da aparente contradição é isso que permite entendermos a passagem do tempo.

Construindo sombras:

Dos mais diversos instrumentos para medida do tempo os relógios de sol têm um lugar especial na história e imaginário das pessoas. Parece mágica parar na frente de um instrumento de sombras como esse e ver estampada em seu mostrador uma marcação que corresponde à hora indicada em nossos relógios de pulso ou em nossos aparelhos celulares, mais comuns atualmente.

Alguns dos princípios associados aos relógios solares são básicos e com o tempo os estudantes compreendem bem o que se passa¹. Ao longo de um dia podemos dizer muito aproximadamente que o Sol realiza uma trajetória praticamente circular. Acima do horizonte essa trajetória corresponde também muito aproximadamente a um arco de círculo. O caminho do Sol, aparente em torno da Terra num determinado dia do ano², corta (tem duas intersecções com) o Horizonte no nascer e no por do Sol. Bem no meio do trajeto um círculo máximo divide a trajetória em matutina e vespertina. Esse círculo é conhecido como Meridiano Celeste Local. É um círculo máximo como o são o Equador ou o Horizonte. O plano desses círculos contém o centro da esfera. Uma esfera imaginária que nos envolve e que chamamos de esfera celeste.

Aquilo que fica quase impossível de imaginar se torna mais simples quando usamos um simulador. Na imagem que segue vemos cada um desses elementos presentes numa imagem dinâmica que pode ser vista de diversos pontos de vista.

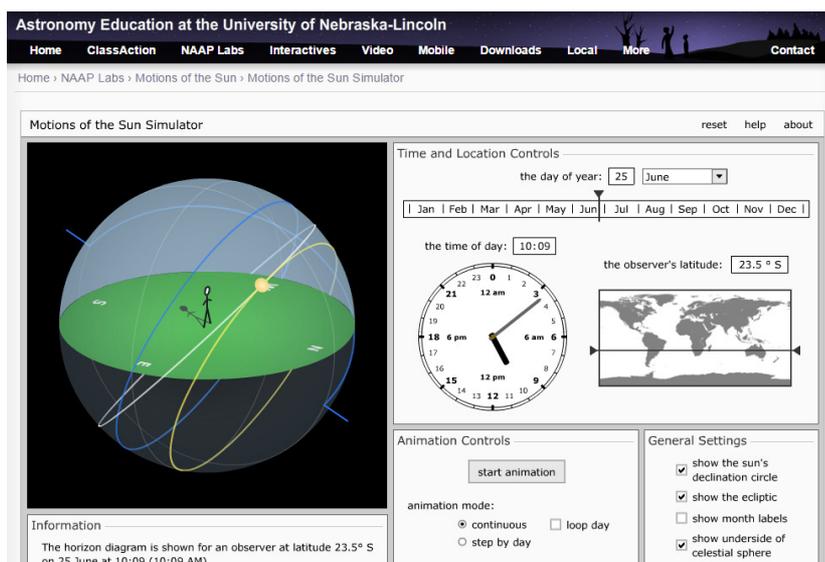


Figura 1 – Parte da tela do simulador de movimento do Sol na Esfera Celeste. Retirado de: <http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html> (acesso em 25/06/2015).

No simulador vemos a sombra de um observador para a latitude da cidade de São Paulo (23,5° S) pouco antes da passagem do Sol pelo Meridiano Celeste Local.

¹ Desempenham aqui papel importante os simuladores e aplicativos que mostram com imagens o que demoramos muito para explicar com as palavras. Um dos simuladores mais interessantes que conheço para esse assunto inicial é o da Universidade de Nebraska_Lincoln que pode ser encontrado em <http://astro.unl.edu/naap/motion3/animations/sunmotions.html> (acesso em 25 de junho de 2015).

² O caminho é aparente porque consideramos em nosso modelo explicativo a Terra girando em torno do Sol. Para os nossos antepassados medievais, por exemplo, quando os relógios de Sol eram amplamente usados, o Sol realmente girava em torno da Terra que permanecia estática e numa posição central no Universo. Essa é a essência do modelo geocêntrico ou ainda geostático ou com a Terra parada no centro do Universo.

Podemos alterar a latitude e ao fazermos isso podemos ver que o eixo do movimento de todo o céu altera sua altura sobre o Horizonte.

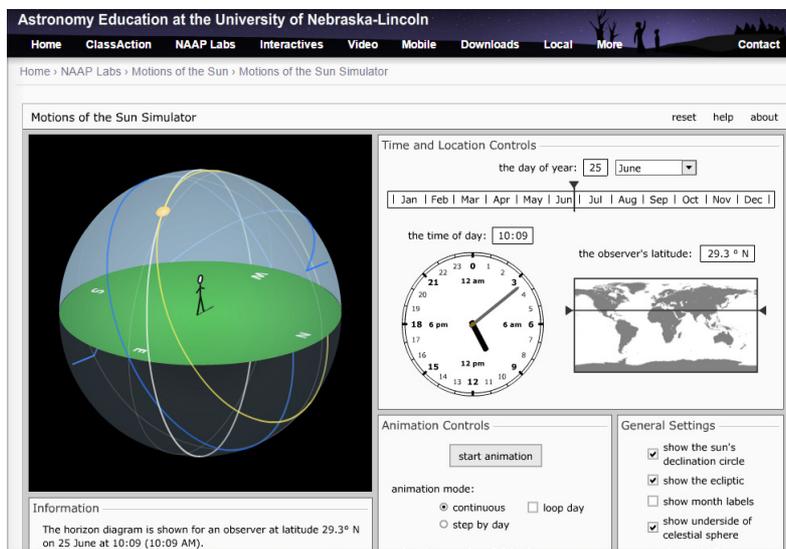


Figura 2 - Note que aqui só alteramos a latitude - saímos de 23,5 graus Sul e fomos para aproximadamente 29 graus Norte.

Comparando as duas imagens percebemos que a simples alteração na latitude altera a posição relativa do Sol sobre o Horizonte e, portanto as posições das sombras, bem como muda a posição do eixo, marcado como dois segmentos em cor azul. Note que no primeiro desenho o segmento ao Sul está acima do Horizonte e aquele mais ao Norte está abaixo do Horizonte. No segundo desenho as situações se invertem.

É possível mostrar que a altura do pólo celeste elevado é congruente à latitude do observador (distância angular que separa o Observador do Equador). No diagrama a seguir podemos ver isso quando comparamos os ângulos “fi” (latitude) com a altura do pólo celeste (h_p) sobre o Horizonte. No diagrama a esfera menor representa a Terra enquanto a maior representa a esfera celeste. Ambas, concêntricas.

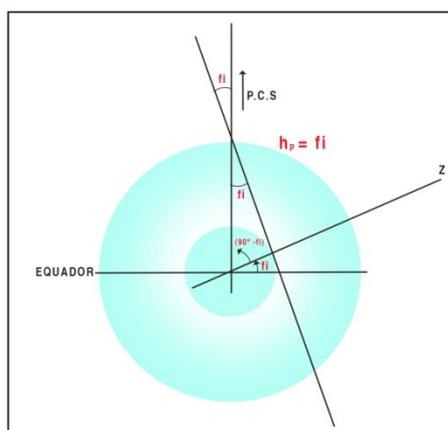


Figura 3 - Diagrama mostrando que a altura do pólo sobre o Horizonte é congruente à latitude do observador. (Cardoso, 2007, p.335).

O Meridiano Celeste Local passa pelos pólos do eixo em destaque no simulador que são chamados de pólos do mundo ou pólos celestes. Eles podem ser interpretados como projeções dos pólos terrestres no céu.

Tudo se passa como se tivéssemos duas esferas, a terrestre e a celeste. Isso pode ser constatado no diagrama representado na figura 3. Muitos dos círculos conhecidos por nós como o Equador, os paralelos e os meridianos aqui na Terra são projeções de círculos da esfera celeste. O mesmo vale para os eixos e pólos. Nas imagens do simulador são representadas posições do horizonte que passa sob os pés do observador. Nesse caso a esfera que representa a Terra é reduzida a um ponto e o horizonte do observador passa a ser o Horizonte, isto é, um círculo máximo da esfera celeste que passa, portanto pelo seu centro.

Todos esses elementos da geometria da esfera servem para um trabalho do professor de Matemática em conjunto com o professor de Física e seus alunos. O argumento do professor da Educação Básica para não trabalhar esse conteúdo é que esses tópicos não constam mais do programa e por isso mesmo não faz sentido trabalhar com eles. Minha posição é bastante diferente e crítica nesse caso. Considero que estamos estudando medidas do tempo e para isso precisamos de um ferramental essencial que é a geometria da esfera. Apesar dela não estar mais presente no currículo ela se torna necessária para algo que estamos construindo aqui que é a noção de passagem do tempo baseada no movimento do Sol e ainda a investigação de um instrumento para medi-la, que é o relógio de sol.

O próximo passo constitui-se numa atividade prática. Vamos determinar a projeção do Meridiano Celeste Local sobre o plano do Horizonte. O que surgirá dessa projeção será um segmento de reta que une os pontos cardeais Norte e Sul.

Para essa construção precisamos de um gnômon³ ou uma haste reta que possa ser fincada perpendicularmente ao solo, num lugar onde o Sol incide tanto pela manhã quanto pela tarde. Note que essa é uma construção geométrica para ser feita no pátio da escola. Barbante, giz e boa vontade são necessários. A técnica consiste em fazermos uma medida da extremidade da sombra do gnômon no período da manhã e traçarmos uma circunferência cujo raio do círculo mede o comprimento que vai da base do gnômon até a extremidade da sombra. Deixar a garotada pensar nas soluções do problema é fundamental. Como traçar uma circunferência assim, tão grande, sem um compasso convencional, no chão? Como traçar linhas retas sem uma régua tão grande? Essa atividade movimenta a turma! Mesmo os alunos do Ensino Médio gostam bastante da atividade que leva uma parte do final da manhã e o início da tarde.

³ O termo foi amplamente usado na arte e técnica de construção dos relógios solares. Gnomônica é justamente a técnica de construir relógios de sol.

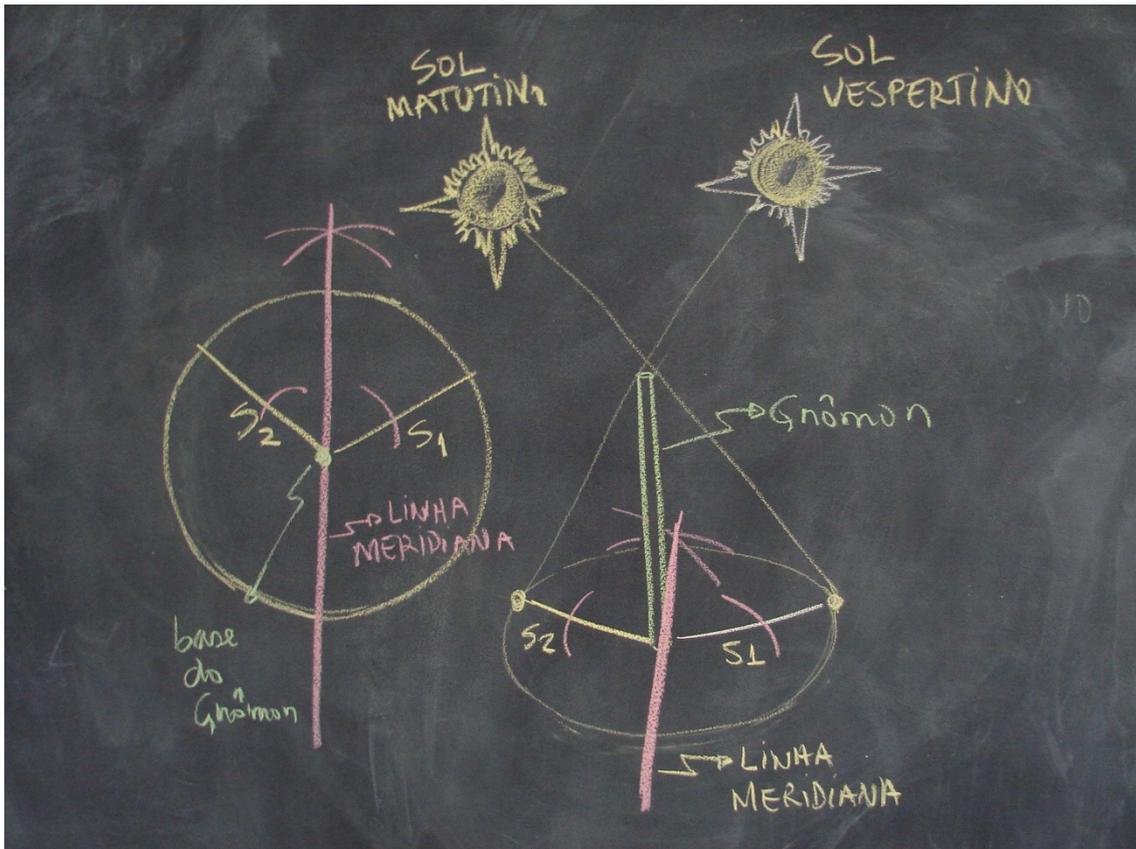


Figura 4 - Rascunho de como determinar a linha meridiana. (desenho e foto do autor).

A sombra matutina está representada pelo segmento que estamos chamando de S_1 . Deve-se traçar uma circunferência com esse valor de raio. No período da tarde a sombra encontrará novamente essa circunferência. Deve-se marcar essa sombra como S_2 em nosso diagrama. Traçando uma bissetriz entre as S_1 e S_2 determinamos a linha meridiana ou linha que une os pontos cardeais norte e sul. Era de se esperar porque essa linha constitui a projeção do Meridiano Celeste Local sobre o plano do Horizonte. Quando o Sol está em sua posição matutina ele vem da região Leste e na situação em que está na posição vespertina está se dirigindo para a região Oeste. Na projeção do desenho à esquerda o Norte está para o lado de baixo. Se a linha Meridiana ou Norte Sul une esses pontos cardeais a linha perpendicular é a linha Leste Oeste. Podemos voltar a olhar o simulador e perceber que o observador se encontra no centro do horizonte, como o gnômon de nosso desenho. A direção Norte Sul são os lados para onde estão os pólos do céu. Um deles apenas é elevado. Se estivermos em latitude sul (caixa de diálogo do simulador à direita) o pólo celeste sul está acima do Horizonte. Se estivermos com latitude Norte ocorre justo o contrário. Já chamamos a atenção para isso, mas vale a pena voltar a essa questão depois de determinar a Linha Norte Sul e Leste Oeste.

No simulador é possível perceber que o Sol nasce na região leste e se põe na região oeste. Só em algumas circunstâncias especiais o Sol nasce bem perto ou no ponto cardinal Leste e se põe bem perto ou no ponto cardinal Oeste. Isso mostra que o Sol não se move no Equador Celeste, que passa pelos pontos cardinais Leste Oeste. Realmente o Sol se move numa outra linha, que é a sua própria trajetória aparente anual no céu. Para entender isso, precisamos trabalhar junto aos professores de Geografia e lembrarmos que a Terra está inclinada em relação à sua órbita em torno do Sol. Isso significa que, enquanto giramos em torno de nós mesmos, o eixo de rotação mantém uma inclinação de muito aproximadamente $23,5^\circ$ em relação ao eixo da órbita. Como consequência, numa parte do ano o Sol ilumina mais diretamente a região do hemisfério sul e mais obliquamente o hemisfério norte. Seis meses depois a situação se inverte. Esse fato produz o que chamamos de estações do ano, notáveis nas latitudes temperadas⁴.

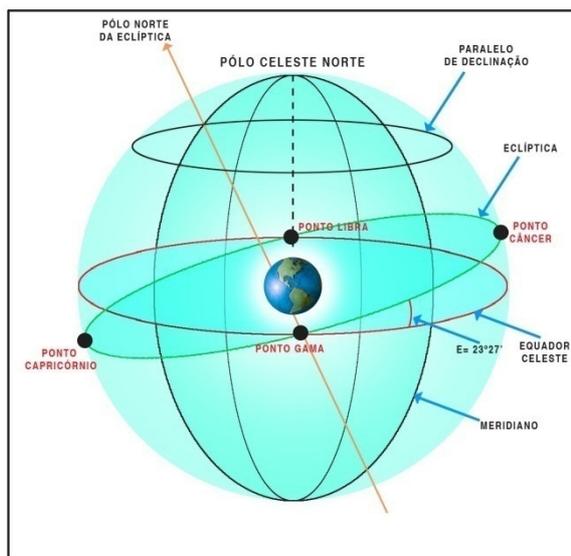


Figura 5 - Representação do Equador Celeste, Eclíptica (trajetória do Sol) com destaque dos pontos solsticiais e equinociais, além do ângulo de obliquidade da Eclíptica de 23,5 graus. (Cardoso, 2007, p.344).

No diagrama ao lado vê-se o modelo explicativo com a esfera terrestre e a esfera celeste. Note que o pólo celeste norte é uma das extremidades do eixo do mundo (da esfera celeste) e seu círculo máximo principal é o Equador Celeste (que projetado sobre a Terra produz a linha do Equador terrestre sobre sua superfície). Há um plano inclinado de $23,5^\circ$ chamado Eclíptica (cuja intersecção com a esfera celeste constitui-se numa

⁴ Nas latitudes baixas, próximas ao Equador, as estações não são marcadas como nas latitudes além dos trópicos, motivo pelo qual não cabe uma generalização da afirmação feita aqui.

circunferência que corresponde à trajetória anual aparente do Sol para um modelo geostático como utilizamos na prática, por razões de simplificação)⁵.

O fato do Sol não se deslocar pelo Equador Celeste com velocidade constante ao longo do ano produz variações nas durações dos dias claros para a mesma localidade. E isso tem implicações nas medidas associadas às sombras dos relógios solares.

Medindo sombras:

Com base no que vimos até agora podemos produzir um modelo simples de relógio solar que funciona com mostrador equatorial. O que faremos é basicamente reproduzir fisicamente uma situação prevista pelo aplicativo apresentado nas figuras 1 e 2. Consideremos a latitude da cidade de São Paulo (23,5° S) e o dia 21 de março que corresponde a um dos dias em que o Sol passa pelo Equador Celeste em sua trajetória anual na Eclíptica. Para a construção desse modelo de relógio o Sol, sempre considerarmos o Sol andando pelo Equador Celeste. As correções serão feitas posteriormente por um gráfico ou uma equação, como veremos.

O ponteiro desse relógio será a representação física do eixo de rotação da esfera e por isso mesmo estará inclinado de 23,5° em relação ao horizonte. O Equador Celeste será perpendicular a ele e por isso será representado por um disco que servirá de mostrador. Esse círculo terá marcações das horas de 15° em 15°. A razão disso é que um Sol, hipoteticamente se deslocando com a mesma velocidade angular, daria uma volta completa nesse disco em 24 h. Se a volta completa corresponde aos 360° então teremos $360^\circ/24 \text{ h} = 15^\circ/\text{h}$. Em outras palavras, cada hora em que o Sol se desloca corresponde no disco a 15° de deslocamento da sombra do “eixo” ou ponteiro desse relógio. Esse ponteiro deve ficar apontando para a direção sul, mais especificamente para o Pólo Celeste Sul. Lembre-se de que ele representa fisicamente o eixo enquanto o disco representa o Equador Celeste.

A construção se dá de modo simples. Um espeto de churrasco de madeira e um disco de cartolina com diâmetro de 10 cm já são suficientes para produzir esse relógio simplificado que vai ficar similar ao desenhado por nós no croqui apresentado.

⁵ Efetivamente o que se nota é o movimento dos astros em torno da Terra apesar de nosso modelo explicativo afirmar justamente o contrário. Usamos a Terra parada no centro apenas como referência para descrever os movimentos, linhas, eixos e pólos na astronomia fundamental.

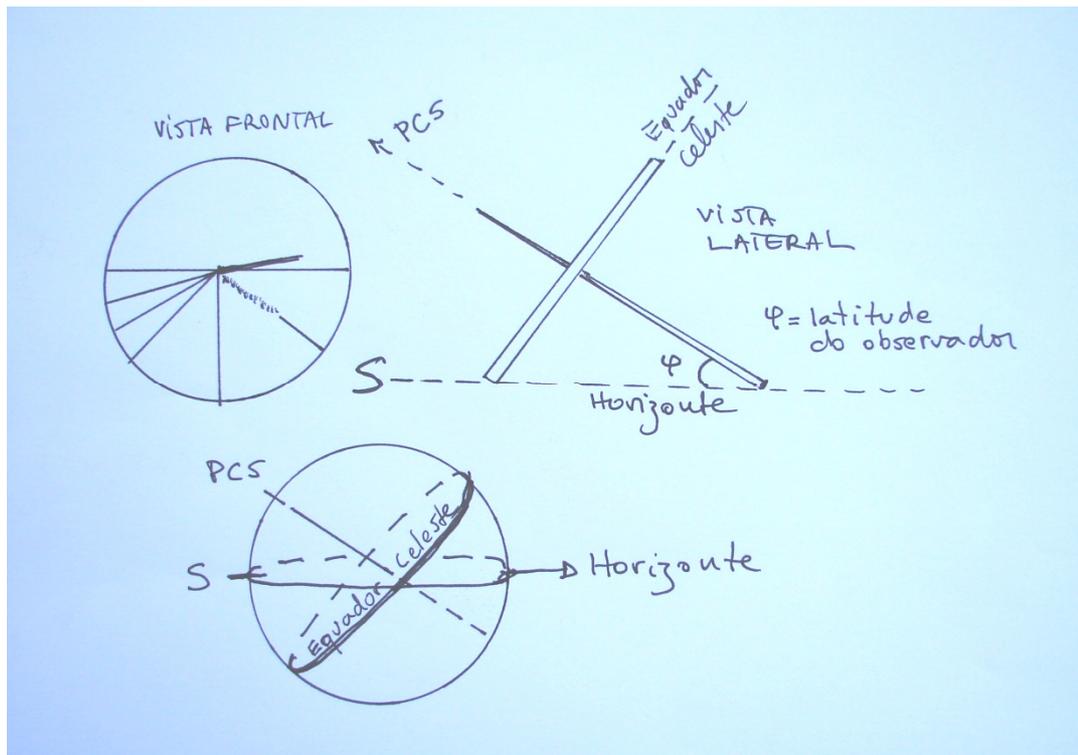


Figura 6 - Diagrama simplificado de um relógio solar equatorial. (diagrama e imagem do autor).

A orientação é importantíssima porque estamos representando o próprio movimento do Sol ao longo do dia, no Equador Celeste. As horas indicadas pelas sombras serão as mesmas que vemos em nossos relógios? A resposta é negativa para a maior parte dos dias e o leitor já tem condições de entender o motivo. O Sol não anda pelo Equador Celeste, mas inclinado em relação a ele, na Eclíptica e a órbita da Terra não é uma circunferência. Logo a velocidade do Sol no céu vai variar. Assim, existem duas diferentes medidas associadas ao Sol nesse caso. Uma que diz respeito ao Sol verdadeiro, aquele que anda pela Eclíptica com velocidade variável e outra para um Sol fictício que anda pelo Equador com velocidade constante. Esse último gera um padrão de tempo conhecido como Tempo Solar Médio, enquanto o Sol verdadeiro dá origem a um padrão de medida de tempo conhecido como Tempo Solar Verdadeiro. Dado que o movimento anual do Sol é periódico em um ano solar verdadeiro ou médio os dois voltam a se encontrar no mesmo ponto. É possível calcular e representar essa diferença para todos os dias do ano numa mesma localidade. A Astronomia chama essa diferença entre Tempo Solar Verdadeiro (TSV) e Tempo Solar Médio (TSM) de Equação do Tempo (E_qT).

$$\text{Assim: } E_qT = \text{TSV} - \text{TSM}$$

Graficamente podemos ver que essa diferença não excede 16 minutos aproximadamente para o lado positivo e aproximadamente 14 minutos para o lado negativo de uma curva que pode ser representada como essa a seguir.

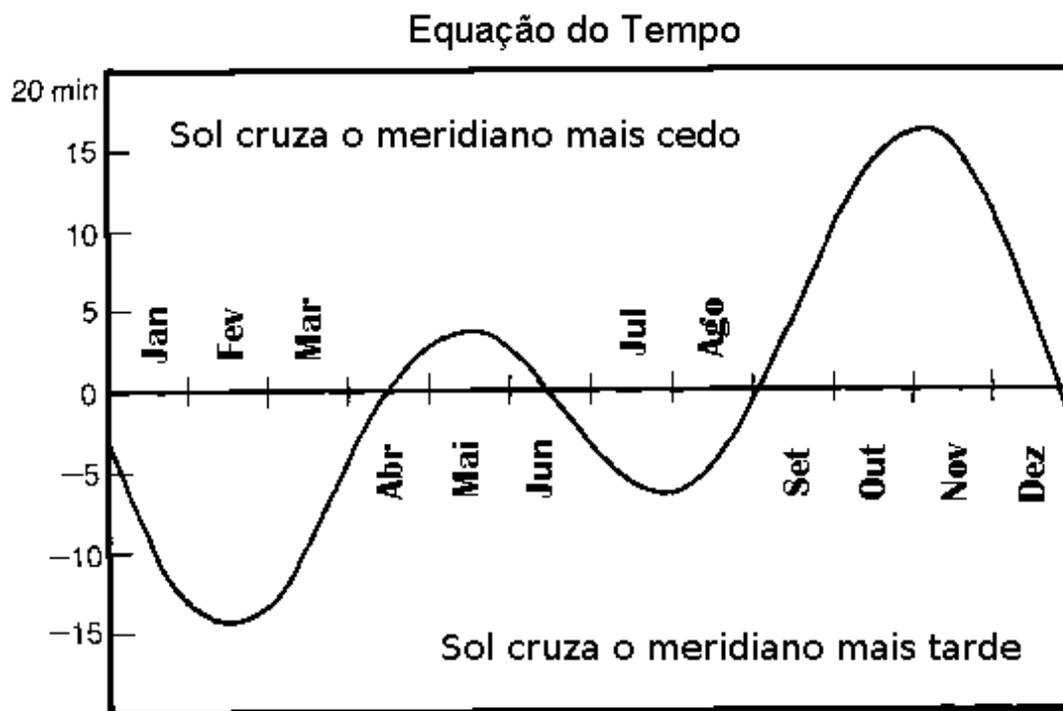


Figura 7 - Equação do tempo reproduzida de <http://astro.if.ufrgs.br/tempo/tempo.htm> (acesso em 25/06/2015).

As leituras da sombra do relógio devem ser compensadas pela soma ou subtração dos valores, em minutos, da Equação do Tempo (E_qT), conforme o caso. Em alguns dias do ano em que a curva cruza os valores nulos de abscissa as correções para o relógio serão igualmente nulas. Esses dias ocorrem por causa da não igualdade nas velocidades dos dois sóis, o real e o fictício. Na parte positiva das ordenadas o Sol verdadeiro cruza o Meridiano Celeste Local antes do Sol fictício e na parte negativa das ordenadas ocorre justo o contrário.

A E_qT também é usada para outras montagens de relógio solar e há muitas (Rohr, 1996; Savoie, 1997; Tardy, 1996; Mayall&Mayall, 2000; Stoneman, 1982; Jenkins & Bear, 1987; Stoneman, 1982) que merecem ser estudadas mais detalhadamente por aqueles que gostam de entender como o tempo foi e continua sendo medido apesar de continuar sendo enigmático em sua essência.

Considerações finais desse artigo:

O filósofo francês Michel Serres (1930, ----) certa afirmou que:

“A luz vinda do céu “escreve” sobre a terra ou sobre uma superfície plana as formas e lugares reais do universo, por intermédio da ponta dessa haste, trata-se então de um “mostrador” do modelo cosmológico da época.” (SERRES, 1989, p. 78)

De fato, os relógios solares representam mais do que instrumentos de medida do tempo. Eles são verdadeiros testemunhos de uma época em que demonstravam a confiabilidade de uma concepção cosmológica. Num mundo geocêntrico e geoestático as sombras demonstravam vivamente o poder das “matemáticas”, do *quadrivium* medieval acerca das concepções da natureza. A ordem universal se dava por intermédio da possibilidade de prever o acontecimento com as sombras escrevendo e reescrevendo a mesma verdade dia após dia. Os dias nublados não lhe permitiam mostrar as horas, mas isso era menos importante do que a certeza de que nos dias ensolarados as sombras estariam ali, quase que revelando a verdade última do tempo.

Por que estudar e usar os relógios de sol nos dias atuais? Continuamos a medir o tempo sem conhecer ao certo sua essência. Os relógios solares atestam a engenhosidade humana em construir instrumentos de medida menos evidentes aos sentidos imediatos.

Geometria e tempo representam a oportunidade de discutirmos essa grandeza tão essencial para a Física na mesma medida em que recuperamos aspectos de uma área de conhecimentos tão essencial para a Matemática. As atividades práticas de determinação da Linha Meridiana e a construção de um modelo equatorial do relógio solar abrem discussões interessantes com os alunos e possibilitam perguntas que podem resultar em projetos a serem investigados dentro da comunidade escolar.

Os relógios solares servem de porta de abertura para a continuação de integração entre áreas diferentes de conhecimento. Só no tópico dos relógios solares podemos trazer contribuições dos professores de História, Geografia, Arte e Sociologia, entre outras disciplinas. Além do que uma atividade como essa serve para discutirmos aspectos dos movimentos circulares para planetas, servindo de base para um curso de Mecânica que se inicia pelo estudo do movimento circular.

Referências:

- BEAR, Magdalen; JENKINS, Gerald. *Sundails & Timedials – a collection of working models to cut-out and glue together*. Norfolk: Five Castles Press, 1987.
- CARDOSO, Walmir Thomazi. **O Céu dos Tukano na escola Yupuri construindo um calendário dinâmico**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PEPG Educação Matemática/ PUC-SP: São Paulo, 2007.
- GRANT, Edward. *Planets, Stars and Orbs – the medieval Cosmos, 1200-1687*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. HANSON, Norwood Russell. *Constelaciones y conjeturas*. Madrid: Alianza, 1978.
- MAYALL, R. Newton; MAYALL, Margaret W. *Sundails – their construction and use*. Mineola, N.Y: Dover, 1994.
- NEWTON, Isaac. *Principios matemáticos de La filosofia natural*. Estudio preliminar, traducción y notas de Antonio Escohotado. Madrid: Tecnos, 1997.
- RODRIGUES, Carlos Eduardo Monteiro. Relógio Solar - Integração de Conteúdos de Física a partir da construção de Relógios de Sol. TCC-(Trabalho de Conclusão do Curso de Bacharelado em Física)/ PUC-SP: São Paulo, 2014.
- ROHR, René R.J. *Sundials – History, theory and Practice*. New York: Dover, 1996.
- SAVOIE, Denis. *Gnomonique moderne*. Paris: Societé Astronomique de France, 1997.
- SERRES, Michel. Gnómon: os começos da geometria na Grecia in SERRES, M. *História das ciências*. Lisboa: Ed. Terramar. 1989. Vol.1 (Cap. 3)
- STONEMAN, Milton. *Easy-to-make wooden sundials – instructions and plan fo 5 projects*. New York: Dover, 1982.
- SZCZECINIARZ, Jean-Jacques. *La terre immobile*. Paris: PUF, 2003.
- TARDY, Jean-Nöel. *Cadrans solaires – le comprendre et Le construire*. Aix-en-Provence, 1996.
- TOOMER, G. J. *Ptolemy's Almagest*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1998.